ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 39 Nr kol. 686

Jolanta LIPIŃSKA

ALGEBRAIZACJA PSEUDOGRUPY SCHOUTENA-HAANTJESA

Streszczenie. W pracy przytoczono dowody dwóch twierdzeń. Twierdzenie I mówi, że niepusta pseudogrupa Schoutena i Haantjesa jest równoważna uogólnionej półgrupie inwersyjnej, jeżeli jej elementy są odwzorowaniami różnowartościowymi. Twierdzenie II mówi, że niepuste pseudogrupy Schoutena i Haantjesa są jedynymi przykładami uogólnionych półgrup inwersyjnych.

W [4] podano definicję i własności uogólnionej półgrupy inwersyjnej. W [6] podano przykłady uogólnionych półgrup inwersyjnych, a w [7] wyjaśniono stosunek uogólnionej półgrupy inwersyjnej do innych systemów algebraicznych z jedną dwuargumentową częściową operacją.

Celem tej pracy jest zastosowanie uogólnionej półgrupy inwersyjnej do algebraizacji pseudogrupy Schoutena-Haantjesa.

W tym celu dowodzimy dwóch twierdzeń. Twierdzenie I mówi, że dla zbioru odwzorowań różnowartościowych pojęcie niepustej pseudogrupy Schoutena-Haantjesa jest równoważne pojęciu uogólnionej półgrupy inwersyjnej. Natomiast twierdzenie II, że poza niepustymi pseudogrupami Schoutena-Haantjesa (z dokładnością do izomorfizmu) nie ma innych przykładów uogólnionych półgrup inwersyjnych.

Przyjmijmy definicje i oznaczenia jak w [4], [6] i [7]. Twierdzenie I z [6] mówi nam, że każda niepusta pseudogrupa Schoutena-Haantjesa jest uogólnioną półgrupą inwersyjną. Wypowiemy teraz twierdzenie ogólniejsze:

Twierdzenie I

Dla zbioru Γ odwzorowań różnowartościowych zachodzi:

Γ - jest niepustą pseudogrupą Schoutena-Haantjesa $\Longleftrightarrow$.

(Γ, o_Γ) - jest uogólnioną półgrupą inwersyjną.

DOWÓD: Twierdzenie I z [6] mówi nam, że zachodzi wynikanie w jedną stronę. Pozostaje do udowodnienia implikacja w drugą stronę. W tym celu załóżmy, że (Γ, o_Γ) jest uogólnioną półgrupą inwersyjną. Wobec tego $\emptyset \neq D_{o_\Gamma} \subset \Gamma \times \Gamma \wedge o_\Gamma(D_{o_\Gamma}) \subset \Gamma$, gdzie $D_{o_\Gamma} = \{(g,f) \in \Gamma \times \Gamma : f(D_f) \cap D_g \neq \emptyset\}$, czyli jest spełniony warunek (1) pseudogrupy Schoutena-Haantjesa oraz niepustość zbioru Γ. Niech $f \in \Gamma$. Ponieważ Γ jest zbiorem odwzorowań różnowartościowych, więc układ równań $f \circ (g \circ f) = f$, $g \circ (f \circ g) = g$ jest spełniony tylko dla $g = f^{-1}$, a więc na mocy aksjomatu 2 uogólnionej półgrupy inwersyjnej otrzymujemy, że $f^{-1} \in \Gamma$. Tym samym twierdzenie zostało udowodnione.

Widzimy więc, że dla zbioru odwzorowań różnowartościowych pojęcie uogólnionej półgrupy inwersyjnej jest równoważne pojęciu niepustej pseudogrupy Schoutena-Haantjesa. Powstaje pytanie, co będzie, gdy elementy zbioru będą dowolne?

Twierdzenie II

Każda uogólniona półgrupa inwersyjna $(B,\cdot)$ jest izomorficzna (w sensie izomorfizmu uogólnionych półgrup inwersyjnych) z pewną niepustą pseudogrupą Schoutena-Haantjesa.

Zanim przystąpimy do dowodu twierdzenia, sformułujemy i udowodnimy kilka pomocniczych lematów dotyczących uogólnionej półgrupy inwersyjnej $(B,\cdot)$.

