

Agnieszka KOWAL
Politechnika Śląska, Gliwice
Anna WALASZEK-BABISZEWSKA
Politechnika Zielonogórska

KONCEPCJA BUDOWY MODELI ROZMYTYCH NA PODSTAWIE DANYCH EKSPERYMENTALNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono lingwistyczne modele regułowe oraz rodzaj modeli rozmytych – Takagi – Sugeno. Modele określają zależności wejścia – wyjścia dla zmiennych wybranego procesu wzbogacania węgla. Przedstawiono także wybrane metody grupowania do określenia liczby reguł i zbiorów rozmytych zmiennych wejściowych i wyjściowych. Wykorzystano odległość euklidesową do stworzenia drzewa podziałów próbek węgla.

A CONCEPTION OF FUZZY MODELS BASED ON EXPERIMENTAL DATA

Summary. In this paper we discuss rule-based linguistic models and the Takagi-Sugeno type of fuzzy models. The models describe input-output relations for variables of chosen coal enrichment processes. We show also chosen clustering methods to determine the number of rules and fuzzy sets of input and output variables. The Euclidean distance is used to create the tree of coal sample grouping.

1. Wstęp

W teorii systemów wyróżnia się wiele grup modeli, jak np. modele liniowe, nieliniowe, statyczne, dynamiczne, w zależności od rodzaju opisu pomiędzy zmiennymi wyjściowymi a wejściowymi lub zmiennymi stanu danego systemu. Z punktu widzenia odtwarzanej struktury systemu przez model możemy mówić o modelach strukturalnych i modelach formalnych. Do modeli formalnych zaliczyć można np. modele regresyjne, aproksymujące pewną funkcją parametryczną zbiór danych eksperymentalnych według kryterium minimum sumy kwadratów błędów. Poszukuje się ciągle nowych, doskonalszych metod aproksymacji i technik obliczeniowych, wśród których wyróżniają się metody clusteringu, systemy rozmyte i sieci neuronowe.

Modele systemów rozmytych dzielą się na dwie podstawowe kategorie, różniące się zasadniczo rodzajem reprezentowanej informacji [3, 11]. Modele lingwistyczne, stanowiące podstawę modelowania jakościowego, opisują zachowanie systemu za pomocą reguł JEŻELI-TO o nieokreślonych predykatkach, w których zawarta jest baza wiedzy o systemie uwzględniająca rozmytą lub nieprecyzyjną wiedzę. Modele lingwistyczne pozwalają na podejmowanie decyzji na podstawie mechanizmów wnioskowania rozmytego, imitujących mechanizmy wnioskowania ludzkiego. Druga kategoria modeli to modele typu Takagi-Sugeno-Kanga, zawierające w regule JEŻELI-TO rozmyty poprzednik i funkcyjny następnik. Modele te łączą możliwości modeli lingwistycznych do reprezentowania wiedzy jakościowej z możliwością wyrażania informacji ilościowej, którą można efektywnie pozyskiwać z danych eksperymentalnych.

W tym referacie zostanie pokazane zastosowanie obu typów modeli do opisu systemu rozmytego.

2. Modele lingwistyczne

Model lingwistyczny składa się ze zbioru reguł o postaci [1, 3, 11]:

$$R^{(j)}: w^j (\text{JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^j \text{ i... i } x_n \text{ jest } A_n^j \text{ TO } y_1 \text{ jest } B_1^j \text{ i... i } y_m \text{ jest } B_m^j), \quad (1)$$

gdzie:

$R^{(j)}$ oznacza j-tą regułę w bazie reguł, $j = 1, \dots, J$,

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ jest wektorem zmiennych wejściowych, $x \in X \subset R^n$,

A_1^j, \dots, A_n^j ($j = 1, 2, \dots, J$) są zbiorami rozmytymi (wartościami lingwistycznymi) zdefiniowanymi w przestrzeni zmiennych wejściowych,

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ jest wektorem zmiennych wyjściowych, $y \in Y \subset R^m$,

B_1^j, \dots, B_m^j są zbiorami rozmytymi (wartościami lingwistycznymi) zdefiniowanymi w przestrzeni zmiennych wyjściowych,

w^j jest wagą j-tej reguły.

Zbiory rozmyte w przestrzeni zmiennych wejściowych i wyjściowych są scharakteryzowane przez odpowiednie funkcje przynależności, np.

$\mu_{A^j}(x_i) : R \rightarrow [0,1]$ jest funkcją przynależności zbioru rozmytego A^j .

