

Janina POCZĘSNA

WYNIKI BADAŃ NAD STANEM WIEDZY I UMIEJĘTNOŚCI ABSOLWENTÓW SZKÓŁ ŚREDNICH Z PLANIMETRII I STEREOMETRII

Streszczenie. W opracowaniu przedstawiono wyniki badań nad stanem wiedzy z planimetrii i stereometrii w zakresie tych wiadomości i umiejętności, które są niezbędne w nauce geometrii wykreslonej.

Aby uzyskać obraz wiedzy z podstaw geometrii u studentów rozpoczynających studia, przeprowadzono na Wydziale Budownictwa Politechniki Śląskiej sprawdzian obejmujący 25 zadań z planimetrii i stereometrii. Wyniki sprawdzianu pozwoliły ustalić poziom braków występujących w wiedzy studentów oraz najczęściej popełniane przez nich błędy.

Analiza wyników pozwala też odpowiedzieć na następujące pytania:

- Co sprawia studentom najwięcej trudności w opanowywaniu geometrii wykreslonej?
- Na co należy w toku wykładów i ćwiczeń zwrócić uwagę?
- Które partie materiału studenci muszą uzupełnić?

Opracowanie zamykają wnioski i sugestie dotyczące nauki planimetrii i stereometrii w szkole średniej.

Program nauczania matematyki dla szkoły średniej przewiduje nauczanie początków geometrii wykreslonej w zakresie odwzorowań w rzucie prostokątnym punktu, prostej i płaszczyzny, a także niektórych zadań miarowych dla tych elementów. Głównie chodzi tu o zagadnienia związane z równoległością, prostopadłością oraz symetrią. Biorąc ten fakt pod uwagę, nauczanie geometrii wykreslonej, szczególnie w zakresie konstrukcji podstawowych, nie powinno być trudne. Warunkiem jednak są dobrze opanowane i należycie zrozumiane podstawowe twierdzenia i definicje z planimetrii i stereometrii, a także znajomość niektórych konstrukcji geometrycznych. Stanowią one tak zwaną wiedzę wejściową studentów z podstaw geometrii.

Wieloletnie obserwacje wskazują jednak, że stopień przygotowania absolwentów szkół średnich, zarówno z planimetrii jak i stereometrii, jest niewystarczający a czasem wręcz żenujący. Dlatego też pomiar stopnia opanowania tej wiedzy może pozwolić ustalić poziom braków występujących w wiadomościach i umiejętnościach studentów, a także najczęściej popełniane przez nich błędy

oraz odpowiedzieć na pytanie: co sprawia studentom największe trudności? na co należy w toku wykładów i ćwiczeń zwrócić uwagę? które partie materiału należy uzupełnić? itp.

Niniejsze opracowanie składa się z dwóch części.

W części pierwszej przedstawiono analizę programu matematyki w szkole średniej, z uwzględnieniem tych partii stereometrii, które mają spore znaczenie w nauce geometrii wykreślnej.

W części drugiej przedstawiono wyniki badań nad stanem wiedzy i umiejętności z podstaw geometrii poprzez prezentację odpowiedzi na pytania sprawdzianu przeprowadzonego wśród studentów Wydziału Budownictwa Politechniki Śląskiej. Opracowanie kończą wnioski i sugestie dotyczące nauki geometrii.

ANALIZA PROGRAMU GEOMETRII W SZKOLE ŚREDNIEJ

Spośród wielu działów matematyki, takich jak: algebra, teoria zbiorów, rachunek prawdopodobieństwa, geometria analityczna, niepoślednią rolę odgrywają: planimetria i stereometria będące działami geometrii.

W liceum ogólnokształcącym program przewiduje na naukę matematyki łącznie 498 godzin, z czego 167 godzin (co stanowi 33,5%) powinna stanowić geometria.

Zgodnie z obowiązującym programem geometria realizowana jest w klasach pierwszych, drugich i czwartych liceów i techników. Poszczególne działy geometrii łącznie z liczbą godzin przeznaczonych na ich realizację przedstawia tabela 1.

Na podstawie tabeli oraz ilości godzin wynikających z programu matematyki dla poszczególnych klas wynika, że geometria w klasie I stanowi około 42% ogólnej liczby godzin przeznaczonych na matematykę, w klasie II 33%, a w klasie IV aż 72%.

Programy poszczególnych klas szkół średnich zawierają pojęcia, definicje i twierdzenia występujące już w treściach nauczania matematyki szkoły podstawowej, lecz w znacznym stopniu poszerzone i usystematyzowane. Nowy dział w nauczaniu matematyki stanowi stereometria zajmująca się badaniem własności figur i brył geometrycznych w przestrzeni trójwymiarowej. Nauka stereometrii pozwala wykorzystać wiedzę z planimetrii w zadaniach przestrzennych. Z kolei wiedza i umiejętności z planimetrii i stereometrii są niezbędne w nauce geometrii wykreślnej, gdyż jak twierdzi np. S. Szerszeń [5, s.8] "teoretyczne podstawy geometrii wykreślnej są łatwo przyswajalne przez tych studentów, którzy opanowali geometrię elementarną a w szczególności stereometrię".

Tabela 1

Program geometrii w szkołach średnich

Klasa i typ szkoły	Działy geometrii	Liczba godzin
I LO i I technikum	Wiadomości wstępne i przekształcenia izometryczne.	12
	Figury przystające.	45
II LO i II technikum	Jednokładność i podobieństwo.	20
	Własności miarowe figur.	25
IV LO i IV technikum	Geometria przestrzeni trójwymiarowej, wiadomości wstępne.	6
	Równoległość w przestrzeni.	10
	Prostopadłość w przestrzeni.	10
	Przekształcenia geometryczne w przestrzeni.	14
	Układ współrzędnych w przestrzeni.	10
	Obojętność i pole powierzchni wielościanów.	15
	R a z e m	167

A zatem nauczanie i uczenie się geometrii wykreślnej w dużej mierze zależy od stopnia przyswojenia twierdzeń, definicji z podstaw geometrii, a także umiejętności rozwiązywania zadań przestrzennych.

