ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1970

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 15 Nr kol. 285

ANDRZEJ SYCZ
Katedra Fizyki Technicznej
Politechniki Śląskiej

WPŁYW ZABURZEŃ W WYŁADOWANIU NA STABILNOŚĆ MECHANICZNĄ JONIZACYJNEGO PRZEMIENNIKA Z RUCHOMĄ ANODĄ

Streszczenie. W pracy wyprowadzono wzór na wielkość przesunięć anody, obrazujących niestabilność mechaniczną przemiennika jonizacyjnego spowodowaną samoistnymi zaburzeniami w wyładowaniu. Za podstawę rozważań przyjęto skokowe zmiany prądu wyładowania o przebiegu opisanym funkcją jednostkową.

Jeżeli anoda symetrycznego mechanotronu [1], [2], [3] znajduje się w położeniu środkowym, a mimo to, z powodu zaburzenia w wyładowaniu pojawi się pewna różnica Δi pomiędzy prądami w obu połówkach mechanotronu, to równowaga sił elektrostatycznych zostanie zachwiana i na anodę zacznie działać pewna wypadkowa siła F, wymuszająca ruch anody.

Wcześniejsze rozważania autora [3] prowadzą do wniosku, że siła ta wyrazi się wzorem:

$$F(t) = G \frac{x_1}{i_o} \Delta i(t)$$

gdzie wyrażenie $\frac{x_1}{i_o} \Delta i$ równe jest przesunięciu anody, jakie byłoby potrzebne do zmiany prądu o przyrost Δi w przypadku stabilnego wyładowania, x_1 przedstawia takie wychylenie anody z położenia środkowego w symetrycznej podwójnej lampie, przy którym natężenie prądu w jednej z połówek lampy zmalałoby do zera zgodnie z nachyleniem prostoliniowego odcinka charakterystyki prądowej, zaś G jest współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy wypadkową siłą działającą na anodę w podwójnym mechanotronie a jej wychyleniem z położenia środkowego. Współczynnik ten jest zależny od parametrów lampy i jej obwodu zewnętrznego.

Aby odpowiedzieć na pytanie: jakie będzie wychylenie anody x(t) przy zadanej funkcji i(t), musimy rozwiązać równanie ruchu anody, która stanowi element wykonujący drgania tłumione z tłumieniem proporcjonalnym do prędkości [2]. W naszym przypadku równanie to przyjmie postać:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + \beta x = \delta \Delta i(t)$$

przy czym zakładamy: $\beta > \frac{\alpha^2}{4} > 0$.

W naszych rozważaniach zajmiemy się przypadkiem, w którym zmiany natężenia prądu po jednej stronie anody odbywają się drogą nagłych skoków prądu od jednej stałej wartości do drugiej. W takim razie możemy napisać:

$$\Delta i(t) = (\Delta i)_o \, \eta(t)$$

gdzie $\eta(t)$ jest funkcją jednostkową określoną następująco:

$$\eta(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t \geqslant 0 \end{cases}$$

Dla uproszczenia wprowadzamy oznaczenie: $(\Delta i)_0 = \Delta i$, pamiętając, że Δi ma teraz wartość stałą i przedstawia wysokość skoku prądu. Zatem:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + \beta x = \delta \Delta i \ \eta(t)$$

W formie operatorowej równanie to przyjmuje postać [6]:

$$p^2 \left[\bar{x}(p) - x_0 - \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)_0}{p} \right] + \alpha p \left[\bar{x}(p) - x_0 \right] + \beta \bar{x}(p) = \delta \Delta i \, \mathcal{L} \eta(t).$$

Przyjmując zerowe warunki początkowe: $x_0 = 0$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = 0$ mamy:

$$(p^2 + \alpha p + \beta)\, \bar{x}(p) = \delta \Delta i \, \mathcal{L} \eta(t)$$

znak $\mathcal{L}$ oznacza tu przekształcenie Laplace'a - Carsona, czyli:

$$\mathcal{L} \eta(t) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} \, \eta(t) dt = 1$$

Zatem:

$$\bar{x}(p) = \frac{\delta \Delta i}{p^2 + \alpha p + \beta}$$

w takim razie:

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} x(p) = \delta \Delta i \, \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{p^2 + \alpha p + \beta}$$

Znajdując powyższe przekształcenie odwrotne, dostaniemy:

$$x(t) = \frac{\delta\Delta i}{\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}} \int_0^t e^{-\alpha\tau} \sin\left(\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}\,\tau\right) d\tau$$

W wyniku całkowania mamy:

$$x(t) = \frac{\delta\Delta i}{\beta\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}} \left[\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}} - e^{-\frac{1}{2}\alpha t}\left(\frac{1}{2}\alpha \sin\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}\, t + \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}} \cos\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}\, t\right)\right]$$

Dla nas interesujące jest, jaką największą wartość bezwzględną $|x|_{max}$ osiągnie wychylenie anody pod wpływem skoku prądu o zadanej wartości Δi.

