

Piotr BEDNORZ

ZASTOSOWANIE FIZYKALNIE NIELINIOWEJ TEORII NAPRZEŃ CIEPLNYCH
W OŚRODKACH GRAFITOWYCH

I. OMÓWIENIE BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Streszczenie. Omówiono wyniki badań dla ośrodków wykazujących fizykalną nieliniowość w równaniach konstytutywnych. Rozpatrzone zostały wpływ temperatury na współczynnik rozszerzalności termicznej. Opis ten stanowić będzie bazę wyjściową dla budowy intercyjnych równań konstytutywnych ośrodków takich jak grafit czy żeliwo.

1. Wstęp

Monokryształy grafitu stanowią warstwy złożone z atomów ułożonych heksagonalnie; wpływa to w sposób zasadniczy na warstwowy charakter polikryształów grafitu. Większość wielkości fizycznych - charakteryzujących grafit - określona jest dla dwu przypadków, a mianowicie dla kierunku ułożenia ziaren i kierunku prostopadłego. Jeśli chodzi o właściwości sprężyste grafitu, to wpływ anizotropii jest również znaczny.

Przeprowadzenie prób na rozciąganie i ściskanie dla różnych gatunków grafitu wykazuje fizykalnie nieliniowy charakter tego ośrodka. Badania wytrzymałościowe dla ośrodków grafitowych prowadzi się w ten sposób, by otrzymane wyniki pozwalały na opis analityczny rozpatrywanych ośrodków. W pracach [3], [6], [7], [11] przedstawiono wyniki badań, które próbowano interpretować przy pomocy fizykalnie nieliniowej teorii Kauderera. Jakką wiadomo, dla ośrodków fizykalnie liniowych badania wytrzymałościowe mogą ograniczyć się tylko do próby jednoosiowego rozciągania (ściskania); w przypadku ośrodków fizykalnie nieliniowych, wykazujących przy tym pewną anizotropowość, istnieje konieczność realizacji innych stanów obciążenia niż jednoosiowe. Metoda badań, przedstawiona w pracach [3], [6], [7], [11], pozwala na takie przeprowadzanie prób wytrzymałościowych, że korzystając z nich możemy otrzymać dosyć dokładny opis badanego ośrodka. Poniżej zaprezentujemy przykłady takich badań w oparciu o prace [7], [11].

2. Badanie właściwości sprężystych grafitu

Jak już powiedzieliśmy wyżej, modeła opisujące zachowanie się danego ośrodka uzyskujemy z badań doświadczalnych; wymaga to takiego prowadzenia eksperymentów i opisu zachowania się ośrodka, by zależności wiążące odpowiednie wielkości fizyczne były jak najprostsze. Zastanowimy się nad możliwością wykorzystania fizykalnie nieliniowej teorii sprężystości Kauderera dla opisu ośrodków grafitowych. Stosowanie tej teorii wymaga jednak potwierdzenia doświadczalnego następujących założeń teoretycznych:

1^o Wymagana jest zgodność kierunków tensora podobieństwa naprężenia \hat{S}_{ij} i odkształcenia $\hat{\epsilon}_{ij}$; jest to równoważne warunkowi

$$\hat{S}_{ij} = \hat{\epsilon}_{ij}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$$\hat{S}_{ij} = \frac{\hat{S}_{ij}}{\hat{\sigma}_{(1)}}, \quad \hat{\epsilon}_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_{(1)}}. \quad (2.1)$$

2^o Żądamy, aby zależności $\hat{\sigma}_{(1)} = \hat{\sigma}_{(1)}(\hat{\epsilon}_{(1)})$, $\hat{\sigma}_0 = \hat{\sigma}_0(\hat{\epsilon}_0)$ miały charakter niezmienniczy względem dowolnego stanu naprężenia; warunek 2^o zapisujemy zwykle w postaci

$$\hat{\sigma}_{(1)} = 2G(\hat{\epsilon}_{(1)})\hat{\epsilon}_{(1)}, \quad \hat{\sigma}_0 = 3K(\hat{\epsilon}_0)\hat{\epsilon}_0. \quad (2.2)$$

lub dla zależności odwrotnych

$$\hat{\epsilon}_{(1)} = \frac{\hat{\sigma}_{(1)}}{2G(\hat{\sigma}_{(1)})}, \quad \hat{\epsilon}_0 = \frac{\hat{\sigma}_0}{3K(\hat{\sigma}_0)}. \quad (2.2)$$

Weryfikacje powyższych hipotez możemy uzyskać, opierając się na badaniach przedstawionych w pracach [3], [6], [11].

