ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 15 Nr kol. 285

ALEKSANDER OPILSKI
LIDIA TARNAWSKA
Katedra Fizyki Technicznej

PRĘDKOŚĆ PROPAGACJI DŹWIĘKU W ROZTWORACH CIAŁA STAŁEGO

Streszczenie: W niniejszej pracy podano teoretyczny sposób wyznaczenia prędkości propagacji dźwięku w substytucyjnych roztworach ciała stałego w zależności od składu procentowego składników i prędkości propagacji w tych składnikach, uwzględniając stan uporządkowania roztworu i zmianę stanu drgań atomów spowodowaną wprowadzeniem atomów jednego ośrodka między atomy ośrodka drugiego.
Posłużono się przy tym analogią do roztworów cieczy.

W zależności od tego jakie miejsce w siatce krystalicznej roztworu stałego zajmują atomy ciała rozpuszczonego wyróżniamy roztwory stałe substytucyjne i roztwory stałe międzyatomowe. Rozważania nasze dotyczyć będą roztworów substytucyjnych. Prędkość propagacji w zależności od składu procentowego i prędkości składników dla tego typu stopów można rozważać w podobny sposób jak w przypadku roztworów cieczy. Zależność prędkości propagacji od składu procentowego i prędkości propagacji dla składników w przypadku cieczy była rozważana w szeregu pracach [3,4,5,6]. Wychodząc z różnych założeń autorzy tych prac otrzymali różne wzory na prędkość propagacji. I tak np. wychodząc z addytywności energii potencjalnej wzajemnego oddziaływania

cząstek można otrzymać następujące wyrażenie na prędkość dźwięku [3]:

$$C^2 = \mu \frac{M_1}{M} C_1^2 + (1-\mu) \frac{M_2}{M} C_2^2 \tag{1}$$

Przyjmując zaś słuszność addytywności adiabatycznej ściśliwości otrzymuje się wyrażenie [3,4]:

$$C^{-2} = \eta_1 \frac{\varrho}{\varrho_1} C_1^{-2} + \varrho_2 \frac{\varrho}{\varrho_2} C_2^{-2} \tag{2}$$

Dla tzw. roztworów idealnych niektórzy badacze przyjmują wprost addytywność prędkości propagacji dźwięku [3,4]:

$$C = (1-\nu)C_1 + \nu C_2 \tag{3}$$

W rozumowaniach prowadzących do wyżej przytoczonych wzorów nie uwzględnia się faktu, że jeżeli w ośrodku A zamienimy jeden atom atomem ośrodka B ulegną wówczas zmianie nie tylko siły wzajemnego oddziaływania ale również struktura wokół atomu B i stan drgań (kwadrat średniej wielkości amplitudy) atomów A będących najbliższymi sąsiadkami atomu B.

Addytywność sił wzajemnego oddziaływania jest rzadko spełniona. Ponieważ z drugiej strony nie są znane sposoby wyznaczania sił oddziaływania pomiędzy atomami A-B, gdy znane są siły oddziaływania A-A i B-B, niektórzy badacze usiłowali zaradzić temu w sposób półempiryczny. I tak Kuczera i Opilski [5,6] celem uwzględnienia wpływu oddziaływań A-B na prędkość propagacji posługiwali się prędkością roztworu ekwimolarnego. Idea tego rozumowania tkwi w tym, że roztworze ekwimolarnym przeważają oddziaływania typu A-B i wobec tego prędkość propagacji charakteryzuje wówczas tego typu oddziaływanie.

Wzór na prędkość propagacji w roztworze będzie miał wówczas postać:

$$\omega = \frac{\left[2(r_1+r_2 - 2r^*)c^2 + (4r^* - 3r_2-r_1)c + r_2\right]\omega_1\omega_2\omega^*}{2(r_1\omega_2\omega^*+r_2\omega_1\omega^*-2r^*\omega_1\omega_2)c^2+(4r^*\omega_1\omega_2-3r_2\omega_1\omega^*-r_1\omega_2\omega^*)c+r_2\omega_1\omega^*}$$

Wzory powyższe przy porównaniu z doświadczeniem sprawdzają się tylko dla niektórych roztworów. Wzory te zastosowane do stopów dają jeszcze gorszą zgodność z doświadczeniem. Jak się wydaje wynika to stąd, że w przypadku ciał stałych obecność obcych atomów wpływa w zasadniczy sposób na strukturę otoczenia atomu domieszkowego. W cieczach natomiast fakt ten nie odgrywa tak zasadniczej roli.

Celem niniejszej pracy było zbadanie wpływu zmiany oddziaływania, bliskiego porządku, a tym samym i stanu drgań atomów, gdy do ośrodka A wprowadzimy pewną ilość atomów ośrodka B. Jak wiadomo struktura ośrodka jest określona poprzez siły wzajemnego oddziaływania. Wprowadzenie atomu B powoduje utworzenie oddziaływań typu A-B, z kolei zmiana sił wzajemnego oddziaływania powoduje zmianę struktury ta zaś determinuje zmiany kwadratu średniej amplitudy drgania atomów sąsiednich.
W pierwszym przybliżeniu można przyjąć, że

$$\bar{U}^2 = C_A \bar{U}^2_A + C_B \bar{U}^2_B \tag{5}$$

gdzie:

C_A - koncentracja atomów A

$\bar{U}^2$ - kwadrat średniej amplitudy drgania atomu A.

