

Stanisław KOWALIK
Politechnika Śląska, Gliwice

WYKORZYSTANIE ELEMENTÓW TEORII GIER DO WYBORU SPOIW POPIOŁOWO-CEMENTOWYCH ZE WZGLĘDU NA DOMIESZKI CHLORKÓW WYSTĘPUJĄCYCH W WODACH KOPALNIANYCH

Streszczenie. W pracy wykorzystano pewne elementy teorii gier, mianowicie zasadę dominacji, do wyboru spoiw popiołowo-cementowych. W tym celu określono strategie dominujące i zdominowane. Strategie określały wielkość popiołu lotnego i cementu portlandzkiego oraz określały zawartość chlorków w wodzie kopalnianej. W pracy podano przykłady wyboru spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na czas wiązania oraz przykłady wyboru spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na wytrzymałość na ściskanie R_c .

MAKING USE OF ELEMENTS OF GAME THEORY IN CHOOSING ASH-CEMENT BINDERS CONSIDERING ADMIXTURES OF CHLORIDES OCCURRING IN MINING WATERS

Summary. In this paper certain elements of the game theory have been used, namely the principle of domination for choosing the ash-cement binders. That is why the dominating and dominated strategies have been defined. The strategies defined the size of fly-ash and Portland cement and also defined the content of chlorides in mining water. Some examples of the choice of ash-cement binder considering the time of binding have been given and also the examples of choosing the ash-cement binder considering the endurance for compression R_c .

1. Wstęp

W naszych rozważaniach wykorzystamy wyniki badań laboratoryjnych zawartych w pracy [5]. Wprowadzamy następujące oznaczenia strategii:

a) strategię określającą wielkość popiołu lotnego i cementu portlandzkiego

α_1 – popiół 80%, cement 20%,

α_2 – popiół 65%, cement 35%,

α_3 – popiół 50%, cement 50%;

b) strategię określającą zawartość chlorków w wodzie

β_1 – brak chlorków,

β_2 – chlorek wapnia 2%,

β_3 – chlorek wapnia 4%,

β_4 – chlorek sodowy 2%,

β_5 – chlorek sodowy 4%,

β_6 – chlorek żelazowy 2%,

β_7 – chlorek żelazowy 4%,

β_8 – chlorek potasowy 2%,

β_9 – chlorek potasowy 4%.

2. Macierz gry oraz strategię dominującą i zdominowaną

W naszych rozważaniach dotyczących chlorków występujących w wodach kopalnianych wykorzystamy pewne elementy teorii gier, mianowicie zasadę dominacji. Na początku określimy macierz gry oraz zdefiniujemy strategię dominującą i zdominowaną. Wzorować się będziemy na grze dwuosobowej o sumie zerowej. Wszelkie działania nasze i przeciwnika nazywać będziemy strategiami. Strategię gracza pierwszego oznaczmy symbolami $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, natomiast strategię gracza drugiego β_1, \dots, β_n . Każdej parze strategii (α_i, β_j) przyporządkowany jest określony wynik gry w_{ij} . Wynik w_{ij} oznacza wypłatę albo wielkość wygranej gracza pierwszego w wyniku zastosowania przez gracza pierwszego strategii α_i , a przez gracza drugiego strategii β_j . Gracz drugi traci wielkość w_{ij} . Innymi słowy: przy zastosowaniu pary strategii (α_i, β_j) gracz drugi płaci graczowi pierwszemu wielkość w_{ij} . Jeśli wielkość w_{ij} jest ujemna, to gracz pierwszy płaci graczowi drugiemu. Termin gra o sumie zerowej wywodzi się stąd, że wygrana jednego gracza równa się przegranej drugiego gracza. Suma wypłat dla obydwu graczy wynosi więc zero. Taką grę możemy przedstawić w postaci macierzowej [1], [6], [7].

$$\begin{array}{c}
 \text{Gracz 2} \\
 \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_n \\
 \text{Gracz 1} \quad \begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{array} \quad \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \dots & w_{mn} \end{bmatrix}
 \end{array} \quad (1)$$

