

Adam WALANUS, Mieczysław F. PAZDUR

CHARAKTERYSTYKI STATYSTYCZNE ZMIENNYCH LOSOWYCH
WYKORZYSTYWANYCH DO WYZNACZANIA I CIĄGŁEJ KONTROLI
PUNKTU PRACY LICZNIKA PROPORCJONALNEGO
PRZY POMIARACH NATURALNYCH AKTYWNOŚCI C-14

Streszczenie. Punkt pracy aparatury pomiarowej wyznacza się i kontroluje za pomocą zmiennej k , zdefiniowanej jako iloraz liczb impulsów wywołanych składową mezonową promieniowania kosmicznego w dwóch kanałach amplitudowych. Podano funkcję gęstości prawdopodobieństwa zmiennej k z uwzględnieniem fluktuacji wysokiego napięcia na liczniku proporcjonalnym. Rozpatrzono możliwość oceny amplitudy tych fluktuacji za pomocą estymatorów podstawowych parametrów statystycznych rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej k .

1. Zasada bieżącej kontroli wzmocnienia gazowego licznika proporcjonalnego z wykorzystaniem zmiennej k

Ważnym warunkiem poprawności pomiarów aktywności C^{14} jest zachowanie stałej wartości wzmocnienia gazowego licznika proporcjonalnego w czasie trwania pomiaru oraz przy zmianie gazu wypełniającego licznik. Wzmocnienie gazowe zależy od rodzaju gazu wypełniającego, jego ciśnienia, napięcia zasilającego oraz od wymiarów licznika [1, 2]. Bardzo istotna jest ponadto obecność zanieczyszczeń gazu wypełniającego, które, szczególnie w przypadku CO_2 , mogą silnie zredukować wartość wzmocnienia gazowego. Aby zachować niezmiennie wzmocnienie w czasie pomiaru, należy przede wszystkim stabilizować wysokie napięcie V_L zasilające licznik. Uzyskanie standardowej wartości wzmocnienia gazowego po zmianie wypełnienia wiąże się z możliwie dokładnym odmierzaniem ilości gazu wypełniającego oraz zachowaniem jego czystości. Nieuniknione odchyłki ciśnienia gazu i wpływ obecności niekontrolowanych zanieczyszczeń można w niektórych przypadkach skompensować zmianami wysokiego napięcia.

Informację o tym, jaką wartość powinno mieć napięcie dla aktualnego wypełnienia, zawiera zmienna k zdefiniowana wzorem [3]

$$k = L_2/L_1, \quad (1)$$

w którym $L = L_1 + L_2$ oznacza liczbę zliczeń impulsów od mionów promieniowania kosmicznego w liczniku proporcjonalnym, a podział na L_1 i L_2 wynika

z amplitudowego rozdzielania tych impulsów na dwa kanały, dolny L_1 i górny L_2 . Zmienna k nie zależy od intensywności strumienia mionów, natomiast jest bardzo czuła na zmiany wzmocnienia gazowego. Wzrostowi wzmocnienia odpowiada zwiększenie się ilości zliczeń w kanale L_2 i zmniejszenie w kanale L_1 , co daje łącznie duży wzrost k . Suma L zmienia się przy tym nieznacznie. Silną zależność k od wzmocnienia gazowego potwierdza wyznaczona eksperymentalnie charakterystyka $k = f(V_L)$ [4], która w punkcie pracy licznika, tzn. dla $k = 0,7$ ($V_L \approx 6200$ V), ma nachylenie $S_k = \Delta k / \Delta V_L = 0,0039$ V⁻¹. Oznacza to, że 0,3% odchylenia V_L powodują zmiany k o 10%.

Ze zmiennej k korzysta się w taki sposób, że ustala się wartość wysokiego napięcia tak, by spełnione były nierówności $0,6 < k_0 < 0,8$. Wartość optymalną dla k_0 równą 0,7 oraz wielkość dopuszczalnych odchyień od niej ustalono na podstawie praktyki doświadczalnej. Zmienną k zasadniczo można wykorzystać do automatycznego regulowania napięcia V_L .

2. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa zmiennej k

Wielkość k jest zmienną losową, której charakter jest do pewnego stopnia podobny jak zmiennej c (patrz [6]). Jest ona również ilorazem dwóch zmiennych losowych o rozkładach Poissona (praktycznie normalnych), jednak w pierwszym przybliżeniu niezależnych. Podlega ona rozkładowi gęstości prawdopodobieństwa $g(k; k_0, L_{10}, 0)$, gdzie $L_{10} = E[L_1]$. Z rozkładu tego wynika, że dyspersja k wynosi $\sigma_k = 0,0104$. Często jednak obserwuje się, że wartość estymatora dyspersji obliczonego dla serii 20-40 stuminutowych pomiarów cząstkowych jednej próbki jest parokrotnie większa od σ_k . Tłumańczyć to można niestabilnością parametrów aparatury pomiarowej, a przede wszystkim wahaniami wartości wzmocnienia gazowego. Wpływ na zmienną k ma także położenie progów dyskryminacji, które mogą ulegać niewielkim przesunięciom. Systematyczne pomiary kontrolne aparatury elektronicznej pozwalają jednak stwierdzić, że główną przyczyną większego niż przewidywany rozrzutu k są fluktuacje wysokiego napięcia V_L . Zmiany wzmocnienia gazowego wywołane tymi fluktuacjami powodują pozorne przesunięcia progu dzielącego widmo amplitudowe L na dwa kanały. W efekcie, zależnie od znaku odchyłki V_L , część impulsów, które miały być zliczone w kanale pierwszym (drugim), zostanie zarejestrowana w kanale drugim (pierwszym). Sytuację tę można opisać ilościowo za pomocą podstawień

$$L'_1 = L_1 + L'', \quad L'_2 = L_2 - L'' \quad (2)$$

gdzie L'' jest liczbą impulsów, które zamiast znaleźć się w kanale drugim zostały na skutek zmian V_L zliczone w kanale pierwszym. Wielkość L'' ma rozkład Poissona, którego parametr jest determinowany przez aktualną wartość wysokiego napięcia. Ponieważ jednak oszacowana średnia bezwzględna

wartość L' jest na tyle duża, że jej względne wahania wywołane losowością zliczeń impulsów są stosunkowo małe, przyjęto, że jest one bezpośrednio deterministyczną funkcją V_L . Założenie, że V_L ma rozkład normalny o dyspersji σ_V , odpowiada na mocy powyższego stwierdzenia przyjęciu, iż zmienna losowa L' w przybliżeniu ma również rozkład normalny, o wartości oczekiwanej zero i dyspersji

$$\sigma^2 = \frac{S_k L_{10}}{k_0 + 1} \sigma_V^2 \quad (3)$$

Jak widać z określenia zmiennych L'_1 i L'_2 , nie są one niezależne. Współczynnik korelacji pomiędzy nimi wynosi

$$r = \frac{-\sigma^2}{[(L_{10} + \sigma^2)(k_0 L_{10} + \sigma^2)]^{1/2}} \quad (4)$$

Gdy brak fluktuacji wzmocnienia gazowego, $r = 0$ oraz $r \rightarrow -1$, gdy te fluktuacje są bardzo duże.

Rozkład gęstości prawdopodobieństwa zmiennej k' określonej odpowiednio do (2) jako

$$k' = \frac{L_2 - L'}{L_1 + L'} \quad (5)$$

nie jest już rozkładem typu $g(k)$, choć jest do niego zbliżony w swej postaci matematycznej. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa tej zmiennej ma postać

$$g_1(k') = \frac{L_{10}}{(2\pi)^{1/2}} \frac{(k' + 1) [\sigma^2 (k_0 + 1) + k_0 L_{10}]}{[k'^2 (\sigma^2 + L_{10}) + 2k' \sigma^2 + \sigma^2 + k_0 L_{10}]^{3/2}} \cdot \exp \left[- \frac{L_{10}^2}{2} \frac{(k' - k_0)^2}{k'^2 (\sigma^2 + L_{10}) + 2k' \sigma^2 + \sigma^2 + k_0 L_{10}} \right] \quad (6)$$

Rozkład ten można aproksymować rozkładem normalnym $N(k_0, \sigma_k')$, gdzie:

$$\sigma_k' = \frac{\{ (1 + k_0) [\sigma^2 (1 + k_0) + k_0 L_{10}] \}^{1/2}}{L_{10}} \quad (7)$$