Jak pokazują doświadczenia [1,2] z rozproszeniem promieni X wzór (5) nie daje dobrej zgodności z eksperymentem, co z wyżej

wymienionych przyczyn jest zrozumiałe. Celem uwzględnienia zmiany uporządkowania wyobraźmy sobie atom A otoczony pewną ilością atomów A i B na pierwszej sferze koordynacyjnej. Przez $k\varrho_A$ oznaczmy prawdopodobieństwo, że dla danego stężenia wokół atomu A znajduje się k atomów A, zaś $k\varrho_B$ oznacza prawdopodobieństwo, że wokół atomu A znajduje się k atomów B, wówczas można napisać:

$$\bar{U}^2_S = C_A \sum_{k=0}^{j} k\varrho_A \, k\,\bar{u}^2_A + C_B \sum_{k=0}^{j} k\varrho_B \, k\,\bar{U}^2_B \tag{6}$$

Prawdopodobieństwo ϱ można przedstawić wzorem:

$$k\varrho_A = \frac{j!}{k!(j-k)!} C_B^k (1-\alpha)^k C_A^{j-k} \left(1 + \frac{C_B}{C_A}\alpha\right)^{j-k} \tag{7a}$$

$$k\varrho_B = \frac{j!}{k!(j-k)!} C_B^k (1-\alpha)^{j-k} C_A^{j-k} \left(1 + \frac{C_A}{C_B}\alpha\right)^{k} \tag{7b}$$

przy czym

$$\alpha = \frac{k+1\,\bar{U}^2_A - k\,\bar{U}^2_A}{\bar{U}^2_A} = \frac{k+1\,\bar{U}^2_B - k\,\bar{U}^2_B}{\bar{U}^2_B} \tag{8}$$

co oznacza względną zmianę stanu drgań atomów A (lub B) jeśli atom A na pierwszej sferze koordynacyjnej zastąpimy atomem B. Można wykazać słuszność następujących wzorów:

$$\sum_{k=0}^{j} k\varrho A = \sum_{k=0}^{j} k\varrho B = 1,$$

$$\sum_{k=0}^{j} k\varrho_A k = j\, C_B\,(1-\alpha_1)$$

$$\sum_{k=0}^{j} k\varrho_B\,(j-k) = j\, C_A(1-\alpha_1) \tag{9}$$

Biorąc pod uwagę powyższe wzory można pokazać, że

$$\bar{U}_S^2 = C_A\,\bar{U}_A^2 + C_B\,\bar{U}_B^2 + j\, C_A\, C_B\,\alpha(\bar{U}_A^2 + \bar{U}_B^2) \tag{10}$$

Średni kwadrat amplitudy przy założeniu sił centralnych jest związany z prędkością propagacji zależnością:

$$\omega_1^{\,2} = 5\left(\frac{4}{3\pi^2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{kT}{a\varrho}\,\frac{1}{\pi}\,2 \tag{11}$$

Można więc pokazać, że prędkość propagacji fali akustycznej w stopach da się związać w następujący sposób z prędkościami składników:

$$\omega^{-2} = D_A C_A \omega_A^{-2} + D_B C_B \omega_B^{-2} + jC_A C_B\,\alpha(D_A\omega_A^{-2} + D_B\omega_B^{-2}) \tag{12}$$

przy czym

$$D_A = \frac{a\varrho}{a_A\varrho_A} \qquad D_B = \frac{a\varrho}{a_B\varrho_B}$$

We wzorze (12) zmiana sił oddziaływania wynikająca z zastąpienia atomów A częścią atomów B jest dana przez wsp. α_1, który do-

świadczalnie można wyznaczyć przy pomocy pomiarów rozproszenia promieni X. Wzór (12) daje więc możliwość wyznaczenia prędkością propagacji fali akustycznej w stopie na podstawie znajomości prędkości propagacji w składnikach z uwzględnieniem zmian oddziaływań przez wprowadzenie ośrodka B do ośrodka A. Łatwo oszacować na podstawie wzoru (12), że uwzględnienie zmian stanu drgań atomów wywołane obecnością atomów B powoduje zmianę prędkości propagacji rzędu kilku procent (kilkadziesiąt cm/sek).

LITERATURA

[1] Simerska M. - Czech.J.Phys. B 13 (1963) 737.

[2] Syneček V., Valvode V. - Czech.J.Phys. B 17 (1967).

[3] Kudriawcew B.B. - Akusticzeskije Żurnal, t.II Nr 1 (1956).

[4] Kudriawcew B.B. - Akusticzeskije Żurnal, t.II Nr 2 (1956).

[5] Kuczera F., Opilski A. -

[6] Kuczera F., Opilski A. - Primienienije utltraakustiki k issliedowaniju wieszczestwa, Moskwa, XII, 99 (1960).

СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В РАСТВОРАХ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Р е з ю м е

В работе представлено теоретический метод вычисления скорости распространения звука в субституционных растворах твердого тела в зависимости от концентрации компонентов и от скорости звука в этих компонентах.

Вычисления принимают во внимание состояние упорядочения атомов растворов твердого тела и изменения состояния колебающих атомов при строительстве растворов.

Сделано аналогию к растворам жидкостей.

SOUND PROPAGATION VELOCITY IN SOLID BODY SOLUTIONS

S u m m a r y

The paper represents a theoretical method for the calculation of the propagation velocity of sound in the substitutional alloys, in dependence on the concentration the pure components and propagation velocity in this components. The calculations were performed respective the ordered state of atoms and the change in the vibrational state of atoms on solid solution formation, to use the analogy with the liquid solution.