ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 15 Nr kol. 285

ANDRZEJ SYCZ
Katedra Fizyki Technicznej
Politechniki Śląskiej

RÓWNANIE RUCHU SEJSMOMETRU OPARTEGO NA PODWÓJNYM MECHANOTRONIE Z PODŁUŻNIE STEROWANYM UTRUDNIONYM WYŁADOWANIEM JARZENIOWYM

Streszczenie. W pracy rozpatrzono wpływ siły elektrostatycznej na parametry sejsmometru działającego na zasadzie podwójnego mechanotronu z utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym. Rozwiązując równanie ruchu tego typu sejsmometru otrzymano wzory z których wynika, że w sejsmometrze takim jego okres własny i stała tłumienia ulegają zwiększeniu pod wpływem wyładowania przebiegającego w lampie. Wzory te mogą być wskazówką jak skonstruować mały sejsmograf o dużym okresie w oparciu o mechanotron z utrudnionym wyładowaniem.

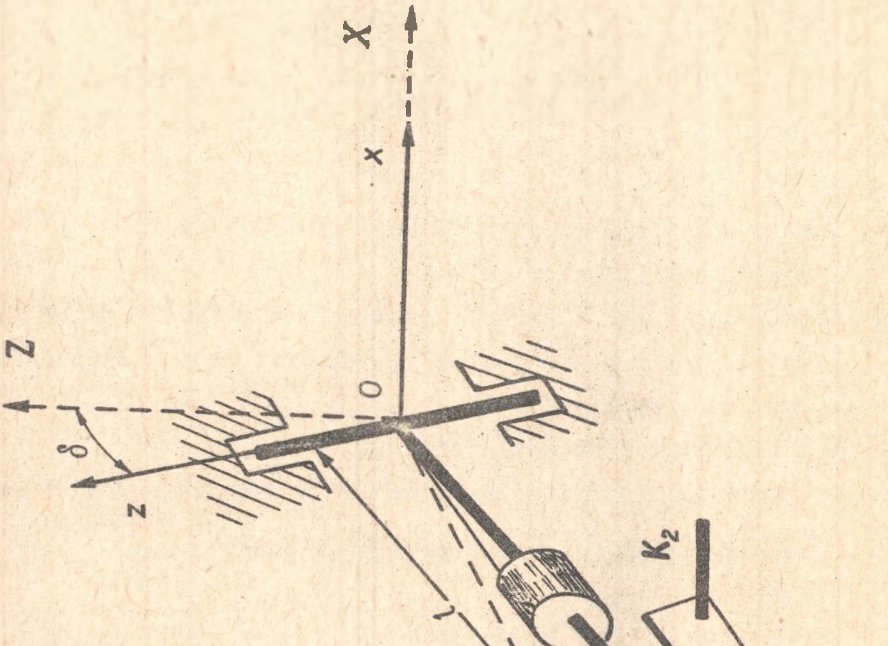
Przeprowadzając teoretyczną analizę podstawowych własności utrudnionego wyładowania jarzeniowego autor wyprowadził [1] nowe wzory przy pomocy których można określić siłę elektrostatyczną, działającą na anodę mechanotronu przy jej dowolnych położeniach jeżeli dla tego mechanotronu znana jest dynamiczna charakterystyka prądowa. Z wzorów tych wynika, że w podwójnym mechanotronie z utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym można zapewnić proporcjonalną zależność wypadkowej siły elektrostatycznej działającej na anodę, od wychylenia anody, przez odpowiedni dobór parametrów obwodu zewnętrznego oraz że kierunek tej siły zgodny jest z kierunkiem wychylenia anody. Innymi słowy:

wzajemne zależności pomiędzy wychyleniem anody, prądem i siłą elektrostatyczną w mechanotronie z utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym, wytwarzają w nim dodatnie, mechaniczno-elektryczne sprzężenie zwrotne.

Poznanie wpływu wyładowania na ruch anody umożliwia racjonalne konstruowanie mechanotronów z utrudnionym wyładowaniem, w których anoda stanowi delikatnie zawieszony element mogący się poruszać pod wpływem małych sił. Ma to szczególne znaczenie przy zastosowaniu takiego mechanotronu w sejsmometrii. Osiąganie dużych okresów w małych sejsmografach jest ograniczone przez pojawianie się niestabilności mechanicznej. Z tego powodu opracowuje się np. sejsmografy elektrodynamiczne ze specjalnym układem elektrycznym dającym dodatnie sprzężenie zwrotne które zwiększa okres drgań własnych wahadła sejsmografu [2]. Należy zwrócić uwagę, że budując sejsmograf oparty na mechanotronie z utrudnionym wyładowaniem [3] możemy osiągnąć znaczną miniaturyzację tego aparatu gdyż w tym przypadku wahadło z anodą stanowi element sterujący i jego moment bezwładności nie wpływa bezpośrednio na czułość przyrządu tak, jak to ma miejsce np. w sejsmografie elektrodynamicznym.

