

MARIAN PALEJ

PRAKTYCZNY SPOSÓB POMIARU KĄTA DWUŚCIENNEGO

Wyznaczanie wielkości kąta dwuściennego określonego przez dwie dowolnie położone płaszczyzny jest zagadnieniem o dużym znaczeniu praktycznym. Szczególnie często występuje ono w geometrii górniczej i geologii, gdzie dla badań kłupności skał (kliważ) przeprowadza się wielokrotne pomiary kątów utworzonych przez płaszczyzny warstw geologicznych i płaszczyzny spękań (szczelin). Dotychczasowy sposób pomiaru kątów dwuściennych ma charakter złożony i polega na:

- a) wyznaczeniu kątów upadu i rozciągłości obydwu ścian kąta dwuściennego,
- b) obliczeniu wartości kąta dwuściennego w oparciu o wyniki pomiarów a) i wzory analityczne (lub tablice), bądź też konstrukcjach wykreślnych miary kąta uwzględniających wyniki pomiarów a) w metodzie Mongea, rzucie cechowanym lub stereograficznym.

W przypadku konieczności zestawienia wyników dochodzi jeszcze jeden etap związany ze sporządzaniem odnośnego wykresu lub tabeli.

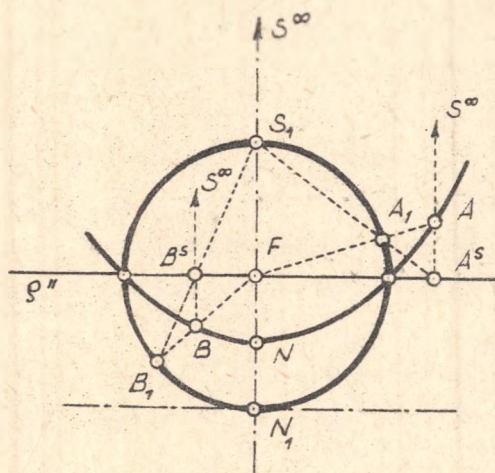
Dążąc do uproszczenia powyższych operacji autor przedstawia projekt urządzenia, które stwarza możliwość realizacji i rejestracji pomiaru kąta dwuściennego w jednym etapie. Możliwość taka oznacza skrócenie czasu pomiaru (szczególnie wydatne w przypadku rozpatrywania kilku kątów o wspólnej ścianie) i wye-

eliminowanie błędów odczytów nieuniknionych podczas przeprowadzania pomiarów w terenie.

Zasadę działania urządzenia oparto na następujących rozważaniach:

weźmy pod uwagę dowolną sferę o środku F i współosiową z nią paraboloidę obrotową, dla której środek F jest ogniskiem. Rozpatrując przekrój obydwu powierzchni dowolną płaszczyzną przynależną do ich wspólnej osi stwierdzamy, że leżą w niej zawsze takie dwie urojone proste, które przechodząc przez punkt F są jednocześnie styczne do sfery i paraboloidy (proste podwójne wspólnego pęku cyklicznego prostych sprzężonych). Wynika stąd, że istnieje urojona powierzchnia stożkowa o wierzchołku F opisana na sferze i paraboloidzie, czyli, że obydwie powierzchnie są w położeniu środkowo-perspektywnym.

Rozważmy związek kolineacji łączący obydwie powierzchnie, przyjmując przy tym, założenie, że równik sfery jest równoleż-



Rys. 1

nikiem paraboloidy (rys. 1). W związku tym punkt F jest środkiem kolineacji, a płaszczyzna równika - płaszczyzną kolineacji^{x)}; biegunom sfery odpowiadają: środek i wierzchołek paraboloidy. Oznacza to, że stereograficznemu rzutowi sfery z jednego jej bieguna odpowiada prostokątny rzut paraboloidy z jej środka.

^{x)} Zachodzi tu szczególny przypadek kolineacji środkowej - elacja, gdyż środek i płaszczyzna kolineacji są elementami przynależnymi.

Jeśli przyjmiemy, że rzutnię stanowi płaszczyzna kolineacji otrzymujemy podstawowe dla dalszych rozważań stwierdzenie: stereograficzny rzut sfery oraz prostokątny rzut paraboloidy dla określonych położań tych powierzchni są identyczne^{x)}.

Wniosek powyższy prowadzi do koncepcji dokonywania pomiaru kąta dwuściennego przez gnomoniczne odzworowanie jego ścian za pomocą paraboloidy obrotowej, tj. przez wprowadzenie przynależnych do ogniska F normalnych ścian kąta, ustalenie punktów przebicia paraboloidy przez te normalne i prostokątne rzutowanie tych punktów na płaszczyznę prostopadłą do osi paraboloidy.