Spośród szczegółowych tematów obowiązujących w nauczaniu geometrii w szkole średniej wybrano z programu te, których znajomość jest niezbędna w nauce geometrii wykreślnej. W wyborze uwzględniono to, co student powinien wiedzieć i umieć zastosować w praktycznym rozwiązywaniu zadań. Tematy poszczególnych zadań wraz z podziałem na wiadomości i umiejętności zestawiono w tabeli 2. Jak wynika z tabeli 2, większość obowiązujących zagadnień z podstaw geometrii realizowana jest w klasie czwartej szkoły średniej. Należy zaznaczyć, że program dla tej klasy obejmuje również zagadnienia z geometrii wykreślnej, takie jak: rozrzut równoległy oraz rzutowanie prostokątne na płaszczyznę. Jednak jak z wieloletnich obserwacji i doświadczeń w prowadzeniu zajęć z geometrii wykreślnej wynika, nie są one realizowane w szkołach średnich. Zaś celem niniejszej publikacji jest pokazanie, w jakim stopniu wymieniona w tabeli wiedza z planimetrii i stereometrii jest przyswojona przez absolwentów szkół średnich.

Tabela 2

Podstawy geometrii niezbędne do nauki geometrii wykreślnej

Klasa i typ szkoły	Zagadnienia	Wiedomości	Umiejętności
1	2	3	4
Szk. Podst.	Twierdzenie Talesa	Znajomość twierdzenia	Podział dowolnego odcinka na dowolną ilość równych części
kl. IV LO	Elementy Euklidesa	Znajomość twierdzenia i definicji dotyczących położenia punktu, prostej i płaszczyzny	Umiejętność odtworzenia w przestrzeni płaszczyzny złożonej z różnych elementów, a także wzajemnego usytuowania dwóch płaszczyzn oraz prostej i płaszczyzny
kl. IV LO	Proste przecinające się i równoległe	Znajomość twierdzenia o prostych przecinających się, definicja prostych równoległych	Umieć uzasadnić, że odległość dwóch prostych równoległych jest długością odcinka prostopadłego do obydwu prostych
kl. IV LO	Równoległość prostych i płaszczyzn	Twierdzenie o prostej równoległej do płaszczyzny	Umiejętność interpretacji twierdzenia na modelu oraz znajdowania prostej równoległej do płaszczyzny przechodzącej przez dowolny punkt przestrzeni
kl. IV LO	Proste prostopadłe	Twierdzenie i definicja prostych prostopadłych	Umiejętność wskazania na modelu sześcianu prostych prostopadłych, leżących w jednej płaszczyźnie oraz prostych skośnych
kl. IV LO	Prostopadłość prostych i płaszczyzn	Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny	Umiejętność uzasadnienia dlaczego prosta nie jest prostopadła do płaszczyzny, jeżeli jest prostopadła o dwóch prostych równoległych leżących na płaszczyźnie
kl. IV LO	Kąt dwuścienny	Definicja kąta dwuściennego	Umiejętność wyznaczania na modelu kąta między dwiema płaszczyznami metodą pośrednią i bezpośrednio
kl. IV LO	Kąt prostej i płaszczyzny	Definicja kąta zawartego między prostą i płaszczyzną	Znajdywanie kąta dla prostej dowolnie nachylonej do płaszczyzny
kl. II LO	Okrąg i jego łuk	Własności osi i średnic w okręgu	Podział okręgu na 12 równych części, podział kąta 90° na trzy równe części, konstruowanie stycznej do okręgu z dowolnego punktu

c.d. tabeli 2

1	2	3	4
kl. IV LO	Bryły obrotowe	Klasyfikacja powierzchni stopnia II-go	Znajomość przekrojów powierzchni 2 stopnia
kl. IV LO	Wielościany i symetrie	Znajomość wielościanów, definicje płaszczyzny symetrii	Umiejętność wskazania ilości osi i płaszczyzn symetrii dla dowolnego wielościanu foremnego, umiejętność określania przekroju wielościanu dowolną płaszczyzną

STAN OSIĄGNIĘĆ Z PODSTAW GEOMETRII
U ABSOLWENTÓW SZKÓŁ ŚREDNICH

Aby ocenić stan wiedzy z planimetrii i stereometrii u studentów rozpoczynających studia, przeprowadzono sprawdzian w pierwszym tygodniu ćwiczeń roku akademickiego 1985/86. Objęto nim 75 studentów Wydziału Budownictwa Politechniki Śląskiej.

Pełny tekst sprawdzianu dołączono do opracowania. Zawiera on 25 zadań obejmujących:

- znajomość podstawowych twierdzeń i definicji ze stereometrii,
- umiejętność zastosowania tych twierdzeń w rozwiązywaniu zadań,
- umiejętność wyszukiwania związków zachodzących między elementami przestrzeni,
- własności miarowe wielościanów,
- przekroje powierzchni stopnia drugiego,
- znajomość niektórych konstrukcji geometrycznych.

Studenci rozwiązywali zawarte w sprawdzianie zadania w czasie dwóch jednostek lekcyjnych. Za każdą poprawną odpowiedź student otrzymywał jeden punkt. Ponieważ w niektórych zadaniach należało wymienić kilka elementów, stąd za poprawne rozwiązanie zadania można było uzyskać nawet siedem punktów. W ten sposób suma możliwych do otrzymania punktów za wszystkie zadania wynosiła 50.

