ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 15 Nr kol. 285

ANDRZEJ SYCZ
Katedra Fizyki Technicznej
Politechniki Śląskiej

NATĘŻENIE POLA ELEKTRYCZNEGO PRZY ANODZIE JAKO FUNKCJA ODLEGŁOŚCI MIĘDZYELEKTRODOWEJ W OBSZARZE UTRUDNIONEGO WYŁADOWANIA JARZENIOWEGO

Streszczenie. Na podstawie rozważań teoretycznych podana jest zależność natężenia pola elektrycznego przy anodzie w lampie z zimną katodą i wyładowaniem jarzeniowym, utrudnionym przez zmniejszenie wzajemnej odległości elektrod. Zależność ta jest następnie wykorzystana do obliczenia siły elektrostatycznej jaka działa na ruchomą anodę w mechanicznie sterowanej lampie jonizacyjnej.

1. Wstęp

Interesuje nas mechaniczno-elektryczny przemiennik o zimnej katodzie i ruchomej anodzie, w którym odbywa się podłużne sterowanie utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym.

Termin "utrudnione wyładowanie" użyty został po raz pierwszy przez Seeligera dla określenia wyładowania przebiegającego pomiędzy elektrodami, znajdującymi się w odległości zbyt małej dla rozwinięcia się normalnej postaci wyładowania jarzeniowego.

Pierwsze podstawowe badania wyładowań zachodzących w warunkach utrudnionych przez odpowiednie zmniejszenie odległości anody od katody przeprowadzali A. Guntherschulze [1], [2] oraz W. Weizel i H. Fischer [3]. Badali oni między innymi zależność wielkości anomalnego spadku katodowego od wzajemnej odległości

elektrod przy różnych wartościach prądu wyładowania i ciśnienia gazu w lampie. Badania prowadzono dla gazów: H_2, N_2, O_2, He, Ne, Ar.

Jeżeli do płaskiej powierzchni katody przybliżamy równoległą płaską powierzchnię anody, utrzymując stałe natężenie prądu wyładowania, to spadek napięcia na lampie początkowo nieznacznie maleje a po przekroczeniu pewnej odległości elektrod zaczyna gwałtownie wzrastać. Najmniejsza wartość spadku napięcia odpowiada zbliżeniu anody do granicy zorzy ujemnej i ciemni Crookesa. Szybki wzrost wartości spadku napięcia na lampie zaczyna się z chwilą wejścia ruchomej anody lampy w strefę zorzy ujemnej. Jest on spowodowany tym, że mechaniczne ograniczenie obszaru zorzy ujemnej pociąga za sobą zmniejszenie się liczby jonizacji przypadających na jeden elektron wylatujący z zimnej katody. Utrzymanie stałego prądu wymaga więc podwyższenia napięcia i zwiększenia tą drogą współczynnika emisji wtórnej elektronów wywołanej jonami dodatnimi oraz prawdopodobieństwa jonizacji atomów przez elektrony na ich drodze od katody do anody.

Wykorzystanie tego zjawiska w mechanicznie sterowanej lampie pozwala osiągnąć bardzo dużą stromość jej charakterystyki napięciowej. Na tej zasadzie opracowano szereg mechanotronów o różnych zastosowaniach. W opisach spotykanych w literaturze podkreśla się ich wysoką czułość i zalety eksploatacyjne, niemniej jednak większość dotychczasowych opracowań ma charakter doświadczalny. Z olbrzymiej liczby wszelkiego rodzaju mechanotronów do tej pory jedynie kilka typów doczekało się masowej fabrycznej produkcji [4], [5], [6], są to mechanicznie sterowane lampy elektronowe z żarzoną katodą oraz lampy jonowe z wyładowaniem wysokiej częstości.

W Katedrze Fizyki Politechniki Śląskiej zostały opracowane przez autora niniejszej pracy prototypy mechanotronów jonizacyjnych przeznaczonych do pracy jako przemienniki drgań mechanicznych [7],[8].

Za podstawę do określania własności mechanotronu przyjmowana jest powszechnie jego statyczna charakterystyka napięciowa, którą wyznacza się doświadczalnie. Wyraża ona zależność spadku napięcia na lampie od odległości elektrod (często od tzw. zredukowanej odległości elektrod, tzn. iloczynu odległości elektrod i ciśnienia gazu w lampie) przy stałym prądzie wyładowania. Taka charakterystyka jest najbardziej uniwersalna gdyż nie zależy od parametrów konkretnego obwodu.

