2000

Kazimierz WANAT Politechnika Śląska, Gliwice

MULTIFRAKTALNY MODEL ROZKŁADU WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH

Streszczenie. Praca zawiera przedstawienie kilku empirycznych praw sejsmologii w terminologii fraktalnej. Wstrząsy sejsmiczne zostały przedstawione jako zjawisko multifraktalne. Został przedstawiony prosty model zagrożenia sejsmicznego kopalni złota Generał Brandt (RPA) reprezentowany przez multiplikatywny generator liczb losowych. Ponadto przedstawiono nową metodę dyskretyzacji przestrzeni i analizy fraktalnej.

MULTIFRACTAL MODEL OF ROCK BURSTS.

Summary. Empirical laws in seismology are interpreted from a fractal perspective, and rock bursts are viewed as a complex multifractal phenomenon. Simple model of rock bursts on General Brandt Gold Mine (SA) can be generated by a random multiplicative process. New method of space discretization and fractal analyses is presented.

1. Rozkłady fraktalne w sejsmologii

Wymiar fraktalny D jest współczynnikiem charakteryzującym dowolne zbiory czy obiekty. Jednak jego użyteczność przejawia się dopiero w przypadku zbiorów o nieregularnej, chaotycznej strukturze zwanych fraktalami. Pierwsza definicja fraktala pochodzi od Mandelbrota [1] i oznacza zbiór, którego miara Hausdorfa-Besicovitcza jest różna od wymiaru topologicznego. Ponieważ miara Hausdorfa-Besicovitcza nie jest łatwa do obliczenia, pojawiło się kilka uproszczonych sposobów oceny wymiaru fraktalnego.

Miarę podobieństwa przedstawia wyrażenie $D_{pod} = \ln(N)/\ln(d)$, gdzie N jest liczbą podobnych obiektów o charakterystycznym rozmiarze d. Miarą pojemnościową jest $D_{poi} = \ln(N)/\ln(1/d)$, przy czym N oznacza minimalną liczbę obiektów o rozmiarze d koniecznych do pokrycia badanego zbioru. Miarę informacyjną D_i wyraża się przez prawdopodobieństwo $p_i(d)$ znalezienia punktu w i-tym sześcianie o krawędzi d.

$$D_{i} = \lim_{t \to 0} \sum p_{i}(d) \ln(p_{i}(d)) / d$$
(1)

Miarę korelacyjną D_{kor} określa się przez całkę korelacyjną $C(d) \sim d^{D_{kor}-D}$, gdzie D jest wymiarem przestrzeni, natomiast

$$C(d) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \{ \text{liczba par odleglych o mniej niž } d \}$$
(2)

Wszystkie miary fraktalne można ująć w jednym wyrażeniu, opisującym tzw. wymiar uogólniony D_q

$$D_{q} = \frac{1}{q-1} \lim_{d \to 0} \frac{\ln\left(\sum_{i} \{p_{i}(d)\}^{q}\right)}{\ln(d)}$$
(3)

Dla q=0 D_q jest wymiarem pojemnościowym, natomiast dla q=1 staje się wymiarem informacyjnym, a dla q=2 wymiarem korelacyjnym. W ogólności parametr q może przyjmować dowolne wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne.

Fraktalem jest z kolei zbiór, którego liczba elementów N_d o charakterystycznym wymiarze d podlega relacji

$$N_d = \frac{C}{d^{D_q}} \tag{4}$$

przy czym C jest stałą.

Badając właściwości wstrząsów sejsmicznych bądź górniczych traktujemy je jako punkty rozłożone w trójwymiarowej przestrzeni, co prowadzi do dwu podstawowych zadań. Pierwsze z nich polega na takiej dyskretyzacji obszaru aktywnego sejsmicznie, by można było punktowy zbiór wstrząsów traktować podobnie jak zbiory ciągłe. Drugie zadanie sprowadza się do określenia statystyki wstrząsów oraz innych parametrów sejsmologicznych.