Lemat I

$$\bigwedge_{a,b,c \in B} ((e_l(b) \leqslant e_r(a) \wedge e_l(c) \leqslant e_r(a) \wedge ab = ac) \Rightarrow b = c).$$

DOWÓD: Zauważmy, że $e_l(b) \leqslant e_r(a) \Rightarrow (e_r(a), e_l(b)) \in D \Rightarrow (a,b) \in D$ z wn. 4,6 z [4]. $e_l(b) = e_r(a)e_r(e_l(b)) = e_r(a)e_l(b)$ na podstawie wniosków 2, 3, 6 z [4] i założenia, podobnie $e_r(a)e_l(c) = e_l(c)$. Mamy wobec tego $b = e_l(b)b = (e_r(a)e_l(b))b = e_r(a)(e_l(b)b) = e_r(a)b = a^{-1}(ab) = a^{-1}(ac) = (a^{-1}a)c = e_r(a)c = e_r(a)(e_l(c)c) = (e_r(a)e_l(c))c = e_l(c)c = c$.

Lemat II

$$\bigwedge_{a,b,c \in B} ((((a,b) \in D \wedge b \leqslant c) \Rightarrow ab \leqslant ac) \wedge (((b,a) \in D \wedge b \leqslant c) \Rightarrow ba \leqslant ca)).$$

DOWÓD: Wykażemy najpierw pomocniczo, że $b \leqslant c \Leftrightarrow bb^{-1} = cb^{-1}$. $b \leqslant c$ oznacza, że $ce_r(b) = b$. Mamy wobec tego $bb^{-1} = (ce_r(b))b^{-1} = c(e_r(b)b^{-1}) = cb^{-1}$.

Niech teraz $bb^{-1} = cb^{-1}$. Wobec tego $b = (bb^{-1})b = (cb^{-1})b = c(b^{-1}b) = ce_r(b)$, czyli $b \leqslant c$.

Aby więc wykazać nierówność $ab \leqslant ac$, wystarczy pokazać, że $(ac)(ab)^{-1} = (ab)(ab)^{-1}$. Zauważmy, że $(ab,(ab)^{-1}) \in D$. Rzeczywiście, jeśli $(a,b) \in D$ i $b \leqslant c$, mamy $(ab)(ab)^{-1} = (ab)(b^{-1}a^{-1}) = (a(bb^{-1}))a^{-1} = (a(cb^{-1}))a^{-1} = (ac)(b^{-1}a^{-1}) = (ac)(ab)^{-1}$.

Pokażemy teraz, że $(ca)(ba)^{-1} = (ba)(ba)^{-1}$.

Korzystając z założenia $(b,a)\in D \wedge b \leqslant c$ mamy $(ba)(ba)^{-1} = (ba)(a^{-1}b^{-1}) =$ $= (b(aa^{-1}))b^{-1} = ((ce_r(b))e_l(a))b^{-1} = (c(e_r(b)e_l(a)))b^{-1} = (c(e_l(a)e_r(b)))b^{-1} =$ $= (ce_l(a))(e_r(b)b^{-1}) = (ce_l(a))b^{-1} = (ca)(a^{-1}b^{-1}) = (ca)(ba)^{-1}$.
Równość $(ba)(ba)^{-1} = (ca)(ba)^{-1}$ oznacza, że $ba \leqslant ca$.

Lemat III

$$\bigwedge_{a,b\in B}\ \bigwedge_{\varepsilon\in B_0} (((\varepsilon,a)\in D \Rightarrow \varepsilon a \leqslant a) \wedge ((a,\varepsilon)\in D \Rightarrow a\varepsilon \leqslant a) \wedge$$

$$((a,b)\in D \Rightarrow e_l(ab) \leqslant e_l(a))).$$

DOWÓD: Aby wykazać, że $\varepsilon a \leqslant a$, wystarczy pokazać, że $a(\varepsilon a)^{-1} = (\varepsilon a)(\varepsilon a)^{-1}$. Jeśli $(\varepsilon,a)\in D$, to rzeczywiście zachodzi

$$(\varepsilon a)(\varepsilon a)^{-1} = (\varepsilon a)(a^{-1}\varepsilon) = (\varepsilon e_l(a))\varepsilon = (e_l(a)\varepsilon)\varepsilon = e_l(a)(\varepsilon\varepsilon) =$$

$$= e_l(a)\varepsilon = (aa^{-1})\varepsilon = a(a^{-1}\varepsilon) = a(\varepsilon a)^{-1}.$$

Niech teraz $(a,\varepsilon)\in D$. Mamy $(a\varepsilon)(a\varepsilon)^{-1} = (a\varepsilon)(\varepsilon a^{-1}) = a(\varepsilon a^{-1}) = a(a\varepsilon)^{-1}$, czyli $a\varepsilon \leqslant a$. W końcu niech $(a,b)\in D$. Mamy $e_l(ab) = (ab)(b^{-1}a^{-1}) =$ $= (ae_l(b))a^{-1} = (ae_l(b))(e_l(b)a^{-1}) = e_r(e_l(b)a^{-1})$.