Z rozważań przytoczonych w dalszej części tej pracy wynika, że dla pewnych celów korzystniejsze jest wyznaczenie dynamicznej charakterystyki[x)] prądowej mechanotronu, wyrażającej zależność prądu wyładowania od położenia ruchomej anody przy danej sile elektromotorycznej źródła prądu i danym oporze zewnętrznym włączonym w szereg z lampą. Autor wykazuje, że wyznaczona doświadczalnie dynamiczna charakterystyka prądowa może stanowić podstawę do teoretycznej analizy sił elektrostatycznych działających na anodę w mechanicznie sterowanej lampie z utrudnionym wyładowaniem. Analizy takiej nie da się przeprowadzić w oparciu o statyczną charakterystykę napięciową, gdyż przyjęcie stałej wartości prądu jest jednoznaczne z wykluczeniem większych zmian natężenia pola elektrycznego przy anodzie w czasie jej ruchu.

---

x) Używając nazwy charakterystyka dynamiczna należy pamiętać, że w przypadku lamp jonowych terminu tego używa się również w innym znaczeniu dla określenia charakterystyk opisujących szybko zmienne przebiegi, przy których musi być uwzględniana bezwładność prądu w gazie.

Gonczarski podając uproszczoną teorię pracy mechanotronu z podłużnie sterowanym utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym [9], przyjmuje jako jedno z założeń, że zmiana odległości pomiędzy elektrodami mechanotronu odbija się jedynie na natężeniu pola elektrycznego w pobliżu katody, a natężenie pola elektrycznego w obszarze zorzy ujemnej, w którym znajduje się anoda, zmienia się stosunkowo mało. W warunkach utrudnionego wyładowania założenie takie jest dopuszczalne tylko w czysto teoretycznym przypadku stałego prądu. W rzeczywistości jednak nawet przy dużych oporach zewnętrznych zmiany natężenia prądu występujące w czasie pracy bywają rzędu kilkudziesięciu procent wartości średniej. Ze zmianami prądu wyładowania łączy się zmiana gęstości dodatniego naboju przestrzennego, wypełniającego przestrzeń między elektrodami, a to z kolei wywołuje zmianę natężenia pola elektrycznego zarówno przy katodzie jak i przy anodzie.

Tak więc tylko charakterystyka prądowa mechanotronu z utrudnionym wyładowaniem może nam dać wgląd w zagadnienie zmian natężenia pola elektrycznego przy anodzie i sił elektrostatycznych działających na anodę.

Siły te nie są wielkie lecz w przypadku małej masy anody i małej sztywności zawieszenia mogą one w istotny sposób wpłynąć na ruch anody a w szczególności na częstość jej drgań własnych.

2. Natężenie pola przy anodzie i siła elektrostatyczna działająca na anodę

Dążąc do znalezienia związku zachodzącego pomiędzy siłą elektrostatyczną jaka działa na anodę w lampie z utrudnionym wyładowaniem, a wychyleniem anody, rozpatrzmy najpierw jak zmie-

nia się natężenie pola elektrycznego E_A w pobliżu anody w zależności od prądu wyładowania.

Na wstępie robimy następujące założenia:

- Katoda przedstawia idealnie gładką płaszczyznę równoległą do płaszczyzny anody.
- Powierzchnie ekwipotencjalne są płaszczyznami równoległymi do płaszczyzny katody, czyli wyładowanie zajmuje na płaszczyznie anody pole s równe polu katody.
- Wychylenia anody wywołujące zmiany prądu odbywają się w obszarze, w którym wyładowanie jest na tyle utrudnione, że opór lampy pozostaje stale większy od oporu zewnętrznego, włączonego w szereg z lampą.

Ponieważ prawie cała przestrzeń między elektrodami zajęta jest przez ciemnię Crookesa, możemy również założyć, że przestrzeń tę wypełnia równomiernie przestrzenny nabój dodatni o gęstości ϱ^+, zależnej jedynie od prądu wyładowania, a niezależnej od punktu między elektrodami.

