

Kazimierz TRYBALSKI, Michał SIWIEC
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

MODEL ARMA TECHNOLOGICZNYCH PROCESÓW FLOTACJI RUDY Zn-Pb

Streszczenie. W artykule przedstawiono dyskretny model typu ARMA technologicznego procesu flotacji rudy cynkowo-olowiowej. Obiektem badań był węzeł wzbogacania flotacyjnego tej rudy w WPM „Olkusz-Pomorzany” ZGH „Bolesław”. Mierzonymi parametrami procesu, które wykorzystano w modelowaniu, były zawartości składników użytecznych i towarzyszących w nadawie oraz w otrzymywanych produktach. Dane pomiarowe pochodziły z zainstalowanego w Zakładzie systemu sond rentgenofluorescencyjnych.

ARMA MODEL FOR TECHNOLOGICAL FLOATATION PROCESSES OF Zn-Pb ORE

Summary. Discrete ARMA-type model for technological floatation process of Zn-Pb ore was described. The floatation enrichment of the ore at WPM „Olkusz-Pomorzany” at ZGH „Bolesław” was studied. Contents of useful and accompanying components in fed material as well as in obtained products were determined and then used in modelling. Data were measured by a system of X-ray fluorescent probes installed in the plant.

1. Wprowadzenie

Zdecydowaną większość procesów przerobczych można rozpatrywać jako dyskretny, gdyż jedynymi dostępnymi, charakteryzującymi je wielkościami są wartości próbek sygnałów (produktów procesu) lub też okresowo mierzone wartości parametrów. Wartości te mierzone są w dyskretnych momentach czasu odległych od siebie o okres próbkowania [2,3,4].

Ciągi dyskretnych wartości funkcji, otrzymywane w wyniku próbkowania w czasie tej funkcji, a więc zbiory obserwacji następujących w czasie, nazywane są szeregami czasowymi [2]. Modele szeregów czasowych w dziedzinie czasu są wygodną reprezentacją sygnałów deterministycznych, jak i sygnałów losowych, występujących w procesach technologicznych przeróbki surowców mineralnych [1,5,6,7,8,9,10,11].

Losowy stacjonarny ciąg czasowy można uważać za wyjście liniowego, stacjonarnego systemu dynamicznego, pobudzanego generującym zakłócenia białym szumem $e(i)$. Dynamiczny model takiego ciągu można zapisać następująco [4,11]:

$$y(i) = H(z^{-1})e(i) \quad (1)$$

gdzie: $y(i)$ - i -ta próbka ciągu wielkości wyjściowej przyporządkowana dyskretnej chwili czasu iT , gdzie T jest okresem próbkowania sygnału,

$H(z^{-1})$ - transmitancja operatorowa, dyskretna systemu dynamicznego,

z^{-1} - operator opóźnienia o jeden okres próbkowania.

Model jest modelem ARMA (Auto Regressive Moving Average), jeżeli transmitancja $H(z^{-1})$ jest wymierną funkcją operatora z^{-1} o sparametryzowanej postaci:

$$H(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2)$$

gdzie: $A(z^{-1})$ i $C(z^{-1})$ są następującymi wielomianami operatora z^{-1} :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_q z^{-q}$$

a strukturę modelu określa para (p, q) .

Model ten można opisać równaniem różnicowym:

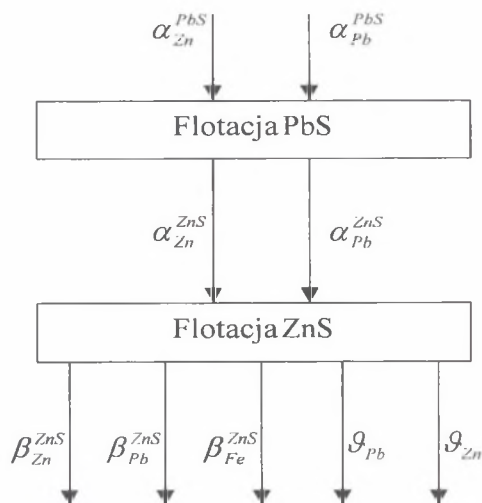
$$y(i) = -a_1 y(i-1) - \dots - a_p y(i-p) + e(i) + c_1 e(i-1) + \dots + c_q e(i-q) \quad (3)$$

Można w nim wyróżnić część autoregresyjną, czyli będącą wyrażeniem regresyjnym względem opóźnionego sygnału wyjściowego $y(i-j)$, oraz część będącą średnią ruchomą sygnału wejściowego $e(i)$ dla minionych q chwil czasu – co tłumaczy nazwę modelu.