Ponieważ na podstawie udowodnionej już implikacji wynika, że $e_l(b)a^{-1} \leqslant a^{-1}$, więc na podstawie wniosku 7 z [4] $e_r(e_l(b)a^{-1}) \leqslant e_r(a^{-1}) =$ $= e_l(a)$. To kończy dowód.

Lemat IV

$$\bigwedge_{a,b,c,\in B} (e_l(c) \leqslant e_r(ab) \Leftrightarrow (e_l(c) \leqslant e_r(b) \wedge e_l(bc) \leqslant e_r(a))).$$

DOWÓD: Wykażemy najpierw pomocniczą implikację:

$$\bigwedge_{a,b,c\in B} (((a,b)\in D \wedge e_l(b) \leqslant e_l(c)) \Rightarrow e_l(ab) \leqslant e_l(ac)).$$

Niech $a,b\in D$. Mamy $e_l(ab) = (ab)(b^{-1}a^{-1}) = (ae_l(b))a^{-1}$. Korzystając teraz z lematu II i nierówności $e_l(b) \leqslant e_l(c)$, mamy

$$(ae_l(b))a^{-1} \leqslant (ae_l(c))a^{-1}.$$

Zauważmy jeszcze, że $(ae_l(c))a^{-1} = (ac)(c^{-1}a^{-1}) = (ac)(ac)^{-1} = e_l(ac)$.
Wobec tego $e_l(ab) \leqslant e_l(ac)$.

Załóżmy teraz, że $e_l(c) \leqslant e_r(ab)$. Mamy $e_l(c) \leqslant e_r(ab) = e_l(b^{-1}a^{-1}) \leqslant e_l(b^{-1}) = e_r(b)$.

Skorzystaliśmy tutaj z lematu III.

Pokażemy teraz, że $e_l(bc) \leqslant e_r(a)$.

$e_l(c) \leqslant e_r(b)$, więc $(e_r(b), e_l(c)) \in D$, a stąd na podstawie wniosku 4 z [4] $(b,c) \in D$. Nierówność $e_l(c) \leqslant e_r(ab)$ można zapisać $e_l(c) \leqslant e_l(b^{-1}a^{-1})$, wykorzystamy więc pomocniczą implikację. Orrzymamy $e_l(bc) \leqslant e_l(b(b^{-1}a^{-1})) = e_l((bb^{-1})a^{-1}) = e_l(e_l(b)a^{-1}) = e_r(ae_l(b))$. Ponieważ na podstawie lematu III $ae_l(b) \leqslant a$, więc z wniosku 7 z [4] wynika, że $e_r(ae_l(b)) \leqslant e_r(a)$. Pozostaje do wykazania implikacja przeciwna.

Jeśli $e_l(c) \leqslant e_r(b)$, więc $(b,c) \in D$. Ponieważ $bc = (b(b^{-1}b))c = b(b^{-1}(bc))$, więc także $(b^{-1}, bc) \in D$. Korzystając z implikacji pomocniczej i nierówności $e_l(bc) \leqslant e_r(a) = e_l(a^{-1})$ mamy $e_l(e_r(b)c) = e_l(b^{-1}(bc)) \leqslant e_l(b^{-1}a^{-1}) = e_r(ab)$. Ale $e_r(b)c = (e_r(b)e_l(c))c = e_l(c)c = c$, gdyż $e_l(c) \leqslant e_r(b)$. Tym samym dowód jest zakończony.

DOWÓD twierdzenia II

Dla $a \in B$ niech $\varphi(a) = \rho_a$, gdzie $\rho_a : D_{\rho_a} \subset B \to \rho_a(D_{\rho_a}) \subset B$, $\rho_a(x) = ax$, $D_{\rho_a} = \{x \in B : e_l(x) \leqslant e_r(a)\}$. $D_{\rho_a} \neq \emptyset$, gdyż $e_r(a) \in D_{\rho_a}$. Zauważmy, że $x \in D_{\rho_a} \Rightarrow e_l(x) \leqslant e_r(a) \Rightarrow (e_r(a), e_l(x)) \in D \Rightarrow (a,x) \in D$.

