Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 73

Nr kol. 1284

# Roman BUKOWSKI, Alina DZIECHCIARCZYK, Zygmunt KLESZCZEWSKI

# ODDZIAŁYWANIA AKUSTOOPTYCZNE TYPU BRAGGA W OŚRODKACH Z WYMUSZONĄ ANIZOTROPIĄ OPTYCZNĄ

Streszczenie. Zasadniczym tematem pracy jest teoretyczna analiza wpływu zewnętrznego pola naprężeń na geometrię i efektywność oddziaływania akustooptycznego w ciałach stałych. Pole zewnętrzne powoduje zmiany własności optycznych ośrodka na skutek zjawiska fotosprężystego, tzn. zmiany wartości składowych tensora przenikalności dielektrycznej. Na skutek tych zmian ośrodek izotropowy staje się ośrodkiem jednoosiowym. Szczegółowe obliczenia zostały przeprowadzone dla ośrodka izotropowego w zakresie częstotliwości od  $10^4$  do  $10^9$  Hz, dla naprężeń z przedziału od  $10^3$  do  $10^7$  N/m. Wyniki obliczeń przedstawione są w postaci wykresów.

### ACOUSTOOPTICAL BRAGG INTERACTIONS IN ISOTROPIC MEDIA WITH STIMULATED OPTICAL ANISOTROPE

Summary. The main problem in this work was the theoretical analysis of tension fields influents geometry and efficiency of acoustooptical interaction in solids. External fields causes the change of optical properties of the medium by photoelastic phenomenon. According to this the values of dielectric constants tensor components are changing. In result of this an isotropic medium becomes optical uniaxial. Detailed calculation was done for isotropic media in frequency range of  $10^4$  to  $10^9$  Hz, with tensions of  $10^3$  to  $10^7$  N/m. Results of calculation are presented as graphs.

## АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БРЭГГА В ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ С ИСКУССТВЕННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Резюме. В работе проведен теорстический анализ влияния поля напряжений на геометрию и эффективность акустооптического взаимодействия в твёрдых телах. Поле напряжений вызывает изменение оптических свойств среды через фотоупругий эффект. В согласии с этим эффектом наступает изменение составляющих тензора диэлектрических постоянных. В результате изотропная среда становиця оптически одноосной. Детальные расчёты проведены для плавленного кварца в области частот выше 10<sup>4</sup> Гц и в области напяжений от 1 до 2·10<sup>7</sup> H/м<sup>2</sup>. Результаты расчётов представлены в биде графиков.

# 1. Wstęp

Ciała poddane działaniu pola naprężeń (statycznego lub quasi-statycznego) zmieniają swoje własności, a w szczególności własności optyczne i sprężyste. Zmiana tych własności może mieć istotne znaczenie dla przebiegu oddziaływania akustooptycznego (OAO). Na skutek zmian wartości współczynnika załamania światła oraz prędkości fal akustycznych zmieniają się kąty dopasowania w oddziaływaniu braggowskim (stokesowskim i antystokesowskim). Pojawia się również możliwość zrealizowania nowych typów oddziaływań izotropowych i anizotropowych na skutek zmiany symetrii ośrodka poddanego działaniu pól zewnętrznych. Szczególnie cenne zwłaszcza są oddziaływania anizotropowe, gdyż posiadają one szereg cech rozszerzających możliwości praktycznego wykorzystania zjawiska akustooptycznego [1].

#### 1.1. Zmiana własności optycznych ośrodka

Własności optyczne ośrodka dielektrycznego opisuje tensor przenikalności dielektrycznej  $\varepsilon$ . Związek ten przejawia się poprzez równanie falowe dla fali elektromagnetycznej propagującej się w rozpatrywanym ośrodku [1, 2]

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \epsilon \vec{E} \right). \tag{1}$$

Wpływ pól zewnętrznych przejawia się poprzez zmianę wartości i/lub symetrii tensora  $\varepsilon$ . Częściej (ze względu na przyjęte definicje) operuje się zmianami tensora nieprzenikalności elektrycznej:

$$\kappa = \varepsilon^{-1}, \qquad \Delta \kappa = \zeta.$$
 (2)

Efekty wywołujące zmiany własności optycznych można podzielić na bezpośrednie i pośrednie (stanowiące "złożenie" kilku efektów). Należy podkreślić, że efekty pośrednie są na ogół znacznie słabsze od efektów bezpośrednich. Niekiedy powinny być one wzięte pod uwagę ze względu na możliwą wielką precyzję pomiarów optycznych.

Bezpośrednio wpływ pola naprężeń na własności optyczne ośrodka przejawia się poprzez zjawisko fotosprężyste [1]

$$\zeta^s = \pi \cdot \sigma = \mathbf{p} \cdot \mathbf{s} \cdot \sigma, \tag{3}$$

gdzie:  $\pi$  – tensor stałych piezooptycznych; **p** – tensor stałych fotosprężystych; **s** – tensor stałych sprężystych (podatności sprężystej);  $\sigma$  – tensor naprężeń. Zjawisko to występuje w ośrodkach o dowolnej strukturze krystalograficznej. Stanowi ono podstawę oddziaływania akustooptycznego. Indeks s oznacza, że jest to zmiana spowodowana czynnikami statycznymi lub quasi-statycznymi.