W takim razie, pomijając ujemny nabój przestrzenny, możemy napisać na podstawie równania Poissona:

$$\frac{\partial E\,(i,\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\,\varrho^+(i) \tag{1}$$

gdzie zmienna λ wyraża odległość od anody, zaś ε_0 oznacza stałą dielektryczną próżni.

Wobec założenia stałości ϱ^+ względem λ, z powyższego równania wynika liniowa zależność E od λ, czyli:

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} = \frac{E_K - E_A}{a} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\,\varrho^+(i) \tag{2}$$

gdzie a oznacza wzajemną odległość anody i katody, zaś E_K i E_A - wartości natężenia pola elektrycznego przy katodzie i anodzie.

Odległość elektrod a możemy tu przyjąć za stałą, gdyż przesunięcia anody wywołujące zmiany prądu są bardzo małe w porównaniu z wartością a.

Z równania ciągłości wynika zależność:

$$\varrho^+(i) = \frac{j_K^+}{\mu E_K} \tag{3}$$

gdzie:

j_K^+ - gęstość prądu ładunków dodatnich,

μ - ruchliwość jonów dodatnich.

Całkowity prąd przenoszony jest zarówno przez jony dodatnie jak i przez elektrony, zatem:

$$j = j^+(\lambda) + j^-(\lambda).$$

Zakładając, że elektrony wylatują z zimnej katody jedynie wskutek emisji wtórnej, wywołanej bombardowaniem katody jonami dodatnimi, otrzymamy następujący związek zachodzący pomiędzy wartościami j_K^+ i j_K^- przy powierzchni katody:

$$j_K^- = \gamma j_K^+$$

gdzie γ jest współczynnikiem emisji wtórnej wywołanej bombardowaniem katody jonami dodatnimi, stąd:

$$j_K^+ = j \frac{1}{1+\gamma} \tag{4}$$

Na podstawie wzorów (2), (3) i (4) możemy napisać:

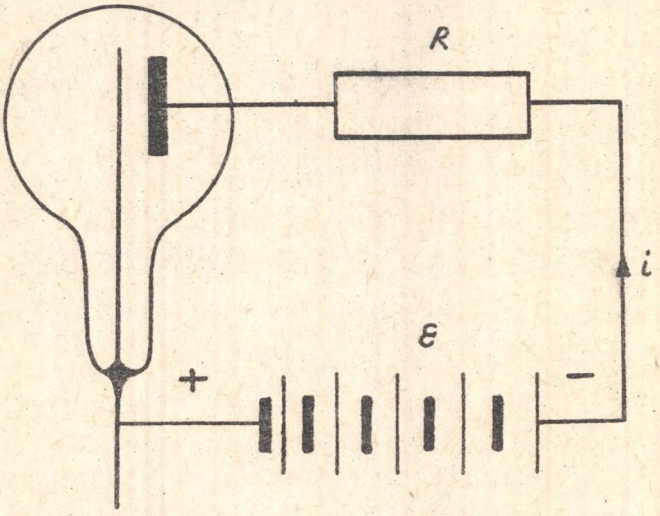
$$E_K (E_K - E_A) = \frac{a4\pi j}{\mu \varepsilon_o} \frac{1}{1+\gamma}$$

kładąc $\frac{E_K + E_A}{2} = E_{śr}$ dostaniemy:

$$E_A^2 - 3 E_{śr} E_A + 2 E_{śr}^2 = \frac{a\, 2\pi j}{\mu \varepsilon_o (1+\gamma)}$$

Rozwiązując to równanie i biorąc pod uwagę, że $E_A < E_{śr}$ dostaniemy:

$$E_A = \frac{3}{2} E_{śr} - \sqrt{\frac{1}{4} E_{śr}^2 + \frac{2\pi a j}{\mu \varepsilon_o (1+\gamma)}} \tag{5}$$



Rys. 1. Obwód elektryczny pojedynczego mechanotronu

Jeżeli lampa pracuje w obwodzie pokazanym na rysunku 1 to średnie natężenie pola elektrycznego wyrazi się wzorem:

$$E_{śr} = \frac{\mathcal{E} - i\,R}{a}$$

gdzie $\mathcal{E}$ oznacza siłę elektromotoryczną źródła prądu, zaś R - opór włączony w szereg z lampą.