Pierwsza grupa pytań sprawdzianu dotyczyła znajomości twierdzeń i definicji.

Spośród wielu twierdzeń, które uczeń szkoły średniej powinien opanować w toku nauki matematyki (np. w podręczniku sterometrii do klas IV podano 120 twierdzeń i 81 definicji) wybrano tylko twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz twierdzenie o prostej równoległej do płaszczyzny, jako niezbędne do nauki geometrii wykreślnej. Student powinien się wykazać również znajomością definicji kąta między prostą i płaszczyzną oraz definicji kąta dwuściennego. Stan znajomości wymienionych twierdzeń przez absolwentów szkół średnich przedstawia tabela 3.

Tabela 3

Znajomość twierdzeń i definicji przez studentów rozpoczynających studia

Twierdzenia i definicje	Twierdzenie o prostej prostopadłej	Twierdzenie o prostej równoległej	Definicja kąta między prostą i płaszczyzną	Definicja kąta dwuściennego
odpowiedzi	%	%	%	%
Poprawne	9,3	24	27,3	46,3
Błędne	74,7	10,6	45,4	33,7
Brak	16	65,4	27,3	20

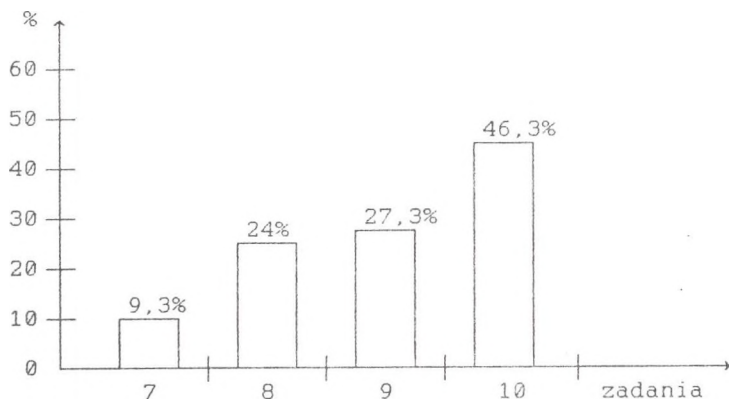
Z analizy tabeli wynika, że tylko nieliczni studenci znali niezbędne do nauki geometrii wykreślnej twierdzenia i definicje. Poprawne odpowiedzi studentów zaprezentowano na histogramie.

Sprawdzenie wiedzy dotyczącej prostopadłości prostych zawarte było w zadaniach 2 i 3 testu.

W zadaniu 2 należało wskazać, czy zaznaczone na rysunku krawędzie sześciangu są względem siebie równoległe, prostopadłe, skośne czy przecinające się?

W odpowiedzi na to pytanie 38% badanych stwierdziło, że wymienione krawędzie są względem siebie prostopadłe, natomiast 59,4% zauważyło, że są skośne, pozostałych 2,6% absolwentów odpowiednio poprawnie, że te krawędzie są skośne i prostopadłe.

Wyniki badań



Wykres 1. Znajomość twierdzeń i definicji przez absolwentów szkół średnich

Łatwiejsze dla kandydatów na studentów było pytanie 3, w którym należało wskazać, w których z podanych figur płaskich (kwadracie, prostokącie, rombie czy równoległoboku) przekątne przecinają się pod kątem prostym?

Większość badanych, bo aż 86% podkreśliło dwie odpowiedzi a mianowicie kwadrat i równoległobok i były to odpowiedzi poprawne.

Pytania 11 - 16 dotyczyły umiejętności zastosowania wymienionych twierdzeń i definicji w następująco sformułowanych zadaniach:

11. Dane są dwie płaszczyzny α i β przecinające się wzdłuż krawędzi k oraz prosta m równoległa do niej. Jakie położenie względem płaszczyzn α i β zajmuje prosta m ?
12. Dane są dwie proste skośne a , b . Jak poprowadzić przez prostą a płaszczyznę równoległą do prostej b ?
13. Co jest miejscem geometrycznym punktów przestrzeni, równo oddalonych od trzech punktów ABC , nie leżących na jednej prostej?
14. Jaki warunek musi spełniać płaszczyzna γ , aby była prostopadła do dwóch przecinających się płaszczyzn α i β ?
15. Dany jest odcinek AB oraz prosta c skośna względem niego. Jak znaleźć na prostej c taki punkt C , aby $AC = CB$?
16. Na płaszczyźnie α dane są punkty ABC nie leżące na jednej prostej oraz punkt P nie leżący na płaszczyźnie.

Podaj wszystkie pary prostych skośnych wyznaczonych punktami ABC i P .

Wyniki rozwiązań tych zadań prezentuje tabela 4.

Tabela 4

Umiejętność rozwiązywania przez absolwentów szkół średnich zadań
geometrycznych

Zadania	11	12	13	14	15	16
Rozwiązania	%	%	%	%	%	%
Poprawne	76,0	22,6	8,0	42,6	14,6	53,3
Błędne	13,3	28,0	29,3	22,6	18,6	21,3
Brak	10,7	49,4	62,7	34,8	66,8	25,4

Jak wynika z tabeli 4, najwięcej poprawnych rozwiązań dotyczyło zadania 11. Jego poprawne rozwiązanie brzmi: prosta m jest równoległa do krawędzi k . Również w zadaniu 16 około połowa studentów wymieniła wszystkie pary prostych skośnych: PC , AB , BC , AD i AC , PB . Rozwiązanie zadania 14 wynikało bezpośrednio ze znajomości definicji kąta dwusiecznego, znało ją 46% badanych, zaś około 43% udzieliło poprawnej odpowiedzi, że płaszczyzna musi być prostopadła do krawędzi przecięcia płaszczyzn α i β .