Rozrzut zmiennej k zwiększa się ze wzrostem G'' . Ze stosunku

$$R = G_k' / G_k, \quad (8)$$

można wyznaczyć wielkość G'' i za jej pośrednictwem wartość fluktuacji wysokiego napięcia zasilającego licznik pomiarowy. Parametr R można znaleźć eksperymentalnie jako stosunek estymatora dyspersji k do wartości teoretycznej $G_k = 0,0104$. Związek pomiędzy dyspersją G'' a wielkością R ma postać

$$G'' = \left[\frac{k_0 L_{10}}{1 + k_0} (R^2 - 1) \right]^{1/2} \quad (9)$$

Wykorzystując zależność (3) oraz wzór na dyspersję G_k wynikający z rozkładu $g(k)$, można powyższe równanie przekształcić do postaci

$$G_V = \frac{(G_k^2 - G_k^2)^{1/2}}{S_k}, \quad (10)$$

która wyraża niezależność dwóch czynników powodujących rozrzut wielkości k , tj. losowości pojawiania się mionów (G_k) i fluktuacji wysokiego napięcia (G_V). Wypadkowa wariancja G_k^2 jest równa (z zachowaniem parametru skali) sumie wariancji charakteryzujących te dwa procesy.

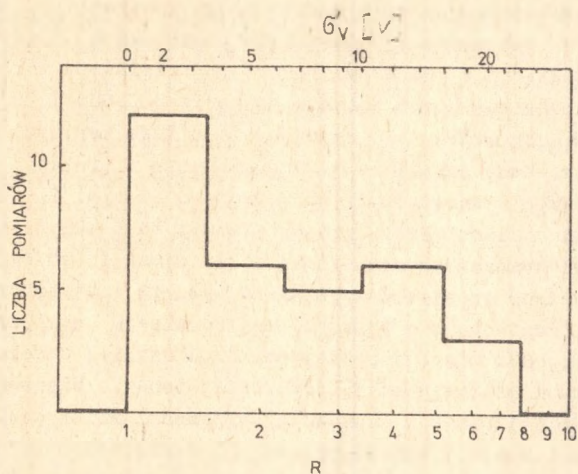
Do znalezienia wartości G'' wykorzystać można estymator współczynnika korelacji pomiędzy L_1 i L_2 , posługując się wzorem otrzymanym po przekształceniu równania (4)

$$G'' = \left\{ \frac{rL_{10}}{2(1 - r^2)} \left[(1 + k_0)r + (r^2 - r^2k_0 + 4k_0)^{1/2} \right] \right\}^{1/2}. \quad (11)$$

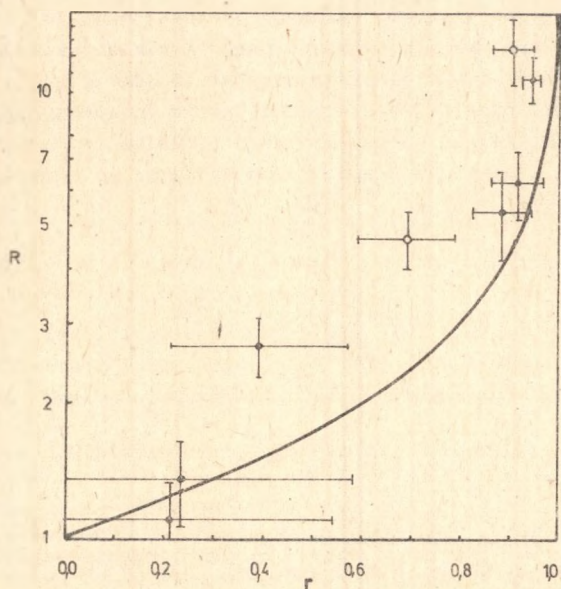
Zależność (9) i (11) dają dwie niezależne drogi otrzymania G'' , których konfrontacja może dać pewne dodatkowe informacje na temat zmiennej k .