Tak zdefiniowany model o wielu wejściach i wielu wyjściach (MIMO model, ang. *multiple input – multiple output*) może być łatwo zastąpiony zbiorem reguł o wielu wejściach i jednym wyjściu (MISO model, ang. *multiple input – single output*).

W modelach Mamdaniego reguły rozmyte JEŻELI-TO interpretuje się jako rozmyte implikacje, zdefiniowane na produkcie kartezjańskim $X \times Y$ przestrzeni wejście-wyjście. Dla modelu MISO o jednym wyjściu można to zapisać:

$$A_1^j \times \dots \times A_n^j \rightarrow B^j \quad (2)$$

z odpowiednimi funkcjami przynależności:

$$\mu_{A^j \rightarrow B^j}(x, y) = \min(\mu_{A^j}(x), \mu_{B^j}(y)), \quad (3)$$

gdzie

$$\mu_{A_i}(x) = \min(\mu_{A_i}(x_1), \dots, \mu_{A_i}(x_n)) \tag{4}$$

Agregacja reguł $R^{(j)}$ w całej przestrzeni $X \times Y$ jest scharakteryzowana przez spójnik *TAKZE* (*also*), z uwzględnieniem funkcji przynależności:

$$R(x, y) = \bigcup_{j=1}^J R^j(x, y) \tag{5}$$

$$\mu_B(y) = \max(\mu_{B_1}(y), \dots, \mu_{B^j}(y)) \tag{6}$$

Algorytm podejmowania decyzji (sterowania, predykcji) dla określonego już modelu Mamdaniego i pewnej, zmierzonej wartości x_0 , jaką przyjmie wartość wejściowa, potraktowanej jako tzw. sigleton, można zapisać w postaci następującej:

- dla każdej j-tej reguły wylicz poziom zapłonu zmiennej wejściowej $z_j = \mu_{A_i}(x_0)$,
- określ zbiór rozmyty B^j_0 zmiennej wyjściowej y, odpowiadający wartości wejściowej x_0 ,
- przeprowadź agregację zbiorów rozmytych B^j_0 , stosując operację sumy (*max*).

W konstruowaniu modeli rozmytych na podstawie zbioru obserwacji wejścia i wyjścia badanego systemu często wykorzystuje się powyższe typy modeli [1, 3, 9, 11]. Można stosować bardzo szeroką skalę modeli typu wejście-wyjście o dyskretnych wartościach czasu, np.:

$$R^{(j)}: w_j \text{ (JEŻELI } y(k) \text{ jest } A_1^j \text{ i } y(k-1) \text{ jest } A_2^j \text{ i } x(k) \text{ jest } A_3^j \text{ i } \dots \text{ i } x(k-n+3) \text{ jest } A_n^j \text{ TO } y(k+1) \text{ jest } B^j \text{)}, \tag{7}$$

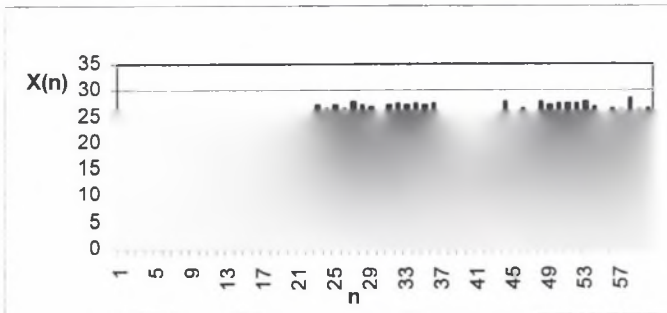
w których zmienne wejściowe i wyjściowe są zmiennymi rozmytymi (lingwistycznymi).

Przykład identyfikacji modelu

Dany jest zbiór zmierzonych wartości zapopielenia $X(n)$ w 60 próbkach węgla, przedstawiony jako szereg czasowy na rys. 1. Rozważmy zbiór par $\{X(n-1), X(n)\}$ i arbitralny podział na rozłączne przedziały o trójkątnych, symetrycznych funkcjach przynależności, w granicach:

dla zmiennej wejściowej (poprzednika) $X(n-1)$:

- $A_1 = [21,6; 23,933]$
- $A_2 = [23,933; 26,267]$
- $A_3 = [26,267; 28,6]$

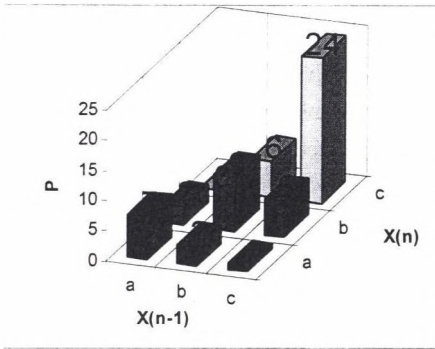


Rys.1. Zawartość popiołu w próbkach węgla
Fig.1. Ash contents in the coal samples

Dla zmiennej wyjściowej (następnika) $X(n)$ w tych samych przedziałach odpowiednio zbiory B_1, B_2, B_3 .