W takim razie naturalne samorzutne zwiększanie się okresu własnego sejsmografu opartego na mechanotronie podłużnie sterowanym wyładowaniem jarzeniowym, może się okazać bardzo pożyteczne dając możliwość konstruowania małych sejsmografów o dużych okresach.

Ogólnie biorąc, sejsmograf taki składa się z wahadła W (rys. 1), którego oś obrotu tworzy z pionem pewien kąt δ, trzech elektrod, z których jedna - anoda (A) połączona jest z wahadłem a dwie pozostałe - katody (K_1, K_2) połączone są z obudową sejsmografu oraz urządzenia powodującego tłumienie ruchów wahadła. Jest to poziomy sejsmograf jonizacyjny [3].



Rys. 1. Układ mechaniczny sejsmometru

Rozpatrzymy ruchy wahadła tego sejsmografu w układzie x, y, z, związanym sztywno z jego obudową.

Równanie ruchu wahadła w tym układzie możemy napisać w postaci [4]:

$$K \frac{d^2 \Theta}{d t^2} = M_p + M_t + M_w$$

gdzie:

Θ – kąt wychylenia wahadła z położenia równowagi,

K – moment bezwładności wahadła,

M_p – moment sił powracających wahadło w położenie równowagi, wytworzony przez odpowiednią składową siły ciężkości oraz siłę sprężystości,

M_t – moment siły tłumiącej ruchy wahadła,

M_w – moment sił wychylających wahadło z położenia równowagi.

Jak wiadomo $M_p = - C\Theta$, możemy również założyć:

$$M_t = - b \frac{d\Theta}{dt}$$

gdzie C i b są wielkościami stałymi większymi od zera.

Moment sił wychylających M_w wytwarzany jest przez siłę zewnętrzną F, wymuszającą ruch wahadła oraz siłę elektrostatyczną F_e działającą na anodę mechanotronu połączoną z wahadłem.

Przyjmujemy, że punkt zaczepienia obu tych sił znajduje się w odległości l od osi obrotu wahadła. Mamy więc:

$$M_w = (F + F_e)l$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$\frac{C}{K} = n^2; \qquad \frac{b}{K} = 2f$$

i zakładając, że wychylenia Θ są małe, możemy równanie ruchu napisać w postaci:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2f\frac{dx}{dt} + n^2 x = \frac{l^2}{K}(F + F_e)$$

Z przeprowadzonych poprzednio rozważań [1] wynika, że przy odpowiednio dobranych warunkach wyładowania można w podwójnym symetrycznym mechanotronie z utrudnionym wyładowaniem przyjąć w pewnym zakresie liniową zależność siły elektrostatycznej działającej na anodę od jej wychylenia z położenia środkowego czyli:

$$F_e = G\,x$$

przy czym

$$G = \frac{i_o}{x_1}\,\frac{R_o\, s(\mathcal{E} - 2R_o i_o)}{\pi a^2}$$

gdzie:

$\frac{i_o}{x_1}$ – nachylenie charakterystyki prądowej (identycznej dla obu połówek lampy),

i_o – natężenie prądu wyładowania przy ustawieniu anody w położeniu środkowym,

R_o – opór zewnętrzny którego odpowiednio dobrana wartość, zależna od parametrów lampy, zapewnia proporcjonalną zależność siły elektrostatycznej od prądu wyładowania,

s – powierzchnia czynna elektrody,

a – odległość katody od położenia środkowego anody,

$\mathcal{E}$ – siła elektromotoryczna źródeł prądu zasilających obwody zewnętrzne obu połówek lampy.

Wobec tego równanie ruchu przyjmie postać:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2f\frac{dx}{dt} + (n^2 - \frac{l^2 G}{K})x = \frac{l^2}{K}F$$

gdzie zakładamy:

$$n^2 - \frac{l^2 G}{K} > 0.$$

Kładąc $F = 0$ otrzymamy równanie ruchu drgań własnych wahadła:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2f\frac{dx}{dt} + (n^2 - \frac{l^2 G}{K})x = 0$$

Rozwiązanie tego równania w przypadku

$$\sqrt{n^2 - \frac{l^2 G}{K}} > f$$

przedstawia, jak wiadomo zanikające drgania harmoniczne o pozornym okresie:

$$T_i = \frac{2\pi}{\sqrt{(n^2 - \frac{l^2G}{K})(1 - D_i^2)}}$$

gdzie D_i jest stałą tłumienia i wyraża się wzorem:

$$D_i = \frac{f}{\sqrt{n^2 - \frac{l^2 G}{K}}}$$

Mając powyższe wyrażenie na okres T_i i stałą tłumienia D_i drgań zanikających, jakie wykonuje wahadło sejsmografu w obecności wyładowania między elektrodami, porównajmy je z pozornym okresem T i stałą tłumienia D, jakie miałby ten sejsmograf bez wyładowania tzn. przy rozłączonym obwodzie zewnętrznym.

