Marian BROŻEK, Witold PAWLOS Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

WPŁYW WARUNKÓW FIZYCZNYCH NA PROCES SEPARACJI W CIECZACH MAGNETYCZNYCH

Streszczenie. W artykule podano podstawy teoretyczne procesu separacji w cieczach magnetycznych. Parametrami fizycznymi charakterystycznymi dla ww. separacji mającymi bezpośredni i najistotniejszy wpływ na tor ziarna w separatorze MGM mają: natężenie pola magnetycznego H, jego rozkład gradH², własności medium (χ_0 , ρ_0), w którym odbywa się separacja, oraz własności fizyczne separowanego surowca (χ , ρ). Do analitycznego wyznaczenia toru ruchu ziarna w separatorze MGM wykorzystano równanie Newtona. Zaprezentowano doświadczalne tory ruchu ziaren mieszanin dwuskładnikowych.

THE INFLUENCE OF PHYSICAL CONDITIONS ON THE SEPARATION IN MAGNETIC FLUIDS

Summary. In the paper theoretical bases of separation process in magnetic liquids have been given. The most important influence on the trajectory of a particle in magnetogravimetric (MGM) separator have such physical parameters as: magnetic field intensity H, its distribution gradH², properties magnetic liquids (χ_o , ρ_o), in which a separation takes places as well as physical features of separated particles (χ , ρ). For the analytical determination of the trajectory of a particle in the magnetogravimetric (MGM) separator Newton's equation has been used. Experimental trajectories of particle of two-component mixtures have been presented.

1. Wstęp

Zagadnienie związane z zagospodarowaniem wtórnych surowców metalicznych, a w szczególności metali nieżelaznych, głównie złomu elektrotechnicznego i elektroenergetycznego, staje się niezwykle ważnym problemem technicznym, technologicznym, gospodarczym, jak również związanym z ochroną środowiska. Ważny problem technologiczny stanowi rozdział mieszaniny granulatów metali nieżelaznych, w skład których wchodzą między innymi ołów, aluminium, miedź. Rozdział w cieczach ferromagnetycznych jest metodą stosunkowo nową i mało znaną. Gwałtowny rozwój wszelkiego rodzaju technologii przemysłowych spowodował wzrost ilości różnego rodzaju odpadów poprodukcyjnych, złomów itp. Ponieważ klasyczne metody przeróbcze nie zawsze były wystarczająco efektywne, w wielu krajach świata, a także i w Polsce, zostały podjęte próby poszukiwań nowych bardziej efektywnych metod. Próby nad rozdziałem w cieczach ferromagnetycznych prowadzone są w Zakładzie Przeróbki Kopalin Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów z zamiarem ich wykorzystania do rozdzielania mieszanin ciężkich składników, np. złomów metali kolorowych, rud Zn-Pb, barytu, pirytu itp. Do stosunkowo nowych metod wzbogacania należy metoda magnetogra-wimetryczna (MGM), którą należy postrzegać jako metodę ekologiczną i energooszczędną.

2. Podstawy teoretyczne procesu separacji w cieczach magnetycznych

Separację w cieczy ferromagnetycznej określa się mianem separacji magnetograwimetrycznej (MGM). Na jednostkę objętości cieczy, umieszczonej w niejednorodnym polu magnetycznym, działa siła wypadkowa \mathbf{f} [2]:

$$\vec{f} = \rho_0 g + \frac{1}{2} \mu_0 \chi_0 gradH^2 \tag{1}$$

gdzie: ρ_o - gęstość cieczy,

g - przyspieszenie ziemskie,

 χ_o - podatność magnetyczna cieczy,

H - natężenie pola magnetycznego,

 μ_o - przenikalność magnetyczna próżni.

