ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: INFORMATYKA z. 38 Nr kol. 1451

Krzysztof DOBOSZ
Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

WŁASNOŚCI STRUKTURY SYSTEMU EWOLUCYJNEGO

Streszczenie. W publikacji omówiono własności struktury systemu ewolucyjnego. Wskazano i opisano części struktury, jakimi są pień i gałęzie. Sformułowane zostały dla nich odpowiednie definicje oraz wyprowadzono zależności opisujące najbardziej charakterystyczne własności struktury. Określono również wzór na całkowitą ilość elementów struktury systemu ewolucyjnego.

PROPERTIES OF EVOLUTIVE SYSTEM STRUCTURE

Summary. In the paper are discussed properties of evolutive system structure. Such parts of structure as stem and branches are indicated and described. Proper definitions for them are put into words, and dependences are created describing the most charcteristic properties of the structure. Also dependence for complete number of elements of evolutive system structure is defined.

1. Wstęp

W badaniach nad wizualizacją systemów ewolucyjnych napotkano wiele interesujących problemów, które wymagają dokładniejszego przeanalizowania. Zanim jednak przejdziemy do tej analizy, zostaną przybliżone czytelnikowi podstawowe definicje związane z zagadnieniem systemów ewolucyjnych, szerzej opisane w opracowaniu [1].

System ewolucyjny to uporządkowany zbiór elementów różnych typów oznaczonych symbolami a_1, a_2, ..., a_i, ... a_n, dla których to elementów operację elementarną oznaczamy odpowiednio A_1, A_2, ..., A_i, ... A_n. Zakładamy, że operacje te są wykonywane sekwencyjnie i synchronicznie, w tych samych momentach czasu dla wszystkich elementów zbioru.

Ciąg symboli operacji elementarnych $A_1, A_2, ..., A_i, ... A_n$ określających transformacje, którym podlegają elementy typów $a_1, a_2, ..., a_i, ... a_n$, nazywamy **słowem genetycznym MG** danego systemu rozwijającego się (ewolucyjnego). $MG = A_1, A_2, ..., A_i, ... A_n$

Zbiór n typów elementów oznaczamy przez: $Z = \{ a_1, a_2, ..., a_i, ... a_n \}$. Zatem system ewolucyjny SE jest zdefiniowany przez jego słowo genetyczne MG rozpięte nad zbiorem Z wszystkich typów elementów występujących w rozpatrywanym systemie oraz przez warunek początkowy, za który przyjmować będziemy zawsze a_1, co zapisujemy:

$$SE = \frac{MG}{Z} = \frac{A_1, A_2, ..., A_i, ... A_n}{a_1, a_2, ..., a_i, ... a_n}$$

O operacjach A_i zakładamy, że przekształcają elementy zbioru Z w elementy również należące do tego zbioru, czyli że jeżeli $A_i \in MG$ i $a_i \in Z$, to $A_i(a_i) \in Z$. Operacje te ogólnie można podzielić na trzy klasy:

- operacje transformacji, gdzie $A_i(a_i) = a_j$;
- operacje stagnacji, gdzie $A_i(a_i) = a_i$;
- operacje podziału, gdzie $A_i(a_i) = a_j a_k$, co oznacza, że elementy a_j i a_k znajdują się obok

siebie wzdłuż tego samego kierunku rozwoju lub gdzie $A_i(a_i) = a_j (a_k)$, co oznacza, że element a_k znajduje się na innym w stosunku do dominującego kierunku rozwoju, przy czym dla wszystkich operacji musi zachodzić: $j > i, k \geq i, j \neq k$.

Warunki te prowadzą do realizacji operacji poczynając od pierwszego elementu występującego w zbiorze Z i pierwszej operacji występującej w słowie MG. Następnie słowo MG czytane jest od lewej do prawej. Słowo takie to **słowo genetyczne o strukturze liniowej**. Jeśli w przypadku pewnej wartości i warunki liniowości nie są spełnione, to mamy do czynienia **ze słowem genetycznym o strukturze kołowej** z pętlą globalną bądź lokalną.

W dotychczasowych badaniach brano pod uwagę systemy ewolucyjne o dwóch stopniach swobody i synchronicznym trybie rozwoju. W systemach takich zbiór operacji jest ograniczony do sześciu zdefiniowanych następująco:

• Transformacja	$T(a_n) = b_{n+1}$
• Bifurkacja	$B(a_n) = b_{n+1}c_{n+1}$.
• Bifurkacja ze zmianą kierunku	$C(a_n) = b_{n+1}(c_{n+1})$.
• Generacja liniowa	$L(a_n) = b_{n+1}(a_{n+1})$.
• Generacja ze zmianą kierunku	$R(a_n) = b_{n+1}(a_{n+1})$.
• Stagnacja	$T(a_n) = a_{n+1}$.

przy czym „n" oznacza czas dyskretny procesu rozwoju (jednakże często podczas analizy systemów ewolucyjnych współczynnik ów jest pomijany).

W niniejszym artykule starano się pokazać, że na podstawie znajomości reguł rządzących systemem ewolucyjnym, zawartych w słowie genetycznym, możemy przewidzieć rozmieszczenie komórek systemu na dowolnym etapie jego rozwoju. W literaturze [1] można odnaleźć metody obliczania liczby komórek systemu ewolucyjnego na dowolnym etapie jego rozwoju. Jednakże aby zwizualizować strukturę systemu ewolucyjnego, dane te są niewystarczające. Struktura systemu ewolucyjnego jest strukturą drzewa binarnego [2]. W celu prezentacji zadanej struktury konieczna jest dokładna znajomość rozmieszczenia jej poszczególnych elementów, a więc wysokość drzewa, liczba gałęzi i liczba elementów leżących na poszczególnych warstwach struktury. Posiadając takie informacje, można narzucić sposób wykreślania struktury, tak aby otrzymać jej żądany kształt. Można także przewidzieć kształt struktury na kolejnych etapach rozwoju systemu ewolucyjnego.