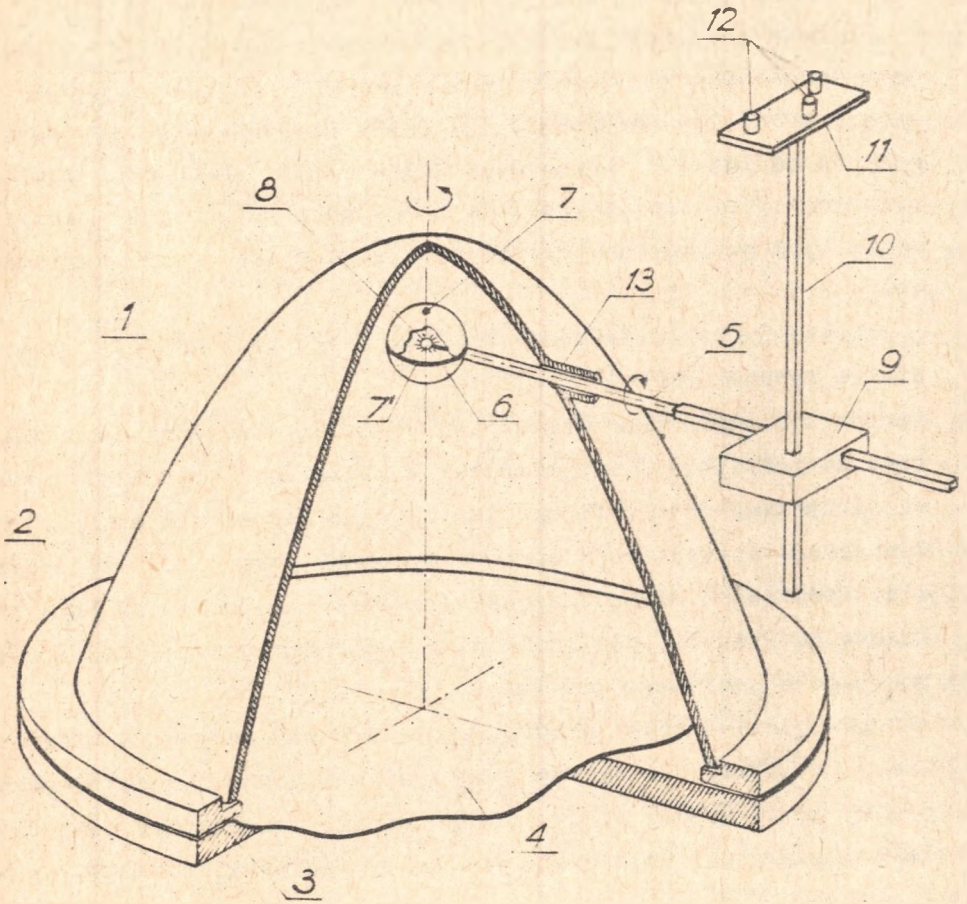
Zasadę budowy urządzenia realizującego tę koncepcję przedstawia rysunek 2.

Korpus 1 o kształcie paraboloidy obrotowej osadzony jest obrotowo na podstawie 2 zaopatrzonej w szczelinę 3, do której wsuwa się papier fotograficzny lub inny rodzaj ekranu 4.

Wewnętrzna powierzchnia korpusu wykonana jest jako zwierciadło. Podstawa 2 sprzężona jest z kompasem i poziomą (nie pokazane na rysunku) dla umożliwienia nadania przyrządowi zorientowanego i poziomego położenia.

Do wnętrza korpusu wchodzi ramię 5 z końcówką 6 w postaci sfery, w której nawiercono na przestrzał otwór 7 o osi przechodzącej przez środek sfery. Środek sfery, umieszczony jest trwale w ognisku paraboloidy. W środku tym zainstalowane jest punk-

x) Stwierdzenie powyższe prowadzi do natychmiastowego dowodu tej własności paraboloidy obrotowej (1), zgodnie z którą prostokątne rzuty stożkowych przekroju paraboloidy płaszczyznami przechodzącymi przez ognisko - na rzutnię prostopadłą do osi powierzchni przecinają się pod kątem równym mierze kąta dwuściennego utworzonego przez te płaszczyzny. Wystarczy bowiem zauważyć, że w rozpatrywanym związku kolineacji środkowej płaszczyzny przechodzące przez ognisko paraboloidy odpowiadają samym sobie.



Rys. 2

towe źródło światła np. odpowiednia żarówka 8 zasilana baterijką umieszczoną wraz z wyłącznikiem w kostce 9.