Może się okazać, że pewne strategie są lepsze od innych. Pozwalają osiągnąć większy zysk niezależnie od posunięć przeciwnika. Zapiszemy to teraz w postaci ogólnej dla macierzy o m wierszach i n kolumnach. Mówimy, że strategia α_k dominuje nad strategią α_l gracza pierwszego, gdy:

$$\forall_j w_{kj} \geq w_{lj} \quad (j=1, \dots, n). \quad (2)$$

Jeżeli zależy nam na minimalizacji wyniku gry, jak w przypadku gracza drugiego, to mówimy, że strategia β_r dominuje nad strategią β_s gracza drugiego, gdy:

$$\forall_i w_{ir} \leq w_{is} \quad (i=1, \dots, m). \quad (3)$$

Strategie dominujące zostawiamy, a strategie zdominowane eliminujemy [1], [7]. Zasada dominacji pomaga upraszczać gry eliminując z rozważań strategie, które nie będą używane.

3. Wybór spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na czas wiązania

W zależności od potrzeby stosujemy różne kryteria przy wyborze najlepszego spoiwa. Najpierw przyjmijmy jako kryterium minimalny początek wiązania (czas t_p). W naszych rozważaniach oddzielnie przeprowadzimy obliczenia dla $w/s=0.3$ i oddzielnie dla $w/s=0.4$. w/s jest to współczynnik wodno-spoiwowy – stosunek masy wody do spoiwa w stanie suchym. Na podstawie pracy [5] dla $w/s=0.3$ tworzymy następującą macierz gry

$$\begin{array}{c}
 \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \beta_5 \quad \beta_6 \quad \beta_7 \quad \beta_8 \quad \beta_9 \\
 \alpha_1 \quad \begin{bmatrix} 181 & 163 & 179 & 212 & 202 & 34 & 34 & 185 & 190 \\ 160 & 144 & 145 & 188 & 182 & 95 & 41 & 165 & 180 \\ 134 & 107 & 117 & 172 & 177 & 112 & 57 & 135 & 170 \end{bmatrix} \\
 \alpha_2 \\
 \alpha_3
 \end{array} \quad (4)$$

Wartościami tej macierzy są czasy początku wiązania wyrażone w minutach. W macierzy tej zauważamy, że

strategia β_1 dominuje nad strategiami $\beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_2 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_3 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_6 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_7 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_8 dominuje nad strategiami $\beta_4, \beta_5, \beta_9$;

strategia β_9 dominuje nad strategiami β_4, β_5 .

Najlepsza w tym przypadku okazała się strategia β_7 , która dominuje nad wszystkimi pozostałymi. Oznacza to, że woda kopalniana o zawartości 4% chlorku żelazowego powoduje, że początek wiązania następuje najszybciej i to niezależnie od składu procentowego spoiwa popiołowo-cementowego.

Macierz gry dla $w/s=0.4$ na podstawie pracy [5] jest następująca

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_8 & \beta_9 \\ \alpha_1 & \left[\begin{array}{ccccccccc} 377 & 297 & 280 & 336 & 351 & 235 & 263 & 374 & 354 \end{array} \right. \\ \alpha_2 & \left[\begin{array}{ccccccccc} 358 & 256 & 209 & 315 & 322 & 273 & 370 & 344 & 330 \end{array} \right. \\ \alpha_3 & \left[\begin{array}{ccccccccc} 344 & 194 & 144 & 282 & 290 & 315 & 203 & 300 & 320 \end{array} \right. \end{matrix} \quad (5)$$

W macierzy tej

strategia β_2 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_3 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_4 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_5 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_6 dominuje nad strategiami β_1, β_9 ;

strategia β_8 dominuje nad strategiami β_1 ;

strategia β_9 dominuje nad strategiami β_1 .