Określona została siatka składająca się z dziewięciu obszarów $A_1 \times B_1, A_2 \times B_1, \dots, A_3 \times B_3$.

Liczby par $\{X(n-1), X(n)\}$ w poszczególnych obszarach zostały przedstawione na rys. 2. (Uwaga, dla prostoty prezentacji przedziały zmienności na osiach noszą nazwy : $A_1 = B_1 = a, A_2 = B_2 = b, A_3 = B_3 = c$).



Rys.2. Siatka obszarów zależności $X(n) = f(X(n-1))$
Fig.2. A net of ranges of the relation $X(n) = f(X(n-1))$

Według teorii Dempstera –Shafera [11] prawdopodobieństwo warunkowe, że dla poprzednika A_i ma miejsce następnik B_j określa wagę reguły w_{ij} na obszarze $A_i \times B_j$, przy czym, biorąc pod uwagę prawdopodobieństwo warunkowe, zachodzi równość:

$$w_{i1} + w_{i2} + w_{i3} = 1; \quad i = 1, 2, 3.$$

Ponieważ w polu $A_1 \times B_3$ waga reguły jest równa zero, baza reguł modelu rozmytego składa się z ośmiu formuł elementarnych:

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_1 **TO** $X(n)$ jest B_1 z wagą 0,7

TAKŻE

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_1 **TO** $X(n)$ jest B_2 z wagą 0,3

TAKŻE

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_2 **TO** $X(n)$ jest B_1 z wagą 0,1667

TAKŻE

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_2 **TO** $X(n)$ jest B_2 z wagą 0,5

TAKŻE

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_2 **TO** $X(n)$ jest B_3 z wagą 0,333

JEŻELI $X(n-1)$ jest A_3 **TO** $X(n)$ jest B_3 z wagą 0,774.

Zauważmy, że ten model opisuje rozmyty proces autoregresji pierwszego rzędu AR(1).

Kolejnym zagadnieniem jest wyznaczenie wartości wyjścia $X(n) = y^*$, gdy znana jest wartość wejścia $X(n-1) = x^*$. Niech $x^* = 22,7665$. Poziom zapłonu zmiennej wejściowej wynosi $A_3(x^*) = 0,5$. Wykorzystując obliczone wagi reguł możemy powiedzieć, że:

$X(n)$ jest $B_1(y)$ z prawdopodobieństwem 0,032

$X(n)$ jest $B_2(y)$ z prawdopodobieństwem 0,194

$X(n)$ jest $B_3(y)$ z prawdopodobieństwem 0,774

Dalsze obliczanie wartości y^* wymaga podania centroidów lub ich wartości oczekiwanych w poszczególnych zbiorach B_1, B_2, B_3 zmiennej wyjściowej i pełnego opisu funkcji przynależności.

3. Modele typu Takagi-Sugeno

Model typu Takagi Sugeno reprezentuje opis systemu rozmytego w postaci zbioru reguł typu JEŻELI-TO, w których poprzednik (*antecedent*) jest typu rozmytego a następnik (*consequent*) typu funkcyjnego, najczęściej w formie liniowej [3, 8, 11]:

$$R^{(j)}: w_j (\text{JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^j \text{ i... i } x_n \text{ jest } A_n^j \text{ TO } y^j = (a^j)^T x + b^j) \quad (8)$$

gdzie A_1^j, \dots, A_n^j ($j = 1, 2, \dots, J$) są zbiorami rozmytymi zdefiniowanymi w przestrzeni zmiennych wejściowych (poprzednika) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $x \in X \subset R^n$, y^j jest wartością zmiennej wyjściowej (następnika) $y \in Y \subset R$, $[(a^j)^T, b^j]$ reprezentuje wektor parametrów modelu, który wyznacza się w oparciu o zbiór danych eksperymentalnych w j -tej części przestrzeni $X \times Y$, jako ważone estymatory metody najmniejszych kwadratów [3, 8].