Najstarsza ze znanych relacji empirycznych [2] opisuje odstępy czasu, w których po wstrząsie głównym, mającym największą energię, następują postwstrząsy o znacznie niższych energiach, lecz bardzo groźne z uwagi na to, że występują one w tym miejscu, gdzie główny wstrząs już spowodował liczne uszkodzenia budynków, dróg i mostów. Wystarcza teraz niewielki wstrząs, aby te, pierwotnie tylko uszkodzone, obiekty uległy całkowitemu zniszczeniu. Postwstrząsy są efektem procesów relaksacyjnych, przywracających równowagę w najbliższym otoczeniu ogniska wstrząsu głównego, gdzie nastąpiły gwałtowne zmiany całej struktury górotworu. Warto tu nadmienić, że wstrząs główny zwykle jest poprzedzany serią małych wstrząsów zwanych przedwstrząsami. Wszelkie znane w fizyce procesy relaksacyjne (np. zanikanie prądu w układzie z cewką indukcyjną L, opornikiem R i kondensatorem C) podlegają prawom eksponencjalnym (prąd w układzie LRC zanika eksponencjalnie). Postwstrząsy opisywane ich liczbą N(t) w przedziale czasu t, jaki upłynął od momentu wstrząsu głównego, opisuje zaś prawo hiperboliczne

$$N(t) \propto \frac{1}{t} \tag{5}$$

Jest to typowa relacja fraktalna, w której miarą fraktalną jest D=1. Współczesne badania sejsmologiczne dowodzą, że prawo to w swej ogólnej postaci lepiej jest zapisać wzorem

$$N(t) = \frac{K}{(t+c)^p}$$
(6)

Stała K jest tu stałą proporcjonalności, natomiast parametry c i p [3] są charakterystyczne dla poszczególnych regionów sejsmicznych, przy czym, zależnie od regionu, p zmienia się od 0.9 do 1.4, natomiast c zawsze jest niewielką liczbą. Z uwagi na to, że c=0, związek ten jest relacją fraktalną przynajmniej dla dużych t.

Najpowszechniej znanym doświadczalnym prawem sejsmologii jest prawo Gutenberga-Richtera. Liczba wstrząsów N(>M) o magnitudzie większej od M (pojęcie to definiujemy w następnym punkcie: dla ustalenia uwagi możemy uważać, że magnituda jest logarytmem z czasu trwania wstrząsu) podlega relacji

$$\log(N(>M)) = a - b M \tag{7}$$

w której a i b są stałymi. Parametr b niezależnie od obszaru sejsmicznego, dla którego został on wyznaczony, zawsze jest liczbą bardzo bliską jedności. Ponieważ magnituda wstrząsu M jest proporcjonalna do jego energii E, prawo Gutenberga-Richtera często przedstawia się w formie log(N)=a-bE. Jeśli chcemy uzyskać relację fraktalną, wystarczy podnieść 10 do potęg przedstawionych lewą i prawą stroną wyrażenia (2) i (3).

Jak już było wspomniane, postwstrząsy występują w pobliżu ogniska wstrząsu głównego. Otaczają one obszar zniszczony wstrząsem zasadniczym. Wyznaczając współrzędne ognisk postwstrząsów dostajemy więc informację o rozmiarze S zniszczonego obszaru. Strefa zniszczona S [3] koreluje z magnitudą (energią) wstrząsu zgodnie z wyrażeniem

$$\log(S) = M - 3.7$$
 (8)

Po wyeliminowaniu magnitudy M ze wzorów (7) i (8) i po niewielkich przekształceniach algebraicznych dostaje się relację

$$N(>S) \propto \frac{1}{S^b} \tag{9}$$

Liczba wstrząsów N(>S), w których obszar zniszczony jest większy od S, jest odwrotnie proporcjonalna do wielkości tegoż obszaru w potędze b. Tak więc rozmiary ognisk wstrząsów podlegają rozkładowi fraktalnemu.

