ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 15 nr kol. 285

JULIAN MARSZAL

GEOMETRIA ZAZĘBIENIA I KINEMATYKA PRZEKŁADNI FALOWEJ (Komunikat)

1. Wstęp

Przekładnia falowa jest typem przekładni mechanicznej pracującej rzekomo na nowej zasadzie. W związku z tym pojawiło się wiele publikacji dotyczących określenia geometrii i kinematyki zazębienia tego typu przekładni.

Celem niniejszego artykułu jest podanie pewnej wspólnej zasady działania (cechy) istniejących przekładni mechanicznych. Do tej pory bowiem podawano wyłącznie opis działania mechanizmów składających się na dany typ przekładni (por. np [2],[3] oraz zajmowano się przedstawieniem różnych sposobów jej realizacji.

Na przykładzie przekładni falowej szczegółowo omówione będzie zagadnienie geometrii i kinematyki zazębienia.

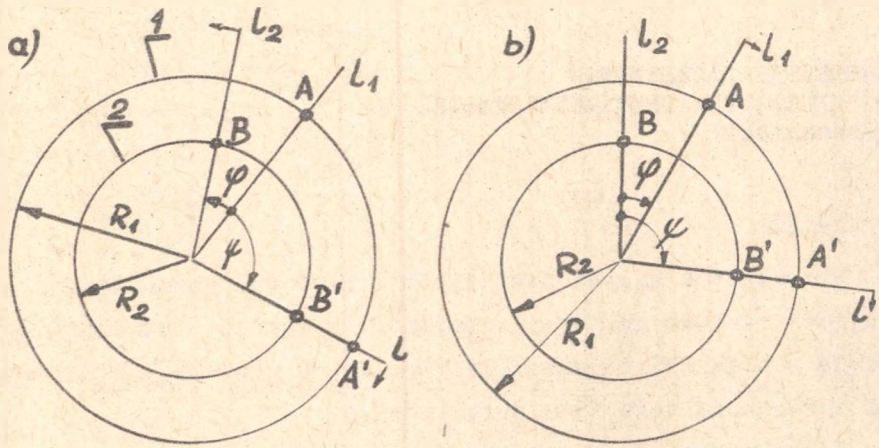
2. Zasada działania przekładni

Określenie. Przekładnią nazywać będziemy mechanizm realizujący funkcję liniową

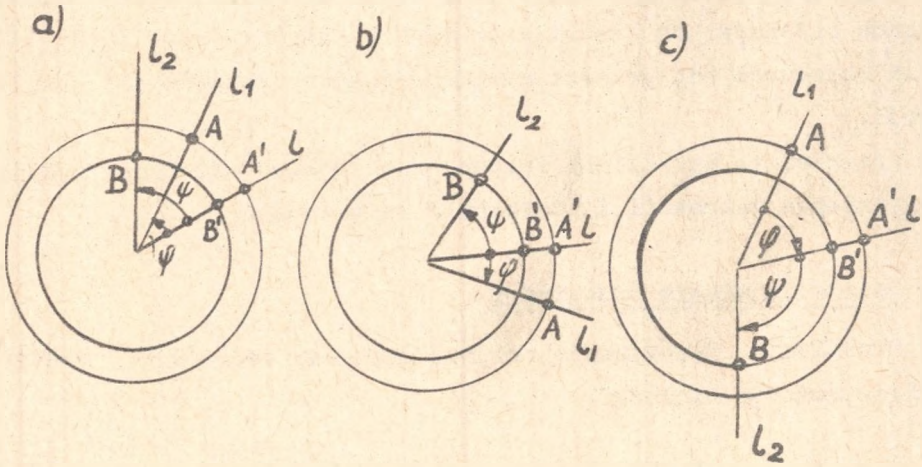
$$\psi = i \cdot \varphi, \tag{2.1}$$

gdzie "i" jest liczbą przełożenia przekładni, a φ, ψ są kątami obrotów wałków, w przypadku przekładni mechanicznej.

Wszystkie istniejące przekładnie mechaniczne mają wspólną zasadę, którą podamy posługując się następującym modelem: niech będą dane dwa okręgi np. współśrodkowe o różnych promieniach (rys. 1.2). Jeśli na obwodzie jednego z nich odmierzać będzie-