W przypadku gdy wektor gradientu skierowany jest pionowo w dół, a kanał separatora jest umieszczony poziomo, efektywny ciężar właściwy cieczy będzie równy:

$$\gamma_e = \rho_0 g + \frac{1}{2} \mu_0 \chi_0 grad \dot{H}^2 \tag{2}$$

Tak więc ciężar właściwy cieczy roboczej jest uzależniony od właściwości fizycznych cieczy: gęstości ρ_0 , jej podatności magnetycznej χ_0 od rozkładu i natężenia pola magnetycznego *H*. Ciężar właściwy nie jest jednakowy w całej objętości, gdyż siła magnetyczna zmienia się wzdluż osi pionowej. Na cząstkę zanurzoną w ośrodku magnetograwimetrycznym o gęstości ρ i podatności magnetycznej χ działa siła wypadkowa równa:

$$\vec{f} = (\rho - \rho_0)\vec{g} + \frac{1}{2}\mu_0(\chi - \chi_0)grad\vec{H}^2$$
(3)

W warunkach równowagi, gdy siła magnetyczna jest skierowana przeciw sile ciężkości, zachodzi równość:

$$(\rho - \rho_0)g = \frac{1}{2}\mu_0(\chi - \chi_0)grad\bar{H}^2$$
(4)

Po przekształceniu

$$\frac{\left|\left(\rho \quad \rho_{0}\right)g\right|}{\left|\left(\chi_{0}-\chi\right)\right|} = \frac{1}{2}\mu_{0}\left|grad\,\bar{H}^{2}\right| = \Phi$$
(5)

Wielkość Φ określona wzorem (5) jest tym argumentem, na którego podstawie zachodzi rozdział w separatorze MGM. Jego wartość zależy więc od własności fizycznych surowca i cieczy. Warunkiem istnienia rozdziału dwóch składników jest różnica argumentów Φ tych składników.

$$\left|\Phi_{1}\right| \leq \left|\frac{1}{2}\,\mu_{0}\,grad\,\vec{H}^{\,2}\right| < \Phi_{2} \tag{6}$$

Na tym samym poziomie będą się koncentrować ziarna cięższe z niską podatnością magnetyczną i ziarna lekkie z dużą podatnością magnetyczną. Wystąpienie dodatkowej siły magnetycznej wzmacnia efekt stratyfikacji produktów rozdziału w cieczy roboczej. Staje się on wyraźniejszy niż w sytuacji rozdziału na zasadzie różnic ciężarów właściwych (ciecze ciężkie).

3. Rozklad pola magnetycznego w separatorze magnetograwimetrycznym

Analityczną postać rozkładu pola magnetycznego w przestrzeni roboczej separatora można otrzymać rozwiązując równania klasycznej elektrodynamiki dla pola magnetycznego. Ponieważ na wielkość pionowej składowej siły magnetycznej ma wpływ kształt nabiegunników w płaszczyźnie pionowej, przeto zagadnienie można rozpatrywać na płaszczyźnie. W obszarze między nabiegunnikami (rys.1), gdzie nie ma prądów, rozkład pola magnetycznego wzdłuż osi pionowej (y), wynikający z równania Laplace'a, jest następujący [3]:

$$H(y) = \frac{(r-h)H_0}{r-y} \tag{7}$$

Rozkład eksperymentalny różni się od rozkładu teoretycznego, gdyż, rozwiązując równanie Laplace'a, zakłada się, że powierzchnia nabiegunników stanowi powierzchnię ekwipotencjalną, co jest w przybliżeniu spełnione dla namagnesowania dalekiego od stanu nasycenia. W takich sytuacjach rozkład doświadczalny wyraża się wzorem:

$$H(y) = \frac{a(r-h)H_0}{(r-y)^b}$$
(8)

przy czym współczynniki a i b na ogół zależą od natężenia pola magnetycznego.



Rys.1. Przestrzeń robocza separatora w kształcie klina Fig.1. The wedge shape working zone of a separator Na rys. 2 wykreślono zależności teoretyczne (wg równania 7) pola magnetycznego od odległości od dna szczeliny roboczej (krzywe ciągłe) oraz naniesiono punkty doświadczalne. Pomiary natężenia pola magnetycznego dokonano teslomierzem na osi geometrycznej przestrzeni między nabiegunnikami. Współczynnik korelacji krzywoliniowej wynosi 79%.