W tabelicy 1 podamy charakterystykę badań dla wybranego gatunku grafitu ARW (produkowanego w ZSRR); badania te były opisane przez W.J. Strakowa i W. Barabanowa, por. [11].

Przyjmować będziemy określenie intensywności naprężeń i odkształceń w postaci

$$\hat{\sigma}_{(1)} = \sqrt{3/2 S_{ij} S_{ij}}, \quad \hat{\epsilon}_{(1)} = \sqrt{2/3 \epsilon_{ij} \epsilon_{ij}} \quad (2.3)$$

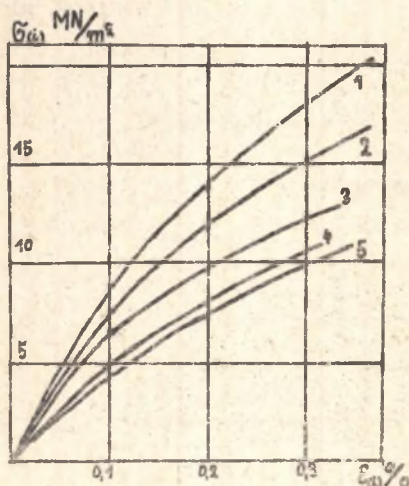
Natomiast wartość $\hat{\gamma}_\Sigma$ określamy wzorem

$$\hat{\gamma}_\Sigma = \hat{\sigma}_{(1)} \alpha + (1 - \alpha) \hat{\sigma}_1 \quad (2.3)$$

Tabela 1

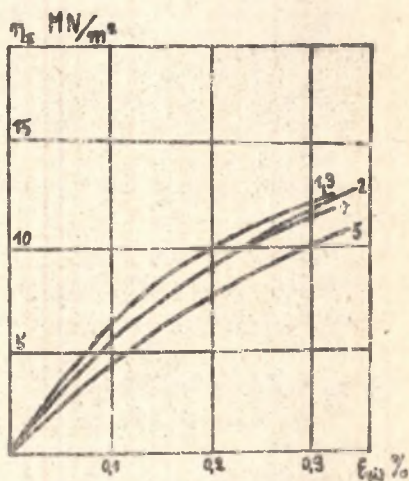
Lp	σ_z	σ_t	σ_s	$k = \frac{\sigma_s}{\sigma_t}$	σ_0	η_{Σ}
1	$-\sigma$	0	σ	$-\infty$	$-\frac{1}{3}\sigma$	σX
1'	0	$-\sigma$	σ	-0	$-\frac{1}{3}\sigma$	σX
2	$-\sigma$	$-\sigma$	$\sqrt{3}\sigma$	-1	0	$\frac{\sqrt{3}-1}{2}\sigma X + \frac{1}{2}\sigma$
3	$+\sigma$	0	σ	$+\infty$	$\frac{1}{3}\sigma$	σ
3'	0	$+\sigma$	σ	+0	$\frac{1}{3}\sigma$	σ
4	σ	2σ	$\sqrt{3}\sigma$	$\frac{1}{2}$	σ	$\frac{\sqrt{3}-2}{2}\sigma X + \frac{1}{2}\sigma$
4'	2σ	σ	$\sqrt{3}\sigma$	2	σ	$\frac{\sqrt{3}-2}{2}\sigma X + \frac{1}{2}\sigma$
5	σ	σ	σ	1	$\frac{2}{3}\sigma$	σ

gdzie: $\sigma_{(1)}$ określone jest wzorem (2.3)₁, σ_1 - jest składową maksymalną naprężeń głównych, X - określamy jako wartość graniczną ilorazu σ_1/σ_0 , gdzie: σ_r - naprężenie przy jednoosiowym rozciąganiu, a σ_0 - naprężenie przy jednoosiowym ścisaniu. Celowość wprowadzenia wartości η_{Σ} wynika z analizy wykresów $\sigma_{(1)} = \sigma_{(1)}(\epsilon_{(1)}) \cdot \eta_{\Sigma} = \eta_{\Sigma}(\epsilon_{(1)})$ (rys.1, rys.2), z krzywych 1, 2, 3, 4, 5, podanych na rys. 1 wynika, że badany ośrodek nie speł-