Wykażemy najpierw, że odwzorowanie $\rho_a(x)$ jest różnowartościowe. Przypuśćmy, że $ax_1 = ax_2$, gdzie $e_l(x_1) \leqslant e_r(a)$, $e_l(x_2) \leqslant e_r(a)$. Na podstawie lematu I mamy, że $x_1 = x_2$. Następnie pokażemy, że φ jest izomorfizmem B na $\varphi(B)$.

Dla wykazania różnowartościowości φ załóżmy, że a i b są różnymi elementami z B. Wtedy $D_{\rho_a} = \{x \in B : e_l(x) \leqslant e_r(a)\}$, $D_{\rho_b} = \{x \in B : e_l(x) \leqslant e_r(b)\}$, a ponieważ $a \neq b$, więc albo $e_r(a) \neq e_r(b)$, wtedy $D_{\rho_a} \neq D_{\rho_b}$, czyli $\rho_a \neq \rho_b$, albo $e_r(a) = e_r(b)$, czyli $\rho_a(e_r(a)) = a \neq b = \rho_b(e_r(b)) = \rho_b(e_r(a))$, a więc znowu $\rho_a \neq \rho_b$.

Wykażemy teraz, że:

1^o $\rho_b(D_{\rho_b}) = \{y \in B : \bigvee_{x \in B} (y = bx \wedge e_l(x) \leqslant e_r(b))\} = \{y \in B : e_l(y) \leqslant e_r(b^{-1})\} = D_{\rho_{b^{-1}}}$

2^o $$\bigwedge_{\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon\in B_o} (\varepsilon \leqslant \varepsilon_1 \wedge \varepsilon \leqslant \varepsilon_2) \Longleftrightarrow \varepsilon \leqslant \varepsilon_1\varepsilon_2)$$

Dla wykazania równości 1^o załóżmy, że $y\in\varrho_b(D_{\varrho_b})$.

Wobec tego $\bigvee_{x\in B} (y = bx \wedge e_l(x) \leqslant e_r(b))$.

Na podstawie lematu III $e_l(y) = e_l(bx) \leqslant e_l(b) = e_r(b^{-1})$, czyli $y\in D_{\varrho_{b^{-1}}}$.

Załóżmy teraz, że $y\in D_{\varrho_{b^{-1}}}$. Mamy więc $e_l(y)\leqslant e_r(b^{-1})$. Wobec tego $y = e_l(y)y = (e_r(b^{-1})e_l(y))y = (bb^{-1})y = b(b^{-1}y)$, czyli istnieje $x = b^{-1}y\in B$, że $y = bx$. Wystarczy jeszcze pokazać, że $e_l(b^{-1}y)\leqslant e_r(b)$. $(b^{-1},y)\in D$, a więc na podstawie lematu III $e_l(b^{-1}y)\leqslant e_l(b^{-1}) = e_r(b)$.

Niech teraz $\varepsilon\leqslant\varepsilon_1\varepsilon_2$. $\varepsilon_1\varepsilon_2\leqslant\varepsilon_1$, a także $\varepsilon_1\varepsilon_2\leqslant\varepsilon_2$, a więc z przechodniości relacji $\leqslant$ wynika, że $\varepsilon\leqslant\varepsilon_1$ i $\varepsilon\leqslant\varepsilon_2$. Mamy więc wykazaną implikację 2^o w jedną stronę.

Dla wykazania drugiej implikacji z 2^o załóżmy, że $\varepsilon\leqslant\varepsilon_1$ i $\varepsilon\leqslant\varepsilon_2$. Mamy więc $\varepsilon_1\varepsilon = \varepsilon$, $\varepsilon_2\varepsilon = \varepsilon$, czyli $\varepsilon = \varepsilon_1\varepsilon = \varepsilon_2\varepsilon = (\varepsilon_2\varepsilon_2)\varepsilon = \varepsilon_2(\varepsilon_2\varepsilon) = \varepsilon_2(\varepsilon_1\varepsilon) = (\varepsilon_1\varepsilon_2)\varepsilon$, a stąd $\varepsilon\leqslant\varepsilon_1\varepsilon_2$.