2. Rozmieszczenie komórek systemu

W celu lepszego zrozumienia sposobu rozwoju struktury systemu ewolucyjnego zostanie przedstawiony przykład. Aby ocenić własności struktury drzewiastej systemu ewolucyjnego, musimy przede wszystkim znaleźć w słowie genetycznym przyczynę powstawania w niej rozgałęzień. Następnie skoncentrujemy się na poszczególnych cechach charakteryzujących strukturę odpowiednio je definiując.

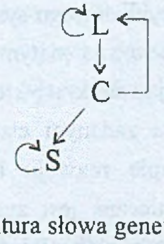
2.1. Rozwój struktury systemu ewolucyjnego

Rozwój struktury systemu ewolucyjnego zostanie przedstawiony na przykładzie konkretnego systemu ewolucyjnego. Weźmy pod uwagę system: $SE_0 = \dfrac{[LCS]}{a, b, c}$. Odpowiada mu struktura słowa genetycznego jak na rys. 1. Posiada on następujące relacje:

$L(a) = ba$

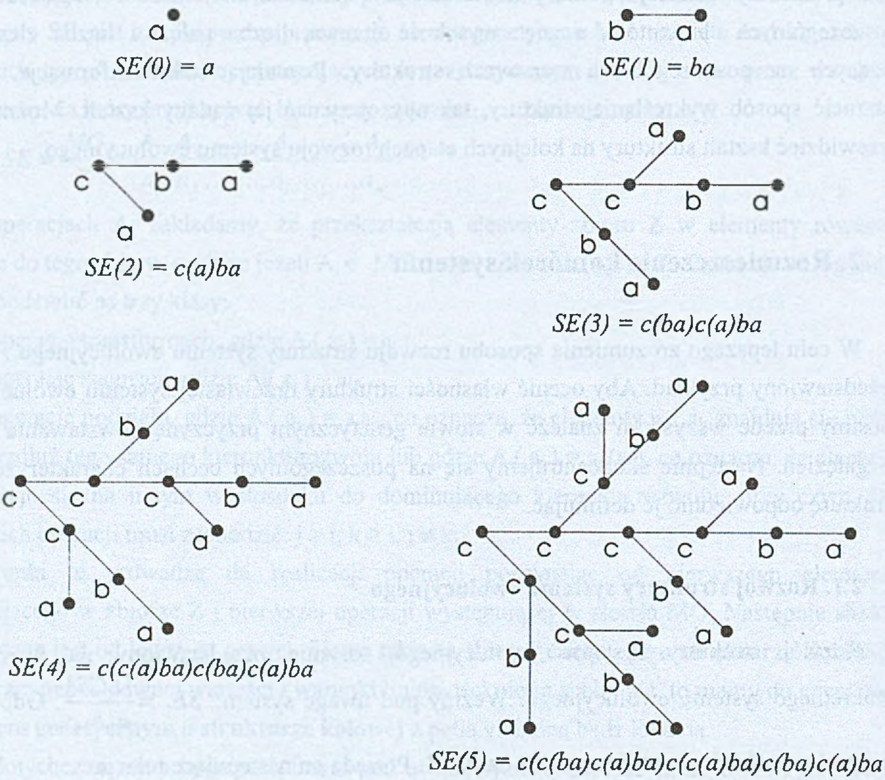
$C(b) = ca$

$S(c) = c$



Rys. 1. Struktura słowa genetycznego MG_0
Fig. 1. Structures of genetic word MG_0

Słowo genetyczne zbudowane jest z trzech operacji i posiada strukturę kołową z pętlą globalną. Na rys. 2 przedstawiono rozwój struktury tego systemu począwszy od stanu początkowego (którym jest pojedyncza komórka) do piątej fazy.



Rys. 2. Rozwój systemu SE_0
Fig. 2. Development of system SE_0

Jak widzimy na rys. 2, struktura przykładowego systemu rozwija się bardzo dynamicznie (m.in. dzięki sprzężeniu zwrotnemu) i już na piątym etapie rozwoju posiada dużą liczbę komórek i wiele rozgałęzień. Wykreślając strukturę krok po kroku, można osiągnąć rysunek przedstawiający system ewolucyjny na zadanym etapie rozwoju. Aby jednak wykreślić strukturę systemu na dowolnym etapie rozwoju bez znajomości rysunku na etapie bezpośrednio go poprzedzającym, konieczna jest znajomość jej zapisu w postaci ciągu komórek, bądź znajomość własności mówiących o jej wysokości i częściach składowych.

2.2. Wpływ operacji elementarnych na kierunki rozwoju systemu

Dzięki znajomości reguł rządzących systemem ewolucyjnym, a zawartych w słowie genetycznym, możemy przewidzieć nie tylko ogólną liczbę komórek systemu, ale również ich rozmieszczenie. Poszczególne operacje elementarne mają różny wpływ na powstawanie i zwiększanie długości poszczególnych gałęzi struktury, a więc na przemiany ilościowe i rozkład komórek w systemie. Jak wiadomo z [1], wyróżniamy sześć operacji elementarnych: transformacja, bifurkacja liniowa, bifurkacja ze zmianą kierunku, generacja liniowa, generacja ze zmianą kierunku, stagnacja. Oto jak one wpływają na postać i zawartość struktury:

- Transformacja - powoduje jedynie zmianę typu komórki nie powodując zmian ilościowych w systemie;
- Bifurkacja - jest przyczyną powstania rozgałęzienia w strukturze słowa genetycznego, lecz nie powoduje rozgałęzienia w strukturze systemu; w momencie jej wystąpienia obie odnogi słowa genetycznego generują komórki leżące na tym samym kierunku rozwoju, w tej samej gałęzi;
- Bifurkacja ze zmianą kierunku - powoduje powstanie nowej gałęzi zarówno w słowie genetycznym, jak i w strukturze systemu ewolucyjnego, przy czym w systemie ewolucyjnym inicjuje nową gałąź pojedynczą komórką;
- Generacja liniowa - powoduje powstanie nowej komórki w aktualnej gałęzi struktury systemu ewolucyjnego;
- Generacja ze zmianą kierunku - jej skutkiem jest zmiana kierunku prowadzenia aktualnej gałęzi, pod kątem wynikającym z instrukcji kontrolujących wchodzących w skład lokalnego systemu operacyjnego słowa genetycznego lub z parametrów systemu wizualizacji; tak więc z punktu widzenia analizy rozmieszczenia komórek w strukturze systemu jej działanie jest identyczne z działaniem generacji liniowej bez zmiany kierunku;
- Stagnacja - nie wprowadza żadnych zmian do struktury systemu ewolucyjnego.