Różniczkując powyższe wyrażenie względem t oraz przyrównując do zera, dostaniemy:

$$\frac{\delta\Delta i}{\beta\sqrt{\beta - \frac{^2}{4}}}\, e^{-\frac{1}{2}\alpha t}\, \beta \sin\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}\, t = 0$$

Widać z tego, że funkcja $x(t)$ przyjmuje wartości ekstremalne dla:

$$t = \frac{m\pi}{\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}}$$

gdzie $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Ponieważ $x(o) = 0$, największa bezwzględna wartość wychylenia $|x|_{max}$ wystąpi przy $m = 1$, czyli:

$$|x|_{max} = \frac{\delta \Delta i}{\beta}\left(1 + \exp\frac{-\pi\alpha}{2\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}}\right)$$

Wcześniejsze rozważania przeprowadzone przez autora [3] i [4] dają powiązanie współczynników α, β, δ, występujących w równaniu ruchu z parametrami lampy i obwodu.

Na tej podstawie otrzymamy:

$$\frac{\frac{|x|_{max}}{x_1}}{\frac{\Delta i}{i_o}} = \frac{1}{\frac{4\pi^2 K}{l^2 G T_o^2} - 1}\left(1 + \exp\left[-\frac{\pi D_i}{\sqrt{1 - D_i^2}}\right]\right)$$

gdzie:

$\frac{\Delta i}{i_o}$ - względny przyrost prądu,

$\frac{|x|_{max}}{x_1}$ - maksymalne względne wychylenie anody wywołane przyrostem prądu,

D_i - stała tłumienia przy danym natężeniu prądu,

K - moment bezwładności wahadła z którym połączona jest anoda,

l - odległość anody od osi obrotu wahadła,

T_o - okres drgań własnych wahadła (bez wyładowania w lampie).

G zależy od parametrów lampy i jej obwodu zewnętrznego i wyraża się wzorem [3]:

$$G = \frac{i_o}{x_1} \frac{R_o s(\mathcal{E} - 2R_i i_o)}{\pi a^2}$$

gdzie:

$\frac{i_o}{x_1}$ - nachylenie charakterystyki prądowej (identycznej dla obu połówek lampy),

R_o - wartość odpowiednio dobranego oporu zewnętrznego,

s - czynna powierzchnia elektrody,

a - odległość anody od katody,

$\mathcal{E}$ - siła elektromotoryczna źródeł prądu zasilających obwody zewnętrzne obu połówek lampy,

i_o - natężenie prądu wyładowania przy ustawieniu anody w położeniu środkowym.

Posługując się znanym wyrażeniem na stosunek v_i dwóch kolejnych amplitud [5]:

$$v_i = \exp \frac{\pi D_i}{\sqrt{1 - D_i^2}}$$

możemy napisać:

$$\frac{\frac{|x|_{max}}{x_1}}{\frac{\Delta i}{i_o}} = \frac{1 + \frac{1}{v_i}}{\frac{4\pi^2 K}{l^2 G T_o^2} - 1}$$

Wzór powyższy ilustruje wpływ zaburzeń w wyładowaniu na stabilność mechaniczną podwójnego mechanotronu przy założeniu, że zaburzenia mają postać sporadycznych skokowych zmian prądu.

Z tego wzoru wyciągnąć można ważny wniosek konstrukcyjny odnośnie dopuszczalnej miniaturyzacji mechanotronu, przy której niestabilność mechaniczna, pochodząca od zaburzeń w wyładowaniu nie jest jeszcze szkodliwa. Punktem wyjścia muszą tu być wartości liczbowe określające niestabilność elektryczną konkretnej lampy oraz wielkość zakłóceń pochodzących od lokalnych drgań podłoża (np. szumy ziemi) w miejscu pracy mechanotronu.

LITERATURA

[1] Sycz A. - Acta Geophys. 11, 1-2, (1963).

[2] Sycz A. - Pomiary, Automatyka, Kontrola, 8, 9, (1962).

[3] Sycz A. - Natężenie pola elektrycznego przy anodzie jako funkcja odległości międzyelektrodowej w obszarze utrudnionego wyładowania jarzeniowego, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Matematyka-Fizyka (w druku).

[4] Sycz A. - Równanie ruchu sejsmometru opartego na podwójnym mechanotronie z podłużnie sterowanym utrudnionym wyładowaniem jarzeniowym, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Matematyka-Fizyka (w druku).

[5] Sawarienskij E.F., Kirnos D.P. - Elementy sejsmołogii i sejsmomietrii, Gos. Izd. Techn. Teor. Lit. Moskwa Leningrad (1949).

[6] Wagner K.W. - Rachunek operatorowy i przekształcenie Laplace'a, PWN Warszawa (1960).

ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИИ РАЗРЯДНОГО ТОКА НА МЕХАНИЧЕСКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ИОНИЗАЦИОННОГО ДАТЧИКА С ПОДВИЖНЫМ АНОДОМ

Р е з ю м е

Приводится выражение, представляющее механические смещения анода как функцию величины скачкообразных возмущений тока разряда.

THE INFLUENCE OF DISCHARGE CURRENT FLUCTUATION UPON MECHANICAL STABILITY OF THE JONIZATION TRANSDUCER WITH MOVABLE ANODE

S u m m a r y

There is deduced the expression for the mechanical displacements of the anode as a function of magnitude of sudden increments of discharge current.