W sposób pośredni naprężenia mogą wpływać na własności optyczne poprzez kilka efektów. Z punktu widzenia zastosowań w akustooptyce najistotniejsze znaczenie ma sprzężenie zjawisk elektrooptycznego i piezoelektrycznego [3, 4]

$$\zeta^* = \mathbf{r} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{s} \cdot \sigma, \tag{4}$$

gdzie r – tensor stałych elektrooptycznych; d – tensor stałych piezoelektrycznych. Zjawisko to występuje tylko w ośrodkach nie posiadających środka symetrii. Nie występuje więc w ośrodkach izotropowych i kubicznych.

#### 1.2. Zmiana własności sprężystych ośrodka

Własności sprężyste ośrodka opisywane są tensorem czwartego rzędu c (współczynniki sprężystości, sztywności sprężystej) lub s =  $c^{-1}$  (stałe sprężystości, podatność sprężysta). Wpływ pól zewnętrznych na własności sprężyste ośrodka przejawia się więc zmianami tych tensorów, np.

$$\tau^s = \Delta s. \tag{5}$$

Zmiany te na ogół są względnie małe i trudno mierzalne, dlatego też ograniczymy się do wymienienia efektów bezpośrednio je wywołujących. Znaczenie indeksu s jest takie samo jak w przypadku tensora  $\zeta$ .

W silnym polu naprężeń dochodzą do glosu stałe sprężyste trzeciego rzędu (nieliniowości sprężyste)

$$\tau^{s} = \mathbf{L} \cdot \sigma, \tag{6}$$

gdzie L - tensor szóstego rzędu współczynników kwadratowej podatności sprężystej [3, 5].

#### 1.3. Przegląd literatury

Wpływ pola odkształceń (ściśle związanego z polem naprężeń poprzez prawo Hooke'a) był analizowany teoretycznie w pracy [6] (por. [1]). Autorzy przeanalizowali zmianę wartości i symetrii tensora  $\varepsilon$  w kryształach układu kubicznego poddanych działaniu jednoosiowej deformacji skierowanej dowolnie względem osi układu krystalograficznego. Z praktycznego punktu widzenia wywołanie takiej deformacji jest bardzo trudne, lecz analiza teoretyczna wpływu pola odkształceń (zamiast naprężeń) na własności optyczne jest nieco łatwiejsza. W omawianej pracy wyznaczono również wartości tzw. efektywnej stałej fotosprężystej, która w istotny sposób warunkuje efektywność oddziaływania akustooptycznego. Pełny opis sprzężenia fal świetlnych i sprężystej w oddziaływaniu akustooptycznym wymaga jeszcze analizy polaryzacji oddziaływających fal i geometrii ich oddziaływania. Problem ten w omawianej pracy występuje fragmentarycznie. Eksperymentalnie wpływ odkształceń na przebieg oddziaływania akustooptycznego był analizowany w pracach [6, 7]. Przy odpowiednio dobranej geometrii oddziaływania wyniki eksperymentu wykazały dobrą zgodność z obliczeniami teoretycznymi.

## 2. Ogólny schemat obliczeń teoretycznych

Oznaczmy tensory przenikalności i nieprzenikalności elektrycznej ośrodka nie poddanego działaniu pół statycznych przez  $\varepsilon^0$  i  $\kappa^0$ . W wyniku przyłożenia pola naprężeń następuje zmiana tensora nieprzenikalności

$$\kappa^s = \kappa^0 + \zeta^s. \tag{7}$$

Uwzględniając relację

$$\kappa^s \varepsilon^s = 1$$
 (8)

oraz że na ogół  $\zeta^* \ll \kappa^0$ , otrzymujemy

$$\varepsilon^{s} = \varepsilon^{0} - \varepsilon^{0} \cdot \zeta^{s} \cdot \varepsilon^{0}. \tag{9}$$

Postać tego tensora warunkuje własności optyczne ośrodka poddanego działaniu pól statycznych. Wpływ ten przejawia się w zmianie wartości składowych tego tensora (na ogół rzędu 10<sup>-4</sup>) oraz — co często jest istotniejsze — w zmianie symetrii tego tensora. Na przykład ośrodek optycznie izotropowy staje się ośrodkiem jednoosiowym, a ośrodek jednoosiowy ośrodkiem dwuosiowym. Położenie osi optycznych w rozpatrywanych ośrodkach zależy od sposobu przyłożenia czynników zewnętrznych.