Na kształt struktury systemu ewolucyjnego ma wpływ nie tylko rodzaj operacji, ale również jej położenie w strukturze słowa genetycznego. W kolejnych rozdziałach przeanalizujemy wynikające z tego faktu własności struktury systemu ewolucyjnego.

2.3. Obliczenie wysokości drzewa

Aby ocenić wysokość struktury drzewiastej systemu ewolucyjnego, musimy obliczyć zarówno wysokość pnia struktury, który tworzą komórki leżące na głównym kierunku rozwoju (kierunku wyznaczonym przez korzeń struktury i komórki powstałe z niego na skutek liniowych operacji generacji bądź bifurkacji), jak i długości gałęzi, które zbudowane są z komórek leżących na kierunkach bocznych. Jest to spowodowane tym, że najbardziej odległym od korzenia liściem może być zarówno komórka znajdująca się na końcu pnia, jak i komórka leżąca na końcu jednej z gałęzi struktury.

2.3.1. Wysokość pnia

DEFINICJA 2.1

Zbiór wszystkich komórek leżących na głównym kierunku rozwoju systemu ewolucyjnego i wykonujących operacje elementarne leżące w strukturze słowa genetycznego na ścieżce prowadzącej od korzenia tej struktury do jej najbardziej skrajnego, lewego liścia nazwiemy **pniem struktury systemu ewolucyjnego.**

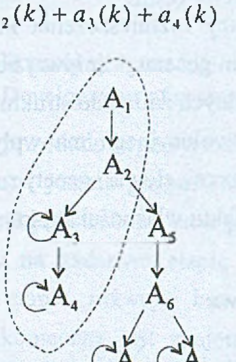
Na podstawie analizy struktury słowa genetycznego możemy wyznaczyć wysokość pnia struktury drzewiastej systemu ewolucyjnego. Liczba komórek, z których zbudowany jest pień, zależna jest od etapu rozwoju k, na którym znajduje się system ewolucyjny. Oznaczymy ją przez $V_0(k)$.

$$V_0(k) = \sum_{path:a_1}^{a_m} a(k) = a_i(k) + a_2(k) + \ldots + a_i(k) + \ldots + a_m(k) \tag{1}$$

gdzie A_m jest operacją elementarną, będącą skrajnym lewym liściem drzewiastej struktury słowa genetycznego.

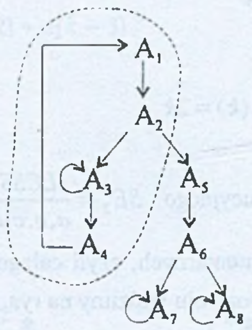
W przypadku systemu ewolucyjnego, jak na rys. 3, pień jego struktury jest zbudowany z komórek wykonujących operacje A_1, A_2, A_3, A_4. Tak więc wysokość pnia $V_0(k)$ równa jest liczbie tych komórek, znajdujących się w systemie ewolucyjnym będącym na k-tym etapie rozwoju:

$$V_0(k) = \sum_{path:a_1}^{a_4} a(k) = a_i(k) + a_2(k) + a_3(k) + a_4(k)$$



Rys. 3. Struktura przykładowego słowa genetycznego
Fig. 3. Sample genetic word structure

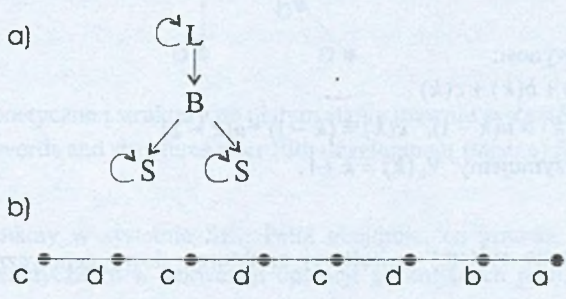
Słowo genetyczne może posiadać strukturę kołową (sprzężenie zwrotne). Pętla w słowie genetycznym ma jednak wpływ na długość pnia systemu tylko wtedy, gdy zawiera wyłącznie operacje elementarne wykonywane przez komórki leżące na głównym kierunku rozwoju systemu ewolucyjnego, a więc na przykład tak jak pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Struktura przykładowego słowa genetycznego z pętlą zwrotną
Fig. 4. Sample genetic word structure with feedback loop

PRZYKŁADY

W systemach ewolucyjnych, których słowa genetyczne nie zawierają operacji C, (bifurkacji ze zmianą kierunku), nie ma miejsca rozszczepianie struktury i wszystkie komórki należą do jej pnia. Przykładem może być system ewolucyjny $SE_1 = \frac{LBSS}{a,b,c,d}$, którego słowo genetyczne i strukturę po 4 etapie rozwoju widzimy na rys. 5.