Jeśli zbadamy rozkłady epicentrów czy hipocentrów wstrząsów sejsmicznych [5], wówczas okaże się, że i one są rozkładami fraktalnymi. Dla wstrząsów sejsmicznych z obszaru Kalifornii ich wymiar fraktalny wynosi D=1.1, a dla wstrząsów z obszaru Japonii wymiar fraktalny rozkładu epicentrów wstrząsów wynosi D=1.3. W odniesieniu do wstrząsów wywołanych eksploatacją górniczą Domański [4] stwierdził, że dla kopalń węgla wymiar fraktalny rozkładu epicentrów wstrząsów zmienia się w granicach 1.5<D<1.75, a dla kopalń miedzi 2<D<2.3.

2. Dyskretyzacja obszaru sejsmicznego

Wartością funkcji $f(\vec{r})$ w zadanym punkcie \vec{r}_0 pewnej w-wymiarowej przestrzeni wektorów $\vec{r}^T = (r_1, r_1, ..., r_w)$ jest

$$f(\vec{r}_0) = \int f(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) d\vec{r}$$
(10)

gdzie: $\delta(...)$ oznacza deltę Diraca, a całkowanie rozciąga się na całą przestrzeń.

Ten, raczej dość skomplikowany, sposób obliczania funkcji nie ma praktycznego znaczenia poza przypadkiem, kiedy sama natura dostarcza informacji o wartościach funkcji w dyskretnych punktach pewnego obszaru, a wiedza, którą dysponujemy, jest zbyt uboga dla podania analitycznej zależności $f(\vec{r})$. Z tego rodzaju sytuacją spotykamy się badając wstrząsy sejsmiczne bądź górnicze. Pomiary sejsmologiczne pozwalają na zlokalizowanie wstrząsu $(\vec{r_0})$, umożliwiają wyznaczenie jego momentu sejsmicznego M bądź tensora momentu sejsmicznego, energii E, objętości źródła V itp. Wszystkie wskazane parametry (M, E, V) przypisujemy punktowi \vec{r} określając związki funkcyjne $M(\vec{r}), E(\vec{r}), V(\vec{r})$, ale nie potrafimy podać postaci tych relacji. Dla ustalenia empirycznych związków M, E, V i uzyskania ewentualnych korelacji z budową geologiczną czy eksploatacją górniczą musimy posłużyć się wyrażeniem (10). W pierwszym rzędzie funkcję Diraca $\delta(...)$ przedstawimy w postaci

$$\delta(\vec{x}) = \lim_{\sigma \to 0} S(\vec{x}, \sigma),$$

$$S(\vec{x}, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma}, & jesli \ \vec{x} = \vec{r}_0 + \vec{\varepsilon} & i \ \left| \vec{\varepsilon} \right| \le \sigma, \\ 0 & wprzeciwnym wypadku. \end{cases}$$
(11)



Rys. 1. Geometryczna interpretacja funkcji $S(\vec{x}, \sigma)$ Fig. 1. Geometrical interpretation of $S(\vec{x}, \sigma)$

Jak łatwo zauważyć, $S \rightarrow \infty$, gdy $\sigma \rightarrow 0$, a całka z S ma stałą wartość 1. Granica funkcji S ma więc wszystkie właściwości delty Diraca. W miejsce wzoru (10) można napisać

$$f(\vec{r}_{0}) = \lim_{\sigma \to 0} \int f(\vec{r}) S(\vec{r}, \sigma) d\vec{r},$$

$$f(\vec{r}_{0}) = \begin{cases} \lim_{\sigma \to 0} \int \frac{f(\vec{r})}{\sigma} d\vec{r}, & jesili |\vec{r} - \vec{r}_{0}| < \sigma, \\ 0, & wprzeciwnym wypadku. \end{cases}$$

$$f(\vec{r}_{0}) = \begin{cases} \tilde{f} & jesili |\vec{r} - \vec{r}_{0}| < \sigma, \\ 0, & wprzeciwnym wypadku. \end{cases}$$
(12)

gdzie symbolem \tilde{f} została oznaczona średnia z funkcji $f(\vec{r})$ w obszarze $|\vec{r} - \vec{r}_0| < \sigma$. Ostatnia z relacji (12) ma prostą, geometryczną interpretację. Przyjmijmy (rys. 2), że obszar, w którym poszukujemy empirycznej postaci f, jest sześcianem o boku jednostkowym.



