ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 76 Nr kol. 1287

Renata BUJAKIEWICZ-KOROŃSKA, Jan KOROŃSKI

KRAKOWIANY I INNE IDEE MATEMATYCZNE TADEUSZA BANACHIEWICZA

Streszczenie

Praca zawiera informację o rachunku krakowianowym i o innych ideach matematycznych Tadeusza Banachiewicza. W opracowaniu wykorzystano materiały archiwalne Instytutu Astronomii Uniwersytetu Jagiellońskiego.

THE CRACOVIAN'S CALCULUS AND THE OTHERS TADEUSZ BANACHIEWICZ MATHEMATICAL IDEAS

Summary

The present paper contains some informations about the cracovian's calculus and on others Tadeusz Banachiewicz mathematical ideas. In elaboration the archival materials of the Astronomical Institute of Jagiellonian University are used.

CRACOVIAN - RECHNUNG UND ANDERE MATHEMATISCHEN IDEEN VON TADEUSZ BANACHIEWICZ

Zusammenfassung

Die Arbeit enthält die informationen über Cracovian - Rechnung und über die anderen mathematischen Ideen von Tadeusz Banachiewicz. In der Bearbeitung wurden die Archivmaterialien des Astronomieinstitutes der Jagielloner Universitat in Krakau ausgenutzt.

1. Wstęp

Działalność naukowa Tadeusza Banachiewicza przerasta wymiar jednej epoki i nie zamyka się w granicach pojedynczej dyscypliny naukowej. Astronomia, matematyka, mechanika teoretyczna, geodezja i geofizyka były polem jego głębokich dociekań i dużych osiągnięć [4]. Idee naukowe, w chwili gdy się rodzą, mogą wydawać się dziwaczne i przeczące zdrowemu rozsądkowi. Potem, kiedy przejdą zwycięsko przez próbę czasu i konfrontacji z doświadczeniami, wchodzą do podręczników szkolnych. Ten sam czas pozwala jednak dostrzec w nich coś więcej poza teoretycznym sformułowaniem, zwłaszcza że w tym okresie nauka ulegała znacznym przeobrażeniom, co daje rozległą płaszczyznę do porównań jej stanu obecnego z tym, co było. Właściwą wagę i doniosłość nowej idei naukowej można zauważyć, jeśli miała ona dość czasu na to, by rozejść się po całym, jakże bardzo skomplikowanym organizmie nauki. Wiele z tych idei, których autorem jest Banachiewicz, przetrwało do dziś, dalej rozwijają się i owocują. Ich echa brzmią również we współczesnej astronomii, geodezji i astronautyce. Aktualność pewnych idei Banachiewicza (zwanego w dalszym tekście czasem Profesorem) da się odczuć dopiero z kontaktów dzisiejszej nauki z przeszłością. Nie sposób ich zrozumieć bez sięgnięcia do historii.

Obok obszernej bibliografii staraliśmy się jak najwierniej odtworzyć osobowość wielkiego człowieka, jakim Banachiewicz był i pozostał w pamięci swoich następców.

Jednakże zasadniczym celem pracy są krakowiany i inne idee matematyczne Tadeusza Banachiewicza, które pozwalamy sobie przypomnieć w czterdzieści lat po przedwczesnej śmierci wielkiego krakowskiego uczonego. (O innych ideach naukowych T. Banachiewicza można będzie przeczytać w przygotowywanej do druku pracy [4] oraz w [17]).

2. Dane biograficzne

Tadeusz Banachiewicz, najmłodszy syn Artura Banachiewicza i Zofii z Reszotarskich, urodził się 13 lutego 1882 r. w Warszawie [7] (Łoza 1938).

W bardzo młodym wieku, będąc jeszcze uczniem V gimnazjum warszawskiego, wykazał się już swymi matematycznymi uzdolnieniami. W tym czasie zaczął interesować się astronomią, która stopniowo stawała się pasją jego życia. W roku 1900 ukończył z medalem srebrnym gimnazjum, po czym wstąpił na Wydział Fizyko - Matematyczny Uniwersytetu Warszawskiego (Witkowski 1953) [12].

Datę 9.IX.1903 r. uważa się za dzień zaślubin Banachiewicza z astronomią, gdyż jako student zapowiedział na ten dzień zakrycie gwiazdy $BD-6°6191$ przez Jowisza, co umożliwiło obserwację tego zjawiska w wielu obserwatoriach Europy: Bonn, Kilonii, Königstuhl, Pułkowie, Strasburgu, Warszawie, Królewcu, Upsali. Z powodu depeszy Banachiewicza donoszącej o tym zjawisku Centralne Biuro Astronomiczne w Kilonii doniosło:

> „Ponieważ zakrycie w roczniku berlińskim i Naut. Alm. nie było przytoczone, wiadomość została przekazana telegraficznie członkom placówki centralnej ze względu na rzadkość tego zjawiska."

W 1904 r. Banachiewicz ukończył Uniwersytet ze stopniem kandydata nauk matematycznych i złotym medalem dla pionierów astronomii za rozprawę konkursową z dziedziny astronomii obserwacyjnej, dotyczącą wyznaczania stałych heliometru (prot. zebr nauk. 9.III.51) [14]. Dzięki tym osiągnięciom pozostał w uczelni na stanowisku aspiranta przy katedrze astronomii i geodezji wyższej. Swe studia uzupełniał w Getyndze pod kierunkiem Schwarzchilda. Później, po odbyciu praktyki w obserwatorium w Pułkowie, pełnił w latach 1908 - 1909 obowiązki młodszego astronoma w obserwatorium w Warszawie (Witkowski 1953) [13].

Smierć Krasnowa (dyrektora Obserwatorium Warszawskiego do 1907) przeszkodziła mianowaniu Banachiewicza na stanowisko astronoma obserwatora, na które ten miał go zamiar przedstawić (prot. zebr. nauk. 28.XI.1947) [14].

W 1910 r. Banachiewicz zdał egzamin na stopień magistra astronomii na Uniwersytecie Moskiewskim i przeniósł się do Obserwatorium Uniwersyteckiego im. Engelhardta pod Kazaniem, zaangażowany na stanowisko asystenta, gdzie przebywał do roku 1915 (Witkowski 1955; prot. zebr. nauk. 3.III.1951) [14].

W latach 1911 - 1914 dokonał pomiarów natężenia siły ciężkości w szeregu miejsc Rosji europejskiej (Łoza 1939) [7]. Następne trzy lata spędził w Dorpacie (Tartu, Rosja), gdzie był kolejno asystentem, docentem i profesorem nadzwyczajnym oraz dyrektorem obserwatorium. W 1918 r. powrócił do kraju. Po krótkim pobycie w Warszawie jako docent geodezji na Politechnice Warszawskiej pojechał w 1919 r. do Krakowa, by objąć katedrę profesora ofiarowaną mu przez Uniwersytet Jagielloński. W tym samym czasie władze uniwersyteckie mianowały go dyrektorem Obserwatorium Krakowskiego (Witkowski 1955) [13]. Okres krakowski, ciągnący się przez 35 lat, był w jego życiu pełen obfitej i owocnej działalności [5], [15] i [16].

29.III.1920 r. z inicjatywy Profesora ukazał się pierwszy numer „Okólnika Obserwatorium Krakowskiego", którym zapoczątkował wydawnictwa własne OA UJ. Od 1922 r. do 1928 r. redagował „Rocznik Astronomiczny Obserwatorium Krakowskiego" i Dodatek Międzynarodowy. Dzięki niemu przy Obserwatorium od 1925 r. zaczęło ukazywać się czasopismo „Acta Astronomica", które szybko zyskało uznanie międzynarodowe (Banachiewicz 1928) [2].

W 1922 r. założył Banachiewicz stację astronomiczną na Łysinie w Beskidzie Myślenickim, a także rozpoczął prace teoretyczne nad rachunkiem krakowianowym. Wystąpił także z inicjatywą wykonania serii pomiarów geodezyjnych — w latach 1923, 1924, 1926 przeprowadzono niwelację geodezyjną na odcinku Kraków — Kielce, a w 1926 wyprawę grawimetryczną na Pomorze i do Warszawy (Banachiewicz 1928) [2].

Od chwili powstania Polskiego Towarzystwa Astronomicznego w 1923 r. przez 10 lat pełnił funkcję prezesa tego towarzystwa („Zarys dziejów nauk przyrodniczych w Polsce" Warszawa 1983) [16]. W 1922 r. został członkiem rzeczywistym Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie, jak również członkiem zwyczajnym Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. W latach 1924 - 1925 był wiceprezesem Komisji Geodezyjnej Państw Bałtyckich (Witkowski 1955) [13].

W 1928 r. Uniwersytet Warszawski nadał mu doktorat honoris causa filozofii. dziesięć lat później uzyskał taki sam tytuł Uniwersytetu Poznańskiego (Witkowski 1953) [12]. Po II wojnie światowej tytułem takim został uhonorowany przez Uniwersytet w Sofii (prot. zebr. nauk. 19.III.1948) [14].