Jeżeli w takim ośrodku zacznie propagować się fala akustyczna, to wywoła ona dodatkową zmianę tensora nieprzenikalności

$$\kappa^a = \kappa^s + \zeta^a,\tag{10}$$

gdzie

$$\zeta^a = p \cdot \mathbf{u}^a. \tag{11}$$

Postępując podobnie jak poprzednio otrzymujemy

$$\varepsilon' = \varepsilon^s + \varepsilon^a = \varepsilon^s - \varepsilon^0 \cdot \zeta^a \cdot \varepsilon^0. \tag{12}$$

Tensor odkształcenia u<sup>a</sup> wywołanego plaską falą akustyczną o postaci

$$\vec{u}^a = u_q^a \vec{e}_u, \qquad u_q^a = u_q \exp\left[i\left(\Omega t - \vec{q} \cdot \vec{r}\right)\right],\tag{13}$$

gdzie

$$\vec{q} \cdot \vec{r} = q \vec{e}_q \cdot \vec{r} = q \cdot \vec{r}_q \tag{14}$$

ma składowe [5]

$$u_{kl}^{a} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{k}^{a}}{\partial x_{l}} + \frac{\partial u_{l}^{a}}{\partial x_{k}} \right).$$
(15)

We wzorach tych wprowadzono oznaczenia:  $\vec{e_u}$  – wektor polaryzacji fali akustycznej;  $\vec{e_q}$  – wektor kierunkowy propagacji fali akustycznej;  $u_q$  – amplituda fali akustycznej;  $\Omega$  – częstotliwość kołowa fali akustycznej;  $r_q$  – rzut wektora wodzącego na kierunek propagacji fali akustycznej.

Uwzględniając zależności (13) i (14) składowe tensora u<sup>a</sup> możemy zapisać w postaci

$$u_{kl}^{a} = \frac{1}{2} \left( e_{uk} e_{ql} + e_{ul} e_{qk} \right) u_{qq}, \tag{16}$$

gdzie

$$u_{qq} = \frac{\partial u_q^a}{\partial r_q} \tag{17}$$

oznacza odkształcenie spowodowane falą akustyczną wzdłuż kierunku jej propagacji. Zależność (16) można przedstawić w postaci bezwspółrzędniowej jako

$$\mathbf{u}^{a} = \mathbf{u}_{0}^{a} u_{qq}, \qquad (18)$$

gdzie wielkość

$$\mathbf{u}_{0}^{a} = \frac{1}{2} \left( \left( \vec{e}_{u} \vec{e}_{q} \right) + \left( \vec{e}_{q} \vec{e}_{u} \right) \right) \tag{19}$$

nosi nazwę unormowanego tensora płaskiej fali akustycznej [1]. Należy podkreślić, że iloczyny wektorów kierunkowych w relacji (19) są iloczynami diadycznymi. W tej sytuacji wzór (11) można zapisać w postaci

$$\zeta^a = \mathbf{p} \cdot \left(\vec{e}_u \vec{e}_q\right) u_{qq},\tag{20}$$

gdzie wykorzystano własności symetrii tensora p.

Równanie propagacji światła w zaburzonym ośrodku opisywanym przez tensor  $\varepsilon'$  (12) ma postać

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \epsilon' \vec{E} \right), \tag{21}$$

gdzie  $ec{E}$  oznacza natężenie pola elektrycznego fali świetlnej. W przypadku dyfrakcji Bragga w ośrodku propagują się jednocześnie dwie fale — podająca i ugięta

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_d. \tag{22}$$

Fale te mają różne częstotliwości (różniące się o częstotliwość fali akustycznej), różne kierunki propagacji, różne amplitudy i mogą mieć różne polaryzacje. W tej sytuacji po wstawieniu (22) do (21) otrzymamy układ dwóch równań:

$$\begin{cases} \Delta \vec{E}_{p} = \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \left( e^{s} \vec{E}_{p} + \vec{e}^{a} \vec{E}_{d} \right), \\ \Delta \vec{E}_{d} = \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \left( e^{s} \vec{E}_{d} + e^{a} \vec{E}_{p} \right). \end{cases}$$
(23)

Składowe obu wektorów zależą od przyjętego układu odniesienia. Wielkościami, które są niezależne od wyboru układu odniesienia, są długości wektorów. Uwzględniając, że

$$\vec{E}_p = E_p \vec{e}_p, \qquad \vec{E}_d = E_d \vec{e}_d, \tag{24}$$

gdzie  $\vec{e}_v$  i  $\vec{e}_d$  oznaczają wektory polaryzacji (stałe) fal padającej i ugiętej, otrzymujemy

$$\begin{cases} \Delta E_p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \vec{e}_p^T \cdot \varepsilon^s \cdot \vec{e}_p E_p + \vec{e}_p^T \cdot \varepsilon^a \vec{e}_d E_d \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varepsilon_p^s E_p + \gamma_{pd} E_d \right), \\ \Delta E_d = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \vec{e}_d^T \cdot \varepsilon^s \cdot \vec{e}_d E_d + \vec{e}_d^T \cdot \varepsilon^a \vec{e}_p E_p \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varepsilon_d^s E_d + \gamma_{dp} E_p \right). \end{cases}$$
(25)

W powyższych równaniach indeks T oznacza transponowanie. Wielkości

$$\varepsilon_p^s = \vec{e}_p^T \cdot \varepsilon^s \cdot \vec{e}_p, \qquad \varepsilon_d^s = \vec{e}_d^T \cdot \varepsilon^s \cdot \vec{e}_d, \tag{26}$$

można nazwać stałymi dielektrycznymi dla fal świetlnych o danej polaryzacji (odpowiednio  $\vec{e_p}$  i  $\vec{e_d}$ ). Ponadto

$$\gamma_{pd} = \vec{e}_p^T \cdot \varepsilon^a \cdot \vec{e}_d, \qquad (27)$$

oznacza stałą sprzężenia w rozpatrywanym oddziaływaniu. Zawiera ona w sobie efektywną stałą fotosprężystą. Ze względu na symetrię tensora  $\varepsilon^a$  mamy oczywiście  $\gamma_{pd} = \gamma_{dp}$ .