2. Opis obiektu badań

Obiektem badań był węzeł flotacyjnego wzbogacania rudy cynkowo-olowiowej w WPM „Olkusz-Pomorzany” ZGH „Bolesław” [5]. Do węzła tego trafia ruda wstępnie wzbogacona w procesach wzbogacania grawitacyjnego w cieczach ciężkich oraz osadzarkach, a następnie odpowiednio domielona. Badany obiekt tworzą selektywne flotacje PbS i ZnS wraz z odpowiednimi flotacjami czyszczącymi. Granice, przyjętego do badań i obliczeń obiektu, wyznaczają mierzone parametry procesu. Pomiary realizowane są przez funkcjonujący w zakładzie system kontroli procesu technologicznego.

Mierzonymi parametrami były zawartości składników użytecznych (Pb, Zn) w nadawach do poszczególnych flotacji oraz zawartości tych metali w otrzymywanych produktach końcowych z węzła. Mierzona była też zawartość żelaza w koncentracie końcowym ZnS. W rozpatrywanym przypadku jako produkty końcowe uwzględniono koncentrat końcowy

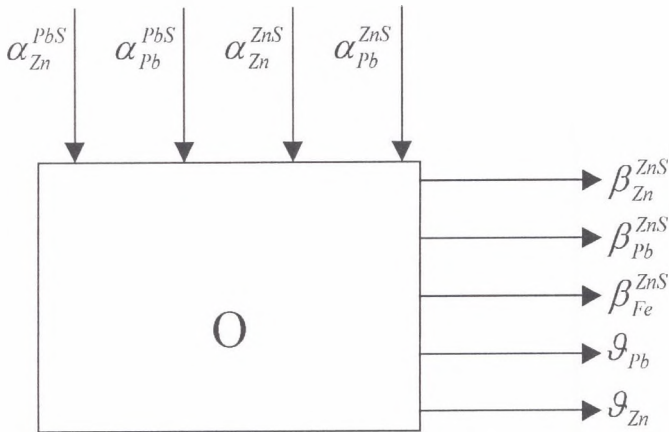


Rys. 1. Schemat blokowy badanego węzła technologicznego
 Fig. 1. Block diagram of evaluated technological systems

ZnS oraz odpady końcowe. Produktem końcowym tego węzła jest także koncentrat PbS, nie jest on jednak uwzględniony w analizie z uwagi na jego nieopomiarowanie. Schemat blokowy węzła wraz z usytuowaniem mierzonych parametrów przedstawiono na rysunku 1, natomiast w tablicy 1 podano zestawienie oraz opis tych parametrów.

Tablica 1

Lp.	Oznaczenie zmiennej	Opis zmiennej	Jednostka	Opis pomiaru	Sposób pomiaru
1	β_{Pb}^{ZnS}	Zawartość Pb w koncentracie ZnS	% Pb	15 min	CSF – 5
2	β_{Zn}^{ZnS}	Zawartość Zn w koncentracie ZnS	% Zn	15 min	CSF – 5
3	β_{Fe}^{ZnS}	Zawartość Fe w koncentracie ZnS	% Fe	15 min	CSF – 5
4	α_{Zn}^{ZnS}	Zawartość Zn w nadawie flotacji głównej ZnS	% Zn	15 min	CSF – 3
5	α_{Zn}^{PbS}	Zawartość Zn w nadawie flotacji głównej PbS	% Zn	15 min	CSF – 2
6	\mathcal{G}_{Zn}	Zawartość Zn w odpadach końcowych	% Zn	15 min	CSF – 1
7	\mathcal{G}_{Pb}	Zawartość Pb w odpadach końcowych	% Pb	15 min	CSF – 1
8	α_{Pb}^{PbS}	Zawartość Pb w nadawie flotacji głównej PbS	% Pb	15 min	CSF – 2
9	α_{Pb}^{ZnS}	Zawartość Pb w nadawie flotacji głównej ZnS	% Pb	15 min	CSF – 3



Rys.2. Schemat blokowy obiektu badań
Fig.2. Block diagram of studied object

Rysunek 2 przedstawia usytuowanie tych zmiennych, z punktu widzenia roli jaką pełnią w stosunku do obiektu. W rozpatrywanym przypadku są one zmiennymi wejściowymi – wymuszeniami (α) oraz zmiennymi wyjściowymi (β i \mathcal{G}).