Rys. 2. Rozkład pola magnetycznego dla kilku wartości prądu magnesującego:

♦ .*,• - wartości doświadczalne, --- - wartości teoretyczne

Fig. 2. Distribution of the magnetic field for a few magnetizing currents:

♦,*.• - experimental values, ---- - theoretical values

Jak widać z rys. 2, w miarę wzrostu natężenia prądu zasilającego elektromagnes rozbieżności pomiędzy wartościami doświadczalnymi a teoretycznymi natężenia pola magnetycznego rosną. Spowodowane jest to tym, jak wspomniano wyżej, że teoretyczne natężenie pola magnetycznego jest wynikiem rozwiązania równania Laplace'a, w którym zakłada się, że powierzchnia nabiegunników jest powierzchnią ekwipotencjalną. Warunek ten spełniony jest dla niskich wartości prądów zasilających elektromagnes, co odpowiada stanom namagnesowania nabiegunnika dalekiego od stanu nasycenia. Wyższe wartości prądu zasilającego powodują stan bliski nasycenia magnetycznego obwodu magnetycznego separatora. Jest to jego rzeczywisty stan pracy, ale nie spełnione są z kolei wyżej wymienione założenia. Z uwagi na to, że dopasowanie danych doświadczalnych do zależności teoretycznych w całym przedziale zmienności nie było wystarczająco dobre, dokonano podziału przestrzeni roboczej na dwie części. Granicą podziału była wartość y= 0,08 m. Dla każdej części przestrzeni roboczej wyliczono parametry równania (8) uzyskując bardzo dobre dopasowanie danych doświadczalnych do zależności teoretycznej (współczynnik korelacji krzywoliniowej jest równy 99,97%).

Na rys. 3 wykreślono modelowe rozkłady pola magnetycznego wraz z wartościami doświadczalnymi. Jak widać z tego rysunku, zgodność danych doświadczalnych z zależnościami modelowymi jest bardzo dobra.

Bardzo duża zgodność wartości doświadczalnych i teoretycznych pozwoliła na obliczenie wartości argumentu rozdziału w przestrzeni roboczej separatora MGM dla kilku wartości prądu przy wykorzystaniu równania:

$$\Phi = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{dH^2}{dz} \tag{9}$$





Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 4. Zależności te posłużą do porównania rzeczywistych pomiarów równowagi ziarna o danych własnościach fizycznych w kanale roboczym separatora z poziomami teoretycznymi.



Rys.4. Wykres wartości argumentu Φ przestrzeni roboczej separatora w funkcji "y" dla kilku wartości prądu Fig. 4. The diagram of an Φ argument of the separator in the function of "y" for a few current

Wartości argumentu rozdziału Φ materiału użytego do badań obliczono z poniżej podanego wzoru dla dwóch gęstości cieczy (1.3 Mg/m³, 1.45 Mg/m³) oraz średnich wartości gęstości tego materiału danej frakcji:

$$\Phi = \frac{|(\rho - \rho_0)\vec{g}|}{\chi_0 - \chi} \tag{10}$$

gdzie: χ_o wyznaczono z zależności $\chi_o=1,57\cdot10^{-6}(\rho_o-1000)$, [1], który wynosi dla cieczy o gęstości 1.3 Mg/m³; $\chi_o=4,71\cdot10^{-4}$, oraz dla cieczy 1.45 Mg/m³; $\chi_o=7,07\cdot10^{-4}$.

Jeżeli wartość argumentu rozdziału Φ przestrzeni roboczej separatora równa jest wartości argumentu rozdziału Φ materiału użytego w badaniach (węgiel), to ziarno znajduje się w stanie równowagi. Odkładając tę wartość na krzywej, którą charakteryzuje natężenie prądu zasilającego elektromagnes, możemy odczytać z wykresu (rys. 4) położenie ziarna o określonej gęstości na osi "y". Wartości te zostały zaznaczone na rysunkach torów ruchu zamieszczonych poniżej (rozdział 5).

4. Analityczne wyznaczenie toru ruchu ziarna

Przedstawione tu zostaną rozwiązania równań ruchu zmierzające do analitycznego określenia toru ruchu ziarna w funkcji własności fizycznych ziarna i medium rozdzielającego oraz parametrów pracy separatora. Analitycznie tor ruchu ziarna określono dla dwóch przypadków gradientu pola magnetycznego:

$$gradH^2 = 2(Ky + K_0) \text{ oraz}$$
(11)

$$gradH^{2} = -\frac{2H_{0}^{2}(r-h)^{2}}{(r-y)^{3}}$$
(12)

W obu przypadkach tor określono z udziałem i bez udziału siły oporu, wyrażonej wzorem Stokesa, przy czym w pierwszym przypadku tor ruchu można wyliczyć efektywnie.