Wektory polaryzacji fal świetlnych wygodnie jest zadawać w układzie osi głównych tensora przenikalności elektrycznej  $\varepsilon^*$ , w którym to układzie ma on postać diagonalną. Oznaczając macierz transformacji (obrotu) przez a, możemy napisać

$$\gamma_{pd} = \vec{e}_p^T \mathbf{a}_s^T \cdot \mathbf{a}_s \cdot \varepsilon^a \cdot \mathbf{a}_s^T \cdot \mathbf{a}_s \cdot \vec{e}_d = \vec{e}_{ps}^T \cdot \varepsilon^a_s \cdot \vec{e}_{ds}, \qquad (28)$$

gdzie

$$\varepsilon_s^a = \mathbf{a}_s \cdot \varepsilon^a \cdot \mathbf{a}_s^T, \quad \vec{e}_{ps}^T = \mathbf{a}_s \cdot \vec{e}_p, \quad \vec{e}_{ds}^T = \mathbf{a}_s \cdot \vec{e}_d.$$
 (29)

Uwzględniając we wzorze (27) relacje (11), (12), (18) i (21) otrzymujemy

$$\gamma_{pd} = \gamma_{pd}^0 u_{qq},\tag{30}$$

gdzie

$$\gamma_{pd}^{0} = -\vec{e}_{p}^{T} \cdot \varepsilon^{0} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{u}_{0}^{a} \cdot \varepsilon^{0} \cdot \vec{e}_{d}, \qquad (31)$$

można nazwać efektywną stalą sprzężenia akustooptycznego.

W wyrażeniu (31) nie wszystkie możliwe postacie  $\vec{e}_p$ ,  $\vec{e}_d$  oraz  $\vec{e}_u$  i  $\vec{e}_q$  (wchodzące do  $u_0^a$ ) są dopuszczalne. Aby oddziaływanie akustooptyczne zachodziło efektywnie, muszą być spełnione odpowiednie warunki dopasowania [1]. Warunki te można sprowadzić do spełnienia zasad zachowania energii i pędu w oddziaływaniu foton – fonon. W omawianym przypadku oddziaływania braggowskiego zasady te mogą być zapisane na dwa sposoby

$$a-s.\begin{cases} \vec{k}_d &= \vec{k}_p + \vec{q}, \\ \omega_d &= \omega_p + \Omega, \end{cases} s.\begin{cases} \vec{k}_p &= \vec{k}_d + \vec{q}, \\ \omega_p &= \omega_d + \Omega, \end{cases}$$
(32)

gdzie a - s. oznacza oddziaływanie antystokesowskie, a s. oddziaływanie stokesowskie. Wielkości  $\vec{k}_p$  i  $\omega_p$  oznaczają wektor falowy i częstotliwość kołową fali padającej, a  $\vec{k}_d$  i  $\omega_d$  odpowiednie wielkości dla fali świetlnej ugiętej.

Ośrodek poddany działaniu zewnętrznego pola naprężeń staje się ośrodkiem optycznie anizotropowym (jedno- lub dwuosiowym). W ośrodku takim zasady zachowania pędu (32) można spelnić na kilka sposobów. Jeden ze sposobów przedstawiono na rys. 1, gdzie również zaznaczono standardowy sposób opisu geometrii oddziaływania akustooptycznego. Korzystając z elementarnych zależności geometrycznych możemy kąty  $\vartheta_p$  i  $\vartheta_d$  wyrazić poprzez parametry ośrodka i oddziałujących fal [1]

$$\begin{cases} \sin \vartheta_p = -\frac{f\lambda}{2n_p \nu} \left[ 1 + \left(\frac{\nu}{\lambda f}\right)^2 \left(n_p^2 - n_d^2\right) \right], \\ \sin \vartheta_d = -\frac{f\lambda}{2n_d \nu} \left[ 1 + \left(\frac{\nu}{\lambda f}\right)^2 \left(n_p^2 - n_d^2\right) \right], \end{cases}$$
(33)

gdzie f, v – częstotliwość i prędkość fali akustycznej,  $\lambda$  – długość fali świetlnej w próżni oraz

$$k_p = \frac{2\pi n_p}{\lambda}, \qquad k_d = \frac{2\pi n_d}{\lambda},$$
 (34)

gdzie  $n_p$  i  $n_d$  oznaczają współczynniki załamania odpowiednio dla fali świetlnej padającej i ugiętej. Należy podkreślić, że ze względu na zależność współczynników załamania od kierunku propagacji fali świetlnej wzory (33) są skomplikowanymi równaniami nieliniowymi. Korzystanie ze wzorów (33) jest względnie proste, gdy kierunek wektora  $\vec{q}$ pokrywa się z kierunkiem wysokiej symetrii w danym ośrodku, a zwłaszcza z jedną z osi głównych tensora  $\varepsilon^*$  (9). W przypadku ogólnym wzory te mogą prowadzić niekiedy do niejednoznaczności. Biorąc pod uwagę, że propagację fal świetlnych wygodnie jest opisywać w układzie osi głównych tensora  $\varepsilon^a$ , w dalszej części pracy geometria OAO również jest analizowana w tym układzie odniesienia. Przejście z tego układu do opisu standardowego nie nastręcza trudności.