Rys. 1



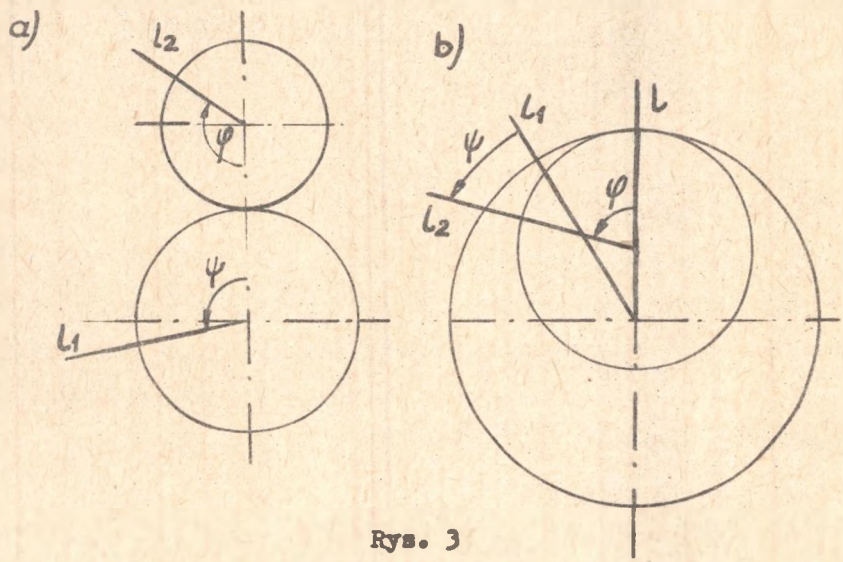
Rys. 2

my ciągle łuki drugiego, w ten sposób, by para końców A' i B' równych łuków AA', BB' okręgów (rys. 1, 2) leżała na wspólnej prostej l, to druga para końców A i B nie może leżeć na wspólnej prostej przechodzącej przez środek O, lecz na dwu różnych l_1, l_2, i wtedy możliwe są obroty wszystkich trzech prostych. Między kątami obrotów każdej pary prostych, spośród trzech wyżej wymienionych, zachodzi związek (2.1). Oznacza to, że jeśli okręgi rys. np. 1 przyjmie się za model przekładni, to jej zasadą będzie ciągłe odmierzanie obwodu jednego okręgu na obwodzie drugiego w sposób podany wyżej.

3. Realizacja modelu przekładni

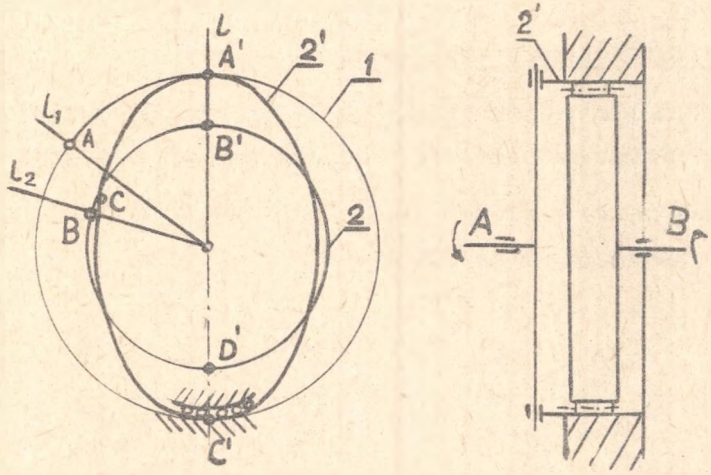
W istniejących przekładniach bezpośrednie odmierzanie łuku jednego okręgu na obwodzie drugiego okręgu uzyskuje się przez:

1) przesunięcie względem siebie okręgów 1, 2 modelu, w ich płaszczyźnie, aż do zetknięcia się (rys. 3);



Rys. 3

2) deformację okręgu (rys. 1) do zetknięcia się (niekoniecznie punktowego) z okręgiem 1 (rys. 4), z zachowaniem tego samego obwodu przed i po deformacji. Deformacja okręgu 2 na figurę 2' (rys. 4)(w zasadzie) jest ograniczona. Ograniczenia te wynikają z istnienia elastycznego pierścienia zębatego i określonego zarysu zębów. Najczęściej stosuje się deformację o środku O (rys. 4) dzięki której uzyskuje się współosiowość i symetrię obciążenia przekładni rzeczywistej.



Rys. 4

W rzeczywistej przekładni, osie normalne do płaszczyzn okręgów modelu mogą być względem siebie ustawione pod dowolnym kątem; w tym celu stosuje się powierzchnie toczne stożkowe (przekładnie stożkowe) lub klin (ślimakowe).

4. Zazębienie przekładni

W istniejących przekładniach odmierzanie (toczenie bez poślizgu) łuku okręgu 2 na okręgu 1 (rys. 1) uzyskuje się przez wykonanie na powierzchniach tocznych występów i wgłębień (zębów); zapewnia to toczenie się bez poślizgu. W wyjątkowych przypadkach efekt ten można uzyskać przez wywołanie między powierzchniami tocznymi dostatecznie dużej siły tarcia (przekładnie cierne). Jeśli zęby przekładni mają spełniać swoją rolę, to muszą być tak wykonane by w czasie toczenia się bez poślizgu - powierzchnie toczne miały ciągły kontakt.