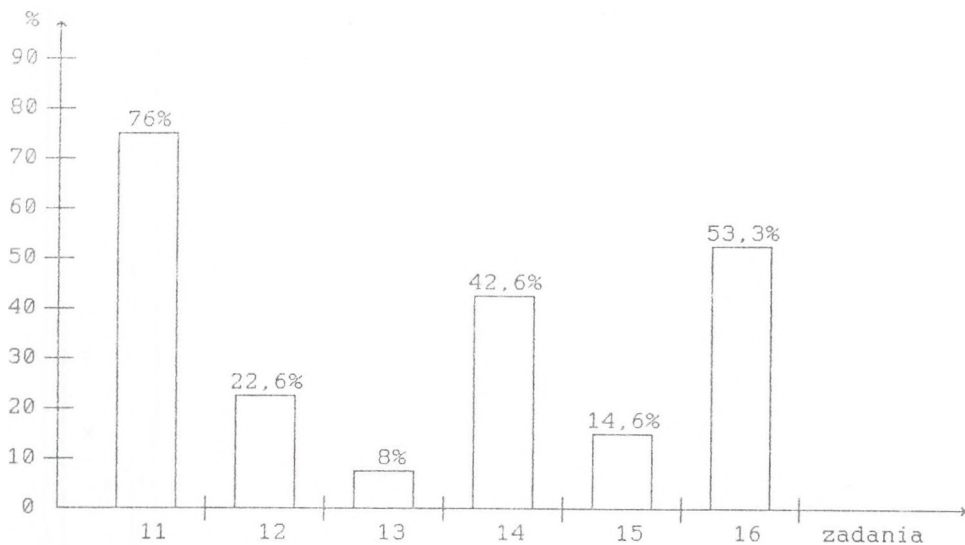
Tylko jedna czwarta studentów potrafiła opisać sposób konstruowania płaszczyzny równoległej do prostych skośnych. Rozwiązanie tego zadania wymagało znajomości twierdzenia o prostej równoległej do płaszczyzny a znało je 24% badanych.

Duże trudności sprawiło młodzieży również zadanie 15, w którym należało podać konstrukcję trójkąta równoramiennego o podstawie AB i wierzchołku leżącym na prostej c skośnej do tego odcinka. Punkt przebicia płaszczyzny prostopadłej, przechodzącej przez środek odcinka AB z prostą c daje rozwiązanie tego zadania.

Najmniej poprawnych rozwiązań, bo tylko 8% dotyczyło zadania 13, w którym należało podać, iż miejscem geometrycznym punktów równo odległych od wierzchołka trójkąta jest prosta prostopadła do tego trójkąta i przechodząca przez punkt przecięcia symetralnych jego boków.

Ilość absolwentów szkół średnich rozwiązujących poprawnie poszczególne zadania przedstawiono na histogramie 2.

Wyniki badań



Wykres 2. Umiejętność rozwiązywania zadań geometrycznych przez absolwentów szkół średnich

Reasumując tę grupę zadań należy stwierdzić, że zadania 13 i 15 dotyczyły nie tylko umiejętności zastosowania nabytej wiedzy, ale również abstrahowania, stąd też uzyskano najniższą ilość rozwiązań.

Zadania 1, 17, 18, 19 i 20 dotyczyły własności miarowych wielościanów. W zadaniu 1 należało wykazać się znajomością przedstawionych na rysunku wielościanów (sześciianu, ośmiościanu, ostrosłupa i czworościanu).

W zadaniu 17 trzeba było podać jaką figurą geometryczną są przekroje sześciianu płaszczyzną określoną:

- środkami jego krawędzi,
- dwiema jego przekątnymi,
- jego wierzchołkiem i przekątną przeciwległej ściany,
- jego środkiem oraz środkami dwóch dowolnych krawędzi wychodzących ze wspólnego wierzchołka.

Prawidłowe rozwiązanie tego zadania brzmi:

- kwadrat, b) - prostokąt, c) - trójkąt i prostokąt, d) - sześciokąt.

Zadanie 18 było następujące: Ile przekątnych głównych posiada ośmiościan foremny?

19. W jakiej figurze geometrycznej przecinany jest ośmiościan foremny płaszczyzną przechodzącą przez dwie jego przekątne?

20. Ile płaszczyzn symetrii można poprowadzić przez jeden wierzchołek czworościanu foremnego?

Poprawne rozwiązania tych zadań są następujące: 18 - trzy, 19 - kwadrat, 20 - trzy.

Tabela 5 przedstawia stan wiedzy absolwentów szkół średnich niezbędnej do prawidłowego rozwiązania wymienionych zadań.