Powyższe fakty będą nam potrzebne w dowodzie równoważności

$(a,b)\in D \Longleftrightarrow (\varphi(a), \varphi(b))\in D_{o\varphi(B)}$.

$(\varphi(a),\varphi(b))\in D_{o\varphi(B)} \Longleftrightarrow (\varrho_a,\varrho_b)\in D_{o\varphi(B)} \Longleftrightarrow$ superpozycja $\varrho_a \circ \varrho_b$ jest określona

$\Longleftrightarrow \varrho_b(D_{\varrho_b})\cap D_{\varrho_a} \neq \emptyset \Longleftrightarrow \{y\in B: \bigvee_{x\in B} (y = bx \wedge$

$e_l(x)\leqslant e_r(b))\} \cap \{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(a)\} \neq \emptyset \Longleftrightarrow$

$\{y\in B : e_l(y)\leqslant e_r(b^{-1})\} \cap \{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(a)\} \neq \emptyset \Longleftrightarrow$

$\{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(b^{-1}) \wedge e_l(x)\leqslant e_r(a)\} \neq \emptyset \Longleftrightarrow$

$\{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(a)e_r(b^{-1})\} \neq \emptyset \Longleftrightarrow (e_r(a), e_r(b^{-1})) =$

$(e_r(a),e_l(b))\in D \Longleftrightarrow (a,b)\in D$. Pokażemy teraz, że $\varphi(ab) = \varphi(a)\circ\varphi(b)$.

Niech $(\varrho_a,\varrho_b)\in D_{o\varphi(B)}$. Mamy wtedy

$$D_{\varrho_a\circ\varrho_b} = \varrho_b^{-1}(D_{\varrho_a}) = \{x\in D_{\varrho_b} : \varrho_b(x)\in D_{\varrho_a}\} =$$

$$\{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(b)\wedge e_l(bx)\leqslant e_r(a)\} = \{x\in B : e_l(x)\leqslant e_r(ab)\} = D_{\varrho_{ab}}.$$

Skorzystaliśmy tutaj z lematu IV.

ϱ_{ab} zgodnie z określeniem odwzorowuje $D_{\varrho_{ab}}$ na $\varrho_{ab}(D_{\varrho_{ab}})$, natomiast $\varrho_a \circ \varrho_b$ przekształca $D_{\varrho_a \circ \varrho_b}$ na $\varrho_a \circ \varrho_b(D_{\varrho_a \circ \varrho_b})$.

Zachodzi również dla $x \in D_{\varrho_{ab}}$ $\varrho_{ab}(x) = (ab)x = a(bx) = a\varrho_b(x) = \varrho_a \circ \varrho_b(x)$, czyli mamy $P_{\varrho_{ab}} = \varrho_{ab}(D_{\varrho_{ab}}) = \varrho_{ab}(D_{\varrho_a \circ \varrho_b}) = \varrho_a \circ \varrho_b(D_{\varrho_a \circ \varrho_b}) = P_{\varrho_a \circ \varrho_b}$. Dziedziny przekształceń ϱ_{ab} i $\varrho_a \circ \varrho_b$ są takie same, przeciwdziedziny też oraz dla każdego $x \in D_{\varrho_{ab}}$ $\varrho_{ab}(x) = \varrho_a \circ \varrho_b(x)$, a więc $\varphi(ab) = \varrho_{ab} = \varrho_a \circ \varrho_b = \varphi(a) \circ \varphi(b)$. $\varphi(B)$ jest więc grupoidem częściowym izomorficznym z grupoidem częściowym B.

Ponieważ B jest uogólnioną półgrupą inwersyjną, więc $\varphi(B)$ także, wobec tego φ będzie izomorfizmem uogólnionych półgrup inwersyjnych. Mamy więc zbiór odwzorowań różnowartościowych $\varphi(B)$ taki, że $(\varphi(B), \circ_{\varphi(B)})$ jest uogólnioną półgrupą inwersyjną. Na podstawie twierdzenia I $\varphi(B)$ jest niepustą pseudogrupą Schoutena-Haantjesa. To kończy dowód twierdzenia II.

Twierdzenia to jest uogólnieniem twierdzenia o izomorfizmie dowolnej półgrupy inwersyjnej z inwersyjną podpółgrupą inwersyjnej półgrupy częściowych przekształceń (zob. [1] i [2]).