Rys. 2. Metoda kodowania Fig. 2. Coda method

Wartość średnią poszukiwanej funkcji \tilde{f}_0^0 , obliczoną na całym obszarze sześcianu jednostkowego, przypisujemy środkowi kwadratu $\bar{r}_0^T = (0.5, 0.5, 0.5)$. W tym przypadku $\sigma = 0.5$ jest błędem, z jakim znamy argument $f(\bar{r})$. Następnie dzielimy sześcian początkowy na osiem równych sześcianów i obliczamy na nich średnie $\tilde{f}_0^1, \tilde{f}_1^1, ..., \tilde{f}_7^1$ przypisując je odpowiednio punktom $\bar{r}_0^{1T} = (0.25, 0.25, 0.25), \quad \bar{r}_1^{1T} = (0.75, 0.25, 0.25), ...,$ $\bar{r}_7^{1T} = (0.75, 0.75, 0.75)$. Na pierwszym kroku podziału $\sigma = 0.25$. Wskazaną konstrukcję

możemy kontynuować aż do uzyskania wymaganej precyzji przedstawienia funkcji f i dowolnie małej wartości σ.

W ogólnym przypadku przestrzeni w-wymiarowej obszar, do którego należą wszystkie wartości argumentów $f(\vec{r})$, można zamknąć, czasami po dokonaniu odpowiedniej transformacji zmiennych, w-wymiarowym hipersześcianem (rzędu 0) o krawędziach długości d_i (i = 1, ..., w). Każdą z jego osi dzielimy na k_i (i = 1, ..., w) równych części uzyskując $L_1 = k_1 k_2 ... k_w$ hipersześcianów rzędu 1 o krawędziach długości d_i / k_i (i = 1, ..., w). Wskazaną konstrukcję można przedłużać dowolnie długo. Na r-tym kroku podziału uzyskamy długości boków hipersześcianów rzędu r równe d_i / k_i^r (i = 1, ..., w), a wszystkich elementów, na jakie został podzielony hipersześcian rzędu 0, dostaniemy $L_r = L_1^r = (k_1 k_2 ... k_w)^r$. Poczynając od pewnego rzędu konstrukcji będą się pojawiać hipersześciany nie zawierające ani jednej realizacji funkcji f. Takie puste fragmenty rozkładu możemy pominąć oszczędzając pamięć komputera kosztem komplikacji zapisu struktury danych.

3. Hierarchiczny model rozkładu wstrząsów

Możemy się spodziewać, że skomplikowane oddziaływania wstrząsów da się prosto opisać w ramach hierarchicznej struktury danych. Sześcian niższego poziomu zawiera bowiem skondensowaną informację o wstrząsach należących do jego 8 części składowych. Jeśli więc istnieją jakieś korelacje w rozkładzie hipocentrów wstrząsów, to muszą one objawić się na pewnym szczeblu konstrukcji i występować na wszystkich poziomach wyższego stopnia podziału. Na każdym stopniu hierarchii (uzupełnienie a) możemy wpisać prawdopodobieństwa empiryczne wystąpienia wstrząsu wewnątrz jego ośmiu podsześcianów. Utworzą one ośmiowymiarowe wektory, a suma wszystkich ich składowych musi być równa jedności (przy braku wstrząsów w jakimś sześcianie pomijamy budowę związanej z nim gałęzi strukturalnej). Ponieważ generujące wstrząsy zjawiska fizyczne winny przebiegać tak samo na każdym ze stopni podziału, możemy się spodziewać, że po uporządkowaniu i po obliczeniu średnich wektorów prawdopodobieństw otrzyma się skondensowaną informację na temat rozkładu wstrząsów, odpowiednią dla każdego stopnia hierarchii. Badania przeprowadzone na wstrząsach z kopalni złota General Brandt (RPA 1994 r.) doprowadziły do zaskakująco prostych wyników. Okazało się, że na zerowym i pierwszym stopniu hierarchii wszystkie prawdopodobieństwa są sobie niemal równe. Konsekwencją tego faktu było przyjęcie, że dla modelu kopalni na dwu pierwszych stopniach podziału wszystkie podsześciany są obsadzone wstrząsami z prawdopodobieństwem 1/8. Na poziomach od 3 do 6 jedynie dwa podsześciany zyskują prawdopodobieństwa pojawienia się wstrząsów istotnie większe od 0. W modelu kopalni przyjęto dla tych poziomów hierarchi prawdopodobieństwa 0.5 dla dowolnych dwu sześcianów struktury i 0 dla pozostałych. Na 7 i 8 stopniu hierarchii istotnie różne od zera są jedynie prawdopodobieństwa w tylko jednym z podsześcianów. Dla modelu kopalni przyjęto, że jest do dowolnie wybrany, jeden z podsześcianów struktury. Dla tego wybranego elementu prawdopodobieństwa są zerami. Multifraktalny rozkład hipocentrów wstrząsów kopalnianych i modelowych prezentuje rys. 3. Wstrząsy modelowe zostały utworzone w drodze losowania z podanymi uprzednio prawdopodobieństwami.



