

Jan RZYTKA

FIZYKALNIE NIELINIOWE PROBLEMY
LEPKOSPŘŻYSTOŚCI POLIMERÓW

Streszczenie. Celem pracy jest wyznaczenie zależności pomiędzy naprężeniem i odkształceniem dla procesu relaksacji naprężenia w fizykalnie nieliniowych ośrodkach lepkospřżystych. Rozwiązanie przeprowadzono w oparciu o dane eksperymentalne, literaturowe. Do aproksymacji danych doświadczalnych zastosowano funkcje w postaci wielomianu. Rezultaty końcowe przedstawiono na wykresach.

1. Wstęp

W ostatnich latach obserwuje się ogromny rozwój produkcji polimerów, w związku z możliwościami wykorzystania ich w różnych dziedzinach techniki. Wiele elementów konstrukcyjnych wykonanych z materiałów polimerowych, ze względu na swoje fizyczno-chemiczne własności, z powodzeniem konkuruje z innymi materiałami.

Własności polimerów, w porównaniu z tradycyjnymi materiałami, cechuje duża złożoność, związana z pewnymi osobliwościami budowy wewnętrznej materiałów polimerowych, takimi jak: anizotropia, fizyczna nieliniowość, starzenie, zależność własności od: temperatury, ciśnienia, wilgotności itp. Dlatego pewne zjawiska występujące pod wpływem długotrwałych obciążeń i odkształceń, mające niewielkie znaczenie przy stosowaniu tradycyjnych materiałów, nabierają szczególnego znaczenia przy stosowaniu polimerów.

Związki pomiędzy naprężeniem i odkształceniem zachodzące w polimerach pozwalają zaliczyć je do materiałów lepkospřżystych, fizykalnie nieliniowych.

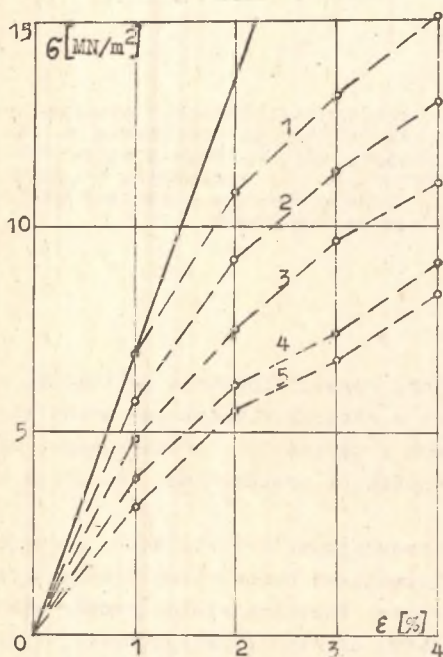
W obliczeniach konstrukcyjnych konieczna jest znajomość fizycznych własności materiału w postaci analitycznych równań, w których występują pewne parametry materiału.

Najogólniej fizycznie nieliniowe związki pomiędzy naprężeniem i odkształceniem można opisać za pomocą szeregu całek wielokrotnych Volterra.

Uwzględnienie wszystkich czynników, mających istotny wpływ na własności mechaniczne tworzywa, staje się w wielu przypadkach przy opisie funkcyjnym zbyt uciążliwe. Dlatego też wydaje się celowe określanie postaci funkcji lepkospřżystości w oparciu o dane eksperymentalne. Do tego celu wykorzystamy wyniki pomiarów relaksacji naprężenia, uzyskane w procesie rozciągania - ściskania, podane w poz. [3].

2. Przebieg i parametry badań doświadczalnych

Badania zostały przeprowadzone na próbkach rurowych wykonanych z polietylenu PWP o dużej gęstości. Pomiarów relaksacji naprężenia dokonano dla czterech wartości odkształcenia $\epsilon_0 = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$ na udoskonalonej maszynie UMM-10 włączonej w system automatyzacji eksperymentów, poz. [1].



Rys. 1. Izochrony krzywych relaksacji naprężeń σ przy

1 - $t = 0$; 2 - $t = 10$ s; 3 - $t = 60$ s; 4 - $t = 600$ s; 5 - $t = 1740$ s

ku ustalonych wartości czasu, widzimy (rys.1), że w przyjętym przedziale odkształcenia materiał wykazuje nieliniową zależność pomiędzy naprężeniem i odkształceniem.