Rys. 1. Przykład realizacji antystokesowskiego oddziaływania akustooptycznego typu Bragga w ośrodku jednoosiowym optycznie dodatnim (tzw. oddziaływanie anizotropowe). Na rysunku zaznaczono standardowy opis geometrii OAO poprzez kąty padania i dyfrakcji światła określone w plaszczyźnie OAO względem normalnej do kierunku wektora falowego fali akustycznej

Fig. 1. An example for antystokesian Bragg interaction realization in optically positive uniaxial medium (anisotropic interaction). The standard describe of AOI geometry by light incidence and diffraction angles definite in AOI plane relatively to the normal to acoustic wave vector is marked at the figure

# 3. OAO w ośrodku izotropowym, poddanym działaniu jednoosiowego naprężenia

W przypadku ośrodków izotropowych naprężenie zmienia ich wlasności optyczne poprzez zjawisko fotosprężyste (3).

Własności sprężyste ośrodka opisuje tensor s. Postaci tensorów s i p dla ośrodka izotropowego są bardzo podobne i mogą być zapisane w następującej formie macierzowej [5]

$$\mathbf{p}, \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 11 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 12 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 44^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 44^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44^* \end{bmatrix},$$
(35)

gdzie

$$p_{44}^* = \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12}), \qquad s_{44}^* = 2(s_{11} - s_{12}).$$
 (36)

Ponadto tensor przenikalności elektrycznej  $\varepsilon^0$  ośrodka niezaburzonego ma składowe

$$\varepsilon^{0} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{f} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{f} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{f} \end{bmatrix}.$$
 (37)

W ośrodkach izotropowych nie ma wyróżnionych kierunków krystalograficznych. W tej sytuacji kierunek przyłożonego pola elektrycznego lub osi naprężenia można przyjąć za kierunek osi OZ.

## 3.1. Zjawisko fotosprężyste w ośrodkach izotropowych

Przyjmując, że naprężenie jednoosiowe jest wywierane wzdłuż osi OZ, tzn.

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e \end{bmatrix}.$$

otrzymujemy

$$\zeta^{s} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{s} \cdot \sigma = \begin{bmatrix} \zeta_{11}^{s} & 0 & 0\\ 0 & \zeta_{11}^{s} & 0\\ 0 & 0 & \zeta_{33}^{s} \end{bmatrix},$$
(38)

gdzie

$$\zeta_{11}^{s} = \left[ (p_{11} + p_{12})s_{12} + p_{12}s_{11} \right] \sigma_{s}, \quad \zeta_{33}^{s} = \left[ 2p_{12}s_{12} + p_{11}s_{11} \right] \sigma_{s}. \tag{39}$$

Stąd

$$\varepsilon^{s} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^{s} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{11}^{s} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{s} \end{bmatrix}.$$
 (40)

gdzie

$$\varepsilon_{11}^s = \varepsilon_f - \varepsilon_f^2 \zeta_{11}^s, \quad \varepsilon_{33}^s = \varepsilon_f - \varepsilon_f^2 \zeta_{33}^s. \tag{41}$$

Oznacza to, że ośrodek izotropowy staje się ośrodkiem optycznie jednoosiowym z osią optyczną równoleglą do kierunku przyłożonego pola elektrycznego (oś OZ). W ośrodku takim w danym kierunku mogą propagować się dwie fale świetlne, zwyczajna i nadzwyczajna o wzajemnie prostopadłych polaryzacjach. Współczynniki załamania światła dla tych fal wynoszą

$$n_0 = n_f - \frac{1}{2} n_f^3 \zeta_{11}^s, \quad n_e = n_f - \frac{1}{2} n_f^3 \zeta_{33}^s, \quad n_0 - n_e = -\frac{1}{2} n_f^3 p_{44}^* s_{44}^* \sigma_s, \tag{42}$$

gdzie  $n_f = \sqrt{\varepsilon_f}$ .

#### 3.2. Opis oddziaływania akustooptycznego w płaszczyźnie XZ

W przypadku ośrodka jednoosiowego OAO, w którym spełnione są relacje (32) może być zrealizowane na kilka sposobów. Jeżeli fale świetlne padająca i ugięta są falami zwyczajnymi lub nadzwyczajnymi, to zachodzi tzw. izotropowa dyfrakcja Bragga. Cechy charakterystyczne tego typu OAO nie różnią się istotnie od dyfrakcji braggowskiej w ośrodku optycznie izotropowym i nie będą dalej szczegółowo omawiane. Szczególnie interesujące jest OAO, w którym jedna z fal świetlnych jest falą zwyczajną, a druga falą nadzwyczajną. Tego typu oddziaływanie nazywamy anizotropowym oddziaływaniem braggowskim.

Położenie jednorodnego jednoosiowego naprężenia do ośrodka izotropowego ustala w nim położenie osi, np. OZ. Aby w pełni określić położenie kartezjańskiego układu odniesienia, należy ustalić położenie jeszcze jednej osi, np. OX. W ośrodku optycznie jednoosiowym położenie tej osi może być wybrane dowolnie w plaszczyźnie prostopadłej do osi OZ. Wprowadzenie do ośrodka fali akustycznej narusza tę symetrię. Aby rozpatrzyć możliwie ogólną sytuację, przyjmiemy, że fala akustyczna propaguje się pod kątem  $\beta$  do osi OZ i leży w płaszczyźnie XZ.