Twierdzenie I i II mówią nam, że uogólniona półgrupa inwersyjna jest algebraizacją pseudogrupy Schoutena-Haantjesa, natomiast pseudogrupy Schoutena-Haantjesa są jedynymi przykładami uogólnionych półgrup inwersyjnych wśród zbiorów odwzorowań różnowartościowych z operacją składania odwzorowań. Zauważmy jeszcze, że z twierdzenia II wynika:

<u>Wniosek</u>: Każdy grupoid Ehresmanna jest izomorficzny z pewnym grupoidem funkcyjnym (zob. [3]).

DOWÓD: Niech $(B, \cdot)$ będzie grupoidem Ehresmanna, a więc także uogólnioną półgrupą inwersyjną. Z twierdzenia II wynika, że system $(B, \cdot)$ jest izomorficzny z pewną pseudogrupą Γ Schoutena-Haantjesa. Jest oczywiste, że pseudogrupa Γ spełnia warunek (4.7) z [3]. Ponieważ pseudogrupa ta jest także grupoidem Ehresmanna (jako system izomorficzny z grupoidem Ehresmanna), więc zachodzą w niej prawa skracania, a stąd już wynika, że każde dwa odwzorowania mają dziedziny te same lub rozłączne. Rzeczywiście, niech $D_f \cap D_g \neq \emptyset$, $D_f \neq D_g$. Zachodzi wtedy $id_{D_f} \circ id_{D_f \cap D_g} = id_{D_g} \circ id_{D_f \cap D_g}$, a $id_{D_f} \neq id_{D_g}$, czyli mamy sprzeczność z prawem skracania. Ponieważ dziedziny odwzorowań należących do pseudogrupy Schoutena-Haantjesa są niepuste, więc stąd już wynika, że jest spełniony także warunek (4.1) z [3], czyli otrzymamy grupoid funkcyjny, zastępując w Γ odwzorowania funkcjami. W [3] operacja składania funkcji jest nieco zacieśniona ($g \circ f$ jest określone, gdy $f(D_f) \subset D_g$), ale w wypadku grupoidu funkcyjnego te dwie definicje pokrywają się.

Zastosowanie uogólnionej półgrupy inwersyjnej do algebraizacji pseudogrupy przekształceń zdefiniowanej przez Kobayashi i Nomizu będzie pokazane w [5].

LITERATURA

[1] КЛИФФОРД (CLIFFORD A.H.), ПРЕСТОН (PRESTON G.B.): Алгебраическая теория полугрупп, Москва 1972.

[2] ЛЯПИН Е.С.: Полугруппы, Москва 1960.

[3] WALISZEWSKI W.: Categories, groupoids, pseudogroups and analytical structures. Rozprawy Mat. 45, Warszawa 1965.

[4] LIPIŃSKA J.: Uogólniona półgrupa inwersyjna i jej własności. ZN Pol. Śl. s. Mat.-Fiz., z. 39.

[5] LIPIŃSKA J.: Algebraizacja pseudogrupy przekształceń (w przygotowaniu do druku).

[6] LIPIŃSKA J.: Przykłady uogólnionych półgrup inwersyjnych. ZN Pol.Śl., s. Mat.-Fiz., z. 39.

[7] LIPIŃSKA J.: Stosunek uogólnionej półgrupy inwersyjnej do innych systemów algebraicznych z jedną dwuargumentową częściową operacją. ZN Pol. Śl., s. Mat.-Fiz., z. 39.

АЛГЕБРАИЗАЦИЯ ПСЕВДОГРУППЫ СХОУТЕНА И ХАНТЬЕСА

Р е з ю м е

В этой работе мы даём доказательство двух теорем. Теорема I говорит что всякая непустая псевдогруппа Схоутена и Ханtьеса эквивалентна обобщённой инверсной полугруппе если её элементы это инективные преобразования. Теорема II говорит что непустые псевдогруппы Схоутена и Хантьеса единые примеры обобщённых инверсных полугрупп.

ALGEBRAISATION OF A PSEUDOGROUP OF SCHOUTEN AND HAANTJES

S u m m a r y

In this paper we give proofs of two theorems. Theorem I says that non-empty pseudogroup of Schounten and Haantjes is equivalent to a generalised inverse semigroup if its elements are injective applications. Theorem II says that non-empty pseudogroups of Schouten and Haantjes are the only examples for generalised inverse semigroups.

Wpłynęło do Redakcji 18.VI.1980 r.

Recenzent

Prof. Włodzimierz Waliszewski