3. Wyniki doświadczalne

Jak już zostało zaznaczone, często z pomiarów otrzymuje się wartości odchylenia średniokwadratowego zmiennej k parokrotnie większe od G_k . Ilościowo przedstawione to jest na histogramie (rys. 1) parametru R otrzymanym na podstawie wyników 32 pomiarów różnych próbek, z których każdy składa się z 10 do 60 cząstkowych pomiarów stuminutowych. Należy podkreślić, że wielkość wahań V_L związana z parametrem R dotyczy fluktuacji napięcia w czasie jednego pomiaru. Z histogramu widać, że stabilność wysokiego na-



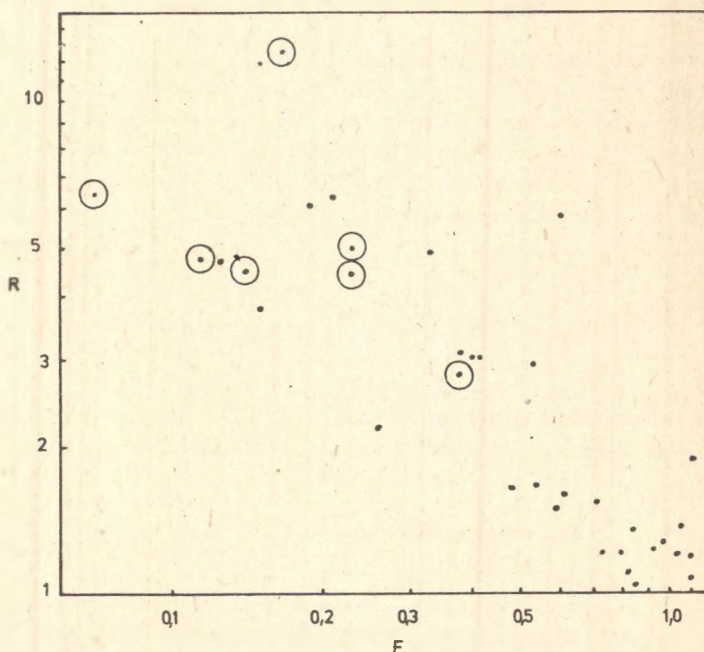
Rys. 1. Histogram wartości parametru R określonego jako stosunek odchylenia średniokwadratowego zmiennej k do dyspersji σ_v . Podane są również wartości fluktuacji wysokiego napięcia zasilającego licznik proporcjonalny σ_v odpowiadające wielkości R



Rys. 2. Wykres zależności pomiędzy współczynnikiem korelacji r a parametrem R wynikającej z rozkładu gęstości prawdopodobieństwa $g_1(k)$. Punkty doświadczalne oznaczone kółkami pochodzą z pomiarów podczas których dokonywano skokowej regulacji napięcia V_L

pięcia dla części pomiarów była bardzo dobra i wahania V_L nie przekraczały kilku woltów, natomiast w pozostałych przypadkach fluktuacje napięcia osiągały mniej więcej z jednakowym prawdopodobieństwem wartości od 5 V do 20 V (co odpowiada względnym zmianom napięcia o 0,08% do 0,3%).

Obliczenie $\hat{\sigma}_v$ ze wzoru (11) daje zwykle niższe wartości niż te otrzymane za pośrednictwem parametru R. Współczynnik korelacji pomiędzy L_1 i L_2 związany jest z R zależnością zilustrowaną na rys. 2. Otrzymane z pomiarów wartości r są mniejsze, niż wynikałoby to z aktualnej wartości odchylenia średniokwadratowego zmiennej k (mniejsze co do bezwzględnej wartości). Niezgodność tę wytłumaczyć można tym, że estymator współczynnika korelacji odzwierciedla nie tylko ujemną korelację pomiędzy L_1 i L_2 opisaną wzorem (5), ale również przyczynek do dodatniej korelacji wynikającej ze zmienności intensywności strumienia mionów. Hipotezę tę potwierdzają oszacowania ilościowe oparte na znajomości zależności liczby zliczeń mionów od ciśnienia atmosferycznego i wielkości fluktuacji ciśnienia. Na dyspersję k zjawisko niestałości gęstości strumienia mionów praktycznie nie ma wpływu (patrz [6]).



Rys. 3. Zależność pomiędzy wielkością R a statystyką F określoną jako suma kwadratów różnic kolejnych wartości k_i z pomiarów cząstkowych unormowana przez estymator dyspersji. Punkty oznaczone kółkami odpowiadają pomiarom, w czasie trwania których dokonano skokowej regulacji napięcia V_L .