Rys. 1

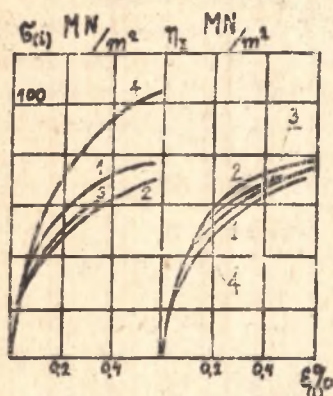
1 - jednoosiowe ścisanie, 2 - ścisanie, 3 - jednoosiowe rozciąganie, 4 - dwuosiowe rozciąganie nierównomierne, 5 - dwuosiowe rozciąganie równomierne



Rys. 2

1 - jednoosiowe ścisanie, 2 - ścisanie, 3 - jednoosiowe rozciąganie, 4 - dwuosiowe rozciąganie nierównomierne, 5 - dwuosiowe rozciąganie równomierne

nia założenia 2^o, czyli zależności $\hat{\sigma}_{(1)} = \hat{\sigma}_{(1)}(\hat{\epsilon}_{(1)})$ nie mają charakteru niezmienniczego, w zależności od stanu naprężenia; właściwość tę wykazują natomiast krzywe na rys. 2, przedstawiające zależność $\tau_{\Sigma} = \tau_{\Sigma}(\epsilon_{(1)})$.



Rys. 3

1 - jednoosiowe rozciąganie, 2 - dwuosiowe rozciąganie równomierne, 3 - dwuosiowe rozciąganie nierównomierne, 4 - ścinanie

wykazano również, że dla rozpatrywanych ośrodków (żeliwnych lub grafitowanych) nie jest spełnione założenie 1^o fizycznie nieliniowej teorii Kauderera; wiadomo, że warunek $\hat{\sigma}_{1j} = \hat{\sigma}_{1j}$ jest równoważny równości parametrów Lodego $\mu_{\hat{\epsilon}} = \mu_{\hat{\sigma}}$, gdzie:

$$\mu_{\hat{\epsilon}} = \frac{2\epsilon_2 - \epsilon_1 - \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3}, \quad \mu_{\hat{\sigma}} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

równość ta nie zachodzi dla badanych ośrodków.

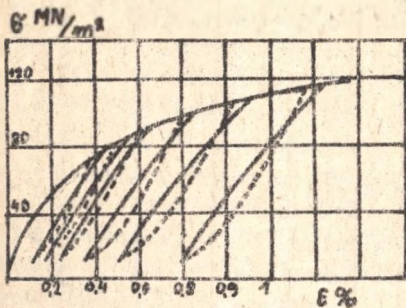
Tablica 2

Parametry Lodego stan napr.	$\mu_{\hat{\sigma}}$	$\mu_{\hat{\epsilon}}$		
		temperatura [K]		
		193°	173°	93°
K=0,5	0	0,18	0,13	0,11
K=0	0	0,9	0,85	0,84

Okazuje się, że podobne właściwości sprężyste wykazują również niektóre gatunki żeliwa. W pracy B. Kowalczyka i A.A. Lebediewa 7 opisane są próby uzyskiwania danych punktów pomiarowych naprężenia - odkształcenia dla żeliwa szarego (SCZ-12-18) o składzie C - 0,38, Mn - 0,5, Si - 1,43, S - 0,08, P - 0,7 (ozn. wg normy radzieckiej). Porównawczy wykres dla żeliwa (SCZ-12-18) znajduje się na rysunku 4, przedstawiającym zależność $\hat{\sigma}_{(1)} = \hat{\sigma}_{(1)}(\hat{\epsilon}_{(1)}) \cdot \tau_{\Sigma} = \tau_{\Sigma}(\hat{\epsilon}_{(1)})$.