Zagregowane wyjście modelu y^* (obliczone w całej przestrzeni $X \times Y$) wyznacza się w następujący sposób:

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^J w_j z_j y^j}{\sum_{j=1}^J w_j z_j}, \quad (9)$$

gdzie z_j jest stopniem aktywacji (zapłonu) j -tej reguły:

$$z_j = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i), \quad j=1, 2, \dots, J \quad (10)$$

oraz w_j jest wagą j -tej reguły.

Model typu Takagi – Sugeno może opisywać zarówno właściwości statyczne, jak i dynamiczne systemu. W zależności od wyboru zmiennych opisujących system i przyjętych relacji w następniku możemy opisywać system relacjami statycznymi – rozmytymi modelami regresyjnymi lub też w postaci rozmytych szeregów czasowych, jak: AR, ARMA, ARMAX i innych [3, 8].

Przykład

Na rysunkach 3 i 4 zaprezentowano udziały czterech głównych frakcji węgla i zawartości popiołu w tych frakcjach, zmierzone w próbkach pobranych z materiału podawanego do osadzarki. Zawartość popiołu w koncentracie jest znaną nieliniową funkcją powyższych zmiennych, którą można by próbować aproksymować następującym modelem typu Takagi Sugeno:

JEŻELI $x_1(t-1)$ **jest** A_1^j **i** $x_2(t-1)$ **jest** A_2^j **i** $x_3(t-1)$ **jest** A_3^j **i** $x_4(t-1)$ **jest** A_4^j **i** $y(t-1)$ **jest** A_5^j
TO $y(t) = a_1^j x_1(t-1) + a_2^j x_2(t-1) + a_3^j x_3(t-1) + a_4^j x_4(t-1) + a_5^j y(t-1) + b^j$

Poszczególne zmienne oznaczają:

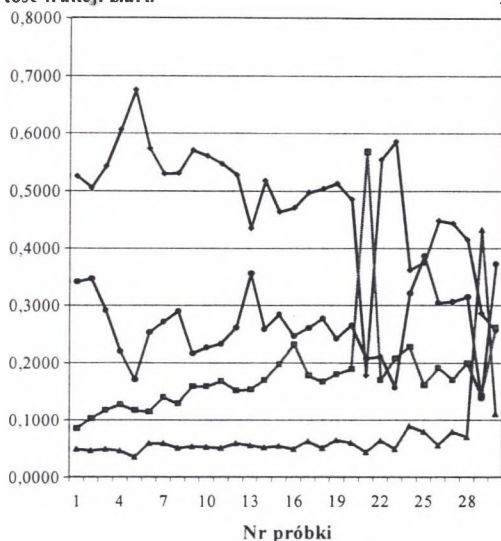
x_1, x_2 – udziały dwóch frakcji lekkich w nadawie,

x_3, x_4 – zawartości popiołu w powyższych frakcjach,

y – zawartość popiołu w koncentracie,

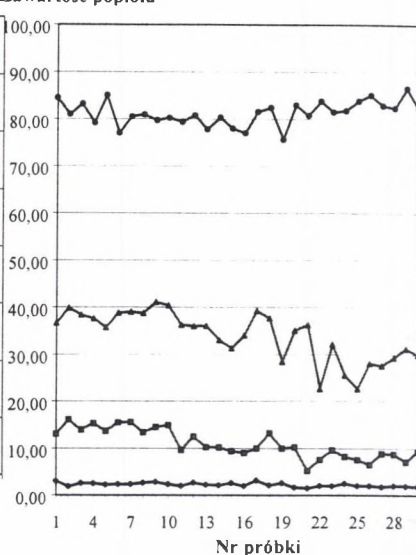
A_1^j, \dots, A_5^j – zbiory rozmyte w obszarach poszczególnych zmiennych modelu.

Zawartość frakcji ziarn



Rys.3. Zawartość frakcji ziaren węgla
Fig.3. The coal grain fractions' contents

Zawartość popiołu



Rys.4. Zawartość popiołu we frakcjach
Fig.4. Ash contents in the fractions

Można zauważyć, że następnik jest określony za pomocą funkcji liniowej, znanej jako model ARMAX. Jednakże identyfikacja takiego modelu, czyli estymacja parametrów a_1^j, \dots, a_s^j, b^j za pomocą ważonej metody najmniejszych kwadratów musi uwzględniać rozmytość zmiennych poprzednika.