W latach 1932 - 38 piastował urząd wiceprezesa Międzynarodowej Unii Astronomicznej . a w 1938 r. wybrany został na prezesa Komisji Księżycowej. której przewodniczył do 1952 r. (Witkowski 1953) [12]. W 1939 r. mianowano go członkiem Akademii w Padwie (Witkowski 1953) [12]. W 1939 r. mianowano go członkiem korespondentem Royal Astronomical Society w Londynie (prot. zebr. nauk. 7.VI.1946) [14].

Po aresztowaniu przez hitlerowców 6.XI.1939 r. wraz z grupą profesorów Uniwersytetu Jagiellońskiego znalazł się w obozie koncentracyjnym w Sachsenhausen koło Berlina. Tam, mimo niedoli i cierpienia. Banachiewicz pozostał wierny swojej zasadzie — życie jest pracą. Postawa Profesora w obozie, według słów towarzyszy, była pełna godności i mogła posłużyć za przykład „stanowiska. jakie prawdziwy człowiek zajmuje w obliczu barbarzyństwa, wroga i grożącej mu śmierci" (prof. dr Witold Krzyżanowski). O jego harcie ducha świadczą słowa wspomnień o tych trudnych chwialch zapisane w protokole zebrania naukowego z dnia 1.III.1940 roku [14]:

> „W obozie interesowano się meteorologią. W związku z tym p. Profesor obliczał wschody i zachody słońca dla obozu, sporządzał w tym celu nawet tablice funkcji trygonometrycznych. Poza tym zajmował się wyznaczaniem godziny z Księżyca i gwiazd i oceną temperatury. W obozie odbyło się sporo pogadanek (około 200). (...) Pan Profesor prowadził kilka pogadanek; mówił na tematy: Astronomia a meteorologia, O współczesnej nawigacji astronomicznej, O przyczynach surowej zimy (po niemiecku w ramach nauki języka niemieckiego)."

Po powrocie do Krakowa w lutym 1940 r. bardzo dotknęła go wiadomość o śmierci brata, który zginął w obozie koncentracyjnym w Mathausen (Witkowski 1955) [13]. Wróciwszy zaczął znów pracować w Obserwatorium. Pod koniec 1941 r. został bezterminowo urlopowany. jego miejsce zajął oficjalnie mianowany komisaryczny kierownik Obserwatorium doc. dr Kurt Walter (prot. zebr. nauk. 15.XI.1941) [14]. Po wyzwoleniu Krakowa w styczniu 1945 r. powrócił na stanowisko kierownika Katedry Astronomii i Obserwatorium Astronomicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego, które zajmował aż do śmierci.

W latach 1945 - 1951 Profesor kierował Katedrą Geodezji Wyższej i Astronomii na oddziale geodezyjnym wydziałów politechnicznych AGH w Krakowie. W związku z tym prowadził prace dydaktyczne z geodezji wyższej i astronomii oraz przewodniczył w latach 1946 - 1951 Komisji Egzaminu Dyplomowego na stopień magistra inżyniera geodety (Witkowski 1969) [11].

Z chwilą powołania Polskiej Akademii Nauk został mianowany jej członkiem tytularnym. Był członkiem Komitetów Astronomicznego i Geodezyjnego PAN, przewodniczącym Komisji Astrometrycznej Komitetu Astronomicznego PAN, członkiem Akademii Nauk Technicznych i wielu innych krajowych i zagranicznych towarzystw naukowych (Witkowski 1969) [11].

Zainteresowania naukowe Banachiewicza były bardzo rozległe. Ma on wybitny udział w astronomii, matematyce, mechanice, geodezji i geofizyce. Wielka intuicja pomagała mu znajdować właściwą drogę przy rozwiązywaniu problemów, a popierała ją gruntowna wiedza i głęboka analiza matematyczna. Jest autorem 240 prac naukowych (Witkowski 1955) [13]. Jego artykuły są napisane jasnym stylem, choć często poruszają bardzo trudne zagadnienia. Główne wyniki prac Banachiewicza z lat 1945 - 1954 dotyczą trzech problemów astronomii matematycznej: 1) wyznaczania orbit, 2) libracji i figury Księżyca, 3) rachunku krakowianowego (na podstawie ogółu protokołów z zebrań naukowych tego okresu) [14].

W czasie swojego życia wielokrotnie wyjeżdżał za granicę na kongresy, sesje naukowe i inne uroczystości; nie sposób wszystkie wypisywać. Otrzymał wiele wyróżnień zarówno polskich, jak i zagranicznych. Za zasługi naukowe rząd PRL przyznał mu order Sztandaru Pracy I klasy. Dekoracji dokonał prezes PAN w dniu 15.III.1954 r. na uroczystym zebraniu Wydziału III PAN, poświęconym uczczeniu 50 - letniej działalności naukowej Banachiewicza. Odpowiadając wówczas mówcom, jubilat powiedział między innymi te charakterystyczne dla niego słowa:

> „Fakt, że w ciągu 50 lat pracowałem naukowo, nie stanowi specjalnej zasługi, gdyż pracowałem dlatego, że podobała mi się ta praca, która wydawała mi się użyteczną dla nauki, narodu i państwa; co się zaś tyczy znaczenia mych prac, to dopiero przyszłość wypowie o nich ostatnie słowo." (Witkowski 1969) [11].

Do ostatnich chwil swojego życia był aktywny jako naukowiec. W maju 1954 r. pojechał do Leningradu na otwarcie obserwatorium w Pułkowie (prot. zebr. nauk. 14.V.1954) [14]. Niestety, ten zjazd astronomów był jego ostatnim. Do Leningradu przyjechał bardzo chory i musiał pozostać tam przez miesiąc w szpitalu. W lipcu powrócił do Krakowa i został poddany operacji, która jednak nie przywróciła mu zdrowia (Witkowski 1955) [13].

Prof. dr Tadeusz Banachiewicz zmarł 17 listopada 1954 r. na pneumonię. W 1955 r. jego zwłoki zostały przeniesione i pochowane w krypcie ludzi zasłużonych w kościele Na Skałce w Krakowie („Zarys dziejów nauk przyrodniczych w Polsce", Warszawa 1983) [16].

3. Jaki był ten wielki astronom?

Spuścizną pozostawioną przez Tadeusza Banachiewicza są nie tylko prace naukowe, ale także pisane od 1931 r. do maja 1954 r. pamiętniki, które Porfesor nazywał „Notatami codziennymi". Ich lektura rzuca światło na bardzo bogatą osobowość tego wybitnego człowieka. Życie Banachiewicza wypełnione było systematyczną i dokładną pracą, oddawał się jej całym sercem, nieraz tygodnie poświęcał na rozwiązanie jakiegoś problemu. W „Notatach codziennych" [10] czytamy na przykład:

> 30.XII.1945 r. „Nigdzie nie wychodzę przez cały dzień. Piszę wstęp do artykułu do Przeglądu Geodezyjnego o algorytmie krakowianowym metody najmniejszych kwadratów."
>
> 27.X.1948 r. „Pół dnia stracone z powodu odwiedzin w Obserwatorium „astronoma królewskiego" Spencera Jonesa ..."

Zeszyty, które Profesor uzupełniał codziennie, dają obraz powstawania oryginalnych prac z różnych dziedzin nauki, sprawozdanie z działalności na arenie międzynarodowej, a także zawierają wiele uwag odnośnie do spraw intrygujących go w danej chwili.

Niektórzy zarzucali mu niesłusznie zarozumiałość, był bowiem człowiekiem nieprzystępnym, zamkniętym w sobie, źle rozumiano jego brak czasu na spotkania towarzyskie. Swiadczą o tym między innymi poniższe fragmenty „Notat codziennych":

> 24.VII.1951 r. „Andrzej uważa, że należy od czasu do czasu ludzi przyjąć, że tym się wiele robi ..."
>
> 4.X.1952 r. „Któregoś dnia w tym tygodniu byłem w lokalu i rozmawiałem z Tęczą. Potwierdził on, że powiedział kiedyś prof. Weissowej, że mam talent do robienia sobie nieprzyjaciół i wyjaśnił, że jego zdaniem pochodzi to stąd, że poświęcając się pracy naukowej nie utrzymuję z nikim stosunków towarzyskich, co jest tłumaczone jako lekceważenie sobie innych."