Uwzględniając powyższe oraz kładąc $j = \frac{i}{s}$, dostaniemy na podstawie (5):

$$E_A = \frac{3}{2}\,\frac{(\mathcal{E} - i\,R)}{a} -$$

$$- \sqrt{\frac{R^2}{4a^2}\,i^2 + \left(\frac{2\pi a}{s\mu\varepsilon_o(1+\gamma)} - \frac{\mathcal{E}R}{2a^2}\right) i + \frac{\mathcal{E}^2}{4a^2}} \qquad (6)$$

Otrzymaliśmy więc szukaną zależność natężenia pola elektrycznego przy anodzie E_A od natężenia prądu i dla utrudnionego wyładowania jarzeniowego.

Zależność E_A od wychylenia anody x otrzymamy łatwo znając dla danego mechanotronu charakterystykę $i = f(x)$, wyznaczoną przy danych wartościach $\mathcal{E}$, R.

Siła elektrostatyczna, działająca na jednostkę powierzchni anody równa się gęstości energii pola elektrycznego przy anodzie czyli:

$$F_A = \frac{E_A^2\, s}{8\pi} \qquad (7)$$

3. Przypadek liniowej zależności siły elektrostatycznej od wychylenia anody w podwójnym mechanotronie z utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym

Posługując się wzorami (6) i (7) otrzymamy wyrażenie na siłę F_A, prowadzące w dalszej konsekwencji do nieliniowego rów-

nania ruchu anody mechanotronu. Można jednak przez odpowiedni dobór parametrów lampy i jej zewnętrznego obwodu znacznie uprościć równanie (6).

Załóżmy mianowicie, że dla pewnej wartości $R = R_o$ przy danych wartościach a, $\mathcal{E}$, s, μ, γ, występujących w równaniu (6) zachodzi równość:

$$\frac{2\pi a}{s\mu\varepsilon_o(1+\gamma)} - \frac{\mathcal{E}R_o}{2a^2} = \frac{\mathcal{E}R_o}{2a^2} \tag{8}$$

Wówczas równanie (6) przyjmie postać:

$$E_A = \frac{\mathcal{E}}{a} - \frac{2R_o}{a} i \tag{9}$$

gdzie R_o określone jest równością (8) czyli:

$$R_o = \frac{2\pi a^3}{s\mu\varepsilon_o \mathcal{E}(1+\gamma)} \tag{10}$$

Dla dobranego w ten sposób oporu R_o otrzymujemy liniową zależność E_A od i, wyrażoną wzorem (9). Jeżeli dla przykładu podstawimy następujące wartości liczbowe: $a = 0{,}35$ cm, $s=0{,}14$ cm^2 $\varepsilon_o = 1$, $\mathcal{E} = 0{,}84$ jedn. CGSE, $\mu = 0{,}75 \cdot 10^7$ jedn. CGSE (odpowiada to lampie wypełnionej neonem o ciśnieniu $p = 0{,}2$ mm Hg), $\gamma = 0{,}1$ to otrzymamy $R_o = 0{,}277 \cdot 10^{-6}$ jedn. CGSE (0,25 MΩ).