4. Zagadnienia identyfikacji modeli rozmytych

W zadaniu budowy modeli systemu rozmytego na podstawie danych eksperymentalnych występują problemy, które można nazwać tworzeniem struktury oraz zadanie estymacji parametrów. Zadanie tworzenia struktury zawiera w sobie: wybór zmiennych wejściowych i wyjściowych (poprzednika i następnika), podział na obszary przestrzeni łącznych zmiennych modelu, wybór zbiorów rozmytych i funkcji przynależności oraz wybór typu modelu. Jak wskazują powyższe przykłady, żadne z tych zadań nie jest zagadnieniem trywialnym i rozwiązanie najczęściej uzyskuje się na podstawie wiedzy ekspertów lub posługując się szeroką gamą metod clusteringu.

4.1. Grupowanie pojęciowe

Grupowanie pojęciowe (*conceptual clustering*) jest formą uczenia się na podstawie przykładów zawartych w zbiorze treningowym nie określając ich kategorii. Główne zastosowanie metod grupowania pojęciowego to znajdowanie regularności w zbiorach danych i odkrywanie

podobieństw pomiędzy znajdującymi się w nich przykładami. Odkrycie występujących regularności pozwala na odpowiednie sklasyfikowanie nowych przykładów, a także wybór przykładów najbardziej reprezentatywnych dla poszczególnych grup wykorzystywanych do redukcji zbioru danych i złożoności problemu.

Obejmuje ono dwa skorelowane podzadania:

- podział na kategorie prezentowanych przykładów (próbek), stanowiących wektory wielu zmiennych,
- charakterystyka każdej z wyróżnionych kategorii - stworzenie opisów tych zmiennych, które będą wykorzystywane w klasyfikowaniu nowych przykładów.

Pierwsze podzadanie odpowiada grupowaniu danych zw. clusteringiem. Celem drugiego podzadania jest wygenerowanie reprezentacji poszczególnych klas danych.

Można proces ten utożsamiać z rozpoznawaniem wzorców (*pattern recognition*), które polega na poszukiwaniu struktur wśród danych, a następnie klasyfikowaniu tych struktur w kategoriach w taki sposób, że stopień powiązania jest wysoki dla struktur tej samej kategorii i niski dla struktur różnych kategorii.

Można wyróżnić trzy podstawowe zagadnienia rozpoznawania wzorców [5]:

- 1) reprezentacja danych wejściowych otrzymanych w trakcie pomiarów na obiektach – *sensing problem*:
każdy obiekt jest reprezentowany przez wektor (*pattern vector*) zmierzonych r wartości zmiennych: $a = [a_1, a_2, \dots, a_r]$, gdzie $\forall i \in N_r$: a_i jest określoną cechą badanego obiektu,
- 2) redukcja wymiaru wektora poprzez wybór charakterystycznych atrybutów dobrze opisujących dane wejściowe – *feature extraction problem*,
- 3) dobór optymalnego algorytmu klasyfikacji wzorców poprzez zdefiniowanie dla każdej klasy odpowiedniej funkcji: *discrimination function* przypisującej każdemu wektorowi współczynniki (zw. wagami) opisujące przynależność wektora do poszczególnych klas. W podejściu crisp każdy wektor jest jednoznacznie przypisany do tej klasy, dla której funkcja osiąga maksimum.

4.2. Grupowanie rozmyte (fuzzy clustering)

Jednym z podejść rozpoznawania wzorców jest rozmyte uogólnienie klasycznych metod membership-roster (*fuzzy membership-roster method*), w których podany wzorec do sklasyfikowania jest kolejno porównywany ze standardami przechowywanymi w pamięci jako prototypy. W przypadku spasowania z istniejącym prototypem, sklasyfikowany wzorec jest przypisywany do klasy, którą ów prototyp reprezentuje. Efektywność rozpoznawania wzorców zależy od zbioru prototypów reprezentujących każdą klasę i obejmujących ich różnorodność. W przeciwieństwie do klasycznego podejścia stosuje się tylko standardowe wzorce dla każdej klasy. Poszczególne algorytmy tej klasy metod różnią się między sobą sposobem mierzenia stopnia zgodności dwóch wzorców oraz kryterium klasyfikacji wzorca do określonej klasy, a ich zastosowanie zależy od specyfiki analizowanego problemu.

Zakładamy, że n klas wzorców jest rozpoznanych i uporządkowanych w N_n . Dla danego wzorca $u = [u_1, u_2, \dots, u_p]$, gdzie u_i jest miarą związaną z i -tą cechą (właściwością) wzorca, $A_i(u)$ określa sto-

pień zgodności u ze standardowym wzorcem reprezentującym klasę k . Zwykle klasyfikacja wzorca opiera się na wyborze największej wartości $A_k(u)$ dla każdego $k \in N_n$.