Jako dyrektor Obserwatorium był świetnym organizatorem pracy. Zaraz po wyzwoleniu zabiegał o pomieszczenia dla Obserwatorium, pożyczki na uposażenie, książki i czasopisma, również zagraniczne. W tych ciężkich czasach jak mógł, tak troszczył się o swych pracowników. Na posiedzeniach Rady Wydziału starał się o odpowiednie etaty, mieszkania, zorganizował dożywianie, dzielił się przydziałami z kolegami, bronił podwładnych przed czynionymi im zarzutami, popierał wyjazdy zagraniczne. Na dowód tego przytoczyć można chociażby następujące słowa zaczerpnięte z „Notat codziennych":

> 4.II.1945 r. „JG (Jan Gadomski, dr adiunkt Obserw. Astr. Uniw. Warszawskiego, przyp. autorów) nie porozumiał się ze mną, a byłby się dowiedział, że

dostaliby wieleby chcieli (mieszkań, przyp. autorów), ale chodziło o to, żeby lokale były przyznane Obserwatorium Krakowskiemu, względnie Nar. Inst. Astr., bo w takim tylko razie po wyprowadzeniu się Warszawian dostałby się nam."

11.II.1945 r. „Na konferencji tej stargowuję od JG (Jana Gadomskiego, przyp. autorów) za poparciem MK (Michał Kamieński, prof. mgr dyrektor Obserw. Astr. Uniw. Warsz.), mieszkanie Nr 6 dla N. I. A. ..."

13.I.1946 r. „Rano telefonuję do Tęczy o takie uzupełnienie podania do Wydziału Oświaty i Kultury m. Krakowa, żeby z subwencji można było pokryć dożywianie personelu w naturze wg pomysłu dr K. Kord. (Kazimierza Kordylewskiego, wówczas doktora, przyp. autorów)"

20.II.1946 r. „Dożywianie cieszy się powodzeniem."

Najbliższy współpracownik prof. Józef Witkowski tak oto wspomina postać prof. Banachiewicza:

„Banachiewicz poświęcił całe swoje życie nauce. Zdawać by się mogło, że nieustannie pochłonięty problemami naukowymi, nie zwracał uwagi na płynące mimo bujne życie, obojętny na jego radości, smutki i bóle. Jednak bliższe zetknięcie z nim ujawniało jego wrażliwą naturę i serce pełne współczucia dla ludzkiej niedoli. Okazywało się wówczas, że wiele przeżył i przemyślał, że nieobce mu były sztuka, poezja, muzyka. Potrafił nieraz spędzać dłuższe chwile na słuchaniu muzyki lub deklamowaniu wierszy ulubionych poetów. W towarzystwie cechowała go przeważnie rezerwa i nieśmiałość, jakkolwiek potrafił być czarującym i dowcipnym w rozmowie. Ale to były rzadkie chwile, które on uważał za momenty słabości, za sprzeniewierzenie się nauce." (Witkowski 1969).

Czasem grał w szachy, częściej słuchał wiadomości radiowych, odwiedzał teatr lub filharmonię. Aż za często odrywały go od właściwej pracy posiedzenia Rad Wydziału UJ i Politechniki, konferencje w PAU, w towarzystwach i komitetach dla popularyzacji astronomii w Polsce, wyjazdy zagraniczne. Jednak mimo nawału zajęć orientował się na bieżąco w polityce, nowościach wydawniczych, odkryciach naukowych i technicznych. Mimo swej erudycji publicznie zabierał głos rzadko, dopiero po przemyśleniu danej sprawy. W obcym gronie czuł się nieco zagubiony.

20.VII.1945 r. „Ze swego postępowania nie jestem zadowolony, nie mam zdolności do bronienia się i pojedynków własnych. Na propozycję S. trzeba było np. powiedzieć, że chyba oszalał."

> 18.IX.1951 r. „Wielki brak KK-ego (Kazimierza Kordylewskiego, przyp. autorów) (jest na urlopie). który potrafi odpowiedzieć możliwie niezobowiązująco na wszystkie pytania." („Notaty codzienne" T. Banachiewicz).

Na życie rodzinne miał mało czasu, lecz potrafił być troskliwym i opiekuńczym mężem (dzieci nie miał). Oto krótki fragment z pamiętnika:

> 27.V.1945 r. „Żona leży i prawie ciągle śpi. Podnosi niekiedy powieki, ale jakby nie poznawała. Prof. Orzęski, do którego telefonowałem rano, powiedział, że nie trzeba tymczasem żadnych nowych lekarstw."

Profesor był wielką indywidualnością, nie bał się wypowiadać swych często odmiennych sądów. Kroczył przez całe życie z dumnie podniesioną głową, a celem jego były: prawda, nauka i praca.

17 listopada 1994 r. (w bieżącym roku akademickim) mija 40 rocznica jego śmierci. Na szczęście ze spuścizny naukowej Banachiewicza pozostało dużo. Jako spadkobiercy musimy pamięć o tym wielkim człowieku — „ocalić od zapomnienia" — również jego krakowiany i inne pomysły matematyczne.

4. Interlingua

Tadeusz Banachiewicz wielokrotnie podnosił sprawę wprowadzenia na arenie międzynarodowej sztucznego języka, którym wszyscy ludzie mogliby się porozumiewać i który „byłby niezależny od wojny i spraw politycznych" (prot. zebr. nauk. 6.VI.1951) [14]. Motywował tę propozycję następująco:

> „Gdy chodzi o nas Słowian, to jesteśmy specjalnie upośledzeni, jeśli chodzi o języki obce, bo każdy naród słowiański musi znać jakiś język, zwłaszcza jeśli chodzi o arenę międzynarodową. Zatem język międzynarodowy leży przede wszystkim w interesie narodów małych, choć i państwa duże są o tyle zainteresowane, że wybór języka pewnego mocarstwa miałby wielkie znaczenie polityczne, zaś język sztuczny jest neutralny." (prot. zebr. nauk. 29.XI.1946) [14].

Potrzebę takiego języka zauważał Profesor szczególnie na zjazdach Międzynarodowej Unii Astronomicznej, w których wielokrotnie uczestniczył. „Gdyby był przyjęty jeden język sztuczny, wszystkie narody byłyby równouprawnione" (prot. zebr. nauk. 26.V.1939) [14] i nie istniałoby wówczas uprzywilejowanie niektórych narodowości, mogących przemawiać w języku ojczystym. Wszystkie zjazdy prowadzono w języku angielskim lub francuskim, co zdaniem Banachiewicza „dawało przewagę narodom anglosaskim nad słowiańskimi" (prot. zebr. nauk. 12.II.1948) [14]. Jednak ta idea nie doczekała się wprowadzenia w życie. IAU jako obowiązujące przyjęło na równi język francuski i angielski (francuski bywa rzadziej używany i raczej w sprawach formalnych) zamiast latino sine flexione stworzonego przez prof. Peano z Turynu, a propagowanego przez Banachiewicza. W ten sposób ułatwiono uczonym całego świata wzajemne porozumiewanie się oraz korzystanie z poważniejszych czasopism wydawanych po angielsku przez ośrodki naukowe w różnych państwach, co sprzyja wymianie myśli.

Język latino sine flexione nie zdał egzaminu, choć niektórzy uczeni początkowo posługiwali się nim. Jako martwy język nie nadawał się do rozmów codziennych, gdyż brakowało w nim słów, a także określeń technicznych. Nawet Banachiewicz dostrzegał niedoskonałości tego języka. Mała liczba podręczników do nauki interlingua również nie sprzyjała jego rozpowszechnieniu (prot. zebr. nauk. 28.I.1949) [14]. Rocznik astronomiczny przestano wydawać w interlingua w 1955 r., zastępując go angielskim, rosyjskim i polskim, gdyż Profesor był jedyną osobą w Obserwatorium dobrze posługującą się tym językiem (prot. zebr. nauk. 20.X.1955) [14].

5. Maszyny obliczeniowe

Prof. J. Witkowski, najbliższy współpracownik Banachiewicza, określił go jako „zamiłowanego rachmistrza" (Witkowski 1969) [11]. Profesor bardzo lubił rachować i mógł to robić wiele godzin, dlatego dbając o elegancję zawsze starał się korzystać z jak najkrótszej drogi, co niejednokrotnie doprowadzało go do ulepszeń wzorów już istniejących, otrzymania nowych. Podobnie jak Krüger przystosował pewne wzory Gaussa do rachunków logarytmicznych wykonywanych na suwakach (prot. zebr. nauk. 28.III.1947), tak T. Banachiewicz stworzył krakowiany do liczenia na arytmometrach. Interesował się najnowszymi osiągnięciami nauki, zwracając szczególną uwagę na te usprawniające i przyśpieszające obliczenia. W czasach, gdy większość rachunków astronomicznych wykonywano jeszcze za pomocą suwaków logarytmicznych, Banachiewicz przewidział rozwój techniki obliczeniowej. Swymi wiadomościami o budowie i działaniu maszyn liczących, zaczerpniętymi z książek, wyniesionymi z konferencji, dzielił się z innymi na zebraniach naukowych OA (prot. zebr. nauk. 25.VI.1937, 23.II.1951) [14]. Profesor był zwolennikiem liczenia za pomocą „mózgu stalowego" i propagował to w Polsce. W swoim jubileuszowym przemówieniu, mówiąc o ostatnich osiągnięciach astronomii rachunkowej, wypowiedział następujące zdanie:

> „Dzieło, o którym mowa (pozycje wielkich planet w okresie 1653 - 2060) zawiera przeszło półtora miliona cyfr, dla otrzymania których potrzeba było użyć około 200 milionów cyfr. Leverrier z posiadanymi przez się środkami musiałby

pracować nad nim 300 lat ... . Otwierają się nowe horyzonty przed rachunkami wielkiej wagi dla ogółu." (Witkowski 1969) [11].