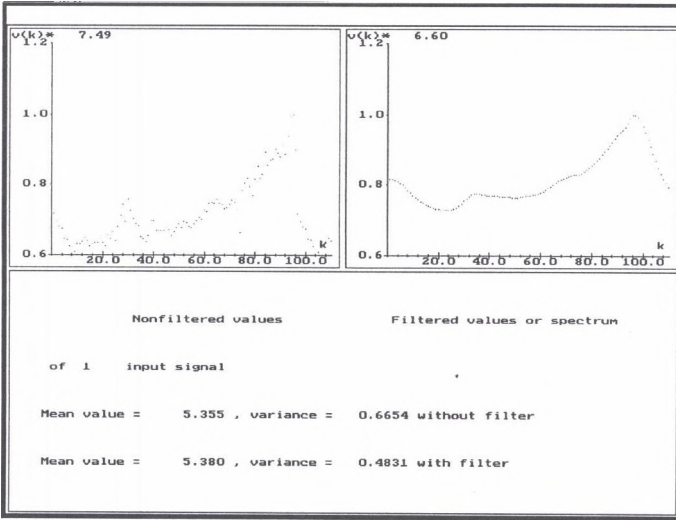
Wszystkie, wykorzystane w obliczeniach, wartości zmiennych uzyskano w takich samych warunkach pomiarowych. Pomiary te realizowane były przez system rentgeno-fluorescencyjnych sond pomiarowych CSF, mierzących zawartości metali bezpośrednio w strumieniach materiałowych. Wszystkie pomiary realizowane były w 15-minutowym cyklu pomiarowym.

3. Określenie modelu

Dla przedstawionych w tabelicy 1 zmiennych poszukiwano różnych modeli procesu według ogólnych zależności:

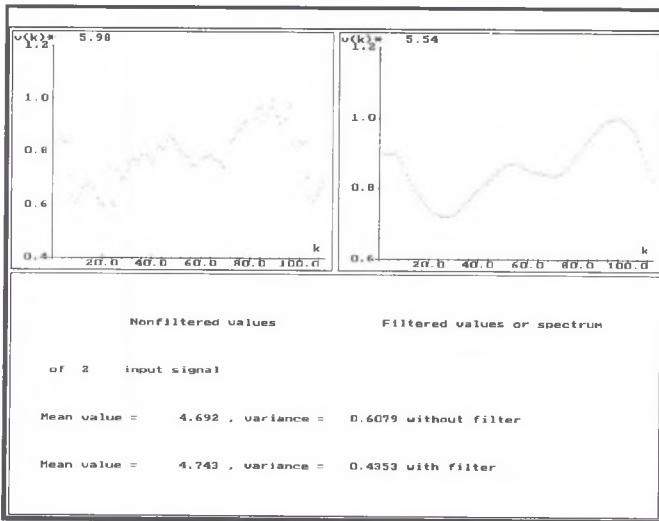
$$\begin{aligned}
 \text{A1.} \quad & \beta_{Pb}^{ZnS} = f_1(\beta_{Zn}^{ZnS}, \beta_{Fe}^{ZnS}) \\
 \text{A2.} \quad & \beta_{Zn}^{ZnS} = f_2(\beta_{Pb}^{ZnS}, \beta_{Fe}^{ZnS}) \\
 \text{A3.} \quad & \beta_{Zn}^{ZnS} = f_3(\alpha_{Zn}^{ZnS}, \alpha_{Zn}^{PbS}) \\
 \text{A4.} \quad & \mathcal{G}_{Zn} = f_4(\alpha_{Zn}^{ZnS}, \alpha_{Zn}^{PbS}) \\
 \text{A5.} \quad & \mathcal{G}_{Pb} = f_5(\alpha_{Pb}^{ZnS}, \alpha_{Pb}^{PbS})
 \end{aligned} \tag{4}$$

Do określenia tych modeli posłużyły dane przemysłowe, będące ciągami czasowymi zmierzonych wartości poszczególnych parametrów procesu. Do obliczeń przyjęto ciągi zawierające 110 kolejnych pomiarów (27,5 godziny przebiegu procesu) dla każdego z rozpatrywanych parametrów. Długość ciągu podyktowana była pojemnością wykorzystywanego programu [3].