Rys. 5. System ewolucyjny SE_1: a) słowo genetyczne,
b) struktura po czwartym etapie rozwoju
Fig. 5. Evolutive system SE_1: a) genetic word,
b) structure after fourth stage

Wysokość pnia wynosi:

$V_0(k) = a(k) + b(k) + c(k) + d(k)$

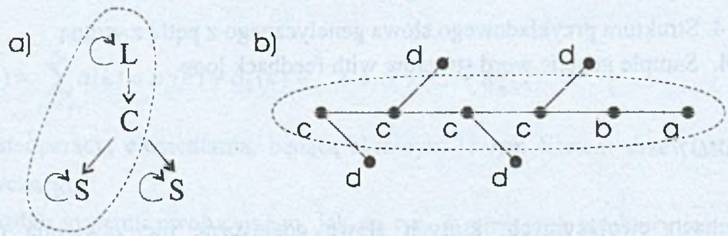
$a(k) = 1,\ b(k) = u(k-1),\ c(k) = d(k) = (k-1) * u(k-2)$

gdzie *u(x)* jest funkcją krokową:

$$u(x) = \begin{cases} 0, & dla\ x < 0 \\ 1, & dla\ x \geq 0 \end{cases} \tag{2}$$

stąd dla $k \geq 2$ otrzymujemy: $V_0(k) = 2k$

W przypadku systemu ewolucyjnego $SE_2 = \dfrac{LCSS}{a,b,c,d}$, ścieżka generująca pień nie obejmuje wszystkich operacji elementarnych, czyli całego słowa genetycznego. Jego słowo genetyczne i strukturę po 5 etapie rozwoju widzimy na rys. 6.



Rys. 6. System ewolucyjny SE_2: a) słowo genetyczne,
b) struktura po piątym etapie rozwoju
Fig. 6. Evolutive system SE_2: a) genetic word,
b) structure after fifth stage

Wysokość pnia wynosi:

$V_0(k) = a(k) + b(k) + c(k)$

$a(k) = 1,\ \ b(k) = u(k-1),\ \ c(k) = (k-1) * u(k-2)$

stąd dla $k \geq 2$ otrzymujemy: $V_0(k) = k + 1$.

Rozpatrzmy jeszcze systemy o kołowej strukturze słowa genetycznego: $SE_3 = \dfrac{[LC]S}{a,b,c}$ posiadający pętlę lokalną zawartą w ścieżce generującej pień systemu oraz $SE_4 = \dfrac{[LCS]}{a,b,c}$ posiadający pętlę globalną.

W systemie SE_3 pień zbudowany jest z komórek typu *a* i *b*.

$V_0(k) = a(k) + b(k)$

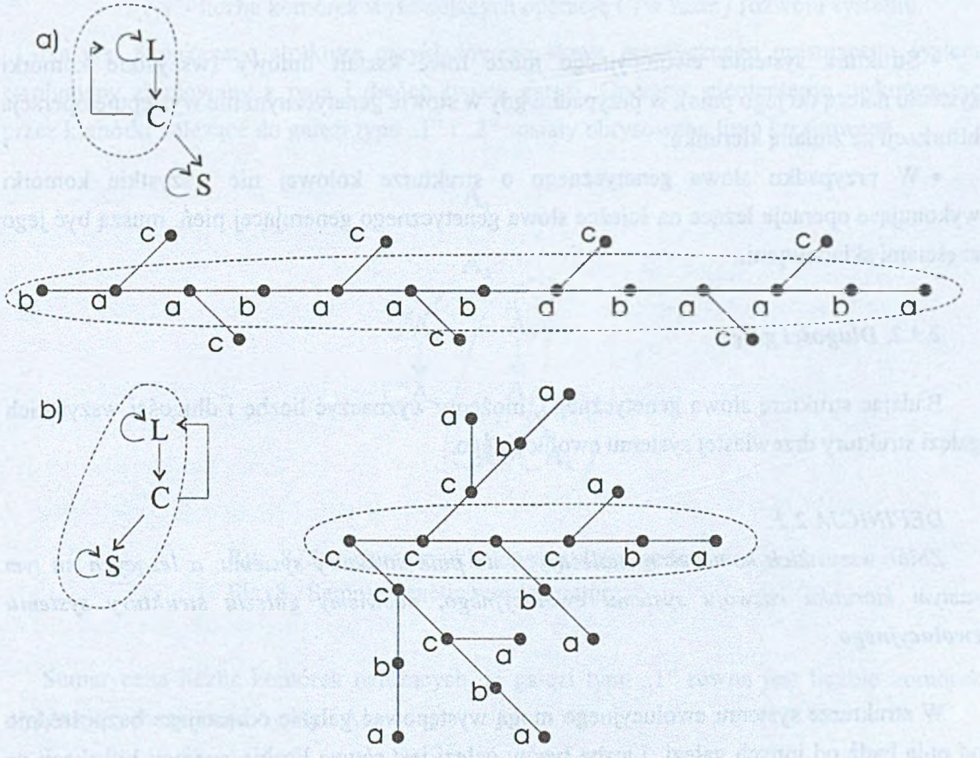
Obliczenie ilości tych komórek w systemie będącym na k-tym etapie rozwoju bazuje na zależnościach wynikających ze słowa genetycznego oraz na funkcji (2).

$$a(k) = a(k-1) + b(k-1), \quad b(k) = a(k-1)u(k-1)$$

$$a(k) = a(k-1) + a(k-2)u(k-2), \quad b(k) = u(k-1)(a(k-2) + a(k-3))$$

Dla $k > 2$ otrzymujemy:

$$V_0(k) = a(k-1) + 2a(k-2) + a(k-3).$$



Rys. 7. Słowa genetyczne i struktury po piątym etapie rozwoju systemów: a) SE_3, b) SE_4
Fig. 7. Genetic words and structures after fifth development stage: a) SE_3, b) SE_4

Inną sytuację mamy w systemie SE_4. Pętla obejmuje, co prawda, wszystkie operacje leżące w słowie genetycznym w sekwencji operacji generujących pień, lecz nie wszystkie wygenerowane przez nie komórki leżą na głównym kierunku rozwoju. W każdym etapie rozwoju systemu komórka typu b dzieli się na komórkę typu c, leżącą na kierunku głównym, jak i na komórkę a leżącą na kierunku bocznym. Jednak komórka leżąca na kierunku bocznym nie jest już częścią składową pnia, pomimo że będzie wykonywać operację leżącą na ścieżce generującej pień.