Ponieważ nie zawsze jest możliwy podział zbioru wektorów tak, że każdy obiekt jest jednoznacznie przypisany do określonej grupy (zw. klastrem) zachowując maksymalne podobieństwo wektorów tej samej grupy i niepodobieństwo między różnymi grupami, dlatego stosuje się słabsze ograniczenie w postaci podziału rozmytego (*fuzzy partition*). Jest on uogólnieniem klasycznego podziału, a jednym z typów metod grupowania rozmytego [4] jest klasyfikowanie oparte na rozmytych relacjach równoważnych, zw. *fuzzy equivalence relation-based hierarchical clustering method*

Identyfikację relacji rozmytej równoważności pomiędzy danymi można traktować jako grupowanie, gdyż dowolna relacja równoważności rozmytej R , która jest zwrotną, symetryczną i max-min przechodnią, wskazuje podział ostry (crisp) w α -odciętych podzbiorze. Relacja R spełnia założenia:

- relacja rozmyta jest zwrotna $\Leftrightarrow \forall x \in X$ zachodzi: $R(x, x) = 1$
- relacja rozmyta jest symetryczna $\Leftrightarrow \forall x, y \in X$ zachodzi: $R(x, y) = R(y, x)$
- relacja rozmyta $R(x, x)$ jest max-min przechodnia $\Leftrightarrow \forall (x, z) \in X^2$ zachodzi:

$$R(x, z) \geq \max_{y \in Y} \min[R(x, y), R(y, z)]$$

Na początkowym zbiorze danych X relację zgodności R można zdefiniować na podstawie funkcji określonej odległości klasy Minkowskiego opisaną wzorem:

$$R(x_i, x_k) = 1 - \delta \left(\sum_{j=1}^p |x_{ij} - x_{kj}|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (11)$$

dla $\forall (x_i, x_k) \in X$, gdzie $q \in \mathbb{R}^+$ oraz δ jest stałą normalizacji zapewniającą, że $R(x_i, x_k) \in [0, 1]$.

W przypadku, gdy określona na podstawie funkcji odległości pomiędzy obiektami relacja równoważności rozmytej jest tylko zwrotna i symetryczna, to szukana relacja spełniająca wszystkie trzy założenia jest przechodnim domknięciem tej relacji. W tworzeniu przechodniego domknięcia wykorzystuje się twierdzenie:

Twierdzenie 1: Niech R jest rozmytą relacją zgodności na skończonym zbiorze X z $|X|=n$.

Max-min domknięcie relacji R jest relacją $R^{(n-1)}$.

Na podstawie tej zależności wyznacza się iteracyjnie kolejne przejściowe domknięcia:

$$R^{(2)} = R \circ R$$

$$R^{(4)} = R^{(2)} \circ R^{(2)}$$

....

$$R^{(2^k)} = R^{(2^{(k-1)})} \circ R^{(2^{(k-1)})}$$

do momentu uzyskania relacji identycznej jak we wcześniejszym kroku lub $2^k \geq (n-1)$.

Przykład

Dla danego zbioru $\{X\}$ zawierającego opis 30 próbek węgla scharakteryzowanych przez 8 parametrów przeprowadzono grupowanie na podstawie rozmytych relacji równoważności. Próbkę były pobierane z przenośnika, który transportował materiał do osadzarki. Każda i -ta próbka jest reprezentowana przez wektor $x_i = [x_{i1} \dots x_{i8}]^T$. Poszczególne składowe oznaczają:

$x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}$ - zawartości (udziały wyrażone przy pomocy ułamków) frakcji ziaren węgla o gęstościach, odpowiednio:

$$\rho < 1,3 \text{ g/cm}^3; 1,3 < \rho < 1,5 \text{ g/cm}^3; 1,5 < \rho < 1,8 \text{ g/cm}^3; \rho > 1,8 \text{ g/cm}^3$$

$x_{i5}, x_{i6}, x_{i7}, x_{i8}$ - zawartości popiołu, odpowiednio we frakcjach $x_{i1} - x_{i4}$.

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono w funkcji czasu udziały frakcji densymetrycznych w próbkach oraz zawartości popiołu w poszczególnych frakcjach, opisane zmiennymi x_{i1}, \dots, x_{i8} , $i = 1, \dots, 30$.