Kładąc G = 0, otrzymamy znane wzory:

$$T = \frac{2\pi}{n\sqrt{1 - D^2}}; \qquad D = \frac{f}{n}$$

W takim razie:

$$T_i = \frac{T_o\sqrt{1 - D^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{l^2 G\, T_o^2}{4\pi^2 K}\right)(1 - D_1^2)}} = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{l^2 G\, T_o^2}{4\pi^2 K} - D^2}}$$

oraz:

$$D_i = \frac{D}{\sqrt{1 - \frac{l^2 G\, T_o^2}{4\pi^2 K}}}$$

gdzie $T_o = \frac{2\pi}{n}$ jest okresem nietłumionych drgań własnych sejsmografu (przypadek f = 0, D = 0) przy rozłączonym obwodzie przemiennika. Jeżeli przez T_{io} oznaczymy okres nietłumionych drgań własnych sejsmografu przy pracującym przemienniku, który zgodnie z używaną terminologią możemy nazwać okresem własnym tego typu sejsmografu, to dostaniemy:

$$T_{io} = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{l^2 G\, T_o^2}{4\pi^2 K}}}$$

Wzory powyższe ilustrują efekt zwiększania się okresu własnego i stałej tłumienia sejsmografu, występujący w sejsmografach opartych na przemienniku z utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym.

Efekt ten może się okazać pożytecznym, ułatwiając uzyskiwanie dużych okresów w małych sejsmografach.

Weźmy dla przykładu sejsmometr oparty na mechanotronie o następujących parametrach [3], [5]:

$$\mu = 0{,}75 \cdot 10^{7} \text{ jedn. CGSE}$$

$$R = R_o = 2{,}8 \cdot 10^{6} \text{ jedn. CGSE}$$

$$s = 0{,}14 \text{ cm}^{2}$$

$$a = 0{,}35 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = 0{,}84 \text{ jedn. CGSE}$$

$$\frac{i_o}{x_i} = 1{,}4 \cdot 10^{7} \text{ jedn. CGSE}$$

$$i_o = 5 \cdot 10^{5} \text{ jedn. CGSE}$$

$$\gamma = 0{,}1$$

$$K = 20 \text{ g cm}^{2}$$

$$l = 10 \text{ cm}$$

$$T_o = 3 \text{ sec}$$

wówczas na podstawie podanych wzorów dostaniemy $T_{io} = 10{,}8$ sec.

Poza tym efektem istnieje jednak pewien szkodliwy skutek działania na anodę sił elektrostatycznych, polegający na wpływie wszelkich zaburzeń w prądzie wyładowania na stabilność mechaniczną sejsmometru [6].

LITERATURA

[1] Sycz A. - Natężenie pola elektrycznego przy anodzie jako funkcja odległości międzyelektrodowej w obszarze utrudnionego wyładowania jarzeniowego, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Matematyka-Fizyka (w druku).

[2] Rykow A.W. - Izw. A.N. SSSR, Ser. Geofiz, 1963, 7.

[3] Sycz A. - Acta Geophyz. 11, 1-2, (1963).

[4] Sawarienskij E.F., Kirnos D.P - Elementy sejsmołogii i sejsmomietrii, Gos. Izd. Techn. Teor. Lit. Moskwa Leningrad 1949.

[5] Engel A. - Ionized Gases, Oxford, Clarendon Press 1955.

[6] Sycz A - Wpływ zaburzeń w wyładowaniu na stabilność mechaniczną jonizacyjnego przemiennika z ruchomą anodą, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Matematyka-Fizyka (w druku).

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЕЙСМОМЕТРА, ПРЕДСТАВЛЯЮЩЕГО СОБОЙ МЕХАНОТРОН С ПРОДОЛЬНО УПРАВЛЯЕМЫМ ЗАТРУДНЁННЫМ ТЛЕЮЩИМ РАЗРЯДОМ

Р е з ю м е

Рассматривается уравнение движения маятника сейсмометра работающего как двойная механически управляемая ионизационная лампа. Указана зависимость периода и постоянной затухания маятника от напряжения разрядного тока в лампе.

EQUATION OF MOTION OF THE SEISMOMETER WORKING AS DOUBLE MECHANICALLY CONTROLLED JONIZATION TRANSDUCER

S u m m a r y

There is considered equation of motion of seismometer pendulum working as double mechanically controlled ionization tube. In the paper it is shown dependence of the period and damping constant of pendulum upon the discharge current in the tube.