Tak więc komórki, które leżą na głównym kierunku rozwoju, oznaczymy indeksem „0":

$$V_0(k) = a_0(k) + b_0(k) + c_0(k)$$

$$a_0(k) = 1, \quad b_0(k) = u(k-1), \quad c_0(k) = (k-1)u(k-2)$$

stąd dla $k >= 2$ otrzymujemy:

$$V_0(k) = k + 1$$

WNIOSKI:

- Struktura systemu ewolucyjnego może mieć kształt liniowy (wszystkie komórki systemu należą do jego pnia), w przypadku gdy w słowie genetycznym nie występuje operacja bifurkacji ze zmianą kierunku;
- W przypadku słowa genetycznego o strukturze kołowej nie wszystkie komórki wykonujące operacje leżące na ścieżce słowa genetycznego generującej pień, muszą być jego częściami składowymi.

2.3.2. Długości gałęzi

Badając strukturę słowa genetycznego, możemy wyznaczyć liczbę i długości wszystkich gałęzi struktury drzewiastej systemu ewolucyjnego.

DEFINICJA 2.2

Zbiór wszystkich komórek nienależących do pnia struktury systemu, a leżących na tym samym kierunku rozwoju systemu ewolucyjnego, nazwiemy ***gałęzią struktury systemu ewolucyjnego****.*

W strukturze systemu ewolucyjnego mogą występować gałęzie odrastające bezpośrednio od pnia bądź od innych gałęzi. Liczba typów gałęzi jest równa liczbie operacji bifurkacji ze zmianą kierunku występujących w słowie genetycznym danego systemu ewolucyjnego.

DEFINICJA 2.3

Jeśli w słowie genetycznym operacja C występuje p-razy, a jej wystąpienia oznaczymy indeksami od „1" do „p" zaczynając od początku słowa genetycznego, to gałąź, której pierwsza komórka została wygenerowana przez operację C_i (gdzie: $1 \le i \le p$), nazwiemy ***gałęzią typu „i"****.*

Zauważmy, że liczba wszystkich gałęzi typu „i”, istniejących w strukturze systemu ewolucyjnego znajdującego się w k-tej fazie rozwoju, jest równa sumie wszystkich wykonań operacji C_i na wszystkich etapach rozwoju poprzedzających etap k.

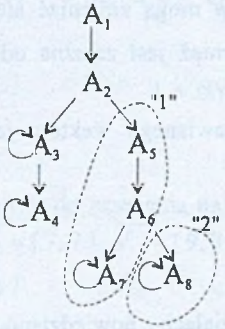
Zatem:

$$n_{C_i}(k) = n_{a_i}(0) + n_{a_i}(1) + n_{a_i}(2) + \dots n_{a_i}(k-1) = \sum_{j=0}^{k-1} a_i(j) \tag{3}$$

gdzie: $n_{C_i}(k)$ - liczba wszystkich gałęzi powstałych przez wykonanie operacji C_i,

$a_i(j)$ - liczba komórek wykonujących operację C_i w fazie j rozwoju systemu.

Na rys. 8 pokazano strukturę przykładowego słowa genetycznego opisującego system ewolucyjny zbudowany z pnia i dwóch typów gałęzi. Operacje elementarne wykonywane przez komórki należące do gałęzi typu „1” i „2” zostały obrysowane linią kreskowaną.



Rys. 8. Struktura przykładowego słowa genetycznego
Fig. 8. Sample genetic word structure

Sumaryczna liczba komórek należących do gałęzi typu „1” równa jest liczbie komórek wykonujących operacje A_5, A_6 i A_7:

$$V_1(k) = \sum_{path:a_5}^{a_7} a(k) = a_5(k) + a_6(k) + a_7(k)$$

Pierwsza komórka gałęzi typu „1” generowana jest przez operację A_2 należącą do pnia struktury systemu. Liczba gałęzi typu „1” równa jest liczbie wykonań tej operacji. Wybrana j-ta gałąź zbudowana jest tylko z niektórych komórek a_5, a_6 i a_7. Jej długość obliczamy następująco:

$$V_{1j}(k) = a_{5j}(k) + a_{6j}(k) + a_{7j}(k)$$

W przypadku gałęzi typu „2” suma ich długości równa jest sumie komórek wykonujących operację A_8: $V_2(k) = a_8(k)$. Długość wybranej j-tej gałęzi typu „2” oznaczamy następująco:

$$V_{2j}(k) = a_{8j}(k).$$

Uogólniając, długość j-tej gałęzi typu „i” jest równa:

$$V_{ij}(k) = a_{k_1 j}(k) + a_{k_2 j}(k) + ... + a_{k_i j}(k) + ... + a_{k_m j}(k), \quad (4)$$

gdzie komórki: $a_{k_1}, a_{k_2}, ... a_{k_i}, ... a_{k_m}$ są elementami tworzącymi gałęzie typu „i", a symbol $a_{k_i j}(k)$ oznacza liczbę komórek typu a_{k_i}, z których zbudowana jest *j*-ta gałąź.

Element struktury systemu ewolucyjnego, jakim jest jego gałąź, możemy również opisać w inny sposób: za pomocą wektora określającego miejsce początku i zakończenia gałęzi. Wektor taki jest zbiorem dyskretnych wartości, określających numery warstw, w których znajdują się krańcowe komórki reprezentowanej przez niego części struktury (pnia lub gałęzi). Wektor $\overline{V} = [g, h]$ opisuje część struktury zbudowaną z komórek należących kolejno do warstw: $g, g+1, g+2, ..., h-1, h$, przy czym do każdej z tych warstw należy tylko jedna komórka opisywanego zbioru. Aby obliczyć długość gałęzi, długość takiego wektora zwiększamy o 1, czyli liczba komórek opisywanej przez niego części struktury wynosi: $|\overline{V}| = h - g + 1$. Współrzędne g i h mogą zmieniać się podczas rozwoju systemu, zatem długość omawianego wektora również jest zależna od danego etapu rozwoju. Można ją również zapisać jako: $V(k) = h(k) - g(k) + 1$.

