

Ryszard GAWROŃSKI, Romuald SZOPA

PEWNE ZAGADNIENIA DRGAŃ POJAZDÓW PORUSZAJĄCYCH SIĘ  
NA LOSOWYM PODŁOŻU

Streszczenie. W pracy zanalizowano losowe drgania pojazdu o dwóch stopniach swobody. Przedstawiono numeryczne obliczenia wariancji dla liniowych i nieliniowych układów dynamicznych. W literaturze bada się różne modele pojazdów. Rozpatruje się różne rodzaje losowych nierówności drogi a także różnice prędkości pojazdów. W pracy ruch jest opisany układem (1) a profil drogi układem (2).

Otrzymane rezultaty przedstawiono na rysunkach 2-5. Rys. 1 przedstawia model pojazdu. Na rys. 2 i 3 przedstawiono wykresy wariancji dla kilku wartości współczynnika tłumienia. Otrzymane wyniki pozwoliły zbadać wpływ zmian współczynnika tłumienia, sztywności oraz współczynnika nieliniowości na wartości wariancji.

W literaturze można spotkać szereg opracowań dotyczących zagadnienia drgań modeli pojazdów poruszających się na losowym podłożu. Badane są różne modele od jednego do wielu stopni swobody, zakładane są różne rodzaje losowych nierówności drogi w zależności od jej typu oraz czynione są różne założenia dotyczące prędkości pojazdu [1 - 7].

W pracy zostanie zanalizowany model liniowy i nieliniowy o dwóch stopniach swobody (rys. 1), którego równania ruchu mają postać:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 + (c_1 + c_2) \dot{z}_1 - c_2 \dot{z}_2 + k_1 z_1 - k_2 (z_2 + \alpha z_2^3) + \\ + k_2 (z_1 + \alpha z_1^3) = c_1 \dot{y} + k_1 y \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 - c_2 \dot{z}_1 + k_2 (z_2 + \alpha z_2^3) - k_2 (z_1 + \alpha z_1^3) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

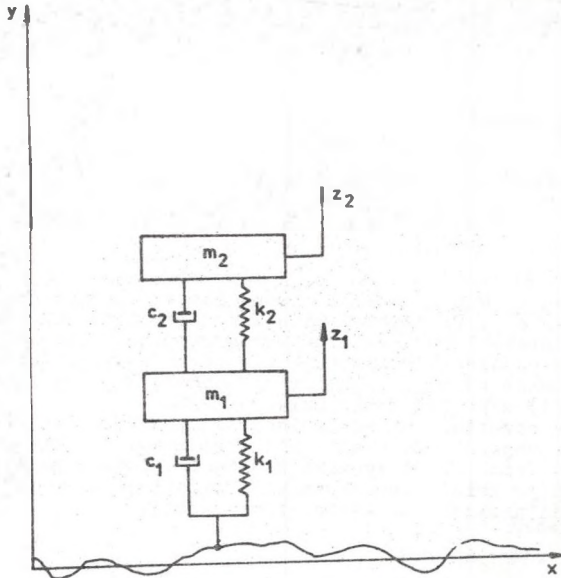
$m_1, m_2$  - masy,

$c_1, c_2$  - współczynnik tłumienia,

$k_1, k_2$  - sztywności,

$\alpha$  - parametr dotyczący nieliniowości,

$y=y(t, \omega)$  - stochastyczny profil drogi.



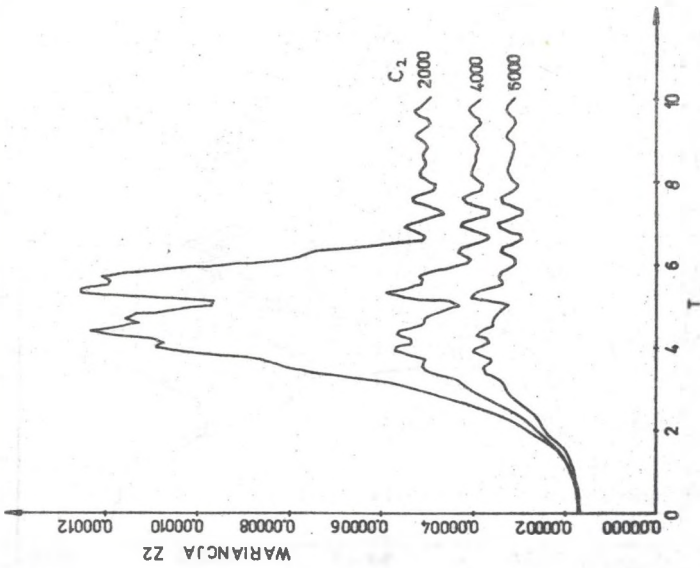
Rys. 1

Jako profil drogi przyjęto profil typu "losowy cosinus" przyjmując w nim 3 parametry losowe