Równania ruchu dla gradientu pola określonego wzorem (11) bez uwzględniania oporów ruchu są następujące:

$$\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = (\rho - \rho_o) g \sin \alpha \tag{13}$$

$$\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = \left(\rho - \rho_0\right) g \cos \alpha + \mu_0 \left(\chi - \chi_0\right) \left(Ky + K_0\right)$$
(14)

Po przeprowadzeniu przekształceń matematycznych i wyeliminowaniu z nich czasu t otrzymujemy ostateczne równanie toru ruchu:

$$y = \frac{(\rho - \rho_0)g + \mu_0 K(\chi_0 - \chi)}{\mu_0 K(\chi_0 - \chi)} \sin \left[\sqrt{\frac{2\mu_0 (\chi_0 - \chi)K}{(\rho - \rho_0)g \sin \alpha}} x \right]$$
(15)

Natomiast równania toru ruchu ziarna dla tego samego gradientu pola z uwzględnieniem sił oporu posiadają postać:

$$\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = \left(\rho - \rho_0\right) g \sin \alpha - b \frac{dx}{dt} \tag{16}$$

$$\rho \frac{d^2 y}{dt^2} = \left[(\rho - \rho_0) g \cos \alpha - \mu_0 (\chi_0 - \chi) K_0 \right] - \mu_0 (\chi_0 - \chi) K y - b \frac{dy}{dt}$$
(17)

gdzie: $b = \frac{18\eta}{d^2}$ jest współczynnikiem oporu, natomiast *d* średnicą ziarna.

Ostateczne równania toru ruchu ziarna otrzymane po rozwiązaniu układu równań (16) i (17) są następujące [4]:

$$x(t) = \frac{(\rho - \rho_0)g\sin\alpha}{b^2} \left[b \ t - \rho \left(1 - e^{-\frac{b}{\rho}t} \right) \right]$$
(18)

$$y = \frac{C_1 \rho}{\mu_0 (\chi_0 - \chi) K} e^{\frac{b}{2\rho} t} \sin \sqrt{\frac{4\mu_0 K \rho (\chi_0 - \chi) - b^2}{4\rho^2}} t$$
(19)

Dla gradientu pola określonego wzorem (12) bez uwzględnienia oporów ruchu ruch ziarna wzdłuż osi x określony jest wzorem:

$$x(t) = \frac{(\rho - \rho_0)g\sin\alpha}{2\rho}t^2$$
(20)

Natomiast równanie ruchu wzdłuż osi y ma postać:

$$\rho \frac{d^2 y}{dt^2} = (\rho - \rho_0) g \cos \alpha - \frac{\mu_0 (\chi_0 - \chi) H_0^2 (r - h)^2}{(r - \gamma)^3}$$
(21)

Podstawiając r - y = z po przekształceniach uzyskuje się równanie:

$$z^{3} \frac{d^{2}z}{dt^{2}} + R \ z^{3} = P$$
 (22)

gdzie:

$$P = \frac{\mu_0 (\chi_0 - \chi) H_0^2 (r - h)^2}{\rho} , \qquad R = \frac{(\rho - \rho_0) g \cos \alpha}{\rho}$$
(23)

Wartości stałych *P* i *R* są zależne od własności fizycznych cieczy i ziarna, od warunków pracy separatora (H_0 i α) oraz wymiarów przestrzeni roboczej (*r* i *h*). Od wartości tych stałych zależy ruch ziarna wzdłuż osi *y*. Rozwiązanie równania (22) wraz z równaniem (20) stanowi parametryczne równanie toru ruchu ziarna.

Natomiast tor ruchu ziarna dla gradientu pola według równania (12) z uwzględnieniem siły oporu wzdłuż osi x jest taki sam jak w powyżej zaprezentowanym przypadku dla gradientu pola według wzoru (11) (równanie 14).

$$x(t) = \frac{(\rho - \rho_0)g\sin\alpha}{b^2} \left[b \ t - \rho \left(1 - e^{-\frac{b}{\rho}t}\right) \right]$$
(24)

Ruch ziarna w kierunku y przedstawia równanie:

$$\rho \frac{d^2 y}{dt^2} = (\rho - \rho_0) g \cos \alpha - \frac{\mu_0 (\chi_0 - \chi) H_0^2 (r - h)^2}{(r - y)^3} - b \frac{dy}{dt}$$
(25)

Po podstawieniu r - y = z i przekształceniu uzyskuje się równanie:

$$z^{3} \frac{d^{2}z}{dt^{2}} + \frac{b}{\rho} z^{3} \frac{dz}{dt} + Rz^{3} = P$$
(26)

Rozwiązanie powyższego równania wraz z równaniem (18) wyznaczają tor ruchu ziarna w separatorze MGM, którym przestrzeń robocza ma kształt klina.