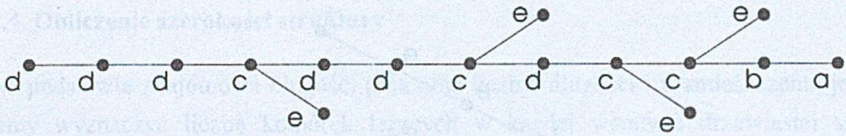
Przypadkiem szczególnym omawianego wektora jest wektor pnia struktury systemu ewolucyjnego: $\overline{V_0} = [0, h]$.

2.3.3. Wysokość drzewa

We wcześniejszych podrozdziałach powiedziano, jak obliczać długości pnia i poszczególnych gałęzi. W systemach ewolucyjnych opisanych słowem genetycznym bez systemu operacyjnego najdłuższą gałęzią jest pierwsza powstała gałąź danego typu. Należy jednak zauważyć, że gałąź może zaczynać się w dowolnym miejscu pnia lub innej gałęzi. Tak więc najdłuższa ścieżka w strukturze prowadząca od korzenia do jednego z liści struktury drzewiastej, której długość jest wysokością owej struktury h_{SE}, może zawierać elementy pnia i kilku gałęzi. Nie wystarczy jednak znać długości badanej gałęzi w danej fazie *k*, trzeba pamiętać również o tym, że miejsce odrostu tej gałęzi może nie być stałe, lecz może się oddalać od korzenia struktury wraz z jej rozwojem.

PRZYKŁADY

Rozpatrzmy przypadki systemów $SE_2 = \dfrac{LCSS}{a,b,c,d}$ (rys. 4) i $SE_5 = \dfrac{LCLSS}{a,b,c,d,e}$ (rys. 9).



Rys. 9. Struktura systemu SE_5 na piątym etapie rozwoju

Fig. 9. System's SE_5 structure on fifth development stage

W obu tych przypadkach nie zajmujemy się badaniem długości gałęzi, są one bowiem zbudowane z pojedynczych komórek. Interesujące jest tutaj zjawisko przesuwania się punktów odrostu gałęzi. W przypadku systemu *SE₂*, zjawisko to nie ma miejsca. Na piątym etapie rozwoju mamy do czynienia z czterema gałęziami typu „1"opisanymi następująco: $\overline{V_{11}} = [1,1]$, $\overline{V_{12}} = [2,2]$, $\overline{V_{13}} = [3,3]$ i $\overline{V_{14}} = [4,4]$. Ogólnie gałęzie tego typu możemy opisać:

$$\overline{V_{1j}} = [\, j, j\,],$$

gdzie: $j = 1, 2, \dots k\text{-}1$.

Dla systemu *SE₅*, również mamy do czynienia na piątym etapie rozwoju z czterema gałęziami typu „1": $\overline{V_{11}} = [4,4]$, $\overline{V_{12}} = [7,7]$, $\overline{V_{13}} = [9,9]$ i $\overline{V_{14}} = [10,10]$. Ogólnie gałęzie tego typu możemy opisać: $\overline{V_{1j}} = [\, j, j\,]$,

gdzie j przyjmuje kolejno wartości:

$(k-1)$,

$(k-1)+(k-2)$,

$(k-1)+(k-2)+(k-3)$,

...

$(k-1)+(k-2)+(k-3)+\dots+2$,

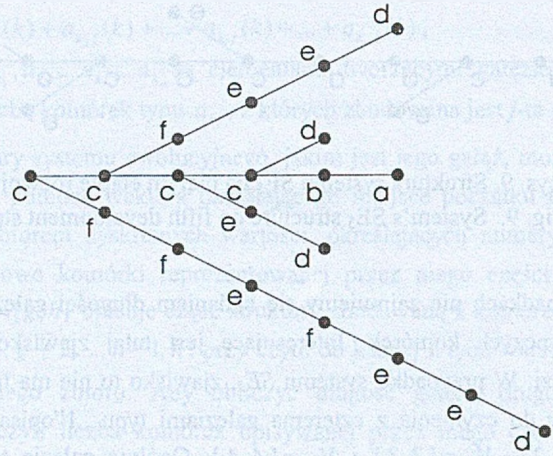
$(k-1)+(k-2)+(k-3)+\dots+2+1$.

W obu powyższych przypadkach wysokość struktury jest równa długości jej pnia:

$$h_{SE_2}(5) = \left|\overline{V_0}\right| = V_0(5) = n_a(5) + n_b(5) + n_c(5) = 1+1+4 = 6$$

$$h_{SE_5}(5) = \left|\overline{V_0}\right| = V_0(5) = n_a(5) + n_b(5) + n_c(5) + n_d(5) = 1+1+4+(1+2+3) = 12$$

Zbadajmy jeszcze system $SE_6 = \dfrac{LCSLLS}{a,b,c,d,e,f}$, którego strukturę przedstawiono na rys.10.