Nie ma tu jednej strategii dominującej nad pozostałymi. Z macierzy gry eliminujemy strategię zdominowaną. Zostają dwie strategię uważane za lepsze β_3 i β_7 . Otrzymujemy zredukowaną macierz gry

$$\begin{matrix} & \beta_3 & \beta_7 \\ \alpha_1 & \left[\begin{array}{cc} 280 & 263 \end{array} \right. \\ \alpha_2 & \left[\begin{array}{cc} 209 & 370 \end{array} \right. \\ \alpha_3 & \left[\begin{array}{cc} 144 & 203 \end{array} \right. \end{matrix} \quad (6)$$

W tej macierzy strategia α_3 dominuje nad strategiami α_1 i α_2 . Po wyeliminowaniu z macierzy strategii α_1 i α_2 mamy

$$\alpha_3 \left[\begin{array}{cc} \beta_3 & \beta_7 \\ 144 & 203 \end{array} \right] \quad (7)$$

Oznacza to, że biorąc pod uwagę wodę kopalnianą zawierającą 4% chlorku wapnia lub 4% chlorku żelazowego należy wybrać spoiwo o składzie: 50% popiołu i 50% cementu. Z kolei możemy teraz porównać strategie β_3 i β_7 w przypadku użycia strategii α_3 . W tym przypadku lepsza jest strategia β_3 , ponieważ początek wiązania t_p jest mniejszy ($144 < 203$).

Rozważymy teraz inne kryterium, mianowicie minimalny koniec wiązania (czas t_k). W naszych rozważaniach oddzielnie przeprowadzimy obliczenia dla $w/s=0.3$ i oddzielnie dla $w/s=0.4$. Na podstawie pracy [5] dla $w/s=0.3$ tworzymy następującą macierz gry

$$\begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{array} \begin{array}{c} \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \beta_5 \quad \beta_6 \quad \beta_7 \quad \beta_8 \quad \beta_9 \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 299 & 250 & 261 & 298 & 296 & 119 & 114 & 303 & 334 \\ 283 & 218 & 231 & 273 & 280 & 203 & 158 & 286 & 303 \\ 264 & 201 & 158 & 253 & 250 & 222 & 163 & 255 & 259 \end{array} \right] \end{array} \quad (8)$$

Wartościami tej macierzy są czasy końca wiązania wyrażone w minutach. W macierzy tej zauważamy, że

strategia β_2 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_3 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_4 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_5 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_6 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_4, \beta_5, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_7 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_8 dominuje nad strategiami β_9 .

Nie ma tu jednej strategii dominującej nad pozostałymi. Z macierzy gry eliminujemy strategie zdominowane. Zostają dwie strategie uważane za lepsze β_3 i β_7 . Otrzymujemy zredukowaną macierz gry

$$\begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{array} \begin{array}{c} \beta_3 \quad \beta_7 \\ \left[\begin{array}{cc} 261 & 114 \\ 231 & 158 \\ 158 & 163 \end{array} \right] \end{array} \quad (9)$$

Bardziej nie da się zredukować tej macierzy gry. W zależności od przyjętego procentowego udziału popiołu i cementu w spoiwie (tj. od strategii $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) lepszą strategią może być β_3 lub β_7 .

Macierz gry dla $w/s=0.4$ na podstawie pracy [5] jest następująca

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_8 & \beta_9 \\ \alpha_1 & \left[\begin{array}{cccccccccc} 495 & 387 & 373 & 467 & 489 & 417 & 500 & 448 & 473 \end{array} \right. \\ \alpha_2 & \left[\begin{array}{cccccccccc} 464 & 359 & 280 & 421 & 437 & 451 & 570 & 428 & 439 \end{array} \right. \\ \alpha_3 & \left[\begin{array}{cccccccccc} 414 & 244 & 232 & 364 & 379 & 455 & 399 & 384 & 402 \end{array} \right. \end{matrix} \quad (10)$$

W macierzy tej

strategia β_2 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_3 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9$;

strategia β_4 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_5, \beta_7, \beta_9$;

strategia β_5 dominuje nad strategiami β_1, β_7 ;

strategia β_8 dominuje nad strategiami $\beta_1, \beta_5, \beta_7, \beta_9$;

strategia β_9 dominuje nad strategiami β_1 .