Rys. 3. Zmienna wejściowa - α_{Zn}^{ZnS} - niefiltrowana i filtrowana przy pulsacji odcięcia 0,2

Fig. 3. Input variable - α_{Zn}^{ZnS} - filtrated and non-filtrated with cut-off frequency value 0.2



Rys. 4. Zmienna wejściowa - α_{Zn}^{PbS} - niefiltrowana i filtrowana przy pulsacji odcięcia 0,2

Fig. 4. Input variable - α_{Zn}^{PbS} - filtrated and non-filtrated with cut-off frequency value 0.2

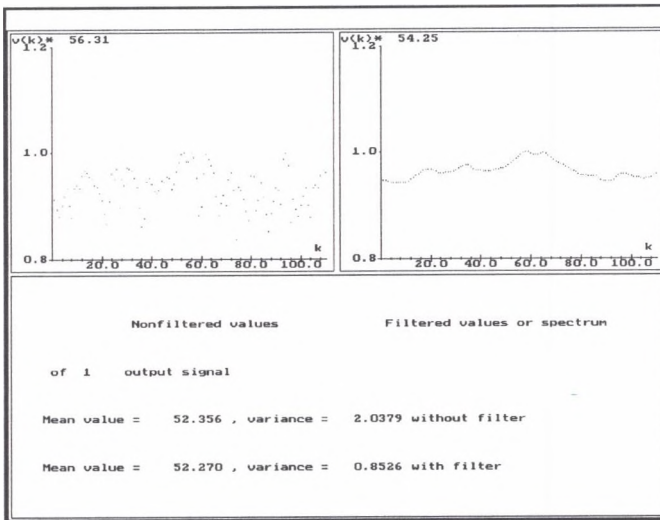
Poniżej podano procedurę poszukiwania przykładowego modelu, którym był model A3. Określa on zależność zawartości cynku w wyprodukowanym koncentracie cynku od zawartości tego metalu w nadawach na flotację ZnS i PbS.

Pierwsza część obliczeń obejmowała analizę danych. Na rysunkach 3 i 4, dla wykorzystywanego okresu pomiarowego, podano przebiegi czasowe zmiennych niezależnych (wejściowych), a na rysunku 5 przebieg czasowy zmiennej zależnej (wyjście układu). Na rysunkach, obok rzeczywistych przebiegów, podano przebiegi przefiltrowane (dla których otrzymano lepszą jakość modelu) przez filtr cyfrowy o tłumienności 40 dB/dek i wprowadzonej pulsacji odcięcia o wartości 0,2. Podana w górnej części rysunku liczba jest zaobserwowaną wartością maksymalną analizowanego przebiegu. Rzeczywista wartość parametru, odpowiadająca punktowi wykresu, jest iloczynem wartości maksymalnej i współrzędnej punktu na osi pionowej. Rysunki zawierają opisy, w których dla analizowanych parametrów przed i po filtracji podano wartości średnie i wariancje.

Poszukiwano modelu typu ARMA, w formie równania różnicowego, o następującej ogólnej postaci [3]:

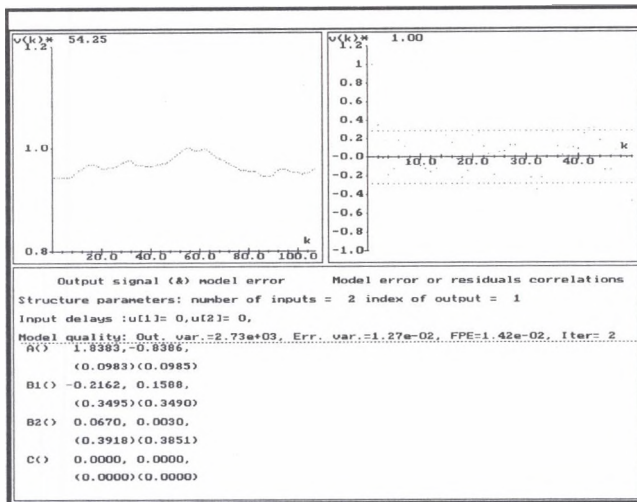
$$y(k) = \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n b_{ji} u_j(k-i-d_j) \quad (5)$$

gdzie: $y(k)$ - sygnał określający wyjście modelu,
 $u(k)$ - sygnały wejściowe,
 n - rząd modelu,
 m - liczba sygnałów wejściowych,
 d_j - wartości opóźnienia dla j -tego wejścia.