Rys. 10. Struktura systemu SE_6 na piątym etapie rozwoju
Fig. 10. System's SE_6 structure on fifth development stage

W systemie SE_6 na piątym etapie rozwoju mamy do czynienia z czterema gałęziami typu „1": $\overline{V_{11}} = [1, 7]$, $\overline{V_{12}} = [2, 5]$, $\overline{V_{13}} = [3, 4]$ i $\overline{V_{14}} = [4, 4]$. Zwróćmy uwagę na to, że podczas rozwoju systemu najszybciej rozrastają się gałęzie o niższych indeksach. Ogólnie gałęzie tego typu możemy opisać jako:

$$\overline{V_{1j}} = [\, j,\ j + \underbrace{1 + 2 + \ldots + (k-2)}_{k-1-j \ \text{czynników}}\,]$$

W przypadku systemu SE_5 gałęzie rosną znacznie szybciej od pnia struktury i już od piątego etapu rozwoju wysokość struktury równa jest sumie długości najdłuższej z gałęzi i pojedynczego elementu pnia:

$$h_{SE_6} = \begin{cases} V_0(k), & dla\ k \le 4 \\ \text{lub} & \\ V_{11}(k) + 1, & dla\ k \ge 4 \end{cases}$$

Jak widać z powyższego, w czwartej fazie rozwoju mamy: $h_{SE_6} = V_0(k) = V_{11}(k) + 1$.

WNIOSEK:

• W oparciu o przyjętą definicję gałęzi struktury systemu ewolucyjnego (rozdział 2.1.2, def. 2.2) można spostrzec, że element będący korzeniem struktury jest zawsze położony na głównym kierunku rozwoju, a co za tym idzie jest częścią składową pnia. Dlatego też najdłuższa ścieżka, wyznaczająca wysokość struktury, musi zawierać co najmniej jeden element należący do jej pnia.

2.4. Obliczenie szerokości struktury

Na podstawie znajomości długości pnia oraz liczby, długości i rozmieszczenia jej gałęzi możemy wyznaczyć liczbę komórek leżących w każdej warstwie drzewiastej struktury systemu ewolucyjnego.

DEFINICJE

*2.4. **Warstwą struktury systemu ewolucyjnego** nazwiemy zbiór jego komórek charakteryzujący się jednakową odległością od komórki będącej jego korzeniem.*

*2.5. Liczbę wszystkich komórek systemu należących do danej warstwy nazwiemy **szerokością warstwy** i oznaczymy jako l_i.*

Komórka należąca do badanej warstwy i może być częścią składową zarówno pnia struktury, jak i dowolnej z jej gałęzi. Przynależność tę możemy więc sprawdzić badając zawieranie się tej komórki kolejno we wszystkich wektorach składowych opisujących strukturę systemu ewolucyjnego:

$$a \in SE \Leftrightarrow a \in \overline{V_0} \cup a \in \overline{V_1} \cup a \in \overline{V_2} \cup \ldots\ldots \cup a \in \overline{V_i} \cup \ldots\ldots \cup a \in \overline{V_n},$$

gdzie V_i oznacza zbiór wektorów wszystkich gałęzi typu „i".

Jeśli komórka leżąca w warstwie i należy do wektora $\overline{V} = [g, h]$, to spełnia zależność: $g \le i \le h$. Zależność tę możemy zapisać też jako iloczyn dwóch funkcji:

$$a_i = u(i-g)u(h-i),$$

gdzie $u(x)$ jest funkcją zdefiniowaną następująco:

$$u(x) = \begin{cases} 0, & dla\ x < 0 \\ 1, & dla\ x \ge 0 \end{cases}$$

Zatem sumę wektorów pnia $\left|\overline{V_0}\right|$ i wszystkich gałęzi $\left|\overline{V_{ef}}\right|$, które zawierają komórki należące do warstwy l_i, możemy obliczyć następująco:

$$l_i = u(i-0)u(h_{ef} - i) + \sum_{e=1}^{p} \sum_{f=1}^{n_e} \left(u(i - g_{ef})u(h_{ef} - i)\right), \tag{5}$$

gdzie: p - liczba typów gałęzi,

n_e - liczba gałęzi typu e.

Jest to zarazem szerokość warstwy o indeksie i.

Zauważmy, że znajdując numer warstwy, której szerokość równa jest zero, a szerokość warstwy poprzedniej jest większa od zera - znajdujemy jednocześnie wysokość h_{SE} struktury drzewiastej:

$$h_{SE} = i \Leftrightarrow l_i = 0 \cap l_{i-1} > 0 \tag{6}$$

2.5. Obliczenie liczebności elementów struktury

Każdy element struktury systemu ewolucyjnego należy do jednej z jego gałęzi lub do jego pnia: $a_i \in SE \Leftrightarrow a_i \in \overline{V_0} \cup a_i \in \left\{ \overline{V_{11}}, \overline{V_{12}}, \dots \overline{V_{21}}, \overline{V_{22}}, \dots \overline{V_{ef}}, \dots \overline{V_{pn_p}} \right\}$,

gdzie: $\overline{V_{ef}}$ - f-ta gałąź typu „e",

p - liczba typów gałęzi (liczba wystąpień operacji C w słowie genetycznym),

n_p - liczba gałęzi typu p (liczba wykonań p-tej operacji C).

Dlatego też liczba wszystkich elementów struktury systemu ewolucyjnego jest równa sumie elementów wszystkich wektorów opisujących jej poszczególne części:

$$V(k) = \left|\overline{V_0}\right| + \sum_{e=1}^{p} \sum_{f=1}^{n_e} \left|\overline{V_{ef}}\right| \tag{7}$$

Z punktu widzenia podziału struktury systemu ewolucyjnego na warstwy każdy element należący do struktury należy jednocześnie do jednej z jego warstw: $a_i \in SE \Leftrightarrow a_i \in l_j$, gdzie: $0 \le j < h_{SE}$.

Zatem liczba wszystkich elementów struktury systemu ewolucyjnego jest też równa sumie elementów wszystkich warstw struktury:

$$V(k) = \sum_{i=0}^{h_{SE}(k)} l_i \tag{8}$$

Wzory (7) i (8) nie są najprostszym sposobem obliczenia liczebności struktury na zadanym etapie rozwoju k (inne rozwiązanie podano w [1]), lecz wynikają bezpośrednio z pozostałych jej parametrów, co jest ich cechą charakterystyczną.