Zbiór $\{X\}$ analizowano dla wartości $q=2$ występującej w klasie Minkowskiego [10], odpowiadającej odległości Euklidesowej opisanej zależnością:

$$d(i, j) = \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2, \quad (12)$$

gdzie p jest liczbą składowych wektora x_i .

Utworzono macierz relacji $R(x_i, x_j)$, odpowiadającym wartościom odległości pomiędzy każdą parą próbek, przy czym wyliczone odległości są zarazem wskaźnikami niepodobieństwa. Wskaźnik $d(i, j)$ jest nieujemną liczbą, przyjmującą tym mniejszą wartość dla próbek i -tej oraz j -tej, im bardziej te próbki są do siebie podobne. Wartość wskaźnika dla tej samej próbki ma wartość 0 i rośnie wraz ze zwiększaniem się różnicy między próbkami. Ponadto miara ta jest zależnością symetryczną (stąd otrzymana macierz też jest symetryczna).

Postać macierzy relacji R zależy od przyjętej definicji odległości dwóch próbek. Zastosowanie odległości typu Manhattan dało w rezultacie nowe drzewo podziału próbek na grupy. Poniżej przykłady innych stosowanych współczynników niepodobieństwa [4]:

$$d(i, j) = \sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}| \quad \text{odległość typu Manhattan} \quad (13)$$

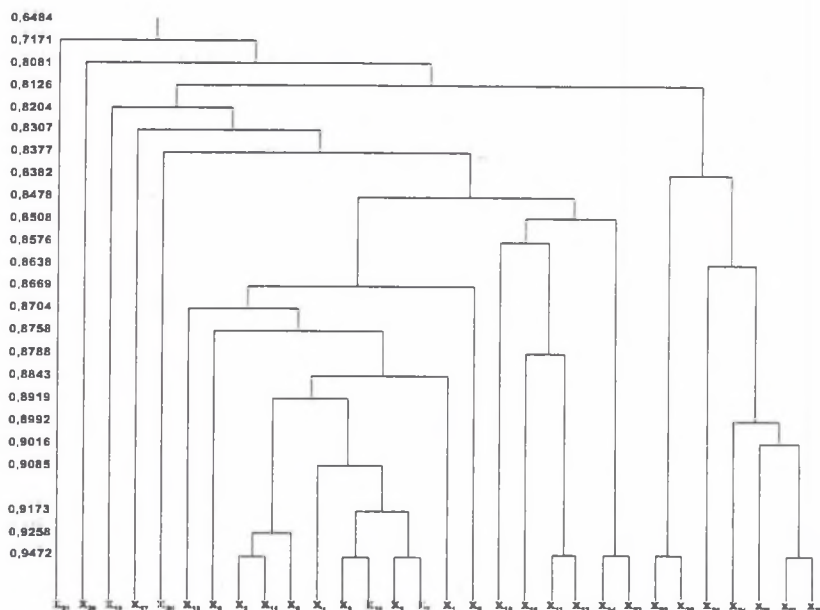
$$d(i, j) = \sum_{k=1}^p \frac{|x_{ik} - x_{jk}|}{(x_{ik} + x_{jk})} \quad \text{miara „Canberra”} \quad (14)$$

$$d(i, j) = \frac{\sum_{k=1}^p x_{ik} \cdot x_{jk}}{\sqrt{\sum_{k=1}^p x_{ik}^2 \cdot \sum_{k=1}^p x_{jk}^2}} \quad \text{kątowa separacja} \quad (15)$$

Korzystamy z przekształcenia $S(x_i, x_j) = 1 - \delta * R(x_i, x_j)$,

gdzie δ jest współczynnikiem normalizacji równym odwrotności największej odległości występującej w macierzy ($\delta = 1/2,0316 = 0,4922$).

Im bardziej próbki i -ta oraz j -ta są do siebie podobne, tym większy jest współczynnik $S(x_i, x_j)$. Najczęściej współczynnik ten jest poddawany normalizacji (wyznaczany wskaźnik δ), w wyniku której przyjmuje wartości z przedziału $<0, 1>$, przy czym $S(x_i, x_j) = 0$ oznacza, że i oraz j nie są w ogóle podobne do siebie (odmienność), natomiast wartość 1 oznacza maksymalne podobieństwo (identyczność). Miara ta także spełnia założenie symetryczności.