Ramię 5 połączone jest przy pomocy kostki 9 w sposób sztywny z ramieniem 10, którego końcówkę stanowi płytką 11 wraz z trzema niewspółk liniowo na niej rozmieszczonymi nóżkami 12. Końce nóżek ustalone są w takim położeniu, że wyznaczają one płaszczyznę dokładnie prostopadłą do osi otworu 7 (długość nóżek rozwiązanych np. jako odpowiednio zabezpieczone wkręty ustala się przy cechowaniu przyrządu). Odległość kostki 9 od końcówki 11 i 6 może być regulowana w miarę potrzeb.

Ramię 5 osadzone jest w korpusie 1 przy pomocy tulei 13 umożliwiającej ruch obrotowy ramienia lecz wykluczający jego ruch poosiowy (punkt świecący musi zawsze pozostawać w ognisku paraboloidy).

Pomiaru dokonuje się w ten sposób, że po spoziomowaniu i zorientowaniu podstawy przyrządu, przyrząd przysuwa się do jednej z płaszczyzn tworzących mierzony kąt dwuścienny (np. do płaszczyzny warstwy geologicznej) tak aby płytką 11 ramienia 10 trzema nóżkami 12 spoczęła na tej płaszczyźnie.

Położenie takie uzyskuje się w wyniku odpowiedniego obrotu korpusu 1 i obrotu ramienia 5. W tym momencie ós otworu 7 zajmuje położenie dokładnie prostopadłe względem płaszczyzny ściany kąta. Włączając na chwilę źródło światła 8 wewnątrz sferycznej końcówki 6 uzyskujemy promień świetlny przechodzący przez otwór 7, który po odbiciu od zwierciadlanej powierzchni korpusu 1 przebijają płaszczyznę ekranu w punkcie odwzorowującym gnomonicznie płaszczyznę kąta.

Przez powtórzenie tych samych czynności w odniesieniu do drugiej płaszczyzny otrzymujemy drugi punkt stanowiący odwzorowanie gnomoniczne drugiej ściany kąta.

Wielkość kąta odczytujemy za pomocą równikowej siatki stereograficznej przykładając ją do zarejestrowanego na ekranie

obrazu w ten sposób aby punkty odwzorowujące ściany kąta znalazły się na jednym południku.

Końcówkę 6 wykonać można w drugiej mutacji zaopatrując ją w miejsce otworu 7 o osi 1 - w wąską szczelinę 7', której płaszczyzna przechodzi przez ognisko F i jest prostopadła do osi 1. Wówczas po włączeniu prądu końcówka 6 przepuszcza nie jeden lecz nieskończenie wiele współpłaszczyznowych promieni świetlnych przynależnych do punktu F. Promienie te odbijając się od paraboloidalnej powierzchni korpusu 1 przebijają ekran 4 w punktach leżących na okręgu, który jednoznacznie określa ustawienie płaszczyzny świetlnej.

Wprowadzając dwie różne płaszczyzny świetlne otrzymujemy na ekranie dwa różne okręgi przecinające się pod kątem równym mierze kąta dwuściennego utworzonego przez te płaszczyzny (1). Ponieważ płaszczyzna szczeliny 7' jest równoległa do płaszczyzny ustalonej przez końce nóżek 12 - opisany wyżej sposób pomiaru (kolejne ustawienie płytki 11 na ścianach kąta z włączeniem źródła światła) prowadzi do uzyskania dwóch okręgów przecinających się pod kątem równym mierzonemu kątowi dwuściennemu. Wynik jest więc bezpośredni i zarejestrowany.

Warto zauważyć, że przyrząd może być stosowany również do pomiarów kątów utworzonych przez proste (zagadnienie szczególnie ważne dla prostych skośnych) lub przez proste i płaszczyzny. Wystarczy jedynie zaprojektować ramię 10 i końcówkę 11 jako elementy rozłączne. Wówczas po zdjęciu płytki 11 ramię 10 można ustawiać równoległe do tej prostej, która stanowi jedno z ramion rozpatrywanego kąta. Należy przy tym pamiętać, że w przypadku pomiaru kąta nachylenia prostej do płaszczyzny otrzymany wynik stanowi dopełnienie kąta szukanego do $\frac{\pi}{2}$.

LITERATURA

- [1] Palej M. - O pewnym przypadku wiernokątnego odwzorowania płaszczyzn - Zeszyty Naukowe Pol. Śl. - seria Matematyka-Fizyka nr 10, 1966.

ПРАКТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ

Р е з ю м е

Автор представляет проект прибора для практического измерения и регистрирования углов. Прибор работает на основании собственности стереографической проекции реализованной при помощи параболоида вращения.

A PRACTICAL METHOD OF THE ANGLES MEASURING

S u m m a r y

The author describes a project of an instrument to measure and register the angles size. The instrument works on basis of the stereographic projection realized with using of a paraboloid of revolution.