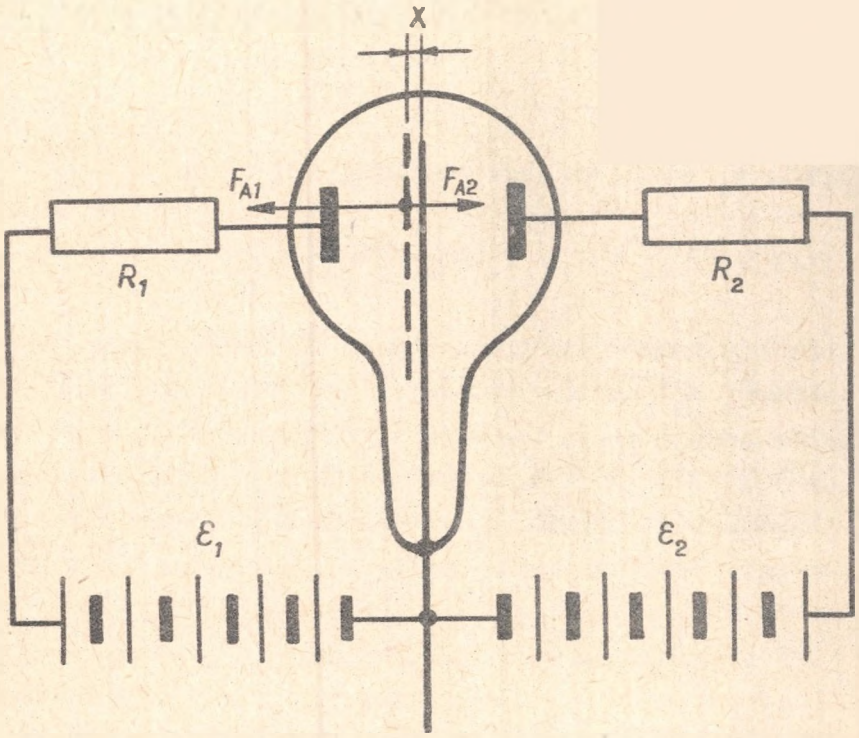
W przybliżeniu wzór (9) spełniony jest również dla innych oporów, których wartości zawierają się w pewnym przedziale stanowiącym otoczenie R_o. Wielkość tego przedziału zależy od zakresu używanych wartości natężenia prądu.

Możemy obecnie obliczyć siłę F_A, działającą na anodę w pojedynczym mechanotronie. Na podstawie wzorów (7) i (9) dostaniemy:

$$F_A = \frac{R_o^2 s}{2\pi a^2} i^2 - \frac{\varepsilon R_o s}{2\pi a^2} i + \frac{\varepsilon^2 s}{8\pi a^2} \tag{11}$$

W podwójnym mechanotronie, którego schemat pokazano na rys. 2 na ruchomą anodę działa wypadkowa siła elektrostatyczna $F_{A,wyp}$ równa różnicy dwóch sił określonych przez pola elektryczne panujące po obu stronach anody czyli:

$$F_{A\ wyp.} = F_{A2} - F_{A1}$$



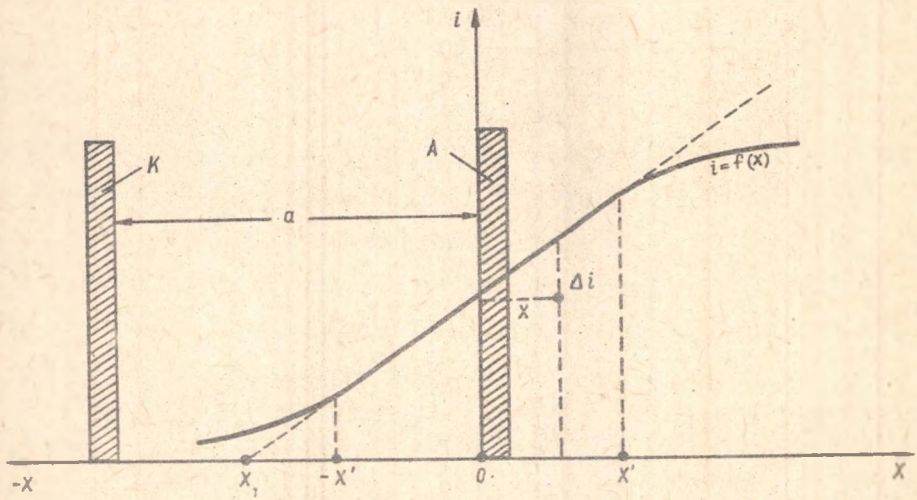
Rys. 2. Schemat podwójnego mechanotronu

Załóżmy idealną symetrię mechanotronu czyli identyczność budowy obu jego połówek oraz identyczność ich charakterystyk. Za-

łóżmy również $R_1 = R_2 = R_o$, $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$ w takim razie:

$$F_{A\ wyp.} = F_A(i_2) - F_A(i_1) \tag{12}$$

W położeniu środkowym anody natężenia prądów i_1, i_2, płynących w obu połówkach mechanotronu są sobie równe i posiadają wartość i_o. Siła wypadkowa równa jest wtedy zeru. Aby napisać wyrażenie na wypadkową siłę elektrostatyczną działającą na anodę w jej dowolnym położeniu, oddalonym o odcinek x od środka należy znać dynamiczną charakterystykę prądową obu połówek mechanotronu przy danych wartościach $\mathcal{E}$, R.