Wykorzystanie fizycznie nieliniowej teorii Kauderera dla rozpatrywanych ośrodków jest uzasadnione tylko dla przypadków nie wymagających dużej dokładności. Dla dokładniejszych obliczeń należy uwzględnić zależność $\tau_{\Sigma}(\hat{\epsilon}_{(1)})$ lub odwrotną i wykorzystując ją, budować związki konstytutywne w postaci zmodyfikowanej (w stosunku do związków konstytutywnych Kauderera). W pracy 7

W tablicy 2 prezentujemy wyniki dla żeliwa (SCZ-18) - por. 7 - z których wynika niezgodność warunku $\mu_6 = \mu_6$.



Rys. 4

----- stan pasywny
 ————— stan aktywny

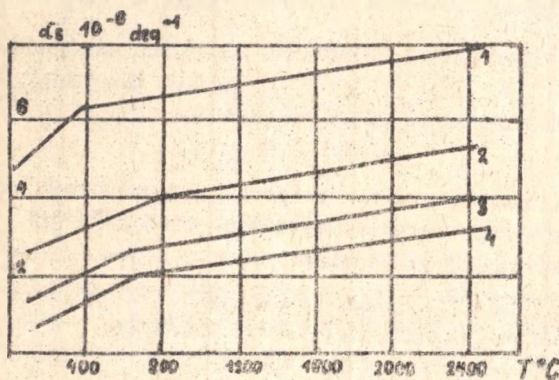
Wyniki, które przedstawione są na wykresach $\sigma_{(1)} = \sigma_{(1)}(\epsilon_{(1)})$, $\sigma_{(1)}^2 = \sigma_{(1)}^2(\epsilon_{(1)})$ (por. rys. 2, 3, 4), dotyczą stanów aktywnych - obciążeniowych.

Typowy wykres zależności $\sigma = f(\epsilon)$ dla żeliwa - przy zmiennym obciążeniu przedstawiono na rys. 4; podobna właściwość wykazuje grafit, por. [5].

W ten sposób ośrodek grafitowany może być zakwalifikowany do sodali sprężysto-plastycznych, o ile np. za granicę sprężystości przyjmiemy także naprężenie, po zdjęciu którego pozostało odkształcenie trwałe rzędu np. $\sim 0,03\%$.

3. Wpływ temperatury

Właściwości termiczne grafitu należy badać, przeprowadzając wyrażny podział na różne zakresy temperatur. Oczywiście, każdy rodzaj grafitu scharakteryzowany będzie przez inne przedziały tych zakresów. Biorąc pod uwagę przedziały temperatur 0-2500°, stwierdzamy, że na wykresie $\alpha_p = \alpha_p(T)$ - por. rys. 5



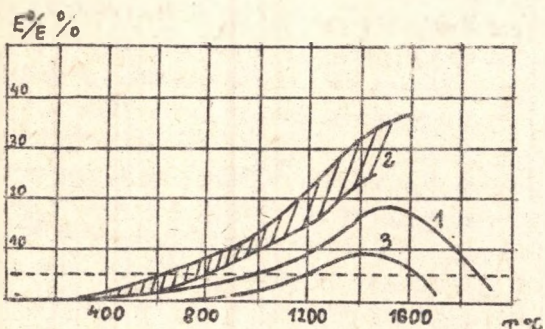
Rys. 5

1 - grafit z sadzy lampowej, 2 - grafit z koksu hutniczego, 4, 3 - grafit z koksu naftowego - cienkoziarnisty - gruboziarnisty

(gdzie α_p - średni współczynnik rozszerzalności liniowej) - wykres tej zależności dla różnych gatunków grafitu ma postać linii łamanej, por. [5], [2]. Dla grafitu podawane są zazwyczaj dwa współczynniki rozszerzalności liniowej: α_{p1} - współczynnik w kierunku poprzecznym do układu warstw kryształicznych, α_{p2} - współczynnik w kierunku równoległym do układu warstw kryształicznych.

Okazuje się, że w pewnych zakresach temperatur do równań konstytutywnych (relacje naprężenia-odkształcenia) możemy dołączyć cziny dylatacyjne i przyjąć, że temperatura ma wpływ tylko na zmianę objętości.

por. [2]. Wprowadzając pojęcie stycznego modułu sprężystości $E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0}$ i analogicznie pojęcie stycznego modułu sprężystości poprzecznej i objętościowej, badając, jak zmieniają te wartości w zależności od temperatury, por. rys. 6,



Rys. 6

1 - grafit naturalny, 2 - grafit z koksu naftowego, 3 - grafit na podstawie węgla drzewnego.

przy wzroście temperatury (np. pręty, w których warstwy ułożone równolegle do osi grafitu), możemy przyjmować w zależności od ukształtowania wyrobu wartości współczynnika rozszerzalności liniowej równą α_3 , α_1 lub α_{II} .