Niejednokrotnie Profesor podkreślał wartość nowych metod czy maszyn zależącą od celu, wykwalifikowania itp. czynników. Uważał, że „istnieją dwa rodzaje maszyn: 1) maszyny do liczenia i 2) maszyny do myślenia. Maszyny wykonuje Ameryka, a pomysły przychodzą z Europy." (prot. zebr. nauk. 14.X.1949) [14].

Banachiewicz bezskutecznie zabiegał o fundusze na sprowadzenie maszyn do liczenia zza granicy (ze Szwajcarii, St. Zjedn.) (prot. zebr. nauk. 17.X.1952) [14]. Okazywało się często, że „maszyny w krajach, gdzie praca jest nie bardzo wynagradzana, są droższe od ludzi, brak funduszy na ich zakup lub wypożyczenie." (prot. zebr. nauk. 17.I.1947) [14].

Wielokrotnie Banachiewicz wskazywał na potrzebę konstruowania maszyn do liczenia dla celów astronomicznych, bowiem stosowanie ich dałoby wielkie uproszczenia w różnego rodzaju rachunkach (prot. zebr. nauk. [14] 25.VI.1937, 20.XI.1953, 2.IV.1954, 4.XI.1949; spraw. PAU t. XLII (1937), Nr 7, str. 191). Kiedy prof. Kochmański wygłosił referat o swoim projekcie nowej automatycznej maszyny rachunkowej, dostosowanej do operacji krakowianowych, prof. Banachiewicz stwierdził, że „naprzód należałoby skonstruować jedną maszynę dla celów próbnych i dydaktycznych i zainteresować nią młodych, którzy następnie uzupełniliby swoje wykształcenie za granicą i po powrocie mogliby zająć się realizacją maszyn rachunkowych" (prot. zebr. nauk. 14.III.1952) [14].

Na zebraniu PAN 15.III.1954 r. Profesor mocno zaznaczył zawrotną szybkość wykonywania pracy rachunkowej, którą nazwał „muzyką przyszłości" (prot. zebr. nauk. 8.VII.1949) [14]. Przewidywał on nadejście nowej ery maszyn liczących, sprawniejszych i szybszych od myśli ludzkiej. I nie pomylił się. Wkrótce (w latach 60.) pojawiły się maszyny matematyczne prawie tysiąc razy szybsze od tych z lat 50. Dzięki temu, że użytkownicy maszyn liczących (do nich zaliczał się również Banachiewicz) domagali się coraz lepszego sprzętu pozwalającego na prowadzenie obliczeń w ramach nowo powstających teorii, dokonał się postęp od maszyn elektromechanicznych (przekaźnikowych) do elektronicznych (lampowych). Postęp w dziedzinie badań nad szybko przebiegającymi zjawiskami fizycznymi, technologią materiałów i projektowaniem sieci logicznych umożliwił skokową zmianę w dziedzinie szybkości, od mikrosekund ($1\mu s$ — czas charakterystyczny przenoszenia informacji dla maszyn realizowanych techniką lampową) do nanosekund, która dokonała się na wszystkich poziomach techniki maszyn matematycznych. Dzisiejsze maszyny cyfrowe, działające w oparciu o zjawiska półprzewodnictwa, nadprzewodnictwa, cienkich warstw magnetycznych, pracują „szybciej niż myśl". Stosowane są wszędzie: w przemyśle, medycynie, szkolnictwie, projektowaniu, planowaniu, gospodarowaniu, budownictwie itd.; żadna dziedzina nauki bez nich nie będzie się rozwijała. Więc nazwa „muzyka przyszłości" jest w pełni adekwantna.

6. Matematyka

Dzisiaj bez cienia wątpliwości można stwierdzić, że prof. Tadeusz Banachiewicz wywarł niemały wpływ na rozwój idei matematycznych.

W celu swoistego uproszczenia rachunku macierzowego wprowadził rachunek krakowianowy, który ogromnie ułatwił i usprawnił pracę obliczeniową na arytmometrach, co było jego zasadniczym celem (prot. zebr. nauk. 23.V.1952) [14]. Teoretycznie krakowiany są uboższe od macierzy — nie zachodzi prawo łączności. Wyniki uzyskane za pomocą krakowianów można otrzymać także macierzowo (prot. zebr. nauk. 5.V.1950) [14]. Symbolika krakowianowa daje formuły bardzo proste do pamiętania, które w zwykłej postaci są zagmatwane, trudne do zatrzymania w pamięci (prot. zebr. nauk. 25.XII.1945). Mnożenie krakowianowe jest łatwiejsze ze względów psychologicznych (prot. zebr. nauk. 12.V.1950). W praktyce rachunki metodą krakowianową pozwalały na szybsze uzyskiwanie wyników oraz etapową kontrolę obliczeń (prot. zebr. nauk. 13.IX.1940) [14]. Największą popularność zyskały krakowiany na przełomie lat czterdziestych i pięćdziesiątych, kiedy to era arytmometrów przechodziła swój rozkwit. Znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach nauk przyrodniczych i technicznych. Dzięki nim uproszczono wiele algorytmów, a wzory uwolniono od balastu logarytmicznego.

Banachiewicz dość często wypowiadał się na zebraniach naukowych o istocie dowodów twierdzeń matematycznych. Podkreślał, że przesadnie wymagana ścisłość dowodów jest niewłaściwa, bo studenci zatracają przez to zdolność do matematycznego, przybliżonego ujmowania natury, tak potrzebną do rozwiązywania różnych problemów (prot. zebr. nauk. 3.XI.1950) [14]. Zauważył relatywność treści, będącą podstawową ideą nurtu matematyki konstruktywnej, w której twierdzenia analizy matematycznej nie są słuszne i na odwrót. Obrazują ten fakt następujące słowa Profesora:

> „Gdyby na Ziemi pojawił się matematyk z Marsa, to pewnych naszych twierdzeń nie mógłby wcale zrozumieć, dla większości zaś udowodniłby ich błędność już z tego powodu, że zwyczajnie twierdzenia matematyczne wymagają całego szeregu założeń." (prot. zebr. nauk. 8.XI.1941) [14].

Matematyka konstruktywna rozwinęła się po śmierci Banachiewicza. Dziś ma wielu zwolenników. W matematyce pojęcia są względne, co rzadko uświadamiają sobie współcześni matematycy, a dostrzegał to już Banachiewicz. Świadczy to o nieprzeciętności jego umysłu. Na przykład pojęcie ciągłości funkcji zależy od rodzaju metryki; istnieją takie metryki, w których każda funkcja jest ciągła. Wcześniej idee te przyczyniły się do powstania geometrii nieeuklidesowych, na których opiera się kosmologia.

Banachiewicz wdawał się również w inne rozważania. Wyraził np. opinię, że podstawowe twierdzenie algebry jest aksjomatem (prot. zebr. nauk. 8.XI.1941) [14]. Jednakże.

dzięki postępowi logiki formalnej i metodologii naukowej wiemy, że w zależności od intuicji matematyka może on budować daną teorię przyjmując za aksjomaty jej twierdzenia. Dlatego też Profesor wyrażał niejednokrotnie opinię, że wiele dowodów matematycznych jest fałszywych (prot. zebr. nauk. 18.X.1941, 25.X.1941, 8.XI.1941) [14].

Bardzo pozytywnym akcentem dla matematyki było zauważenie przez Banachiewicza (w 1909 r.), że twierdzenie chińskie[1] nie spełnia się dla 7 liczb nieparzystych mniejszych od $n = 2000$. Na tej podstawie w czterdzieści lat później Sierpiński wykazał, że takich liczb jest nieskończenie wiele (prot. zebr. nauk. 14.XI.1947) [14]. W tej pracy Profesor wykazał, że gdyby twierdzenie chińskie było słuszne, to byłoby również słuszne nieprawdziwe jedno z twierdzeń Fermata, że $2^{2^n} + 1$ jest liczbą prostą[2] (prot. zebr. nauk. j. w.).

Sierpiński na zjeździe Unesco w Kopenhadze mówił o projekcie utworzenia Międzynarodowej Unii Matematycznej, wysuwanym przez Banachiewicza, która powstała w 1950 r. (prot. zebr. nauk. 11.XI.1949) [14].