Najlepsza w tym przypadku okazała się strategia β_3 , która dominuje nad wszystkimi pozostałymi. Oznacza to, że woda kopalniana o zawartości 4% chlorku wapnia powoduje, że koniec wiązania następuje najszybciej i to niezależnie od składu procentowego spoiwa popiołowo-cementowego.

Podobne rozważania można przeprowadzić stosując inne kryteria wyboru strategii najlepszej, np. minimum czasu wiązania, tj. minimum różnicy czasu końca wiązania i początku wiązania ($\min(t_k - t_p)$).

4. Wybór spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na wytrzymałość na ścislenie R_c

W pracy [5] przedstawiono wyniki badań wpływu chlorku wapnia, sodowego i żelazowego w wodach kopalnianych na wytrzymałość na ścislenie po 1, 2, 3, 7, 14 i 28 dniach. W naszych rozważaniach przyjmujemy kryterium maksymalizacji wytrzymałości po 28 dniach.

Wprowadzamy następujące oznaczenia strategii:

a) strategię określającą wielkość popiołu lotnego i cementu portlandzkiego

α_1 – popiół 80%, cement 20%,

α_2 – popiół 65%, cement 35%,

α_3 – popiół 50%, cement 50%;

b) strategie określające zawartość chlorków w wodzie

β_1 – brak chlorków,

β_2 – chlorek wapnia 2%,

β_3 – chlorek wapnia 4%,

β_4 – chlorek sodowy 2%,

β_5 – chlorek sodowy 4%,

β_6 – chlorek żelazowy 2%,

β_7 – chlorek żelazowy 4%.

Na podstawie pracy [5] dla $w/s=0.3$ tworzymy następującą macierz gry

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 \\ \alpha_1 & \left[\begin{array}{ccccccc} 32.2 & 34.2 & 36.5 & 33.3 & 29.4 & 29.6 & 11.0 \\ 42.3 & 41.4 & 45.1 & 42.2 & 38.2 & 35.1 & 20.0 \\ 50.3 & 48.1 & 52.4 & 47.2 & 44.5 & 39.3 & 22.7 \end{array} \right. & \end{matrix} \quad (11)$$

Wartościami tej macierzy są wytrzymałości na ściskanie wyrażone w megapaskalach [MPa]. W macierzy tej zauważamy, że strategia α_3 dominuje nad strategiami α_1 i α_2 oraz strategia β_3 dominuje nad pozostałymi strategiami β_j . Oznacza to, że największą wytrzymałość uzyskuje się dla składu procentowego spoiwa 50% popiołu i 50% cementu niezależnie od użytych chlorków. Także największą wytrzymałość uzyskuje się dla 4% domieszki chlorku wapnia niezależnie od składu procentowego popiołu i cementu.

Po wyeliminowaniu z rozważań strategii zdominowanych otrzymujemy, że najlepszą kombinacją jest para strategii (α_3 , β_3). Oznacza to wytrzymałość spoiwa po 28 dniach $w/s=0.3$) wynoszącą 52.4 [MPa].

Następnie na podstawie pracy [5] dla $w/s=0.4$ tworzymy następującą macierz gry

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 \\ \alpha_1 & \left[\begin{array}{ccccccc} 20.9 & 23.8 & 25.3 & 22.2 & 19.1 & 22.7 & 14.0 \\ 28.6 & 30.2 & 37.1 & 30.1 & 26.2 & 32.8 & 21.2 \\ 37.1 & 37.8 & 40.8 & 37.2 & 33.1 & 37.1 & 26.8 \end{array} \right. & \end{matrix} \quad (12)$$

W macierzy tej zauważamy, że strategia α_3 dominuje nad strategiami α_1 i α_2 oraz strategia β_3 dominuje nad pozostałymi strategiami β_j . Oznacza to, że największą wytrzymałość uzyskuje się dla składu procentowego spoiwa 50% popiołu i 50% cementu niezależnie od użytych chlorków. Także największą wytrzymałość uzyskuje się dla 4% domieszki chlorku wapnia niezależnie od składu procentowego popiołu i cementu.