Z podanego wyżej warunku wynika sposób określania kształtu tego rodzaju zazębienia. Kształt ten uzyskamy, stosując pewną metodę, która polega na znalezieniu obwiedni rodziny krzywych [1]. Rodzina ta jest zbiorem położeń zarysu zęba jednej powierzchni tocznej w układzie współrzędnych sztywnie związanym z płaszczyzną styczną do drugiej powierzchni tocznej.

5. Równania określające związki między zarysami zębów a kształtem elastycznego pierścienia przekładni falowej

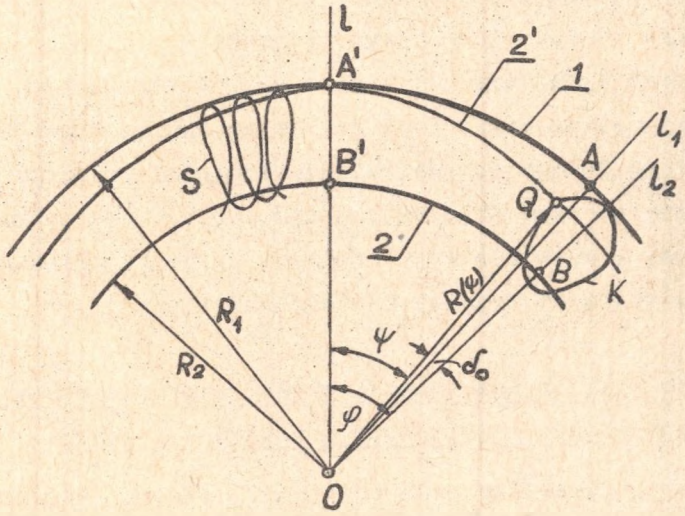
Na wstępie określimy ruch punktu Q okręgu zdeformowanego 2' (rys. 5), przy obrocie prostej 1 i 1_1, a unieruchomionej prostej 1_2. Jeśli 1_2 nie obraca się, to przy obrocie prostej 1 każdy punkt krzywej 2' porusza się po krzywej k (rys. 5). Z porównania łuków $\overset{\frown}{A'Q}$ i $\overset{\frown}{B'B}$ otrzymamy równanie określające tor "k" punktu Q

$$\begin{cases} \delta_0 = \varphi - \psi = \dfrac{1}{R_2}\displaystyle\int_0^{\psi}\sqrt{R^2(\tau) + [R'(\tau)]^2}\, d\tau - \psi \\ R = R(\psi) \end{cases} \qquad \psi \in [0, \pi] \quad (5.1)$$

W przypadku nieruchomej prostej l_1, a przy obrocie prostej l, punkt Q wędruje po krzywej S (rys. 5), której równania są następujące:

$$\delta_0 = \psi - \varphi = \psi - \frac{1}{R_1} \int_0^{\psi} \sqrt{R^2(\tau) + [R'(\tau)]^2}\, d\tau \qquad \psi \in [0, \pi] \quad (5.2)$$

$$R = R(\psi)$$



Rys. 5

Zakładając, że:

1) na powierzchni pierścienia P (rys. 6), wykonane są zęby i tak ustalone, że punkt O', zęba leży na krzywej 2';
2) oś X_1 zęba jest normalna do 2';
3) w strefie zazębienia podziałka zębów na krzywej 2' nie ulega zmianie;

4) zęby nie ulegają deformacji w czasie pracy przekładni. Posługując się pojęciem obwiedni wyprowadzono następujące równania określające związki między zarysami zębów a kształtem krzywej 2' (rys. 6):

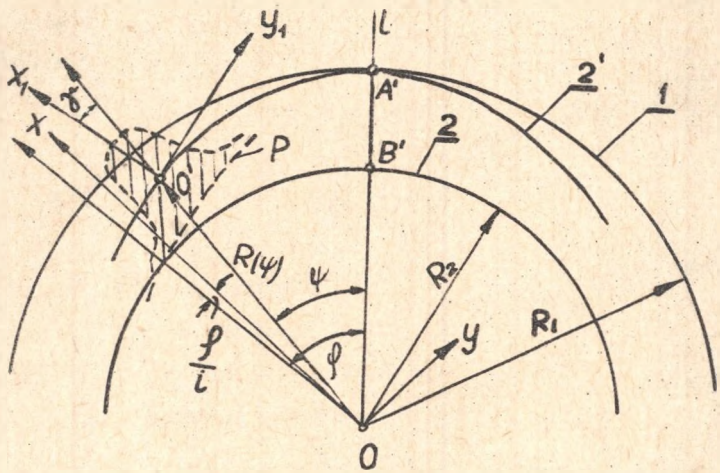
$$-x\sin\delta + y\cos\delta + R(\psi)\sin\gamma = f(x\cos\delta + y\sin\delta - R(\psi)\cos\gamma),$$