Rys. 5. Zmienna wyjściowa - β_{Zn}^{ZnS} - niefiltrowana i filtrowana przy pulsacji odcięcia 0,2

Fig. 5. Output variable - β_{Zn}^{ZnS} - filtrated and non-filtrated with cut-off frequency value 0.2



Rys. 6. Przebieg wyjścia z modelu A3 uzyskanego dla zmiennych filtrowanych przy pulsacji odcięcia 0,2
 Fig. 6. Output values of A3 model obtained for variables filtrated with cut-off frequency value 0.2

Rysunek 6 przedstawia przebiegi wyjścia według otrzymanego modelu oraz błędu modelu. W opisie rysunku podano parametry modelu oraz wartości wskaźników charakteryzujących jego postać i jakość. Otrzymany model ARMA jest modelem drugiego stopnia. Można go zapisać w następującej postaci funkcyjnej:

$$\begin{aligned} \beta_{Z_n}^{ZnS} &= 1,8383 \beta_{Z_n}^{ZnS} (k-1) - 0,8386 \beta_{Z_n}^{ZnS} (k-2) \\ &- 0,2162 \alpha_{Z_n}^{ZnS} (k-1) + 0,1588 \alpha_{Z_n}^{ZnS} (k-2) \\ &+ 0,0670 \alpha_{Z_n}^{pbS} (k-1) + 0,0030 \alpha_{Z_n}^{pbS} (k-2) \end{aligned} \quad (6)$$

Wskaźniki modelu mają wartości:

- wariancja wyjścia - $2,73 \cdot 10^3$
- wariancja błędu - $1,2 \cdot 10^{-2}$
- współczynnik FPE - $1,42 \cdot 10^{-2}$
- liczba iteracji - 2

gdzie:

- wariancja błędu (δ_e^2) dotyczy błędu $e(k)$ wyjścia modelu, określonego jako $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$, tzn. będącego różnicą sygnałów wyjściowych: rzeczywistego i obliczonego według modelu,
- współczynnik FPE jest kryterium oceny modelu o postaci:

$$FPE = \frac{N + pM}{N - pM} \cdot \delta_e^2,$$

w którym:

- N - liczba wartości sygnałów wyjścia i wejść,
- M - liczba współczynników w modelu,
- p - liczba całkowita $\in \langle 1,5 \rangle$.

Mała wartość kryterium jakości FPE oznacza lepszą jakość modelu, co można osiągnąć przez dobór właściwych wartości rzędu n modelu. Duże wartości p w kryterium dają bardziej zwarte modele. Dla wartości małych, np. $p = 1$, wzrost wartości wskaźnika w zależności od liczby współczynników M modelu jest dość wolny, co prowadzi do bardziej rozbudowanych modeli.

Otrzymany przykładowy model A3, przedstawiony równaniem (6), jest dość dokładnym opisem zależności zawartości cynku w wyprodukowanym koncentracie cynku od wartości zawartości tego metalu w nadawach flotacji ZnS i PbS. O jakości otrzymanego modelu świadczą zarówno dość małe wartości wariancji błędu, jak i kryterium jakości modelu (FPE).

Uzyskany model jest modelem drugiego rzędu, tzn. uwzględnia pomiary parametrów do chwili $k - 2$. Widać w nim wyraźną i zdecydowaną zależność autoregresyjną (AR), tzn. zależność wartości wielkości wyjściowej β_{Zn}^{ZnS} od wartości tego parametru w pomiarach poprzednich. Siła tej zależności spada dla pomiarów bardziej odległych w czasie. Wpływ wielkości wejściowej α_{Zn}^{ZnS} na wyjście modelu jest znaczny i niewiele zmniejszający się dla pomiarów wcześniejszych. Zależność ta jest oczywista, zawartość metalu w wyprodukowanym koncentracie flotacyjnym zależy przede wszystkim od jakości nadawy do flotacji, choć na siłę tej zależności ma też wpływ struktura schematu węzła tej flotacji.