Tabela 5

Znajomość przekrojów wielościanów przez absolwentów szkół średnich

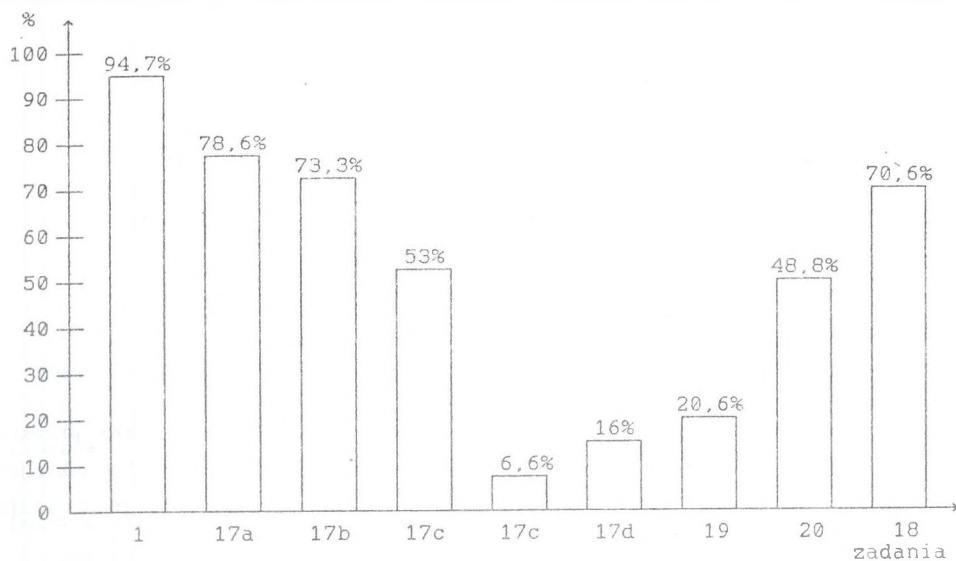
Zadania	1				17					18	19	20
	a	b	c	d	a	b	c1	c2	d			
Rozwiązania	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Poprawne	100	91,5	92,0	96,0	78,6	73,3	53,3	6,6	16,0	70,6	29,3	48,0
Błędne	-	-	-	-	-	13,4	-	-	30,7	5,4	32,1	34,7
Brak	-	8,5	8,0	4,0	21,4	13,3	46,7	93,4	53,3	24,0	38,6	17,3

Ze zgromadzonych danych wynika, że badani znają na ogół nazwy wielościanów foremnych, nie sprawiły im też zbyt dużych trudności przekroje sześciianu w kwadracie i prostokącie. Połowa z nich uważała, że w zadaniu 17c przekrojem sześciianu może być trójkąt, zaś 6,6%, że prostokąt, a tylko jedna osoba podała obydwa rozwiązania. Przekrój sześciianu w sześciokącie foremnym potrafiło wyobrazić sobie tylko 16% studentów. Badani na ogół wiedzą, ile przekątnych głównych posiada ośmiościan foremny, ale tylko 29% orientuje się, że płaszczyzną przekroju ośmiościanu przechodzącą przez dwie jego przekątne jest kwadrat. Niemal połowa absolwentów potrafiła wyobrazić sobie płaszczyzny symetrii w czworościanie foremnym.

Ilość podanych przez absolwentów szkół średnich poprawnych odpowiedzi dotyczących tej grupy zadań zaprezentowano na histogramie.

Z histogramu wynika, że zadania 1a, b, c, d oraz 17a, b i 18 nie stanowiły większych trudności badanym. Najtrudniejsze jednak okazały się zadania 17d oraz 19, w których celem rozwiązania należało powiązać ze sobą dane elementy przestrzenne.

Kolejna grupa zadań dotyczyła własności krzywych stożkowych. W zadaniu 4 należało podać nazwy przedstawionych na rysunku trzech krzywych: elipsy, paraboli i hiperboli oraz elementów określających te krzywe, do których należą osie, styczne i asymptoty.



Wykres 3. Badania znajomości przekrojów wielościanów

Tabela 6

Znajomość krzywych stożkowych przez absolwentów szkół średnich

Elementy Krzywe	Nazwa krzywej	Osie	Styczne	Asymptoty
%	%	%	%	%
Elipsa	100	81,3	-	-
Parabola	79,3	50,6	58,6	-
Hiperbola	79,3	-	-	70,6

Dane zawarte w tabeli 6 informują, że elipsę oraz określającą ją w sposób jednoznaczny osie znają wszyscy badani. Parabole i hiperbole wymieniło około 80% absolwentów, z tym że prawie połowa badanych podała nazwy osi i stycznej do paraboli, a 70% nazwę asymptot charakteryzujących hiperbole.

Z krzywymi stożkowymi wiązało się w sposób bezpośredni kolejne zadanie 5 dotyczące przekrojów stożka, kuli i walca.

Tabela 7

Znajomość przekrojów stożka przez absolwentów szkół średnich

Przekroje	Okrąg	Elipsa	Parabola	Hiperbola	Trójkąt
Powierzchnia	%	%	%	%	%
Stożkowa	65,3	58,6	37,3	20,0	20,0

Z zestawienia tabeli 7 wynika, że ponad połowa badanych znała przekrój powierzchni stożkowej w okręgu i elipsie, a około 40% wiedziało o przekroju w paraboli, natomiast tylko 20% wymieniło przekrój w hiperboli oraz wzdłuż tworzących.

Przekrój kuli w okręgu podało 49,3% i jest to jedyna poprawna odpowiedź. Należy jednak zaznaczyć, że 30% badanych twierdziła, że przekrojem kuli może być elipsa, 5,3% - parabola oraz 4% - hiperbola. Są to przekroje niemożliwe do uzyskania, a więc odpowiedzi te są niepoprawne.

Tabela 8

Znajomość przekrojów walca przez absolwentów szkół średnich

Przekroje	Okrąg	Elipsa	Wzdłuż tworzących
Powierzchnia	%	%	%
Walcowa	53,3	38,6	34,6

Najwięcej, bo ponad połowa badanych wiedziała o przekroju walca w okręgu, a tylko 34% o przekroju w elipsie lub wzdłuż tworzących.

Godne uwagi nauczających są odpowiedzi niektórych badanych dotyczące przekroju walca eliptycznego w paraboli (16%) i hiperboli (9,3%). Są to odpowiedzi niepoprawne a ich autorzy uznają prawdopodobnie niepełny przekrój w elipsie jako wymienione krzywe. Świadczy to o tym, że absolwenci szkół średnich nie znają właściwości krzywych stożkowych oraz elementów je określających, stąd notowano błędne odpowiedzi w przypadku zarówno przekroju kuli, jak i walca.