Profesor prowadząc aktywną działalność naukową przez wiele lat precyzował potrzeby matematyki w dziedzinach fizyki i astronomii (prot. zebr. nauk. 3.XI.1950, 18.I.1952, 25.XI.1949, 11.X.1940 i inne) [14].

7. Tadeusz Banachiewicz o swoich krakowianach

Krakowiany pojawiły się po raz pierwszy w 1922 roku na wykładach T. Banachiewicza w Uniwersytecie Jagiellońskim [1]. Figurowały one tam pod nazwą jakobianów — tabelki dziewięciu cosinusów kierunkowych, umożliwiających przejście między układem współrzędnych ekliptycznych a układem współrzędnych równikowych.

W przedmowie do „Rachunku krakowianowego" [1] T. Banachiewicza między innymi czytamy:

> „Pojawienie się książki, poświęconej oryginalnemu polskiemu rachunkowi, nie jest znowu tak dalece codziennym wydarzeniem, aby nie można było przewidzieć, że przynajmniej przedmowa do niej będzie czytana przez osoby trzymające się zazwyczaj jak najdalej od literatury trącącej matematyką. Na użytek tych osób spróbujemy najprzód odpowiedzieć na nasuwające im się zapewne pytania.
>
> Pierwsze pytanie będzie prawdopodobnie: co to takiego jest rachunek krakowianowy, czym są krakowiany? Dokładną, wyczerpującą odpowiedź daje

[1] Chodzi o jedno z tzw. twierdzeń chińskich, dotyczących arytmetyki liczb naturalnych (Nie mylić z tzw. twierdzeniem chińskim o resztach).

[2] Liczbą prostą nazywano liczbę pierwszą.

oczywiście cala treść książki, ale ujmując rzecz orientacyjnie tylko w paru zdaniach, można by powiedzieć, że krakowiany są to pewne liczby nowego rodzaju, które nie są pojedynczymi wielkościami, ale, jakby stosując się mądrze do ducha czasu, zespołami wielkości; inaczej jeszcze — prostokątnymi zbiorami liczb zwykłych, tabelkami liczb. Zespól taki jest silniejszym, lepszym narzędziem do badań obliczeniowych niż pojedyncza, pospolita liczba, szarak matematyczny, znana wszystkim z aytmetyki czy algebry. Nie każda tabelka liczb jest krakowianem, nie jest więc nim np. jedna strona tablic logarytmów. Dla przemiany prostokątnego zbioru liczb w krakowian trzeba mu nadać pewne własności swoiste, dotyczące działań matematycznych nad nim. Trzeba więc zdefiniować, w jaki sposób zbiory te dodaje się, odejmuje, mnoży, dzieli, podnosi do potęgi. Nie wymieniamy tu specyficznych dla krakowianów działań, których same nazwy nic by nie mówiły.

Następne nasuwające się pytanie jest zapewne: do czego służą krakowiany? Czy odkrywają one nowe światy, jako że zrodziły się pierwotnie dla potrzeb astronomii, czy też cel ich jest skromniejszy? Jest skromniejszy. Krakowiany ułatwiły wprawdzie w 1930 r. rozpoznanie planetarnej natury nowo odkrytego wówczas ciała niebieskiego, dalekiego Plutona (mówi o tym wydarzeniu obszerniej *Okólnik Obserw. Krakowskiego* Nr 26, nie wspominając zresztą o roli krakowianów) i może oddadzą i w przyszłości podobne usługi, ale w zasadzie mają one w swym programie co innego: ekonomię rozumowań matematycznych, osiąganą za pomocą bardziej wyrazistych niż dotychczasowe wzorów, oraz ułatwianie prac obliczeniowych. Ponadprogramowo niejako prowadzą one jednak do odkryć. W ten sposób w algebrze wykryły one nowe metody rozwiązywania równań, zastosowane z wielkim powodzeniem w astronomii i inżynierii, w geometrii doprowadziły do znalezienia podstawowych związków poligonometrii kulistej, reformując odnośną dziedzinę astronomii matematycznej. O ile chodzi o matematykę obliczeniową, to szczególną cechą krakowianów, cechą dość ukrytą, znaną tylko osobom, które się nimi posługują, jest sprowadzana przez nie redukcja pracy myślowej potrzebnej do wykonywania rachunków. Pochodzi ona w dużym stopniu ze zrealizowania zasady Kartezjusza (z rozprawy tego filozofa *O metodzie*), aby, o ile można, rozdrabniać każde zadanie na drobniejsze, po czym rozwiązywać części jego po kolei. Rachunek krakowianowy rozkłada się na 2 części: najprzód według znanych wzorów rozmieszczamy dane liczbowe zadania, następnie zaś stosujemy uniwersalny mechanizm prostych reguł rachunku krakowianowego. Ostateczny wynik jest taki, że niektóre rachunki, znane ogólnie jako bardzo uciążliwe, stały się wprost rozrywką dla wykonawcy. Trzeba osobiście wypróbować, aby się przekonać, jak daleko sięga dokonana w ten sposób reforma. Są wprawdzie osoby, niechętne nowemu rachunkowi, które twierdzą, że krakowiany rzekomo niczym nie różnią się od innych liczb zespołowych, zwanych macierzami, wynalezionych okrągło 100 lat temu przez W. Hamiltona, dyrektora Obserwatorium w Dublinie. W książce naszej rozpatrujemy parokrotnie względne zalety i wady krakowianów i macierzy, tutaj zaś przypomnijmy tylko, że największym niczym w matematyce jest zero, uważa się zaś często (bodajże słusznie) zero za największy wynalazek w matematyce praktycznej ..."

„... zastosowania krakowianów odznaczają się znaczną rozpiętością. Rachunek krakowianowy, o ile w ogóle gdzieś dotarł, przyjmowany był na ogół życzliwie, jak wnioskować można z dużej przychylnej mu literatury (patrz bibliografia w końcu książki) zarówno polskiej, jak i zagranicznej. Fakt ten jest dość wymowny, jeżeli zważymy, że książka niniejsza jest pierwszym obszerniejszym wykładem krakowianów; ogłaszane były dotychczas tylko mniejsze lub większe rozprawy monograficzne i zastosowania. Z uwagi na dużą ilość prac poświęconych krakowianom w polskim piśmiennictwie technicznym, zastanawiające jest milczenie, jakie otacza tę reformę matematyki praktycznej w Polsce w literaturze fachowych matematyków, z jednym wyjątkiem w czasach nowszych: Zasady algebry wyższej prof. W. Sierpińskiego. Sprawie tej należy poświęcić parę uwag.

Matematyka polska stoi wysoko. Choć niekoniecznie jest się do tego tak bardzo przekonanym, nieraz o tym czytaliśmy w pismach naszych, czasem słyszeliśmy ex cathedra (w Polsce). Ale matematyka nie jest pniem o jednym pędzie: są w niej różne konary. Jest więc matematyka abstrakcyjna, nie dbająca o rzeczywistość, obracająca się głównie w świecie własnych pojęć, narzuconych nam zresztą przez świat zewnętrzny, i jest matematyka stosowana — naszym zdaniem równie „czysta" jak matematyka abstrakcyjna, ale trudniejsza, gdyż potrzebująca do swych wywodów wejrzenia w stosunki w świecie fizycznym, i jest wreszcie, coraz większego dzisiaj nabierająca znaczenia gałąź — matematyka praktyczna, zajmująca się obliczeniami. Ta gałąź ma zresztą również do czynienia z problematyką matematyki czystej i to nawet bardzo wysokiej, o ile chodzi o współczesne maszyny - szybkościowce matematyczne. W Polsce wśród fachowych matematyków uprawiana jest głównie gałąź, wymieniona przez nas na pierwszym miejscu, matematyka abstrakcyjna. Prac obliczeniowych prawie nie ma i patrzy się na nie z góry. Na jednym z naszych najbardziej „przyziemnie" w matematyce usposobionych uniwersytetów student matematyki, do którego skierowano prośbę o wykonanie jakiegoś trudniejszego obliczenia, odpowiada dumnie: ależ ja jestem matematykiem, zwróćcie się z tym do rachmistrza (autentyczne). Tymczasem jednak organ nieużywany zamiera, a matematyka rozumowań nie nauczy liczyć. Kto sam nie rachuje, nie może mieć i faktycznie nie ma żadnego wyobrażenia o problemach matematyki praktycznej. I to jest główny powód małego zainteresowania się matematyką wykonawczą wśród zawodowych matematyków polskich. Matematycy abstrakcjoniści, o ile sami nie rachują, po prostu nie umieją rachować (jest to bynajmniej niełatwa sztuka!) i nie są też w stanie ocenić tych oszczędności myślowych, jakie daje ta lub inna forma rachunku.