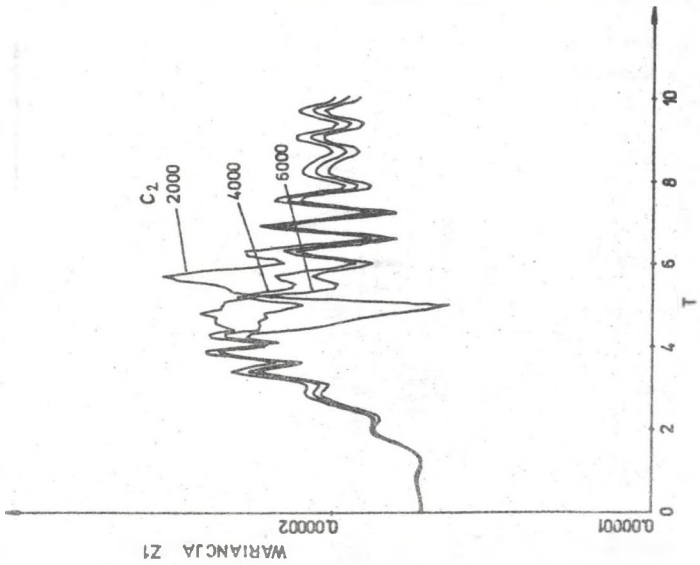
$$y(t, \omega) = \begin{cases} A(\omega) \cos(\beta(\omega) t^2 + \varphi(\omega)) & \text{dla } t \leq 5 \\ A(\omega) \cos(5\beta(\omega) t + \varphi(\omega)) & \text{dla } t > 5 \end{cases} \quad (2)$$

ta postać wzoru na profil drogi wynika z założenia, że ruch pojazdu jest jednostajnie przyspieszony (o losowej wartości przyspieszenia  $\beta(\omega)$ ) (od  $t = 0$  do  $t = 5$  sek., a następnie jednostajny. Analizę numeryczną przeprowadzono przyjmując wartości między innymi z pracy [3]. W szczególności przyjęto  $m_1 = 96$  [kg],  $m_2 = 600$  [kg],  $c_1 = 0$  [kg/sek],  $k_1 = 300\,000$  [kg/sek<sup>2</sup>] natomiast  $c_2$ ,  $k_2$  oraz  $\alpha$  było zmieniane. Warunki początkowe dla układu równań (1) wynikają bezpośrednio ze wzorów na profil drogi  $y$  dla  $t = 0$ , tzn.  $z_1(0, \omega) = z_2(0, \omega) = y(0, \omega)$  oraz  $\dot{z}_1(0, \omega) = \dot{z}_2(0, \omega) = 0$ . O procesie  $y$  (2) założono, że zmienne losowe  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  oraz  $\beta(\omega)$  mają rozkład równomierny odpowiednio w przedziałach  $[-10^{-2}, 10^{-2}]$ ,  $[0, 2\pi]$  oraz  $[0.8, 1.2]$ . Układ równań (1) rozwiązano symulacyjnie metodą Mersona. Do obliczeń wariancji rozwiązań  $\sigma_{z_1}^2$  i  $\sigma_{z_2}^2$  wykorzystano 200 realizacji, co zapewniło dużą dokładność otrzymanych wartości wariancji.