Aby rozpatrywane OAO było w pełni określone, należy jeszcze wybrać płaszczyznę oddziaływania. Spośród wielu możliwych płaszczyzn największe znaczenie praktyczne mają płaszczyzny o wysokiej symetrii, np. XZ, XY.

Na rys. 2 przedstawiono możliwe geometrie oddziaływania antystokesowskiego w ośrodku optycznie dodatnim, w płaszczyźnie XZ.

Określenie geometrii oddziaływania, tzn. wyznaczenie kątów  $\vartheta_p$  i  $\vartheta_d$ , jakie tworzą wektory  $\vec{k_p}$  i  $\vec{k_d}$  (odpowiednio) z osią OX, wymaga takiego ustawienia zadanego wektora  $\vec{q}$ , aby połączył obie powierzchnie wektorów falowych. Możliwe położenie końca wektora  $\vec{q}$  stosunkowo łatwo wyznaczyć jako punkty przecięcia powierzchni wektora falowego  $\vec{k_p}$ przesuniętej o wektor  $\vec{q}$  z powierzchnią wektora falowego  $\vec{k_d}$  (rys. 3). Z analizy rys. 3 wynika, że w zależności od długości wektora  $\vec{q}$  (częstotliwości fali akustycznej) oraz jego kierunku (kąt  $\beta$ ) możemy mieć dwa lub cztery punkty takiego przecięcia i odpowiednio dwie lub cztery gałęzie oddziaływania akustooptycznego. Każda z tych gałęzi dla zadanych  $\beta$ ,  $\vec{e_q} = const$ , będzie się charakteryzowała swoją wlasną stałą sprzężenia akustooptycznego i własną efektywną stałą fotosprężystą. Konkretna postać tych stałych zależy od rodzaju fali akustycznej. Należy tutaj podkreślić, że gdy fala akustyczna propaguje się wzdłuż osi krystalograficznej, to ze względu na dodatkową symetrię liczba gałęzi oddziaływania akustooptycznego najczęściej redukuje się do jednej.

Szczegóły geometrii oddziaływania anizotropowego w płaszczyźnie XZ przedstawiono na rys. 4.

Kierunki fal świetlnych padającej i ugiętej są określone przez podanie kątów, jakie tworzą ich wektory falowe z osią OX. Należy podkreślić, że dla fali nadzwyczajnej ze względu na anizotropię optyczną wektor natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}_d$  tworzy pewien



Rys. 2. Możliwe geometrie antystokesowskiego anizotropowego OAO w ośrodku optycznie dodatnim w płaszczyźnie XZ. Okręgi i elipsy oznaczają przecięcie powierzchni wektorów falowych fal zwyczajnych i nadzwyczajnych (odpowiednio) z płaszczyzną XZ. Wektor falowy  $\vec{q}$  łączy obie powierzchnie wektorów falowych fal świetlnych. Ze względu na widoczną symetrię wystarczy ograniczyć się do  $0 \leq \beta \leq \pi/2$  oraz do sytuacji, kiedy to falą padającą jest fala zwyczajna, a falą ugiętą fala nadzwyczajna

Fig. 2. Possible geometries of acoustooptic antystokesian interaction in uniaxial optical positive medium in XZ plane. Circle and ellipses notate the slot of ordinary and extraordinary wave vector surfaces and XZ plane. Wave vector  $\vec{q}$  links both of light wave vector surfaces. Because of visible symmetry, it's enough when  $0 \leq \beta \leq \pi/2$  and when the incidence wave is ordinary wave and deflected wave is extraordinary one

kąt  $\varphi$  z wektorem indukcji elektrycznej (prostopadłej do wektora  $\vec{k}_d$ ). Wartość tego kąta określa wzór

$$\lg \varphi_d = \frac{(n_e^2 - n_0^2) \sin \theta_d \cos \theta_d}{n_e^2 \sin^2 \theta_d + n_0^2 \cos^2 \theta_d}.$$
 (43)

W tej sytuacji wektor  $\vec{E}_d$  tworzy z osią OX kąt

1

$$\alpha_d = \theta_d + \pi/2 + \varphi_d. \tag{44}$$

Oddziaływanie anizotropowe w płaszczyźnie XZ zapewnia fala akustyczna poprzeczna spolaryzowana wzdłuż osi OY. Dla takiej fali mamy

$$\vec{e}_q = [\sin\beta, 0, \cos\beta]^T, \quad \vec{e}_u = [0, 1, 0]^T, \quad \varepsilon^a = -\varepsilon_f^2 p_{44}^a u_{qq} \begin{bmatrix} 0 & \sin\beta & 0\\ \sin\beta & 0 & \cos\beta\\ 0 & \cos\beta & 0 \end{bmatrix}.$$
(45)

Uwzględniając, że

$$\vec{e}_p = [0, 1, 0]^T, \quad \vec{e}_d = [\cos \alpha_d, 0, \sin \alpha_d]^T,$$
(46)

na podstawie (31) wyznaczamy wartość efektywnej stałej sprzężenia akustooptycznego

$$\gamma_{pd}^{0} = -\varepsilon_{f}^{2} p_{44}^{*} \cos(\theta_{d} + \varphi_{d} + \beta).$$

$$\tag{47}$$

Jak widać, wyznaczenie tej stałej wymaga szczegółowej analizy geometrii oddziaływania, tzn. wyznaczenia kątów  $\theta_d$  i  $\varphi_d$ .