Po wyeliminowaniu z rozważań strategii zdominowanych otrzymujemy, że najlepszą kombinacją jest para strategii (α_3, β_3). Oznacza to wytrzymałość spoiwa po 28 dniach (dla $w/s=0.4$) wynoszącą 40.8 [MPa].

5. Zakończenie

W pracy wykorzystano pewne elementy teorii gier, mianowicie zasadę dominacji, do wyboru spoiw popiołowo-cementowych. W tym celu określono strategie dominujące i zdominowane. Strategie określały wielkość popiołu lotnego i cementu portlandzkiego (α_i) oraz określały zawartość chlorków w wodzie kopalnianej (β_j). W pracy podano przykłady wyboru spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na czas wiązania oraz przykłady wyboru spoiwa popiołowo-cementowego ze względu na wytrzymałość na ściskanie R_c . Strategie zdominowane były kolejno eliminowane z rozważań. Na podstawie pozostałych strategii dominujących określano najlepsze spoiwo popiołowo-cementowe ze względu na przyjęte kryterium wyboru. Podawano przy tym skład procentowy popiołu i cementu oraz rodzaj i wielkość domieszki chlorku. Można tu stosować też inne kryteria, np. minimalną różnicę czasu początku i końca wiązania (czas t_k-t_p) lub maksymalną wytrzymałość po określonej liczbie dni.

W pracy [5] podano wpływ pojedynczych chlorków występujących w wodach kopalnianych na zmianę właściwości spoiw popiołowo-cementowych. Wydaje się interesujące, aby poszerzyć te badania o wpływ różnych mieszanin tych chlorków (różnych kombinacji równocześnie) na właściwości spoiw popiołowo-cementowych. Można by wtedy wykorzystując identyfikację wielowymiarową wybrać najlepsze spoiwa o innym składzie (nie tylko w proporcjach – popiół/cement 80%/ 20%, 65%/35%, 50%/50%). Także domieszki mogłyby mieć inną wielkość (nie tylko 2% i 4%).

LITERATURA

1. Kofler E.: Wstęp do teorii gier. PZWS, Warszawa 1963.
2. Kowalik S.: Wykorzystanie teorii gier do określania bezpieczeństwa. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo Nr 210, Gliwice 1993.
3. Kowalik S.: Podejmowanie decyzji w górnictwie w warunkach niepewności. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo Nr 228, Gliwice 1996.

4. Kowalik S.: Wykorzystanie teorii gier do podejmowania decyzji w górnictwie. Skrypt Politechniki Śląskiej, Górnictwo Nr 2077, Gliwice 1997.
5. Madaj M., Klimas W.: Wpływ chlorków występujących w wodach kopalnianych na zmianę właściwości spoiw popiołowo-cementowych (w świetle badań laboratoryjnych). Międzynarodowa Konferencja „IV Szkoła Geomechaniki” Gliwice-Ustroń, 18-22. 10. 1999.
6. Luce R.D., Raiffa H.: Gry i decyzje. PWE, Warszawa 1964.
7. Tyszką T.: Konflikty i strategie. WNT, Warszawa 1978.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Kazimierz Czopek

Abstract

Theme of work is: making use of elements of game theory in choosing ash-cement binders considering admixtures of chlorides occurring in mining waters. In this paper certain elements of the game theory have been used, namely the principle of domination for choosing the ash-cement binders. That is why the dominating and dominated strategies have been defined. The strategies defined the size of fly-ash and Portlan cement and also defined the content of chlorides in mining water. Some examples of the choice of ash-cement binder considering the time of binding have been given and also the examples of choosing the ash-cement binder considering the endurance for compression R_c .

For a fly-ash and Portlan cement three strategies are defined:

α_1 – ash 80%, cement 20%;

α_2 – ash 65%, cement 35%;

α_3 – ash 50%, cement 50%.

For four chlorides are nine strategies: β_1, \dots, β_9 . The content of chlorides in mining water is 2% or 4%.

Calculations executed for parameter $w/s=0.3$ and $w/s=0.4$.