$$x(\sin\delta . f'(x_1) - \cos\delta) - y(\sin\delta + f'(x_1)\cos\delta) = \tag{5.3}$$

$$= R(\psi)\frac{\psi'}{\delta'}(-\cos\gamma + f'(x_1)\sin\gamma) - R'(\psi)\frac{\psi'}{\delta'}(\sin\gamma + f'(x_1)\cos\gamma),$$

gdzie $\gamma = \operatorname{arctg}\frac{R'(\psi)}{R(\psi)}$, $\delta = \varphi - \psi - \frac{\varphi}{i} + \gamma$, $R_2\varphi = \int_0^{\psi}\sqrt{R^2(\tau) + [R(\tau)]^2}\,d\tau$

$\psi \in [0,\pi]$ - kąt obrotu prostej 1 (rys. 6), γ - kąt - między promieniem $R(\psi)$ krzywej 2' (rys. 6), a normalną do krzywej 2', $f(x_1)$ jest równaniem zarysu zęba na pierścieniu P (rys. 6), $x_1 = x\cos\delta + y\sin\delta$.



Rys. 6

Równania (5.3) określają związek między zarysami zębów pierścienia P i 1, a kształtem krzywej 2' (rys. 6).

Równania (5.3) mogą mieć również postać

$$y = g(x)$$
$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = g'(x)\frac{\partial x}{\partial \varphi}, \tag{5.4}$$

gdzie $g(x)$ jest zarysem zęba pierścienia 1 (rys. 6), $x = R(\psi)\cos\delta_1 + x_1\cos\delta - y_1\sin\delta$, $y = R(\psi)\sin\delta_1 + x_1\sin\delta + y_1\cos\delta$, $\delta_1 = \delta - \varphi$.

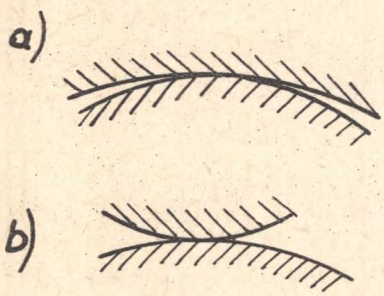
W przypadku nieruchomej prostej l_1 (rys. 6), równania określające związki geometryczne przekładni falowej, otrzymamy stawiając do równań (5.3) lub (5.4) w miejsce δ_1, δ odpowiednio $-\delta_1$, $-\delta$ oraz ψ określone wzorem $R_1\varphi = \int_0^{\psi}\sqrt{R^2(\tau)+[R'(\tau)]^2}\,d\tau$.

Jeśli zarysy zębów i $R(\psi)$ będą spełniać równania (5.3) lub (5.4), a zarysy zębów będą współpracowały ze sobą jak na rys.7 i spełnione będą warunki

$$2\pi R_2 = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{R^2(\tau)+[R'(\tau)]^2}\,d\tau,$$

$$R'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \qquad R(0) = R_1$$

to oznaczać będzie, że istnieją takie zarysy i $R(\psi)$, przy zachowaniu których zrealizowana zostanie funkcja (2.1).



Rys. 7

LITERATURA

[1] Favard J. - Cours de géométrie différentielle locale, Paris 1957.

[2] Иванов М.Н., Шувалов С.А, Артанов А.К. - Волновые зубчатые передачи, Известия учебных заведений, Машиностроение 8, 1963, 53-69.

[3] Шувалов С.А. - Графсаналитический метод анализа геометрий зацепления в волновой зубчатой передаче, Известия учебных заведений, Машиностроение 2, 1965 89-93.

ГЕОМЕТРИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И КИНЕМАТИКА ВАЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Р е з ю м е

В статье описывается некоторый сообщий принцип существующих механических передачи и возможности реализации этого принципа.

Затем опредетавляется уравнения, которые должны исполниать контуры зубев и форма упругого кольца волновой передачи, чтобы зависимости между углами поворотов в передачи была линейной.

THE GEOMETRY OF COGS AND KINEMATICS
OF THE ONDULATED TRANSMISSION

S u m m a r y

In the annoncement it was suggested a certain cammon principle of existing mecanical transmissions identifying them, at the same time the possibility of realization (the gears model) this principle. Beside this, were offered the equations, which ought to execute the outlines of the cogs and the form of the elastic ring of the ondulated transmission in order to the dependency between the angles of rolations in transmission, was of the line.