Rys. 3. Multifraktalny rozkład hipocentrów wstrząsów górniczych (kopalnia złota Generał Brandt RPA)
Fig. 3. Multifractal distribution of hypocenters of rock bursts (General Brandt Gold Mine SA)

Średni wymiar fraktalny wstrząsów wyznaczony metodą najmniejszych kwadratów dla danych eksperymentalnych wynosi Ds=1.18, podczas gdy średni wymiar fraktalny uzyskany z modelu wynosi D_{sm}=1.20. Jednak obserwowana zależność jest daleka od fraktalnej. W obszarze sejsmicznym można wyróżnić trzy strefy:

Strefę źródła – rozciągającą się od 0 do nieco ponad 21 m o wymiarze fraktalnym zbliżonym do 0. Średnica kulistego źródła wstrząsów obliczona ze średniej objętości pozornej wynosi 7.2 m, co w przybliżeniu odpowiada środkowi tego przedziału. Uzyskany rezultat potwierdza wcześniejszą relację (9).

Strefę klasteru wstrząsów – o rozmiarze około 340 m i wymiarze fraktalnym D=0.75. Wstrząsy odległe od siebie na nie więcej niż 340 m mogą być wywołane tą samą przyczyną.

Strefę klasterów – rozciągającą się na odległości większe od 340 m o wymiarze fraktalnym 3. Wstrząsy odległe od siebie o więcej niż 340 m powstają na skutek różnych przyczyn.

Multifraktalny model rozkładu wstrząsów górniczych pozwala na szybkie i łatwe tworzenie niechomeogenicznych fraktali o geometrycznych własnościach realnych wstrząsów górniczych. Prostota poszczególnych fragmentów tych struktur znacznie ułatwia interpretację obserwowanych związków geometrycznych w rozkładach wstrząsów rzeczywistych. Uzyskane z modelu ilościowe przedstawienia tych relacji bardzo dobrze aproksymują rzeczywistość.

Użyta metoda kodowania hipocentrów wstrząsów daje spore oszczędności pamięci komputera umożliwiając tym samym pracę nawet na bardzo dużych zbiorach danych. Metoda kodowania w naturalny sposób prowadzi do analizy fraktalnej tworzonych zbiorów liczb całkowitych, co w porównaniu z tradycyjnie stosowanymi metodami znacznie przyspiesza i ułatwia obliczenia.