Ostatnia grupa zadań 21 - 25 dotyczyła niektórych konstrukcji, takich jak:
 21 - zastosowania twierdzenia Talesa,
 22 - podziału kąta 90° na trzy równe części,
 23 i 24 - konstrukcji okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie,
 25 - konstrukcji stycznej do okręgu przechodzącej przez punkt leżący poza okręgiem.

Umiejętność rozwiązywania tych zadań przedstawia tabela 9.

Tabela 9

Znajomość konstrukcji geometrycznych przez absolwentów szkół średnich

Zadania	21	22	23	24	25
Odpowiedzi	%	%	%	%	%
Poprawne	80,0	37,3	89,3	69,3	9,3
Błędne	10,6	30,6	-	-	-
Brak	9,4	32,1	10,7	30,7	90,7

Wszystkie z wymienionych konstrukcji występują w nauce geometrii wykreślnej, jednak jak wynika z badań nie wszystkie są opanowane przez absolwentów w sposób wystarczający. Najmniej trudności sprawił podział odcinka na jednakowe części oraz konstrukcja okręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na nim. Zadziwiające też były rozwiązania podziału kąta 90° na trzy równe części, bowiem 30% absolwentów usiłowało zastosować w tym zadaniu twierdzenie Talesa, które dotyczy tylko podziału odcinków. Również konstrukcja stycznej do okręgu jest mało znana absolwentom szkół średnich, choć jej zastosowanie często występuje w rozwiązywanych zadaniach geometrycznych.

Tabela 10

Wyniki pogrupowane otrzymane przez absolwentów szkół średnich za sprawdzian

Przedział punktów	11-18	19-26	27-34	35-42	43-50
Ilość osób	8	26	34	5	0

Uogólniając wyniki przeprowadzonego sprawdzianu można stwierdzić, że absolwenci szkół średnich mają duże braki w wiadomościach i umiejętnościach z podstaw geometrii. Średnia ilość punktów uzyskanych za sprawdzian wynosi 26,3%, co stanowi zaledwie połowę możliwych do uzyskania. Minimalna liczba punktów wynosiła 11, a maksymalna 36.

Średnie wyniki odpowiedzi poprawnych oraz braków odpowiedzi dla 25 zadań sprawdzianu przedstawiono na wykresie.

Z wykresu wynika, że najwięcej trudności przysporzyło studentom zadanie 7, dotyczące twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz 8 związane z twierdzeniem o prostej równoległej do płaszczyzny. Szukając przyczyn tak małej ilości poprawnych rozwiązań, stwierdzono błędy i nieścisłości w interpretacji wyżej wymienionych twierdzeń w podręczniku "Geometria dla klasy IV LO i Technikum (1. s.73).

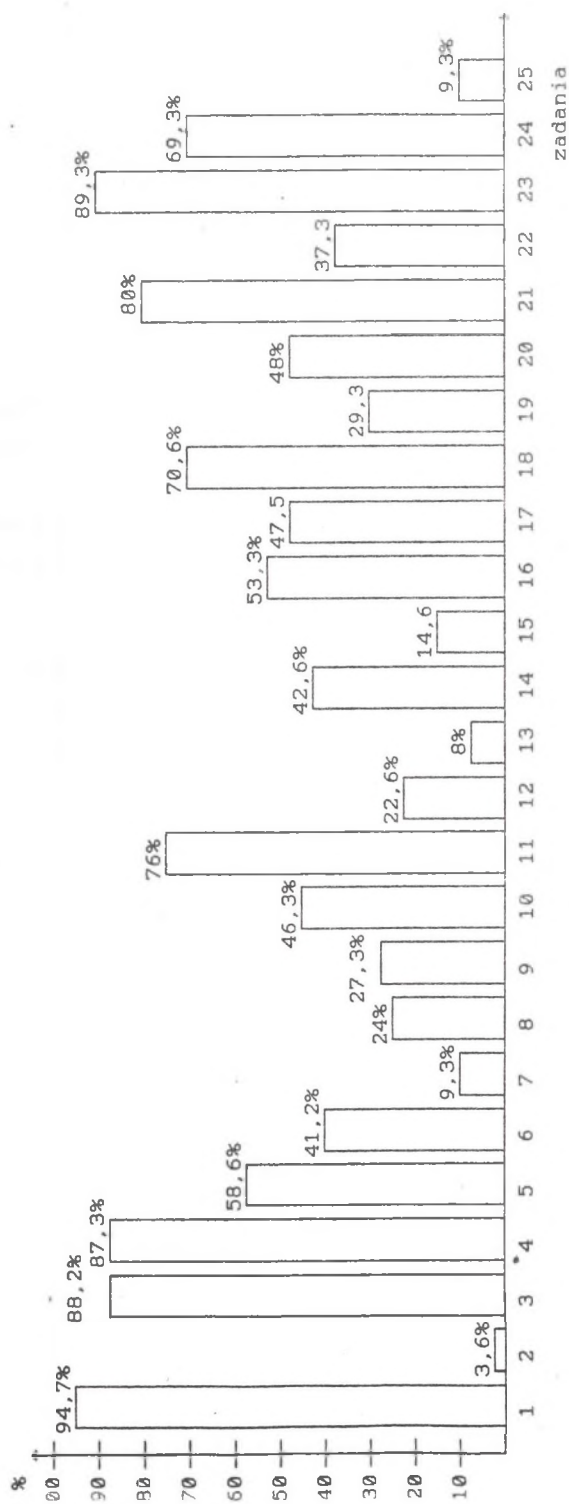
Otóż w rozdziale II, dotyczącym prostych i płaszczyzn w przestrzeni, podano tylko definicję prostej równoległej do płaszczyzny, traktując to zagadnienie w sposób ogólny: "jeżeli prosta nie ma punktów wspólnych z płaszczyzną, to jest do niej równoległa".