Aby móc analizować wartość tej stałej i geometrii oddziaływania, napisano odpowiedni program komputerowy. Program wyznacza geometrię oddziaływania akustooptycznego dla wszystkich gałęzi według algorytmu przedstawionego na rys. 3. Szczegółowe obliczenia wykonano dla topionego kwarcu poddanego działaniu naprężenia jednoosiowego. Wyniki obliczeń zostały zilustrowane na rys. 6, 7 i 5 w zakresie częstotliwości fali akustycznej od  $10^4 Hz$  do  $10^{10} Hz$  oraz w zakresie naprężeń od 1 Pa do  $2 \cdot 10^7 Pa$ . Naprężenie 1 Pa odpowiada praktycznie ośrodkowi swobodnemu. Na wszystkich wykresach częstotliwość i naprężenie zostały przedstawione w skali logarytmicznej. Wykresy przedstawiają wartości kątów oddziaływania  $\theta_d$  i  $\theta_p$  (w radianach) (zdefiniowane jak na rys. 4) oraz unormowaną stałą sprzężenia akustooptycznego

$$\gamma_r = \frac{\gamma_{pd}^0}{\varepsilon_f^2 p_{44}^*}.$$
(48)

Na rys. 6 przedstawiono zależność geometrii oddziaływania (kąty  $\theta_d$  i  $\theta_p$ ) od częstotliwości fali akustycznej dla zadanego naprężenia  $\sigma_s$  oraz dla trzech takich kierunków propagacji fali akustycznej, dla których mamy tylko dwie gałęzie oddziaływania akustooptycznego. Na wszystkich wykresach występuje zakres częstotliwości fali, dla którego kąty  $\theta_d$  i  $\theta_p$  praktycznie nie ulegają zmianie. Ponadto w tym zakresie częstotliwości fal stała sprzężenia akustooptycznego osiąga praktycznie swoją maksymalną wartość. Na gałęzi drugiej widoczne jest ciekawe zjawisko zaniku oddziaływania ( $\gamma_r = 0$ ) dla pewnej częstotliwości fali akustycznej. To samo widać na rys. 7. Możemy tutaj dodatkowo przeanalizować zależność oddziaływania akustooptycznego od wartości przyłożonego naprężenia. Widać, że istotne zmiany w geometrii oddziaływania pojawiają się dla stosunkowo dużych naprężeń. Ponadto występują one dla bardzo niskich częstotliwości fal, dla których bardzo trudno zrealizować dyfrakcję typu Bragga.

Na rys. 5 przedstawiono analogiczne zależności jak na rys. 6 dla sytuacji, w której mamy cztery gałęzie oddziaływania akustooptycznego. Jak widać, najpierw pojawiają się gałęzie pierwsza i druga, a następnie trzecia i czwarta. Z kolei najpierw zanikają galęzie druga i czwarta, a później pierwsza i trzecia. Pojawianie się i zanikanie gałęzi oddziaływania następuje parami jednocześnie. Łatwo zauważyć, że charakter zależności geometrii oddziaływania od przyłożonego naprężenia jest taki jak na rys. 6.

Z przedstawionej analizy wynika, że eksperymentalne zaobserwowanie wpływu jednoosiowego naprężenia na przebieg oddziaływania akustooptycznego w ośrodku izotropowym jest bardzo trudne. Wpływ ten staje się istotny dopiero dla bardzo dużych naprężeń grożących zniszczeniem bufora akustooptycznego. Ponadto jest stosunkowo duży dla oddziaływania z falą akustyczną o względnie małej częstotliwości, kiedy to trudno zrealizować warunki dyfrakcji Bragga.



Rys. 3. Sposób określania geometrii OAO przy zadanym wektorze falowym fali akustycznej  $\vec{q}$  poprzez wyznaczenie punktów przecięcia przesuniętej o ten wektor powierzchni wektorów falowych fali ugiętej. Na rys. a) mamy  $\vec{q} \parallel OZ$  — jak widać punkty przecięcia są położone symetrycznie i wystarczy wyznaczyć jedną "gałąź". Na rys. b) mamy falę akustyczną pod pewnym kątem do osi OZ oraz dwa istotnie różne punkty przecięcia (każdy na innej "gałęzi" OAO). Na rys. c) pokazano maksymalną wartość wektora falowego  $\vec{q}$ dła danego kąta  $\beta$ . Warto zauważyć, że ze względu na anizotropię optyczną OAO w tym wypadku nie jest oddziaływaniem kolinearnym (punkt styczności powierzchni falowych nie leży na prostej zawierającej wektor  $\vec{q}$ ). Na rys. d) wektor  $\vec{q}$  tworzy z osią OZ kąt bliski  $\pi/2$ . Widzimy cztery różne punkty przecięcia odpowiednich powierzchni falowych, którym odpowiadaja cztery różne gałęzie OAO.