Ale istnieją i inne jeszcze powody — o ile chodzi o krakowiany — do powściągliwego stosunku matematyki abstrakcyjnej do nowego rachunku. Krakowiany nie mają pewnej własności, którą są obdarzone inne pokrewne liczby zespołowe, wprowadzone przed 100 laty, zwane „matrycami" czy też „macierzami"; nie mają mianowicie własności „łączności" względem mnożenia, tak że $a(bc) \neq (ab)c$. Nieposiadanie tej własności istotnie komplikuje nieco wyprowadzanie, czy też przekształcanie wzorów, ale w praktyce stokrotnie się to później wyrównywa, bo wzór wyprowadza się jeden raz, a rachuje się nim setki razy, a „mnożenie" krakowianowe jest dogodniejsze od „matrycowego". Wspomniana własność iloczynu powoduje jednak pewien izolacjonizm algebry krakowianów. W przeciwieństwie do macierzy, krakowiany („o kolumnach i wierszach liniowo niezależnych") nie stanowią tzw. „grupy" względem mnożenia. Otóż nienależenie do „grupy" stanowi o nienależeniu ich zarazem do „pierścienia" i „pola", jednych z głównych obiektów badań współczesnej algebry abstrakcyjnej. Naszym zdaniem, jeżeli jakieś użyteczne pojęcie nie pasuje do koncepcji teoretycznych, to raczej teoria powinna ulec stosownej modyfikacji. Są zresztą przykłady na to w matematyce. Wiadomo np., że od drugiej połowy XIX wieku zasadniczemu leibnizowskiemu pojęciu rachunku różniczkowego, pojęciu różniczki, groziło wniesienie go na indeks, w każdym razie przestano mu oddawać honory w podręcznikach analizy. W *Wyższej Matematyce* A. Hoborskiego (1923 r.) czytamy np., że „w nowszej matematyce pojęcie różniczki stało się zbędne". Tak czy nie, ale w rozpowszechnionym kursie *Rachunku różniczkowego* prof. F. Leji (1949 r.) spotykamy je znowu i wcale się na to nie zanosi, żeby miało zniknąć np. w rozważaniach astronomii matematycznej. Według znakomitego, niedawno zmarłego matematyka francuskiego Lebesgue'a, rozdziały o ułamkach i liczbach dziesiętnych powinny być usunięte z nauczania szkolnego, zastąpione przez jego koncepcję liczb rzeczywistych. Nie sądzimy, zresztą nie sami jesteśmy tego zdania, żeby to się miało stać, gdyż pożyteczne myślowo pojęcia mają zapewniony byt.

Podajemy tu jeszcze garstkę treściwych informacji dla czytelnika - matematyka o przyczynkach naukowych, osiągniętych przez matematykę krakowianową, a wyłożonych w książce (patrz również naszą notę *On the use of Cracovians for Theoretical Purposes in Pure and Applied Mathematics*, Acta Astronomica, c.4 (1949), p. 97 - 100).

Abstrahując od pojęcia krakowianu i jego własności, podanych w pierwszym rozdziale, w drugim rozdziale znajdzie czytelnik wyniki rozważań stanowiących fundament nowego, przez krakowiany otwartego, działu sferyki: poligonometrii kulistej. W świetle ogólniejszego ujęcia zagadnień trygonometrii sferycznej okazało się, że dwa podstawowe układy wzorów tej trygonometrii: 9 wzorów Gaussa - Cagnoli i 4 wzory Delambre'a stanowią dwie całkiem odmienne postacie tego samego faktu geometrycznego,że mianowicie po nadaniu kuli szeregu obrotów, odpowiadających wszystkim kolejnym elementom wielokąta kulistego, kula powraca do swej pozycji wyjściowej. Ujęcie tego faktu we wzory matematyczne prowadzi do podstawowych związków poligonometrii, których szczególnym przypadkiem dla trójkąta kulistego są wymienione podstawowe układy wzorów trygonometrii kulistej. Wzory poligonometrii kulistej zmieniają stosowany przez astronomów sposób rozwiązywania zagadnień poligonometrycznych: rozkładanie wielokątów na trójkąty stało się zbędne wobec istnienia rozwiązania wprost.

Poza tym w tymże II rozdziale jest między innymi krakowianowe ujęcie schematu Hornera i innego problemu, quasi - krakowianowe mnożenie wielomianów 2 argumentów (odmienna, podstawowa cegiełka *Algebry jądrowej* T. Kochmańskiego), metoda obliczania szeregu (poniekąd praca zespołu Obserwatorium Krakowskiego) — rzecz szczególnie ważna dla ewentualnego zastosowania w maszynach - szybkościowcach i wiele innych tematów, których nie będziemy wymieniali, odsyłając czytelnika do spisu rzeczy. Wspomnimy tylko jeszcze, że w teorii obrotów ciała sztywnego z łatwością rozwiązany został problem rozkładu danego obrotu na 3 obroty naokoło osi współrzędnych, będący nie do rozwikłania według Olinde Rodriguesa.

W III rozdziale książka daje wzór na rozwiązanie układu równań liniowych. W porównaniu z wyznacznikowym rozwiązaniem Cramera wzór odznacza się swym elementarnym charakterem i zupełną ogólnością oraz tym zwłaszcza, że w przeciwieństwie do wzorów klasycznych może być faktycznie zastosowany niezależnie od ilości niewiadomych. Rozwiązanie oparte jest na specyficznie krakowianowym działaniu, rozkładzie danego krakowianu na czynniki elementarne oraz na pojęciu ilorazu dowolnych (konforemnych) krakowianów. W szczególnym przypadku symetrycznego układu równań prowadzi ono do wyciągania pierwiastka krakowianowego z krakowianu współczynników równań. Wspomniane czynniki elementarne mniej prosto definiują się w rachunku macierzowym i może dlatego się w nim nie pojawiły, chociaż odgrywają tak ważną rolę w ogólnym rozwiązaniu. Prowadzą one do prostej metody obliczania rangi krakowianu (która równa się ilości wierszy tych czynników) i wartości wyznacznika.

Rozwiązanie symetrycznego układu równań, jako odgrywające wielką rolę w zastosowaniach, jest szczegółowo wypracowane. Należy odróżniać rozwiązanie nieoznaczone i oznaczone. To pierwsze, które nastręczało w praktyce główne trudności, krakowianowy pierwiastek rozwiązuje błyskawicznie (nie jest prawdą, że rozwiązanie to pochodzi od Choleskiego). Dla rozwiązania oznaczonego, stosunkowo łatwego, krakowiany dają wzory, których szczególnymi przypadkami są metody Choleskiego i Doolittle'a, uzyskując w ten sposób wspólne i łatwe uzasadnienie obydwu i prosty klucz do rachunku. W ten sposób krakowiany prowadzą też do nowego algorytmu metody najmniejszych kwadratów, odmiennego od klasycznego algorytmu Gaussa, a udostępniającego zawikłaną dotychczas metodę szerszym rzeszom pracowników nauki.

Metodzie najmniejszych kwadratów, opartej na nowym algorytmie, poświęcone są rozdziały książki, poczynając od VI. Wykład jest bardziej elementarny niż przeważnie, czy też wyłącznie w podręcznikach, które dla znalezienia minimum sumy kwadratów pozostałości posługują się rachunkiem różniczkowym. Postępowanie takie z reguły jest nieścisłe, o ile opiera się tylko na przyrównaniu do zera pewnych pochodnych, i zostało przez piszącego zastąpione, częściowo nie bez trudu, wyprowadzeniem opartym na działaniach algebraicznych, mających zresztą i tę zaletę, że prowadzi do wyrażeń na sumę kwadratów pozostałości.

W ostatnim rozdziale znajduje się kilka drobniejszych wyników, dotyczących rachunku wyrównawczego, co do których odsyłamy czytelnika do książki. Nadmieniamy, że pozostawałoby jeszcze do zbadania, w jakim stopniu wzory krakowianowe, dotyczące problemu Hoene - Wrońskiego (rozkładu dowolnej funkcji na szereg według danych z góry funkcji) — ostatni paragraf książki — są praktyczniejsze od będących w użyciu (p. Courant - Hilbert, *Methoden der mathematischen Physik*, 1931, tom I, rozdz. II) ... ."

8. Poglądy z pogranicza fizyki i filozofii

Banachiewicz miał wiele ciekawych poglądów natury filozoficznej, dotyczących naukowego i sformalizowanego opisu rzeczywistości.

> „Teorie dają ujęcie zjawisk otaczającego nas świata, lecz na ogół nie dają ich wytłumaczenia (tak jak obserwator, któryby obserwował przechodnia idącego codziennie z punktu A do B i zatrzymującego się w punkcie C przed wystawą; przez podanie równania jego ruchu nie tłumaczymy przyczyny zatrzymania się w C)" (prot. zebr. nauk. 11.V.1940) [14].

> „Teorie Einsteina i Kopernika są to pewne sposoby opisania świata, a opisów świata może być nieskończenie wiele. Im dalej jednak posuwamy się w obserwacji zjawisk, tym większe wymagania stawiamy opisowi świata." (prot. zebr. nauk. 11.III.1938) [14].