Na podstawie znajomości tylko takiej definicji absolwent szkoły średniej nie może skonstruować żadnego zadania dotyczącego równoległości prostej i płaszczyzny bądź dwóch płaszczyzn równoległych względem siebie.

W rozdziale IV cytowanego podręcznika (1, s. 39), dotyczącym prostych prostopadłych, twierdzenie o prostych prostopadłych mówi, że "proste są wtedy prostopadłe, gdy są współpłaszczyznowe i przecinają się", natomiast definicja 4.2 sformułowana jest następująco: "proste a , b są prostopadłe, jeżeli są różne i każda z nich jest osią symetrii drugiej".

W całym rozdziale IV nie ma wzmianki o prostych prostopadłych niewspółpłaszczyznowych, którymi są proste skośne. Na podstawie wymienionego twierdzenia i definicji można wnioskować, że prostopadłymi do siebie prostymi są proste leżące tylko w jednej płaszczyźnie. Jak w takim razie zinterpretować trzy przecinające się krawędzie sześcianu lub dowolnego graniastosłupa prostego?

W rozdziale X podano pięć wariantów prostopadłości prostej do płaszczyzny i choć w punkcie "c" podano właściwy sens tego twierdzenia, że prosta jest prostopadła do płaszczyzny, jeżeli jest prostopadła do dwóch przecinających się prostych zawartych w tej płaszczyźnie", to na rysunku 87 na str. 114 prosta prostopadła do płaszczyzny przechodzi przez punkt przecięcia prostych leżących na płaszczyźnie, co sugerowałoby tylko taką możliwość interpretacji prostej prostopadłej do płaszczyzny.



Wykres 4. Średnie wyniki zadań rozwiązanych w sprawdzianie przez absolwentów szkół średnich

Tego typu błędy podręcznikowe powodują niewłaściwą interpretację pojęć a nawyki wyniesione ze szkoły średniej w rozumieniu tych definicji i twierdzeń utrudniają naukę geometrii wykreslnej.

Na podstawie wyników przeprowadzonego sprawdzianu można twierdzić, że wiedza absolwentów szkół średnich w zakresie krzywych stożkowych i powierzchni drugiego stopnia jest nader uboga, a szkoda, bo stanowi bardzo istotny element ważny nie tylko w nauce geometrii wykreslnej, ale również w ogólnym wykształceniu.

Przyczyn tego stanu rzeczy należy upatrywać w tym, że zagadnienia te występują tylko w programie zajęć fakultatywnych.

Stwierdzono również bardzo małą ilość poprawnych rozwiązań zadań problemowych (13 i 15), co wynika z nieumiejętności rozwiązywania przez absolwentów szkół średnich zadań konstrukcyjnych.

Z licznych wypowiedzi badanych studentów wynika, że w szkole średniej nie rozwiązuje się zdań z geometrii a szczególnie zadania ze stereometrii nie są rozwiązywane w ogóle lub rzadko.

Wydaje się, że pojawienie się zadań z geometrii w tematach maturalnych oraz na egzaminie wstępnym na wyższe uczelnie techniczne, mogłoby w sposób widoczny poprawić stan wiedzy z podstaw geometrii u absolwentów szkół średnich. Słabe ich przygotowanie w zakresie omawianych zagadnień rzutuje na rezultaty ćwiczeń i kolokwiów z geometrii wykreslnej. Stanowi to poważny problem w nauczaniu tego przedmiotu, tym bardziej, że od lat zarysowuje się tendencja do zmniejszania liczby godzin wykładów i ćwiczeń (przy tych samych założeniach programowych). Nie ma więc w tej sytuacji czasu na uzupełnianie wiedzy wyniesionej ze szkoły średniej.

Przeprowadzone badania potwierdzają liczne opinie pracowników różnych katedr i zakładów geometrii wykreslnej, wypowiedzane na Ogólnopolskich Konferencjach Geometrii Rzutowej i Wykreslnej w sprawie żenującego stanu wiedzy studentów z podstaw geometrii.

BIBLIOGRAFIA

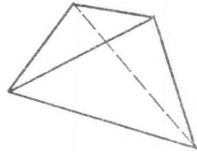
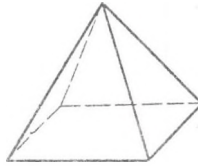
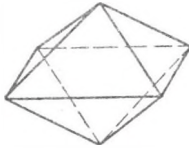
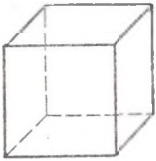
1. Krygowska Z., Treliński G.: Geometria dla klasy IV Liceum Ogólnokształcącego i Technikum. Warszawa 1974, WSiP
2. Poczesna J.: Skuteczność uczenia się sterowanego celami operacyjnymi, maszynopis pracy doktorskiej, Opole 1989

3. Program do Liceum Ogólnokształcącego - Matematyka, Ministerstwo Oświaty i Wychowania, Warszawa 1981, WSiP
4. Program Szkoły Podstawowej - Matematyka klasy V - VIII, Ministerstwo Oświaty i Wychowania, Warszawa 1981, WSiP
5. Szerszeń St.: Nauka o rzutach, Warszawa 1963 PWN
6. Tarnau S.: Nauczanie geometrii w klasach I, II Szkoły Podstawowej, Warszawa 1977

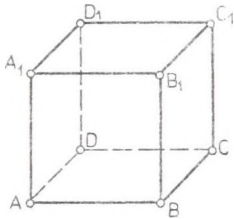
SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ ZE STEREOMETRII