Rys. 3. Charakterystyka prądowa mechanotronu.

Zakładamy, że charakterystyka ta (identyczna dla obu połówek) posiada w pewnym przedziale $(-x', x')$ przebieg prostoliniowy jak to pokazuje rys. 3.

Ograniczając nasze rozważania do przypadku, gdy wychylenia anody zawierają się wewnątrz tego przedziału, możemy w równości (12) położyć: $i_1 = i_o + \Delta i$, $i_2 = i_o - \Delta i$, gdzie Δi jest przyrostem prądu po jednej stronie mechanotronu wywołanym przesunięciem anody o pewien odcinek x.

Otrzymujemy wówczas:

$$F_{A\ wyp.} = F_A(i_o - \Delta i) - F_A(i_o + \Delta i) = \frac{R_o^2 s}{2\pi a^2}(i_o - \Delta i)^2 -$$

$$- \frac{\mathcal{E} R_o s}{2\pi a^2}(i_o - \Delta i) + \frac{\mathcal{E}^2 s}{8\pi a^2} - \frac{R_o^2 s}{2\pi a^2}(i_o + \Delta i)^2 + \frac{\mathcal{E} R_o s}{2\pi a^2}(i_o + \Delta i) -$$

$$- \frac{\mathcal{E}^2 s}{8\pi a^2} = \frac{R_o s(\mathcal{E} - 2 R_o i_o)}{\pi a^2}\Delta i$$

Z liniowej zależności i od x wynika:

$$i = \frac{i_o}{x_1} x$$

Zatem:

$$F_{A\ wyp.}(x) = G \cdot x$$

gdzie:

$$G = \frac{i_o}{x_1} \frac{R_o s(\mathcal{E} - 2R_o i_o)}{\pi a^2}$$

Biorąc pod uwagę, że $\mathcal{E} = U_o + i_o R_o$ oraz uwzględniając zrobione na wstępie założenie:

$$\frac{U_o}{i_o} > R_o$$

stwierdzamy, że $G > 0$.

Tak więc, w podwójnym symetrycznym mechanotronie przy odpowiednio dobranym obwodzie zewnętrznym, wypadkowa siła elektrostatyczna, działająca na jego ruchomą anodę, jest wprost proporcjonalna do wychylenia anody z położenia środkowego i ma kierunek zgodny z tym wychyleniem.

LITERATURA

[1] Güntherschulze A. - Z. Phys. 59, 433 (1930).

[2] Güntherschulze A. - Z. Phys. 61, 1, (1930).

[3] Weizel W., Fischer H. - Annalen der Physik, 24, 3, (1935).

[4] Ainsworth M. - Journ. of Scien. Instr., 31, 12, (1954).

[5] Kretzmann R. - Funktechnik, 1951, 8.

[6] Broad Applications for New Transducer, Tele-tech. Electr. Ind. 1954, s. 67, 160, 162.

[7] Sycz A. - Pomiary, Automatyka, Kontrola, 8, 9, (1962).

[8] Sycz A. - Acta Geophys. 11, 1-2, (1963).

[9] Gonczarskij Ł.A. - Mechaniczeski uprawlajemye elektronnyje łampy, Gostiechizdat, Moskwa 1960.

ЗАВИСИМОСТЬ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ
У АНОДА ОТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОДАМИ
В ЗАТРУДНЕННОМ ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ

Р е з ю м е

Рассматривается двойная симметрическая лампа с подвижным анодом и механически управляемым затруднённым тлеющим разрядом. Путём теоретических выводов получено уравнение представляющие зависимость напряженности электрического поля у анода от расстояния между электродами.

THE FIELD STRENGTH AT THE ANODE AS A FUNCTION OF THE DISTANCE
BETWEEN ELECTRODES IN THE MECHANICALLY CONTROLLED
JONIZATION TRANSDUCER

S u m m a r y

There is considered the double symetrical cold cathode tube with movable anode and glow discharge controlled by limiting space between electrodes. On a basis of the theoretical analysis there is obtained the expression for the field strength at the anode as a function of the distance between electrodes.