4. Wnioski końcowe

1. Ze względu na silnie nieliniowy charakter zależności naprężenia-odkształcenia ośrodki grafitowe wymagają bardziej złożonego systemu badań doświadczalnych niż ośrodki fizycznie liniowe.
2. Wyniki badań ośrodków grafitowych prowadzą do wniosku, że bezpośrednio nie możemy stosować fizycznie nieliniowej teorii Kauderera. W opisie ośrodka należy wprowadzić funkcję $\nu_{\Sigma} = \delta_{(1)}\alpha + (1-\alpha)\delta_1$, która wykazuje charakter niezmienny ze względu na stan naprężenia.
3. Wpływ temperatury na właściwości sprężyste grafitu również wykazuje złożony charakter, jednak istnieją przedziały, w których możemy uwzględnić tylko człony dylatacyjne, nieliniowe ze względu na temperaturę.

wnioskujemy, iż wpływ temperatury może być pominięty - w zakresie temperatur $(0, T)^\circ\text{C}$, gdzie T - w zależności od gatunku grafitu możemy przyjąć od 700 do 1200° , o ile dopuścimy 5% zmiany modułu sprężystości. W tym właśnie zakresie temperatur wpływ termiczny uwzględniony zostaje poprzez człony dylatacyjne w równaniach konstytutywnych. Zakładając, że wyroby grafitowe są tak formowane, by wpływ anizotropii był nieznaczny

LITERATURA

- [1] Bednorz P.: Termosprężystość nieliniowa w ośrodkach grafitowych. *Prac. mg. Pol. Śl., Mat.-Fiz.* 1978.
- [2] Borkowski Sz.: Dynamical equations of physically nonlinear thermoelasticity, *Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. sci. tech.* 9, 24 (1976) 655-662.
- [3] Coffin L.F., Shenctady J.R.: The flow and fractur of a brittle Material, *Journal of Applied Mechanics*, VII, 1950, 233-244.
- [4] Kauderer H.: *Nichtlineare Mechanik*, Springer-Verlag Berlin, 1958.
- [5] Lebidziejewski M., Szudek M.: *Wyroby z węgla i grafitu*. WNT, Warszawa 1970.
- [6] Фридман А.М., Барабанов В.Н.: Некоторые особенности методики исследования прочностных свойств графитов при плоском напряженном состоянии, *Зав. Лаб.*, № 9, 1972, 1137-1140.
- [7] Ковальчук Б.И., Лебедев А.А.: Деформационные свойства серого чугуна при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур, *Проб. Проч.*, № 7, 1970, 9-13.
- [8] Надаи А.: Пластичность и разрушение твердых тел, ИЛ 1954.
- [9] Писаренко Г.С., Лебедев А.А.: Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии, Киев 1969.
- [10] Писаренко Г.С., Лебедев А.А.: Деформирование и прочность конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии, Киев 1976.
- [11] Строков В.И., Барабанов В.Н.: Деформируемость конструкционных графитов в условиях сложного напряженного состояния. *Пробл. Проч.*, 7, 1977, 104-107.

ПРИМЕНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ГРАФИТОЗЫХ СРЕДАХ

I. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Резюме

В работе обсуждаются результаты экспериментальных исследований для сред обнаруживающих физическую нелинейность в определяющих соотношениях. Рассмотрено влияние температуры на коэффициент температурного расширения. Представленный анализ будет использован для построения итерационных определяющих соотношений сред таких как графит или чугун.

THE APPLICATION OF PHYSICALLY NONLINEAR THEORY
OF THERMAL STRESS TO GRAPHITE MEDIA

I. THE DISCUSSION OF EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

S u m m a r y

The paper presents a discussion of experimental results obtained for media showing physical nonlinearity of constitutive equations. Temperature dependence of thermal expansion coefficient is also discussed.

The considerations presented in this paper are used as a basis for the formulation of the iterative sequences of constitutive equations for such media as for example graphite or cast iron.