3. Równania aproksymujące i wyniki aproksymacji

Odnosząc rozważania do próby rozciągania-ściskania, równanie relaksacji naprężeń, w oparciu o teorie podobieństwa krzywych relaksacji naprężeń, poz. [4] i [5], możemy przedstawić w następującej postaci:

Ze względu na duży rozrzut własności polimerów dla otrzymania dobrych wyników zachodzi konieczność prowadzenia dużej ilości długich i kosztownych eksperymentów, zapewniając każdorazowo te same stałe warunki w czasie trwania eksperymentu. Otrzymane wyniki należy następnie opracować za pomocą aparatu statystyki matematycznej, poz. [2].

Droga odkształcenia próbek składa się z dwóch części: na pierwszym odcinku, w przedziale czasu $(0, t_0)$, próbkę obciąża się ze stałą prędkością odkształcenia $\dot{\epsilon}(t) = \dot{\epsilon} = \text{const.}$, aż do osiągnięcia zadanego odkształcenia ϵ_0 ; na drugim odcinku odkształcenie zachowuje stałą wartość $\epsilon(t) = \epsilon_0 = \text{const.}$ Czas trwania odkształcenia ϵ_0 wynosił 1740 s przy temperaturze $20 \pm 1^\circ\text{C}$. Otrzymane średnioarytmetyczne wartości naprężenia σ , przy $\epsilon_0 = \text{const.}$, zostały podane w poz. [3]. Budując krzywe relaksacji naprężenia w układzie $\sigma - \epsilon$, dla kilku

$$\sigma(t) = E \varphi[\varepsilon(t)] - \int_0^t R(t-\tau) \varphi[\varepsilon(\tau)] d\tau. \quad (2.1)$$

Funkcję $\varphi[\varepsilon(t)]$ przyjmujemy w postaci wielomianu

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \varepsilon(t) + \sum_{i=2}^m A_{i-1} \varepsilon^i(t), \quad (2.2)$$

gdzie ilość składników dobieramy w zależności od żądanej dokładności aproksymacji.

Jądro relaksacji przyjmujemy w następujących dwóch postaciach:

$$R(t-\tau) = \frac{CE}{n} \sum_{i=1}^n b_i \exp[-b_i(t-\tau)] \quad (2.3)$$

oraz

$$R(t-\tau) = \frac{E}{n} \sum_{i=1}^n c_i b_i \exp[-b_i(t-\tau)] \quad (2.3)'$$

W pracy [3] wykazano, że nieuwzględnienie w matematycznym opisie zjawiska relaksacji naprężeń początkowego odcinka czasu $(0, t_0)$, w którym następuje wzrost odkształcenia, nie powoduje pogorszenia jakości aproksymacji.

W związku z tym dalej rozpatrzmy równania relaksacji naprężeń z pominięciem członów zależnych od prędkości narastania odkształcenia, co znacznie uprości postać równań aproksymujących.

Wstawiając równania (2.2) i (2.3) do równania (2.1) oraz uwzględniając powyższe założenie, otrzymujemy:

$$\sigma(t) = E \left[\varepsilon_0 + \sum_{i=2}^m A_{i-1} \varepsilon_0^i \right] - \int_{t_0}^t \frac{CE}{n} \sum_{j=1}^n b_j \exp[-b_j(t-\tau)] \left[\varepsilon_0 + \sum_{i=1}^m A_{i-1} \varepsilon_0^i \right] d\tau$$

Po scałkowaniu otrzymujemy:

$$\sigma(t) = E \left[\varepsilon_0 + \sum_{i=2}^m A_{i-1} \varepsilon_0^i \right] \cdot F(t), \quad (2.4)$$

gdzie funkcja zależna od czasu ma postać:

$$F(t) = 1 - C \left[1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \exp[-b_j(t-t_0)] \right] \quad (2.4)'$$

Wstawiając z kolei równania (2.2) i (2.3) do równania (2.1) i postępując podobnie jak poprzednio, otrzymujemy:

$$\sigma(t) = E \left[\varepsilon_0 + \sum_{i=2}^m A_{i-1} \varepsilon_i^1 \right] \cdot F_1(t), \quad (2.5)$$

gdzie:

$$F_1(t) = \left[1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n C_j \left[1 - \exp[-b_j(t-t_0)] \right] \right] \quad (2.5)''$$

Stałe: C, C_1, A_1, b_1 - są szukanymi parametrami materiału.