PRZYKŁAD

Rozpatrzmy prosty system ewolucyjny $SE_2 = \dfrac{LCSS}{a, b, c, d}$, którego struktura na piątym etapie rozwoju przedstawiona została na rys. 4. Najpierw wyznaczamy długość pnia:

$$\overline{V_0} = [\,0, k\,],$$

$$\left|\overline{V_0}\right| = k - 0 + 1 = k + 1$$

i wszystkich gałęzi:

$$\overline{V_{11}} = [\,1, 1\,],\ \left|\overline{V_{11}}\right| = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$\overline{V_{12}} = [\,2, 2\,],\ \left|\overline{V_{12}}\right| = 2 - 2 + 1 = 1$$

...

$$\overline{V_{1n_1}} = [\,n_1, n_1\,] = n_1 - n_1 + 1 = 1$$

Operacja C, w wyniku której powstają gałęzie typu „1", wykonuje się k-1 razy, tak więc:

$n_l = k\text{-}1$.

Następnie określamy *V(k)* zgodnie z zależnością (7):

$$V(k) = V_0(k) + \sum_{j=1}^{n_1} V_{1j}(k) = (k+1) + (k-1) = 2k$$

Powyższy wynik można też otrzymać korzystając ze wzoru (8). Najpierw obliczamy liczbę komórek w każdej warstwie zgodnie z zależnością (5):

$$l_0 = u(0-0)u(k-0) + u(0-1)u(1-0) + u(0-2)u(2-0) + \ldots + u(0-n_1)u(n_1-0) = 1$$

$$l_1 = u(1-0)u(k-0) + u(1-1)u(1-1) + u(1-2)u(2-1) + \ldots + u(1-n_1)u(n_1-1) = 2$$

$$l_2 = u(2-0)u(k-2) + u(2-1)u(1-2) + u(2-2)u(2-2) + \ldots + u(2-n_1)u(n_1-2) = 2$$

$$\ldots$$

$$l_k = u(k-0)u(k-k) + u(k-1)u(1-k) + u(k-2)u(2-k) + \ldots + u(k-n_1)u(k_1-2) = 1$$

$$l_{k+1} = u((k+1)-0)u(k-(k+1)) + u((k+1)-1)u(1-(k+1)) + \ldots = 0$$

A następnie obliczamy sumę powyższych wyników częściowych:

$$V(k) = 1 + \underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{k-1 \ \text{razy}} + 1 = 1 + 2(k-1) + 1 = 2k$$

3. Uwagi końcowe

Własności struktury słowa genetycznego przeanalizowane w niniejszym opracowaniu pozwalają nam na poznanie jego wpływu na budowę struktury systemu ewolucyjnego. Przeanalizowano szereg szczególnych przypadków słów genetycznych i obliczono dla nich parametry struktury systemu ewolucyjnego na podstawie przedstawionych ogólnych wzorów. Dzięki nim zauważono przede wszystkim, że istotne znaczenie mają wystąpienia operacji bifurkacji ze zmianą kierunku, których wykonanie powoduje powstanie nowych gałęzi. Liczba tych wystąpień mówi nam o liczbie różnych typów gałęzi, natomiast położenie w strukturze słowa genetycznego jest jednym z czynników mówiących o liczbie gałęzi poszczególnych typów.

Istotnym spostrzeżeniem jest to, iż wysokość struktury drzewiastej systemu ewolucyjnego może być równa wysokości jego pnia lub jednej z gałęzi i części pnia, jednej lub kilku części różnych gałęzi i części pnia. Fakt ten, jak i znajomość szerokości poszczególnych warstw struktury, może zostać wykorzystany podczas wizualizacji struktury, gdzie pozwoli nam przewidzieć rozpiętość generowanego rysunku.

Należy również zauważyć, że na własnościach struktury systemu ewolucyjnego bazuje też sposób obliczania liczebności elementów struktury na dowolnym etapie rozwoju przedstawiony w rozdziale 2.5. Jest to alternatywne rozwiązanie w stosunku do metod zaproponowanych przez innych autorów [1], a bazujących na relacjach pomiędzy komórkami różnych typów. Jest ono łatwiejsze w stosowaniu, gdy mamy obliczone pozostałe parametry struktury systemu.

Rozważania przeprowadzone w niniejszym artykule są wstępem do badań nad szybkością rozwoju systemów ewolucyjnych w różnych kierunkach oraz rozwiązywaniem konfliktów występujących podczas ich wizualizacji. Wyniki badań zostaną wykorzystane w praktyce przy tworzeniu oprogramowania pozwalającego na wizualizację systemów ewolucyjnych.

LITERATURA

1. Węgrzyn S., Gille J.-C., Vidal P.: „Developmental Systems", Springer-Verlag, 1990.
2. Reingold E. M., Nievergelt J., Deo N.: Algorytmy kombinatoryczne. PWN, Warszawa 1985.
3. Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O.: Matematyka konkretna. PWN, Warszawa 1996, s.324-336.

Recenzent: Dr hab. inż. Mieczysław Kłopotek

Wpłynęło do Redakcji 7 stycznia 2000 r.

Abstract

In the paper properties of evolutive system structure are described. At the beginning influence of elementary operations on direction of development of evolutive system is characterised. Then in chapter 2.2 we are concentrated on calculating height of tree structure. Initially stem of the structure is defined (definition 2.1) and its length is given by (1). Figures 3 and 4 show which operations take part in creating stem of the sample evolutive systems. Figures 5 - 7 illustrate some examples included in that chapter. Next, branches of the structure are defined (definitions 2.2 and 2.3) and illustrated by figure 8, where we can see which part of genetic code creates branch of given type. Branches' length is given by (4). In the next part of that chapter influence of stem and branches on tree height is analysed. In chapter 2.4 level of the structure and width of the level are defined. Width of level is also characterised by (5). In chapter 2.5 the way of calculating complete number of structure's elements is described and written as (7) and another way as (8). Included example confirms the definitions. And at the end, chapter 3 contains conclusions.