W celu oszacowania okresu fluktuacji wysokiego napięcia wykonano serie pomiarów jednonminutowych: dziesięć serii po 10 pomiarów i jedną serię 115 pomiarów. Otrzymane wartości odchylenia średniokwadratowego zmiennej k zgadzają się bardzo dobrze z teoretyczną dyspersją obliczoną przy założeniu, że $G = 0$ (dla serii 115 pomiarowej $R = 0,98 \pm 0,07$). Można stąd wnioskować, że częstość zmian napięcia V_L jest mniejsza niż $1/100 \text{ min.}^{-1}$. Dodatkowym potwierdzeniem poprawności tego oszacowania jest stwierdzona korelacja (rys. 3) pomiędzy wartością parametru R a wartością statystyki F charakteryzującej systematyczną zmienność k , określonej wzorem [5]

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (k_{i+1} - k_i)^2}{2 \sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2} \quad (12)$$

Dużym wartościom R odpowiada zmniejszenie się F , co wskazuje na to, że odchylenia kolejnych wartości k_i od średniej nie są od siebie niezależne. Wysokie napięcie zasilające licznik zmienia się monotonicznie w zakresie co najmniej kilku pomiarów cząstkowych lub skokowo zmienia swą wartość w trakcie pomiaru. Za prawdziwością drugiego przypuszczenia przemawia fakt, że pomiary w czasie trwania których dokonano korekty napięcia V_L (o wartość ok. 20 V - 30 V), nie odstają na wykresie z rys. 3 od pozostałych.

O braku długookresowych zmian napięcia zasilającego licznik proporcjonalny (rzędu tygodnia) świadczy niewystępowanie jakiegokolwiek zależności wartości parametru R od czasu trwania pomiaru w zakresie od $n=10$ do $n=100$.

LITERATURA

- [1] Bambynek M., Nucl. Instr. Methods, 112, 103 (1973).
- [2] Zastawny A., Post. Techn. Jądr. 13, 789, 1317 (1969).
- [3] Mościcki W., Bujko A., Dutkiewicz J., Zastawny A., Zeszyty Nauk. Pol. Gdańskiej, 113, 53 (1967).
- [4] Zastawny A., Kostkiewicz E., Mościcki W., Pazdur A., Pazdur M., Pomykała W., Zeszyty Nauk. Pol. Śl. seria Mat.-Fiz. nr 23, 41 (1974).
- [5] Hilaire M., Nucl. Instr. Methods, 112, 385 (1973).
- [6] Walanus A., Pazdur M.F., Statystyczne problemy kontroli wydajności detekcji licznika proporcjonalnego przy pomiarach naturalnych aktywności C-14, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Seria Mat.-Fiz., (1979), z. 32, 131.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫБРАННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ,
УПОТРЕБЛЯЕМЫХ ДЛЯ НАЗНАЧЕНИЯ И ПОСТОЯННОГО КОНТРОЛЯ РАБОТЫ
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО СЧЕТЧИКА ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ЕСТЕСТВЕННЫХ АКТИВНОСТЕЙ C-14

Р е з ю м е

Пункт работы измерительной аппаратуры назначается и контролируется при помощи переменной K , определяемой как частное импульсов, вызванных мезонной слагающей космического излучения в двух амплитудах каналов.

Представлена функция плотности вероятности переменной K с учётом флуктуации высокого напряжения на пропорциональном счётчике. Посмотрена возможность оценки амплитуды этих флуктуаций при помощи основных статистических параметров распределения вероятности переменной K .

STATISTICAL CHARACTERISTICS OF RANDOM VARIABLES USED TO ADJUSTING
AND CONTINUOUS CONTROL OF PROPORTIONAL COUNTER WORKING POINT
IN MEASUREMENTS OF NATURAL RADIOCARBON

S u m m a r y

The working point of the proportional counter is adjusted and controlled by means of random variable k , defined as the ratio of numbers of counts caused by muon component of cosmic radiation in two amplitude channels. The probability density function of random variable k is given accounting for fluctuations of high voltage on the proportional counter. The amplitude of high voltage fluctuations during single measuring series is evaluated using estimators of basic statistical parameters of random variable k .