Imię Nazwisko

1. Podaj nazwy wielościanów przedstawionych na rysunku:



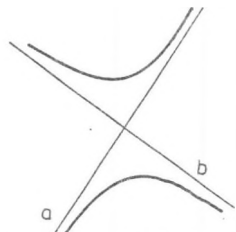
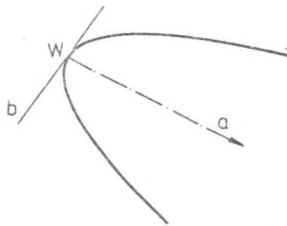
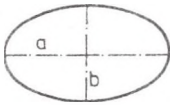
2. Dane są krawędzie AA_1 oraz B_1C_1 sześcianu $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$



Czy krawędzie te są: równoległe, prostopadłe, skośne, przecinające się?
(podkreśl właściwe odpowiedzi)

3. W których z podanych figur: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, przekątne przecinają się pod kątem prostym?
(podkreśl właściwe odpowiedzi)

4. Podaj nazwy przedstawionych na rysunku krzywych stożkowych oraz nazwy elementów zaznaczonych na rysunku



a

a

a, b

b

b

5. W jakich krzywych można przeciąć płaszczyzną następujące powierzchnie:

- a) stożek
- b) kulę
- c) walec

6. Podaj warunki:
 - a) podobieństwa trójkątów
 - b) przystawania trójkątów
7. Podaj warunek prostopadłości prostej do płaszczyzny:
8. Podaj warunek równoległości prostej do płaszczyzny:
9. Podaj definicję kąta między prostą i płaszczyzną:
10. Co nazywamy miarą kąta dwuściennego?
11. Dane są dwie płaszczyzny: α , β przecinające się wzdłuż krawędzi k , oraz prosta m równoległa do niej. Jakie położenie względem płaszczyzn α , β zajmuje prosta m ?
12. Dane są dwie proste skośne a , b . Jak poprowadzić przez prostą a płaszczyznę równoległą do prostej b ?
13. Co jest miejscem geometrycznym punktów w przestrzeni równo oddalonych od trzech punktów A , B , C nie leżących na jednej prostej?
14. Jaki warunek musi spełniać płaszczyzna α , aby była prostopadła do dwóch przecinających się płaszczyzn β , γ ?
15. Dany jest odcinek AB , oraz prosta skośna względem niego c . Jak znaleźć na prostej c taki punkt C , aby $AC=CD$?
16. Na płaszczyźnie α dane są punkty A , B , C nie leżące na jednej prostej oraz punkt P nie leżący na płaszczyźnie α . Podaj wszystkie pary prostych skośnych wyznaczonych punktami A , B , C i P
17. Jaka figurą geometryczną jest przekrój sześcianu płaszczyzną określoną:
 - a) środkami jego krawędzi równoległych
 - b) dwiema jego przekątnymi

- c) jego wierzchołkiem i przekątną przeciwległej ściany
- d) jego środkiem oraz środkami dwóch dowolnych krawędzi wychodzących z jego wierzchołka
18. Ile przekątnych głównych posiada ośmiościan foremny?
19. W jakiej figurze geometrycznej przecinany jest ośmiościan foremny płaszczyzną przechodzącą przez dwie jego przekątne
20. Ile płaszczyzn symetrii można poprowadzić przez jeden wierzchołek czworoszczanu foremnego?

Zadania rozwiąż za pomocą cyrkla i linijki

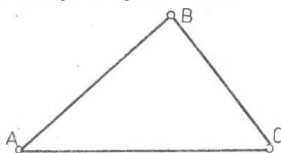
21. Podaj konstrukcję podziału odcinka na 5 równych części



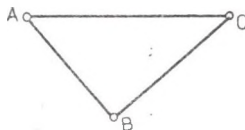
22. Kąt 90° podziel na 3 równe części



23. Narysuj okrąg wpisany w dany trójkąt ABC



24. Narysuj okrąg opisany w trójkącie ABC



25. Narysuj styczną do okręgu z punktu P leżącego poza okręgiem



РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ СОСТОЯНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ ВЫПУСКНИКОВ СРЕДНИХ ШКОЛ В ОБЛАСТИ ПЛАНИМЕТРИИ И СТЕРЕОМЕТРИИ

Резюме. В работе представлены результаты исследований состояния планиметрических и стереометрических знаний в пределах знаний и умений необходимых в обучении начертательной геометрии. Для получения представления знаний в области основ геометрии у студентов начинающих учебу, была проведена на Строительном Факультете Силезского Политехнического Института контрольная работа состоящая из 25 планиметрических и стереометрических и стереометрических задач. Итоги контрольной работы позволили установить уровень пробелов в знаниях студентов и их самые частые ошибки. Анализ результатов позволяет также ответить на следующие вопросы:

- что больше всего препятствует студентам в обладании начертательной геометрией,
 - на что надо обратить внимание во время лекции и практических занятий,
 - какие сегменты знаний студенты должны пополнить.
- В заключении работы подводятся итоги и приводят предложения способствующие учебе планиметрии и стереометрии в средней школе.

RESULTS OF INVESTIGATIONS ON THE STATE OF KNOWLEDGE AND ABILITIES OF HIGH SCHOOL GRADUATES IN PLANIMETRY AND STEREOOMETRY

Summary

In the paper results of investigations on the state of knowledge in the planimetry and stereometry in the area of the abilities which are necessary for teaching descriptive geometry are presented. Civil Engineering Faculty of the Silesian Technical University has performed a test including 25 problems in the planimetry and stereometry to estimate the state of knowledge in geometry among freshmen. Test results enable finding which errors and gaps are the most frequent. The analysis of results gives an answer to the following questions:

- which difficulties are the most evident in the education of the descriptive geometry
- which problems should be emphasized during lectures and classes
- which part of syllabus should be completed by students.

The paper is concluded by remarks and suggestions dealing with teaching planimetry and stereometry in high schools.