4. Uzupełnienia

4.1. Hierarchia

Każdemu fragmentowi struktury danych można jednoznacznie przyporządkować adres, będący liczbą całkowitą, co umożliwia wykonywanie niezbędnych operacji matematycznych i logicznych oraz usprawnia dostęp do danych struktury. Hipersześcian rzędu r-1 rozkładamy na L₁ hipersześcianów rzędu r dziełąc jego poszczególne krawędzie na k_i równych części. Każdemu fragmentowi podziału można więc przypisać numery od 0 do k_i-1 (i=1,2, ..., w). Ciąg cyfr $\alpha_w, \alpha_{w-1}, ..., \alpha_1$ oznaczających numery fragmentów krawędzi wybranego hipersześcianu (rys.2) reprezentuje liczbę

$$\beta_r = \alpha_w m^0 + \alpha_{w-1} m^1 + \dots + \alpha_1 m^{w-1}$$
(13)

zapisaną w układzie o podstawie m, gdzie:

$$m = \max\left\{k_1, k_2, \dots, k_w\right\} \tag{14}$$

Liczba β_r jest numerem fragmentu konstrukcji na r-tym (r=1,2,3,...) stopniu podziału; możemy ją uważać za adres wybranej części podziału na poziomie r odniesiony do znanego adresu konstrukcji na niższym poziomie r-1.

Ciąg liczb $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$, będących numerami poszczególnych fragmentów na kolejnych poziomach konstrukcji, można z kolei interpretować jak liczbę zapisaną w układzie

$$n = m^{w} \tag{15}$$

której wartość w układzie dziesiętnym wynosi

$$\gamma = \beta_1 n^0 + \beta_2 n^1 + \ldots + \beta_r n^{r-1}$$
(16)

Liczba v oznacza numer i położenie sześcianu r-tego stopnia w hipersześcianie podstawowym. Jest to globalny adres wybranego fragmentu konstrukcji opisującej hierarchiczne związki geometryczne rozpatrywanego obszaru.

Znając współrzędne $\vec{r}^T = (r_1, r_2, ..., r_w)$ dowolnego punktu można teraz przyporządkować im adres γ hipersześcianu, którego centrum będzie przybliżało \vec{r} z dowolnie ustaloną dokładnością σ . Współrzędne wszystkich punktów należących do wybranego hipersześcianu (o adresie ν) na r-tym stopniu konstrukcji różnią się od współrzędnych jego środka \vec{r}_{γ} nie więcej niż o

$$\pm \sigma = \frac{1}{2} \max\{d_i / k_i^r\} \quad (i = 1, ..., w)$$
(17)

co określa wymagany rząd podziału R, przy ustalonym systemie cyfr $\{k_1, k_2, ..., k_w\}$ determinujących sposób tworzenia konstrukcji. Długości boków hipersześcianów na r-tym etapie konstrukcji oznaczamy symbolicznym wektorem

$$\vec{d}_r^T = \left(\frac{d_1}{k_1'}, \frac{d_2}{k_2'}, \dots, \frac{d_w}{k_w'}\right) = \left(d_1^{(r)}, d_2^{(r)}, \dots, d_w^{(r)}\right), \quad r = 0, 1, 2, \dots, R.$$
(18)

Dla wszystkich składowych wektora \bar{r} poszukujemy cyfr $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_w$ takich, że

$$\alpha_{i}d_{i}^{(r)} < r_{i} \le (\alpha_{i}+1)d_{i}^{(r)},$$

$$\alpha_{i} := \alpha_{i} /_{mod} k_{i},$$

$$= 1, 2, \dots, w, \quad r = 0, 1, 2, \dots, R$$
(19)

gdzie symbolem /mod została oznaczona operacja dzielenia modulo.

i

Zgodnie z (13) można teraz obliczyć cyfrę β_r stojącą na r-tej pozycji adresu γ (16) wektora \vec{r} .

Wektor \vec{r}_{γ} różniący się od wektora \vec{r} nie więcej niż o σ (17) można obliczyć ze znanego adresu γ . W pierwszym etapie obliczeń rozkładamy liczbę γ zgodnie z (16) na czynniki $\beta_1, \beta_2, \dots \beta_R$. Następnie każdą z liczb β_r rozkładamy na czynniki $\alpha_w^{(r)}, \alpha_{w-1}^{(r)}, \dots, \alpha_1^{(r)}$. Współrzędne wektora \vec{r}_{γ} są współrzędnymi środków hipersześcianów r-tego stopnia konstrukcji i mogą być obliczone ze wzoru

$$\vec{r}_{\gamma}^{T} = \sum_{r=1}^{R} \left(\alpha_{w}^{(r)} d_{1}^{(r)}, \alpha_{w-1}^{(r)} d_{2}^{(r)}, \dots, \alpha_{w}^{(r)} d_{1}^{(r)} \right) + \frac{1}{2} \vec{d}_{R}$$
(20)