Rys.5. Drzewo podziałów dla klasyfikacji 30 próbek węgla
 Fig.5. Partition tree for the classification of the 30 coal samples

Ponieważ otrzymana relacja max-min nie jest przechodnia, dlatego korzystając z podanego powyżej twierdzenia 1 wyznaczono przechodnie domknięcie - R_T . W piątej iteracji uzyskano macierz przechodnią relacji R , na podstawie której można utworzyć 28 oddzielnych α -odciętych przedziałów A typu crisp, odzwierciedlających kolejne podziały zbioru próbek i spełniających z definicji zależność:

$${}^{\alpha}A = \{x \mid A(x) \geq \alpha\} \quad (16)$$

Otrzymane wyniki pokrywają się z reprezentacją graficzną położenia klastrów wśród danych. Jest to efekt zastosowania odległości euklidesowej. Poniżej zamieszczono drzewo euklidesowe (rysunek 5) przedstawiające kolejne podziały podczas analizy cluster oraz odpowiadające im wartości α .

LITERATURA

1. Czogała E., Frączek J., Sułkowski J.: Simulation of fuzzy control of the ventilation process in the longwalls with methan emission (Polish). *Archiwum Informatyki Teoretycznej i Stosowanej*, T.7 (1995), z.1-4, pp. 147-166
2. Everitt Brian S.: *Cluster Analysis*. Americas, Halsted Press, New York, 1993.
3. Hellendoorn H, Driankov D.(Eds.): *Fuzzy model identification*, Springer - Verlag, Heidelberg 1997

4. Kaufman Leonard, Rousseeuw Peter J.: Finding Groups in Data. An Introduction to Cluster Analysis. A Wiley-Intersciences Publication, USA, 1990.
5. Klir George J., Yuan Bo: Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1995.
6. Kowal A.: Application of fuzzy logic to data classification (Polish). Proc. VI-th Conf. On Automation of Mineral Preparation Processes, Szczyrk 2000, pp. 95 - 106
7. Sato-Ilic M.: Fuzzy clustering model based on changes in vagueness. Proc. The Second International Conference on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials, Honolulu, Hawaii 1999, pp. 1109 - 1115
8. Setnes M., Babuska R., Verbruggen H.B.: Complexity reduction in fuzzy modeling. *AR-GESIM Report* No.11.(1997), pp.51-56
9. Walaszek-Babiszewska A.: Fuzzy modeling in econometric studies. *Management*, Vol.3, 1999 pp. 83-91
10. Walaszek-Babiszewska A., Kowal A.: Wykorzystanie grupowania rozmytego do klasyfikacji próbek węgla. Międzynarodowa Konferencja Górnictwo 2000. Materiały konferencyjne. Szczyrk, 1999. Str. 169-179
11. Yager R.R., Filev D.P.: Essential of Fuzzy Modeling and Control (Polish edition) WNT, Warsaw 1995
12. Zadeh L.: From computing with numbers to computing with words – from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications*, Vol.45, No.1 1999, pp.105 – 119.

Recenzent: Prof.dr inż. Stanisław Cierpisz

Abstract

In the article linguistic rule models and Takagi-Sugeno fuzzy models are presented. These models make possible to take decisions based on fuzzy inference mechanism and they unite a representation of quality knowledge with quantitative information extracted from experimental data.

In part 2 linguistic model and membership function for fuzzy sets are defined. MIMO models can be transformed to a set of MISO models, which are described, by a set of rules. An example shows identification of the model for discrete-time non-linear dynamic system. Arbitrary fuzzy ranges are marked on the grounds of measured values of ash contents for 60 coal samples. These values construct a time sequence. Next a rule base is obtained.

In the section 3 a model Takagi-Sugeno is defined. This model describes fuzzy system as a set of the rules "IF...THEN". An example shows a model to approximate ash contents in the concentrate.

In the chapter 4 a problem of fuzzy model identification is presented. A task consists in a selection of input and output variables, a model's variable partition to intervals of the domain, a selection of fuzzy sets and membership function, a selection of a type of the model. Notional grouping means finding of the regularity in the data train set. Data set is divided into the representative categories. New examples are classified on the grounds of obtained groups. A classification of the uncertain objects by the attribution them to one category with definite agreement grade, is possible thanks the fuzzy clustering. One of the methods is fuzzy equivalence relation-based hierarchical clustering method. En example presents a classification of the 30 coal samples characterised by the 8 parameters. A similarity of two samples is defined as an Euclidean distance. The α -cut ranges are prepared based on the computed similarity matrix. A partition tree presents consecutive data partitions for the cluster analysis.