> „Główne poparcie teorii Kopernika daje teza, zasadnicza w teorii materializmu dialektycznego, że wszystkie zjawiska należy rozpatrywać łącznie, a nie w oderwaniu jedne od drugich. Prof. Banachiewicz powołuje się zresztą na swój artykuł z 1923 r. (Rocznik Astr. t. III) [3]. Przypomina przykład samolotu kursującego między Warszawą a Krakowem i wskazuje na potrzebę naszego umysłu uważania przedmiotów ruchomych i nieruchomych." (prot. zebr. nauk. 9.IX.1949) [14].

> „Zagadnienie prawdziwości układu Kopernika leży w innej płaszczyźnie niż u Foka i Minnaerta. Umysł ludzki potrzebuje układu nieruchomego dla wyobrażenia sobie zjawisk natury. Jeżeli zaś nawet nie ma tego u Einsteina, to przyszły fizyk znajdzie na pewno wzór ujmujący wszystko i formalnie pozwalający zrezygnować z uprzywilejowanego układu." (prot. zebr. nauk. 9.X.1953) [14].

Jako wszechstronny uczony Banachiewicz interesował się najnowszymi osiągnięciami nauki. Czytał wiele publikacji, książek, wnioski nasuwały się same.

> „Teoria względności wiele zawdzięcza obserwacjom astronomicznym. Z obserwacji gwiazd zmiennych zaćmieniowych okazuje się, że szybkość światła niezależna jest od ruchu źródła światła. Astronomia może mieć za swoją zasługę to, że poznano energię atomową, badania opierały się na badaniach Einsteina." (prot. zebr. nauk. 8.VII.1949) [14].

Banachiewicz uważał, że „fizycy mogliby uwzględnić doświadczenia astronomów w badaniu promieni kosmicznych" (prot. zebr. nauk. 19.XII.1947) [14] i że wartałoby przeprowadzić eksperymenty w Wieliczce (300 m. p. p. m.) i śląskich kopalniach węgla (900 m p. p. m.) dla sprawdzenia hipotezy Blacketa, analogicznie do pomiarów w kopalni złota koło Johanesburga (prot. zebr. nauk. 19.XII.1947) [14]. Wiadomo wszystkim, że właśnie badanie kosmicznego promieniowania korpuskularnego przyczyniło się bezpośrednio do odkrycia wielu cząstek elementarnych i powstania ich teorii, dziś ogromnie rozbudowanej.

Banachiewicza interesowały nie tylko najdalsze obszary Wszechświata, tajniki których zaczęła rozszyfrowywać nowa dziedzina — radioastronomia (prot. zebr. nauk. 13.V.1949) [14], ale także planety naszego Układu Słonecznego. Jako pierwszy astronom obliczył orbitę Plutona (ze skąpego materiału obserwacyjnego) i stwierdził jej planetarny charakter (prot. zebr. nauk. 18.X.1946 i inne) [14]. Zastanawiał się nad atmosferą Wenus (prot. zebr. nauk. 21.XII.1945) [14], życiem na Marsie. Już w 1947 r. przewidział loty człowieka w przestrzeń kosmiczną. Powiedział:

> „Idea podróży międzyplanetarnych jest wielka i z pewnością będzie jej poświęcone wiele wysiłków i niejedno życie. Byłoby dobrze, gdyby ktoś obliczył np. drogę na Marsa jako próbną efemerydę rakiety." (Prot. zebr. nauk. 6.VI.1947) [14].

W 1969 r. po raz pierwszy stopy ludzkie dotknęły gruntu księżycowego. Naukowcy zaczęli przygotowania do lotu załogowego na Marsa. Tak więc niemal wszystkie marzenia Profesora spełniają się stopniowo z zadziwiającą dokładnością.

9. Astronomia teoretyczna

Osiągnięcia Banachiewicza w dziedzinie astronomii teoretycznej doskonale ujmuje praca prof. J. Witkowskiego „T. Banachiewicz uczony ..." (Warszawa 1969) [11], której fragmenty pozwolimy sobie niżej przytoczyć.

> „Największe zasługi położył Banachiewicz bezsprzecznie w dziedzinie teoretycznej i tam też leżały jego wczesne zamiłowania. Już w 1906 r. przesłał do Akademii Paryskiej pracę dotyczącą rozszerzenia znanego twierdzenia Lagrange'a o trzech ciałach. Praca ta została oceniona bardzo przychylnie przez uczonych tej miary co Poincaré, Moulton, Lovett. Wykazał iluzoryczność teorii Gyldèn - Brendela w zastosowaniu do małych planetek w sąsiedztwie Jowisza (...). Na podstawie wprowadzonego przez siebie kryterium rozbieżności Banachiewicz udowodnił, że szeregi Gyldena są w ogóle rozbieżne dla planet typu Hilda (2/3) i Thule (3/4). (...)

Kilka rozpraw w języku rosyjskim i francuskim dotyczy równania Gaussa: $sin(z - q) = m\,sin^4 z$, które odgrywa podstawowa rolę w wyznaczaniu elementów orbity eliptycznej. W oparciu o wzór Hoene - Wrońskiego podał on proste rozwiązanie tego równania przy pomocy szybko zbieżnego szeregu i ułożył odpowiednie tablice upraszczające rachunki, które weszły do znanych tablic Bauschinger - Stracke: *Tafeln zur theoretishen Astronomie.*

Banachiewicz poświęcił sporo uwagi wielokrotnym rozwiązaniom w zagadnieniu wyznaczania orbity parabolicznej z trzech obserwacji. Legendre, Chalier. Vogel i inni mniemali, że udało im się wykazać jednoznaczność wyprowadzenia orbity z trzech obserwacji, a tym samym niemożność istnienia potrójnego rozwiązania. Banachiewicz jednak udowodnił, że istnieją potrójne rozwiązania przy pewnych osobliwych warunkach, mianowicie dla komet widzialnych w pobliżu Słońca, a także dla komet prawie stacjonarnych i to przy dowolnej elongacji. Błąd Legendre'a i innych polegał na tym, że opierali się oni w swych wywodach na równaniu Lamberta, które w wymienionych warunkach nie ma zastosowania. Był to wielki sukces polskiego astronoma szeroko omówiony w literaturze światowej. (...)

Do największych osiągnięć Banachiewicza na polu astronomii teoretycznej należy zmodyfikowanie i uproszczenie metody Olbersa wyznaczania orbit parabolicznych oraz przystosowanie jej do wymogów rachunku arytmometrycznego. (...) Ta metoda wyznaczania orbity parabolicznej spotkała się z powszechnym uznaniem i weszła do podręczników pod nazwą metody Olbersa - Banachiewicza. Nowe metody, tak zwane bezpośrednie i kwaternionowe, wprowadził Banachiewicz do problemu poprawiania orbit ujmując we wzory krakowianowe zawiłe zagadnienia występujących tu współczynników różniczkowych.

Pierwsza z tych metod oparta jest na rzutowaniu przemieszczenia heliocentrycznego na osie orbitalne, druga natomiast operuje rzutami na promień wodzący i dwa kierunki prostopadłe do niego. Obie metody wprowadzają do rachunku uproszczenia, przejrzystość i niezbędną kontrolę i mają zastosowanie do orbit o dowolnym mimośrodzie. Przewyższają one dawne metody klasyczne, dzięki czemu rozpowszechniły się wśród astronomów. (...) W swych pracach krytycznych Profesor przejawił wyjątkową umiejętność wykrywania cudzych błędów, przy czym krytyka jego miała zawsze charakter konstruktywny — wytykając cudze błędy wskazywał właściwe rozwiązanie lub drogę ku niemu.

Wielkie osiągnięcia Banachiewicza stały się możliwe dzięki zastosowaniu wynalezionego przez niego rachunku krakowianowego. (...) Algorytm Banachiewicza metody najmniejszych kwadratów wyrugował algorytm Gaussa. Wyprowadzony przez Banachiewicza ogólny wzór poligonometrii sferycznej, bezowocnie poszukiwany przez matematyków przez około sto lat, w zastosowaniu do trygonometrii sferycznej wyświetlił nieznane, a istotne osobliwości jej wzorów, które uszły uwadze matematyków tej miary co Gauss, Euler, Monge, Delambre. Wzory poligonometryczne pozwalają rozwiązywać wielokąty kuliste bezpośrednio bez rozkładania ich na poszczególne trójkąty [9]. Ma to istotne znaczenie w niektórych zagadnieniach astronomicznych. Tak na przykład problem libracji Księżyca dzięki wzorom poligonometrii sferycznej i krakowianowej metodzie najmniejszych kwadratów, właściwie ujęty przez Banachiewicza, ruszył z martwego punktu, w jakim tkwił od czasów Bessela. (...)