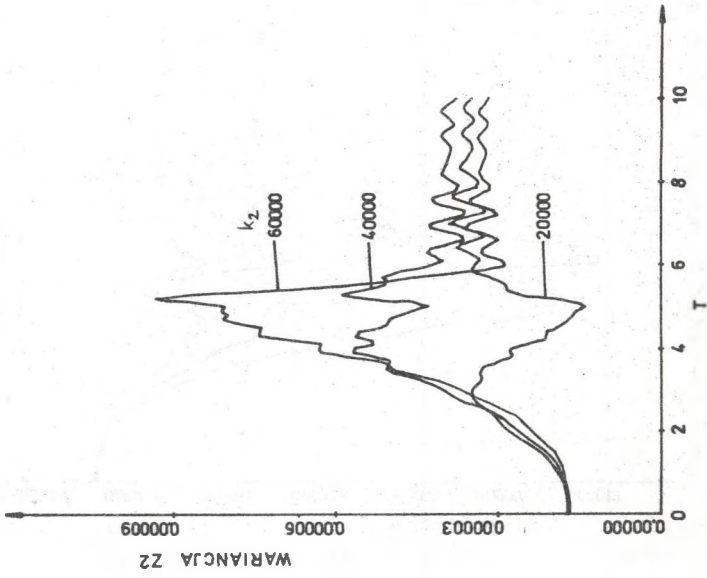
Na rys. 2 i 3 przedstawiono wykresy wariancji przy założeniu, że  $k_2 = 40\,000$  [kg/sek<sup>2</sup>],  $\alpha = 0$  oraz zmiennym współczynnikiem tłumienia  $c_2 = 2000, 4000, 6000$  [kg/sek].



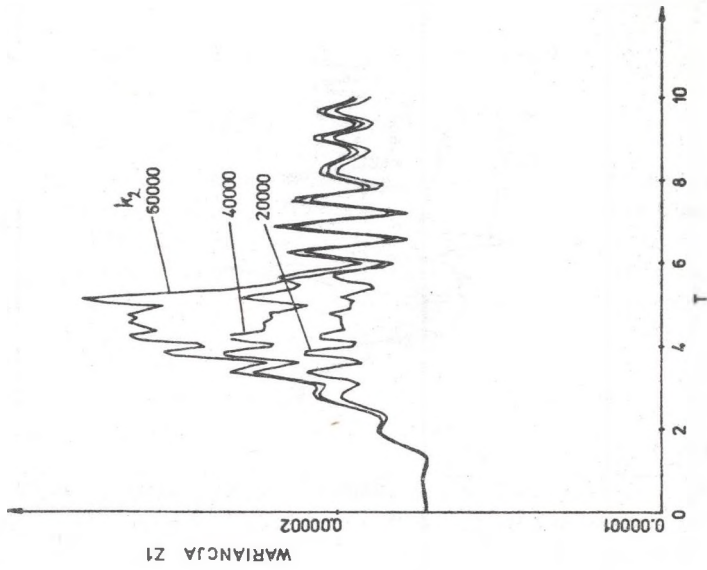
Rys. 3



Rys. 2



Rys. 5



Rys. 4

Na rys. 4 i 5 przedstawiono wykresy wariancji przy założeniu, że  $c_2 = 4000$  [kg/sek],  $\alpha = 0$  oraz zmiennej sztywności  $k_2 = 20\ 000, 40\ 000, 60\ 000$  [kg/sek<sup>2</sup>]. Badano także wpływ nieliniowości na postać wariancji,  $\alpha$  zmieniano w zakresie  $\alpha \in [0, 5]$  i otrzymywano tylko zmiany w trzeciej bądź czwartej cyfrze znaczącej wyniku. Można to tłumaczyć tym, że wartości rozwiązań układu (1) przy założonych parametrach są bardzo małe zarówno dla  $\alpha = 0$  jak  $\alpha \neq 0$  np. dla  $t = 3$

$$\alpha = 0 : \quad z_1(3) = -9.431958 \cdot 10^{-3}, \quad z_2(3) = -5.465630$$

$$\alpha = 5 : \quad z_1(3) = -9.432940 \cdot 10^{-3}, \quad z_2(3) = -5.485508$$

a stąd i wariancje nie mogą się różnić znacznie dla  $\alpha = 0$  i  $\alpha \neq 0$ .  
Otrzymane rezultaty pozwalają postawić następujące wnioski:

1. Zwiększanie współczynnika tłumienia  $c_2$  powoduje zmniejszanie wartości wariancji rozwiązania.
2. Zwiększanie sztywności  $k_2$  powoduje zwiększanie w początkowym okresie wartości wariancji, a następnie wartości są podobne.
3. Współczynnik  $\alpha$  dotyczący nieliniowości ma nieznaczny wpływ (przy założonych wartościach innych parametrów) na wartości wariancji rozwiązania.
4. Wartości wariancji ulegają silnym zmianom do  $t \sim 5$  sek (czas rozruchu), a następnie zmiany są mniejsze, wariancja dąży do ustalenia się (układ staje się stacjonarny).