Ilość funkcji wykładniczych w równaniach (2.4)' i (2.5)'' obliczamy z empirycznej zależności, por. [2]:

$$n = 0,5 \ln(t_k/t_1); \quad \text{przyjęto } n = 3, \quad (2.6)$$

gdzie:

t_k - czas ostatniego odczytu,

t_1 - czas pierwszego odczytu.

Jako wielkość charakteryzującą jakość aproksymacji przyjmujemy względne odchylenie średnio kwadratowe, w postaci:

$$r(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_i^{\text{sp}}(t) - \sigma_i^{\text{eksp}}(t)}{\sigma_i^{\text{eksp}}(t)} \right)^2} \cdot 100\% \quad (2.7)$$

Obliczenia liczbowych wartości parametrów przeprowadzono na EMC przy uwzględnieniu różnej liczby parametrów w równaniach (2.4) i (2.5). Poniżej podajemy kilka wykresów krzywych relaksacji naprężenia dla $\varepsilon_0 = 0,04$.

Przytoczone powyżej uwagi nie dotyczą odcinka krzywej w przedziale czasu $(0, t_0)$.



Rys. 2. Kolejne przybliżenia izochron krzywych relaksacji dla $t = 1740$ s
o - punkty doświadczalne, 1, 2, 3, 4 - krzywe odpowiadające kolejnym przybliżeniom

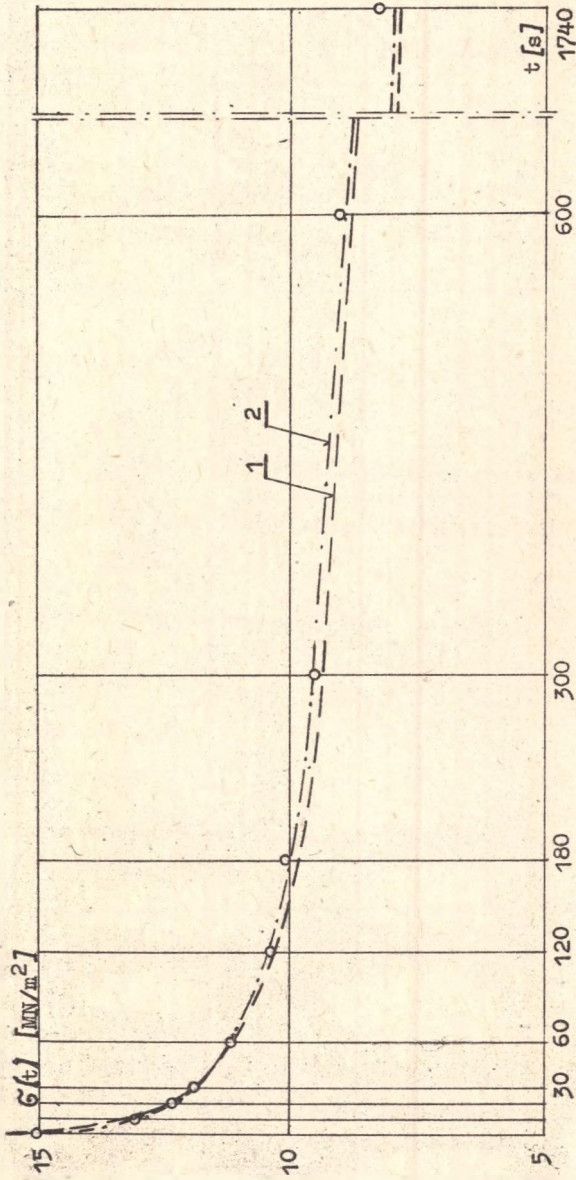
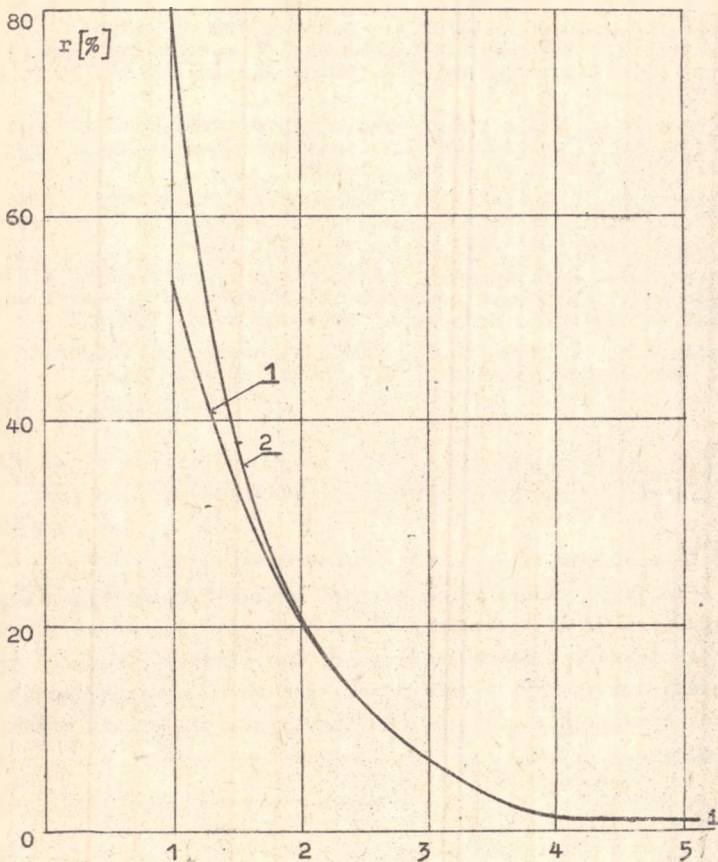