5. Eksperymentalne określenie toru ruchu ziarna

Badania przeprowadzono w cieczy paramagnetycznej, którą był wodny roztwór chlorku manganu MnCl₂ ·4H₂O. Schemat ideowy eksperymentu przedstawia rysunek 5. Ruch ziarna po odbiciu od zwierciadła płaskiego znajdującego się na ściance bocznej naczynia z cieczą roboczą został utrwalony na taśmie wideo na tle podziałki układu współrzędnych. Na tej podstawie wykreślono tory ruchu ziaren, którymi były ziarna węglowe o średnicy sitowej z przedziału 2.5-3.15 mm i gęstości z kilku przedziałów wartości.



Rys.5. Schemat ideowy separatora Fig.5. Schematic diagram of the MGM separator



Rys.6. Tory ruchu ziaren w polu magnetycznym (dla prądów od 40A do 70A), $p=1.5 \text{ Mg/m}^3 \text{ i } \rho_o=1.3 \text{ Mg/m}^3$ Fig.6. Trajectories of particles in magnetic field (for current between 40A and 70A), $p=1.5 \text{ Mg/m}^3$ and $\rho_o=1.3 \text{ Mg/m}^3$

Na rys. 6 przedstawiono tory ruchu ziarna o gęstości $\rho=1.5 \text{ Mg/m}^3$ w cieczy o gęstości $\rho_0=1.3 \text{ Mg/m}^3$ dla kilku wartości prądu zasilającego separator. Rysunek 7 przedstawia tory ziarna o gęstości $\rho=1.5 \text{ Mg/m}^3$ w cieczy paramagnetycznej $\rho_0=1.45 \text{ Mg/m}^3$ dla kilku wartości prądów zasilających separator.

Na powyższych rysunkach zaznaczono wartości parametru rozdziału Φ dla określonych własności ziarna i cieczy.

Wykonano badania mające na celu wyznaczenie stopnia rozseparowania mieszaniny składającej się z dwóch frakcji gęstościowych. W tym celu ziarnom węgla nadano kolory, które charakteryzowały daną gęstość, a następnie poddano je separacji. Wyniki tych doświadczeń dla dwóch wybranych gęstości cieczy ilustrują rysunki 8 i 9.

Na rys. 8 i 9 pokazano tory mieszanin ziaren o gęstościach $\rho_1=1.5$ -1.6 Mg/m³ i $\rho_2 = 1.6$ -1.7 Mg/m³ oraz ich rozkłady pionowe w cieczach o gęstościach $\rho_0=1.3$ Mg/m³ i $\rho_0 = 1.45$ Mg/m³.



Rys.7. Tory ruchu ziaren w polu magnetycznym (dla prądów od 20A do 70A), p=1.5 Mg/m³ i $\rho_o{=}1.45~Mg/m^3$

Fig. 7. Trajectories of particles in magnetic field (for current between 20A and 70A), p=1.5 Mg/m3 and



- Rys.8. Tory ruchu mieszaniny ziaren (a) oraz ich rozkład pionowy (b) o gęstości ρ₁=1.5-1.6 Mg/m³, ρ₂=1.6-1.7 Mg/m³, w cieczy paramagnetycznej o gęstości ρ₀=1.3 Mg/m³ i wartości prądu zasilającego separator I=70A
- Fig. 8. Trajectories of mixed particles (a) and their vertical distribution (b) for density $\rho_1=1.5-1.6 \text{ Mg/m}^3$, $\rho_2=1.6-1.7 \text{ Mg/m}^3$ in paramagnetic liquid on density $\rho_0=1.3 \text{ Mg/m}^3$ and current I=70A



b

а

- Rys.9. Tory ruchu mieszaniny ziaren (a) oraz ich rozkład pionowy (b) o gęstości ρ₁=1.5-1.6 Mg/m³, ρ₂=1.6-1.7 Mg/m³, w cieczy paramagnetycznej o gęstości ρ₀=1.45 Mg/m³ i wartości prądu zasilającego separator I=70A
- Fig. 9. Trajectories of mixed particles (a) and their vertical distribution (b) for density $\rho_1=1.5-1.6 \text{ Mg/m}^3$, $\rho_2=1.6-1.7 \text{ Mg/m}^3$ in paramagnetic liquid on density $\rho_0=1.45 \text{ Mg/m}^3$ and current I=70A