Z licznych prac rachunkowych Banachiewicza, których nie sposób tu cytować, wymienić wszakże trzeba klasyczne obliczenie orbity Plutona, tablice precesji oraz obliczenie fikcyjnych przykładów w zagadnieniu wielokrotnych rozwiązań lub rozbieżność szeregów w teorii Gyldèn - Brendela. (...)

Banachiewicz był nie tylko teoretykiem, ale również i wysoce uzdolnionym i zamiłowanym obserwatorem. (...) Nie ogranicza się do samych obserwacji, lecz podejmuje badania teoretyczne takich zjawisk, jak bieg promieni w atmosferach planet, teoria ruchów księżyców Jowisza, aberracja satelitów planet (prawo aberracji Banachiewicza). Ogłoszone przez niego efemerydy okultacji gwiazd przez planety przyczyniły się między innymi do zaobserwowania zakrycia gwiazdy 6G Librae przez Ganimedesa, trzeciego satelitę Jowisza, zjawiska jedynego w historii astronomii. (...)"

10. Krakowiany i macierze z perspektywy czasu

Po poprzednich informacjach o twórcy krakowianów ze względu na stosowny upływ czasu od wprowadzenia rachunku krakowianowego wypada choćby pobieżnie odnieść się do relacji macierzy i krakowianów. Postaramy się uzasadnić tezę, że macierze i krakowiany wprawdzie częściowo zazębiają się, jednak ani jedne, ani drugie nie obejmują się wzajemnie w tym sensie, że jedne są ogólniejsze od drugich. Przed laty, jeszcze za życia Tadeusza Banachiewicza, w środowisku krakowskim obszernie dyskutowano powyższą kwestię. Wyodrębniły się dwie grupy. Z jednej strony grupa zwolenników krakowianów pod przewodnictwem Banachiewicza, a z drugiej strony przeciwnicy krakowianów na rzecz macierzy na czele z Tadeuszem Ważewskim. Dyskusje te odbywały się na posiedzeniach naukowych PTM i posiedzeniach seminaryjnych IM PAN i inn.

Niekonwencjonalna czasem forma dyskusji i żywiołowość dyskutantów ściągały szerokie rzesze niekoniecznie zainteresowanych matematyką słuchaczy. Na wspomniane dysputy chodziło się jak na niecodzienny, darmowy spektakl teatralny.

Wydaje się, że brak porozumienia we wspomnianych dysputach tkwił w niedoprecyzowaniu przedmiotu dyskusji z jednej strony, a w używaniu nieprecyzyjnej definicji macierzy z drugiej strony.

Zwolennicy krakowianów starali się pokazywać przykłady wykraczające poza zasięg opisu macierzowego choćby tylko poprzez swą praktyczność. Zwolennicy macierzy natychmiast starali się macierzowo wyrazić fakty formułowane krakowianowo. Wpływało to niekiedy korzystnie na rozwój teorii macierzy.

Praktyczność w użyciu krakowianów nie budzi już kontrowersji. Nawet z użyciem komputera można wskazać przykłady (programy komputerowe), w których zastosowanie rachunku krakowianowego jest wygodniejsze. Wróćmy jednak do wyżej wspomnianego niedoprecyzowania pojęcia macierzy i pojęcia krakowianu. Mianowicie chodzi o to, że powszechnie macierz definiuje się jako dowolną funkcję określoną na zbiorze par (i, j), $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$, o wartościach w ciele liczbowym, np. w zbiorze liczb rzeczywistych. Wyróżnia się przy tym kolejność: wiersz - kolumna. Tymczasem krakowian także jest tabelką liczb, z tym że wyróżnia się kolejność kolumna - wiersz, co ze względu na operacje transponowania macierzy jest mało istotne. Tak więc krakowian przez matematyka mało formalnego może być tak samo zdefiniowany jak macierz. Tymczasem, aby zdefiniować formalnie poprawnie macierz w sposób aksjomatyczny, należy jeszcze do wyżej zarysowanej definicji dodać aksjomaty: równości, dodawania i mnożenia macierzy. Wszystko to oczywiście robi się w kursie macierzowym, ale oddzielnie. Jest to formalne wykroczenie. Uwzględnienie swoistej struktury działań w macierzach jak i w krakowianach pozwala na stwierdzenie, że macierze jak i krakowiany są dwoma równoległymi autonomicznymi rachunkami. Różnica między nimi istotnie tkwi w innej strukturze algebraicznej, a nie, jak niektórzy sądzą, w innej kolejności numeracji elementów krakowianu. Otóż, gdyby krakowiany miały być szczególnym przypadkiem macierzy lub na odwrót, wówczas krakowiany musiałyby być izomorficzne z podzbiorem odwzorowań liniowych lub macierze musiałyby być izomorficzne z podzbiorem izomorficznych odpowiedników krakowianów, co ze względu na przenoszenie struktury poprzez izomorfizm jest niemożliwe.

Właśnie nieco uboższa algebraicznie struktura krakowianowa zniechęciła matematyków do krakowianów z jednej strony, ale z drugiej strony umożliwiła niekiedy uzyskać głębsze wyniki pod pewnymi względami. Nadszedł chyba czas, aby krakowiany oficjalnie uznać za pewien alternatywny rachunek algebraiczny, niekiedy bardzo atrakcyjny ze względów praktycznych. Dlatego dziwne jest dyskryminowanie ostatnio przez niektóre komitety redakcyjne zeszytów naukowych krakowianów na rzecz macierzy tylko z tego powodu, że wciąż jeszcze rachunek krakowianowy jest mało znany.

Mamy nieśmiałą nadzieję, że ta praca przynajmniej nieznacznie wpłynie na polepszenie pozycji krakowianów w matematyce i w dalszych zastosowaniach.

Literatura

[1] Banachiewicz T.: Rachunek krakowianowy. PWN, Warszawa, 1959.

[2] Banachiewicz T.: Obserwatorium krakowskie w latach 1919 - 1927. Kraków 1928.

[3] Banachiewicz T.: Maszyny do rachowania. Rocznik Astronomiczny Obserwatorium Krakowskiego na r. 1923. Kraków, 1923.

[4] Bujakiewicz - Korońska R.: Idee naukowe i organizacyjne Tadeusza Banachiewicza. Praca magisterska napisana pod kierunkiem Prof. dr hab. K. Rudnickiego w Zakładzie Astronomii Obserwacyjnej i Pozagalaktycznej Obserwatorium Astronomicznego UJ, Kraków, 1985 (maszynopis w przygotowaniu do druku).

[5] Gołąb S.: Studia z dziejów Katedr Wydziału Matematyki, Fizyki, Chemii Uniwersytetu Jagiellońskiego. Wydanie Jubileuszowe UJ, Kraków 1964.

[6] Kucharzewski F.: O astronomii w Polsce. Paryż 1872.

[7] Łoza S.: Czy wiesz kto to jest? Warszawa 1938.

[8] Peretiatkowicz A., Sobieski M.: Współczesna kultura polska. Poznań 1932.

[9] Rybka E.: Astronomia ogólna. PWN, Warszawa 1983.

[10] Szafraniec R.: Prof. T. Banachiewicz na tle „Notat codziennych". (Informacja prywatna - Kraków, 1985).

[11] Witkowski J.: Tadeusz Banachiewicz — uczony, nauczyciel, autor, wydawca, człowiek. Warszawa 1969.

[12] Witkowski J., Kordylewski K.: Pokłosie 50 - letniej działalności naukowej Tadeusza Banachiewicza. Kraków 1953.

[13] Witkowski J.: The life and work of Prof. dr Tadeusz Banachiewicz. Acta Astr. ser. c, vol. 5, 1955, 85 - 94.

[14] Protokoły zebrań naukowych Obserwatorium Astronomicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego z lat 1938 - 1959.

[15] Praca zbiorowa: Kopernik, astronomia, astronautyka. Przewodnik encyklopedyczny. PWN, Warszawa 1973.

[16] Praca zbiorowa: Zarys dziejów nauk przyrodniczych w Polsce. Wiedza Powszechna, Warszawa 1983.

[17] Praca zbiorowa: W setną rocznicę urodzin prof. Tadeusza Banachiewicza. Cz. I i II. Zeszyty Naukowe AGH — Geodezja, z. 86 (1986), Wydawnictwo Naukowe AGH, Kraków 1986.

Abstract

The paper is a more extensive version of the lecture delivered at the Conference on History of Mathematics held in May 1994 in Rudy Raciborskie. It is a presentation of some informations about the cracovian's calculus and on the others Tadeusz Banachiewicz mathematical ideas.

In the first part this paper contains spacious biography of Tadeusz Banachiewicz and another informations about Tadeusz Banachiewicz.

In the second part the cracovian's calculus and the others Tadeusz Banachiewicz mathematical ideas are presented.

In elaboration the archival materials of the Astronomical Institute of Jagiellonian University are used.