#### LITERATURA

- [1] D.B. Macvean: Response of Vehicle Accelerating over Random Profile. Ingenieur - Archiv 49 (1980) 375-380.
- [2] P.C. Müller, K. Popp, W.O. Schiehlen: Berechnungsverfahren für stochastische Fahrzeugeschwingungen. Ingenieur - Archiv 49 (1980) 235-254.
- [3] J. Pokojski: Polioptymalizacja liniowego układu drgającego o dwóch stopniach swobody, przy wymuszeniu stochastycznym. III Konf. Metody i środki projektowania automatycznego. Warszawa 19-21 listopad 1981. 189-196.
- [4] G. Rill: Discussion related to the paper of D.B. Macvean: Response of Vehicle Accelerating over Random Profile in Ing.-Arch. 49 (1980) 375-380. Ingenieur - Archiv 51 (1981) 286a 286b.
- [5] K. Sobczyk, D.B. Macvean: Non - Stationary Random Vibrations of Road Vehicle with Variable Velocity. Symposium on Stochastic Problems in Dynamics, University of Southampton, U.K., July 19th to 23 rd, 1976, 21.1-21.6.
- [6] K. Sobczyk, D.B. Macvean, J.D. Robson: Response to Profile - Imposed Excitation with Randomly Varying Traversal Velocity. Journal of Sound and Vibrations 52, 1 (1977) 37-49.

- [7] J. Wicher: Zjawisko tłumienia dynamicznego w układzie znajdującym się pod działaniem wymuszenia losowego. Prace IPPT 32/1974. Warszawa.

#### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КОЛЕБАНИЙ МАШИН ДВИЖУЩИХСЯ ПО СТОХАСТИЧЕСКОМУ ОСНОВАНИЮ

#### Р е з ю м е

В работе дан анализ стохастических колебаний транспортных средств с двумя степенями свободы. Приведены машинные расчеты дисперсии для линейной и нелинейной динамических систем.

В литературе исследуются разные модели транспортных средств. Рассматриваются разные виды стохастических неровностей дороги а также разные скорости транспортных средств.

В статье данное движение описано системой (1) а профиль дороги системой (2). Полученные результаты представлены на рис. 2-5.

Рис. 1 представляет модель транспортных средств. На рис. 2 и 3 представлены графики дисперсий для нескольких коэффициентов поглощения. На рис. 4 и 5 представлены графики дисперсии для нескольких коэффициентов жесткости.

Полученные результаты дают возможность исследования влияния коэффициентов поглощения, жесткости и нелинейности на дисперсию.

#### S u m m a r y

In the paper the random vibration of a two degree of freedom vehicle model was analysed. The variance of solution for a linear and non-linear model was calculated.

In the references different models of a vehicle, are investigated. They are assumed different random rough of the profile of roads and different velocities of vehicles. In the paper the equations of motion are given by (1) and the profile of road - by (2). It is assumed that the velocity is uniform accelerated with random value of the acceleration.

The obtained results are presented in figures 2-5.

Figure presents the model of vehicle.

In figures 2 and 3 the variances by several values of damping coefficient are presented.

In figures 4 and 5 the variances by several values of stiffness are presented.

The following conclusions are obtained:

1. If the damping coefficient  $c_2$  is greater then the variance is smaller.
2. If the stiffness  $k_2$  is greater then in the initial time the variance is greater but later the influence of  $k_2$  is smaller.
3. The coefficient  $\alpha$  from the non-linear part of stiffness has small influence on the variance.
4. The values of variances are much changed to  $t = 5$  sec, later the changes are smaller, the variances aim to constant values.

Tłumaczyli autorzy

Wpłynęło do Redakcji 11.IV.1983

Recenzent

Prof. dr hab. Andrzej Tylikowski