Minimalny i zanikający dla pomiarów wcześniejszych jest natomiast wpływ drugiej wielkości wejściowej – zawartości cynku w nadawie do flotacji PbS – na wielkość wyjściową. Niewątpliwie decyduje o tym oddalenie punktu pomiarowego tego parametru od punktu pomiaru wielkości wyjściowej. Pomiędzy tymi punktami występuje, zawierający kilka operacji, węzeł flotacji PbS.

Struktura uzyskanego modelu oraz jego postać liczbowa pozwalają na prognozowanie, na jego podstawie, wartości β_{Zn}^{ZnS} . Natomiast model nie może być wykorzystywany do sterowania procesem flotacji. Brak w nim wielkości wejściowych sterujących, co jest konsekwencją charakteru przyjętych zmiennych i nie wynika z procedury obliczeń oraz postaci otrzymanego modelu.

4. Podsumowanie

Biorąc pod uwagę fakt, że przemysłowe dane pomiarowe, odzwierciedlające parametry technologiczne procesów przerobczych, mają najczęściej charakter danych dyskretnych, uzasadnione jest modelowanie tych procesów za pomocą modeli dyskretnych.

Przedstawiony empiryczny model ARMA procesu flotacji rud cynkowo-olowiowych potwierdza to.

Procesy technologiczne przeróbki kopalin są już często w dostatecznym stopniu opomiarowane za pomocą automatycznej aparatury kontrolno-regulacyjnej, co pozwala na podjęcie prób sterowania nimi za pomocą komputerowych systemów sterowania. Budowa tych systemów uzależniona jest od posiadania modeli matematycznych opisujących procesy. Modele typu dyskretnego są szczególnie przydatne w takich przypadkach.

LITERATURA

1. Bazin C., Hodouin D.: *Off-line and On-line Identification of Empirical Dynamical Models for a Flotation*. XVI International Mineral Processing Congress edited by E. Forsberg, Amsterdam 1988.
2. Box G.E.P., Jenkins G.M.: *Analiza szeregów czasowych*. WPN, Warszawa 1983.
3. Janiszowski K.B.: *IDCAD – system do prowadzenia identyfikacji i analizy modeli obiektów sterowania*. Maszynopis – niepublik. Warszawa 1991.
4. Niederliński A., Kasprzyk J., Figwer J.: *EDIP – Ekspert dla identyfikacji procesów*. Skrypty Uczelniane PŚI. nr 1809, Gliwice 1993.
5. Siwiec M.: *Komputerowa analiza i modelowanie procesów przeróbki kopalin*. Praca dyplomowa niepublikowana. Wydział Górniczy AGH. Kraków 1999.
6. Trybalski K.: *Analiza właściwości dynamicznych procesów i układów technologicznych przeróbki surowców mineralnych*. Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne AGH, Rozprawy i Monografie nr 83, Kraków 1999.
7. Trybalski K.: *Dyskretne modelowanie procesów przeróbki kopalin*. Kwartalnik „Górnictwo” z. 4, Kraków 1996.
8. Trybalski K., Ciepły J.: *Model ARMA Type of Copper ore Flotation*. XXI IMPC, Rome 2000.
9. Trybalski K., Ciepły J.: *Model typu ARMA flotacji rudy miedzi*. Gospodarka surowcami mineralnymi. Tom 13. Kraków 1997.
10. Yin Di, Li Songren, Hu Weibei: *Adaptive Ahead Predictive Model of Flotation Circuits*. XVII IMPC, Drezno 1991.
11. Zapala W.: *Empiryczny model dynamiki flotownika typu IZ-5*. Materiały I Międzynarodowej Konferencji Przeróbki Kopalin. Zakopane 1995.

Artykuł opracowano w ramach pracy statutowej nr 11.11.100.238

Recenzent: Prof. dr hab. Stanisław Cierpisz

Abstract

The flotation enrichment of the ore at WPM “Olkusz-Pomorzański” ZGH “Bolesław” was studied. The discrete ARMA-type model for the technological flotation process of Zn-Pb ore was described. Contents of useful and accompanying components in feed material as well as in obtained products were determined and then used in modeling. Data were measured by a system of X-ray fluorescent probes installed in the plant.

The industrial measurement data, mirroring technological parameters of the processing processes have most frequently discrete data. Therefore it is justified to use a discrete models for modeling these processes. The empirical model ARMA of the flotation process of zinc-lead ore confirms this statement.