Рис. 3. Облизоные кривые релаксации напряжений σ при $\epsilon_0 = 0,04$

σ - пункты довідвдчзлне, 1, 2 - кривые облізоные пдповіедно з рівнянь (2.4) і (2.5) для чзтерех параметрів A_1



Rys. 4. Zależność jakości aproksymacji od ilości parametrów A_1 w równaniach aproksymujących

1 - dla postaci (2.4), 2 - dla postaci (2.5)

Z wykresów widać, że otrzymanie dobrych wyników, przy aproksymacji doświadczalnych danych wielomianami, pociąga za sobą uwzględnienie w równaniach przybliżających dużej liczby stałych parametrów materiału. Liczba tych parametrów może się zmieniać w zależności od materiału, żądanej dokładności aproksymacji oraz od wielkości zadanego odkształcenia ϵ_0 .

W naszym przypadku zwiększanie ilości parametrów A_1 powyżej czterech nie poprawia dokładności przybliżenia, por. rys. 2 i 4. Istotną zaletą przedstawiania równań konstytutywnych w postaci wielomianów jest ich łatwe praktyczne zastosowanie.

LITERATURA

- [1] Kilewic M.R., Inbuliewicz J.J., Abawicz P.N.: Sistema awtomatizacji eksperymentu issledowania wiaskouprugich materialow pri kratkowremiennej relaksacii napriazhenij. *Mechanika polimerow*, 1976, nr 1, s.149-153.
- [2] Kriegries A.F., Wilks U.K.: Aproksimacja siemiejstw kriwych fiziczeski - nieliniejnoj pozuczestii polimiernych materialow na EWM. *Mechanika polimerow*, 1973, nr 2, s. 220-229.
- [3] Kriegier A.F., Kilewicz M.R.: Issledowanie relaksacii napriazhenij w fiziczeski nieliniejnych polimiernych materialach pri rastiazenii. - *Mechanika polimerow* 1976, nr 6, s. 1103-1107.
- [4] Kilewicz M.R., Kriegier A.F.: Relaksacja napriazhenij w fiziczeski nieliniejnych polimiernych materialach pri sowmiestnom rastiazenij s kruzheniem. - *Mechanika polimerow*, 1977, nr 5, s. 797-803.
- [5] Ogibałow P.M., Kriegier A.F.: Dieformirowanie polimiernych materialow. - *Mechanika polimerow*, 1977, nr 3, s. 413-421.

ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ПОЛИМЕРОВ

Р е з ю м е

В представленной работе автор делает попытку сформулировать зависимость между напряжением а деформированием для процесса реляксации напряжения в вязкоупругой физически нелинейной среде. Представлено решение проблемы на основе данных приведенных в литературе. Для аппроксимации экспериментальных результатов применялись полиномы. Оконсательные результаты приведены в графической форме.

PHYSICALLY NONLINEAR PROBLEMS OF POLYMER VISCOELASTICITY

S u m m a r y

The aim of this work is to formulate the stress-strain dependence for stress relaxation in viscoelastic physically nonlinear media. Presented solution of this problem is based on experimental data given in references. Polynomial functions are used for approximation of the experimental data. Final results are presented in a graphical form.