Przedstawiona reprezentacja wektorów w zastosowaniach sejsmologicznych ma szereg zalet. Przede wszystkim umożliwia ona operowanie na dużych bazach danych, gdyż znacznie obniża wymagania co do wielkości pamięci operacyjnej komputera. Na zapisanie liczby rzeczywistej komputer rezerwuje przynajmniej 2 razy więcej pamięci operacyjnej niż na liczbę całkowitą. Zapisanie współrzędnych hipocentrum wstrząsu w kodzie całkowitym daje więc 6-krotną oszczędność pamięci.

Inną, istotną zaletą prezentowanej metody jest znaczne uproszczenie wielu analiz statystycznych.

4.2. Analiza fraktalna

Wyrażony w kodzie dziesiętnym (16) adres dowolnego wektora w-wymiarowej przestrzeni ma przedstawienie

$$\gamma = \beta_1 n^0 + \beta_2 n^1 + \dots + \beta_r n^{r-1}$$
(21)

A charakterystyczna długość krawędzi hipersześcianu wynosi

$$d_i / k_i^r (i = 1, ..., w)$$
 (22)

Jeśli liczby te zależą od indeksu i osi przyjętego układu odniesienia, możemy zastąpić je wielkością

$$d_r = \left(\sum_{i=1}^{w} \left(\frac{d_i}{k_i^r}\right)^2\right)^{1/2}$$
(23)

lub innym tego rodzaju wyrażeniem, wiążącym jednoznacznie rząd podziału r z długością boków hipersześcianu.

Na r-tym stopniu podziału dysponujemy zbiorem N_r różnych adresów, a odpowiadający im wymiar charakterystyczny wynosi d_r . W wyniku zwężenia wszystkich adresów (21), na r-1 stopniu konstrukcji, dostajemy liczbę $N_{r-1} < N_r$ różnych adresów, powstałych przez pominięcie ostatniego składnika sumy (21). Odpowiada im o długość charakterystyczna d_{r-1} .

Jeśli liczby N, powiązane są z rozmiarami d, relacją

$$N_r = \frac{C}{d_r^D}, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$
 (24)

w której C jest stałą proporcjonalności, a D stałą zwaną wymiarem fraktalnym, to rozpatrywany zbiór jest fraktalem.

LITERATURA

- 1. Mandelbrot B. B.: Fractals: Form chance, and Dimension. Freeman, W. H. and Company, San Francisko 1977.
- Omori F. (1894): On Aftershocks of Earthquakes, J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo 7, 111-200.
- 3. Utsu T. (1969): Aftershoks and Earthquake Statistics (I), J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., ser. VII, 3, 129-195.
- Domański B. (1997): Comparison of Source Parameters of Seismic Events at Polish Coal and Copper Mines. Rock burst and Seismicity in Mines. ISBN 90 5410 8908, 101-107.
- 5. Kagan Y. Y., Knopoff L. (1980): Spatial Distribution of Earthquakes: The two-point Correlation Function, Geophys. J. R. Astr. Soc. 62, 697-717.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Józef Dubiński

Abstract

The spatial distribution of hypocenters and epicenters of earthquakes or rock bursts are known to be fractal and fractal dimension in several localities have been estimated. The fractal dimension is a good parameter to characterize the spatial distribution of point sets such as rock bursts hypocenters, especially the degree of clustering. There are several different methods to calculate the fractal dimension. The fractal dimensions so far obtained for spatial distributions of rock bursts differ, and it is difficult to judge whether the difference reflected the local and temporal change or was merely due different methods or a unique fractal dimension is not sufficient to characterize so complex dynamical system. In fact, rock bursts are multifractals and they are characterized by the generalized dimension or by the set of fractals dimensions. Different areas on seismic fields have different fractal dimensions.