Fig. 3. The way of assign AOI geometry with determined wave vector  $\vec{q}$  by assign cut points of deflected wave vector surface shifted by this vector. At Figure a) we have  $\vec{q} \parallel OZ$  and we can see that cut points are symmetrically positioned and it's enough to determine one branch. At Figure b) we have acoustic wave propagation at some angle to OZ axis and two essentially different cut points (each one at different AOI branch). At Figure c) the maximum value of wave vector  $\vec{q}$  for specified  $\beta$  value is presented. It is important to see, that because of optical anisotropy coinsidered interaction isn't colinear (wave surfaces tangency point isn't positioned on line contained  $\vec{q}$  vector). At Figure d)  $\vec{q}$  vector forms an angle near  $\pi/2$  to OZ axis. Ones can see four different cut points of surfaces respectively to four different branches of AOI



Rys. 4. Geometria anizotropowego OAO w płaszczyźnie XZ Fig. 4. Anisotropic AOI in XZ plane geometry



Rys. 5. Jak na rys. 6 dla czterech gałęzi oddziaływania Fig. 5. As at fig. 6 for four branches of AOI



thetad [rad] \* thetai [rad] \* pef/p44

Rys. 6. Zależność geometrii oddziaływania od częstotliwości fali akustycznej dla zadanego naprężenia  $\sigma_s = 1.38 \cdot 10^7 Pa$  w kwarcu topionym dla dwóch gałęzi oddziaływania akustooptycznego  $(pef/p44 = \gamma_r, thetad = \theta_d, thetai = \varphi_p)$ 

Fig. 6. Dependence of interaction geometry on acoustic frequency for certain stress value  $\sigma_s = 1.38 \cdot 10^7 \ Pa$  in fused quartz for two branches of AOI  $(pef/p44 = \gamma_r, thetad = \theta_d, thetai = \varphi_p)$ 



Rys. 7. Zależność geometrii oddziaływania od częstotliwości fali akustycznej oraz naprężenia w kwarcu topionym dla dwóch gałęzi oddziaływania akustooptycznego ( $\beta = 1.217[rad]$ )

Fig. 7. Dependence of interaction geometry an acoustic wave frequency and stress value in fused quartz for two branches acoustooptic interaction ( $\beta = 1.217[rad]$ )

# Literatura

- W. I. Balakshii, W. N. Parygin, L. E. Chirkow, *Fiziczeskije osnowy akustooptiki*, Radio i Swiaz, Moskwa 1985.
- [2] M. Born, E. Wolf, Osnowy optiki, Nauka, Moskwa 1973.
- [3] A. Soluch, Wstęp do piezoelektroniki, WKŁ, Warszawa 1980.
- [4] T. S. Narasimhamurty, Fotouprugije i elektroopticzeskije swojstwa kristałlov, Mir, Moskwa 1984.
- [5] Yu. S. Sirotin, M. P. Shaskolskaya, Osnowy kristallofiziki, Nauka, Moskwa 1979.
- [6] W. I. Balakshii, E. I. Zotow, W. N. Parygin, Anizotropnaja diffrakcja swieta w sriedie z iskustwiennoj anizotropiej, Kwantownaja Elektronika 3 (1976), 2187-2204.
- [7] Z. T. Azamatow, W. B. Woloshinow, F. D. Mamatdżanow, V. N. Parygin, Anizotropnaja difrakcja swieta w kristalle fosfida galla s iskustwiennoj anizotropiej, Kwantownaja Elektronika 8 (1981), 2026-2029.
- [8] W. I. Balakshii, W. N. Parygin, Elektriczeskoje uprawlenije Brega w akustoopticzeskich ustojstwach, Radiotechnika i Elektronika 18 (1973), 115-123.
- Lee Hynk, Scanning acousto-electro-optics light deflector with uniform intensity response, Appl. Phys. Lett. 49 (1986), 24-25.
- [10] A. Yariw, P. Yeh, Opticzeskije wolny w kristałłach, Mir, Moskwa 1987.

Recenzent: Prof. dr hab. Mikolaj Labowski

Wpłynęło do redakcji 10.12.1994 r.

## Abstract

An efficiency and geometry of acoustooptic Bragg diffraction in isotropic medium, when anisotropy was created in isotropic crystal by external stress field, was analysed in this work. Numerical calculations was made for fused quartz in case of interaction in XZ plane with stress applied parallel to axis, and with acoustic wave propagated at angle  $\beta$ to it. Results of calculations are presented as graphs with dependiencies of propagation angles of light waves (incident and diffracted ones) relatively to OX axis and normalized efficiency coefficient on acoustic wave frequency (in range over  $10^4 Hz$ ) and on applied stress value (in range of 1 to  $2 \cdot 10^7 Pa$ ). For small values of the  $\beta$  angle two branches of acoustooptical interaction are observed. When acoustic wave with low frequency propagates almost perpendiculary to OZ axis, appears four branches of interaction. From these graphs one can calculate that essential changes in interaction geometry appear for very big values of external stress, which may destroyed an acoustooptical buffer, and for low accoustic wave frequency, when it is difficult to put the Bragg diffraction into practice.