6. Omówienie wyników

Do badań modelowych rozdziału używano dwuskładnikowych mieszanek węgla o gęstościach ziaren z przedziału (ρ_{min} , ρ_{w} ,) i (ρ_{w} , ρ_{max}), przy czym ρ_{min} i ρ_{max} oznaczają odpowiednio minimalną i maksymalną wartość gęstości w danej mieszaninie, natomiast ρ_{w} jest wewnętrzną granicą podziałową frakcji. W wyniku rozdziału uzyskuje się trzy produkty: produkt 1- zawierający wyłącznie ziarna lżejszej frakcji, produkt 2 - będący mieszanką ziaren obu frakcji, oraz produkt 3 - złożony z ziaren frakcji cięższej.

Na rysunku 8 i 9 grubą poziomą kreską zaznaczono poziomy równowagi dla ziaren o gęstości pw. Przy idealnym rozdziale powinno się uzyskać dwa produkty usytuowane poniżej i powyżej poziomu równowagi. Przy rozdziale rzeczywistym uzyskuje się trzy produkty, przy czym pierwsze dwa, jak pokazuje doświadczenie, umieszczone są powyżej poziomu równowagi. Produkt 2 na rysunkach 8 i 9 zaznaczono szarym kolorem. Położenie produktu drugiego w całości powyżej poziomu równowagi jest wynikiem oddziaływań magnetycznych między ziarnami w cieczy magnetycznej oraz oddziaływań powierzchniowych. W przedziale tym znajdują się ziarna o gęstości bliskiej ρ_w - niewiele mniejszej i niewiele większej. Dla ziaren o gęstości ρ_w , przy ruchu turbulentnym cieczy, i zależności ciężaru właściwego cieczy wyrażonego wzorem (2) położeniem energetycznie bardziej prawdopodobnym jest położenie powyżej poziomu równowagi. Ziarna te na skutek oddziaływań magnetycznych i powierzchniowych pociągną za sobą ziarna o gęstości nieco większej od ρ_w .

Konsekwencją takiego zjawiska będzie zanieczyszczenie ziaren produktu lekkiego ziarnami produktu cięższego.

LITERATURA

- 1. Brożek M.: Własności magnetyczne i lepkość cieczy zawierających rozpuszczone jony paramagnetyczne. Archiwum Górnictwa, **28**, 85-93 (1983).
- Brożek M., Siwiec A.: Fizyczne metody wzbogacania cz.1 Wzbogacanie magnetyczne. Skrypty Uczelniane AGH nr 977, Kraków 1985.
- Brożek M.: Rozkład pola magnetycznego w przestrzeni roboczej separatora MHS. Górnictwo, 5, 181-186 (1981).
- 4. Leja F.: Równania różniczkowe i całkowe. PWN, Warszawa 1971.

Artykuł jest wynikiem projektu badawczego KBN nr 9 T12A 012 18

Recenzent: Doc. dr inz. Stanisław Błaszczyński

Abstract

The magnetogravimetric (MGM) method belongs to relatively new methods of enrichment. It should be considered as an ecological and economical one. The particles in the magnetic field of the separator is influenced by force f, which is resultant of gravity and magnetic forces. In the paper analytical form of magnetic field's distribution is determined on the base of Laplace's equation as well as its natural distribution. On this base the partition argument of part Φ has been calculated. In the paper there is an equation of the particle motion, which solution performs the trajectory of particle motion in the function of its physical properties as well as properties of liquids and parameters of separator.. Analytically the trajectory of a particle is specified for two cases of magnetic forces:

1.
$$gradH^{2} = 2(Ky + K_{0})$$

2. $gradH^{2} = -\frac{2H_{0}^{2}(r-h)^{2}}{(r-y)^{3}}$

The paper shows also an experimental trajectory of particles in two magnetic liquids of different density. Analyses have been made in order to precision of accuracy separation of two-component mixtures of coal particles.