ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995

Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 76 Nr kol. 1287

Iwan MARKUSZ

KORESPONDENCJA W. A. STIEKŁOWA I S. ZAREMBY

Streszczenie

W artykule tym przedstawiono korespondencję pomiędzy wybitnym rosyjskim matematykiem i mechanikiem W. A. Stieklowem (1864 - 1926) a polskim matematykiem i mechanikiem S. Zarembą (1863 - 1942), obejmującą okres od 1900 do 1925 roku.

Korespondencja tego okresu przedstawia przełomowy okres w historii rozwoju równań fizyki matematycznej, szczególnie okresu ścisłego uzasadnienia podstawowych klasycznych metod matematycznych, głównie metody Fouriera oraz stworzenia nowych metod. Przedstawiono również wyniki badań zagadnień brzegowych dla równań z pochodnymi cząstkowymi oraz wiadomości o organizacji centrów naukowych i o naukowej współpracy między uczonymi.

CORRESPONDENCE OF V. A. STEKLOV AND S. ZAREMBA

Summary

The following describes correspondence of two outstanding scientists: the Russian mathematician and specialist in mechanics V. A. Steklov (1864 - 1926), and the Polish mathematician S. Zaremba (1863 - 1942). Their correspondence lasted from 1900 to 1925. It reflects a turning point in the development of mathematical physics namely the period of strictly mathematical verification of the classical methods, mainly of the Fourier's method and the creation of new methods. The correspondence contains some facts relating to the history of the study of boundary problems for partial differential equations and also some information about the setting up of research centres and between scientists.

ПЕРЕПИСКА В. А. СТЕКЛОВА И С. ЗАРЕМБЫ

Резюме

В работе дается описание корреспонденции выдающихся ученых — русского математика и механика В. А. Стеклова (1864 - 1926) и польского математика и механика С. Зарембы (1863 - 1942), которая охватывает период 1900 - 1925 г. Она освещает переломный период в развитии уравнений математической физики, т. е. период строгого математического обоснования основных классических методов, главным образом, метода Фурье, а также создания новых методов. В переписке содержатся сведения об исследованиях краевых задач для уравнений с частными производными второго порядка, об организации научных центров и о научном сотрудничестве между учеными.

1. Wstęp

W pierwszym, charkowskim okresie swojej naukowej działalności (1887 - 1905), W. A. Stiekłow prowadził ożywioną korespondencję z uczonymi innych krajów — A. Kneserem, A. Kornem, S. Zarembą i innymi. Korespondencja W. A. Stiekłowa i S. Zaremby w ciągu 1900 - 1925 r. zawiera szereg pytań z fizyki matematycznej i innych.

W archiwum [1] znaleziono 63 listy S. Zaremby do A. W. Stiekłowa i kilka listów (pisanych na brudno) W. A. Stiekłowa do S. Zaremby, w których znajduje się ogromny materiał, pozwalający sądzić o ewolucji poglądów obu uczonych dotyczących wielu naukowych pytań rozwoju fizyki matematycznej oraz innych kwestii.

2. Stiekłow Władimir Andrejewicz (1864 - 1926)

W. A. Stiekłow[1] urodził się 9 stycznia 1864 r. (28 grudnia 1863 r. według starego kalendarza) w Niżnem Nowgorodzie. W 1874 r. rozpoczął naukę w Aleksandryjskim Instytucie (w Niżniem Nowgorodzie), według programu gimnazjalnego. W 1882 ukończył Instytut z wyróżnieniem. W tymże roku zaczyna studia na Uniwersytecie Moskiewskim, na Wy-

[1]Matematyk rosyjski; profesor uniwersytetów: od 1896 r. w Charkowie, od 1906 r. w Petersburgu; od 1903 r. członek - korespondent Petersburskiej Akademii Nauk, od 1910 r. — adiunkt AN, od 1912 r. — członek Petersburskiej AN (1919 - 1926 wiceprzewodniczący AN): działacz społeczny i organizator nauki w ZSRR; prace z fizyki matematycznej, zwłaszcza teorii potencjału, teorii rozwinięć ortogonalnych, zagadnień brzegowych, teorii sprężystości i hydrodynamiki oraz wielu innych zagadnień matematycznych, mechanicznych, fizycznych i meteorologicznych.

dziale Matematyczno - Fizycznym. W 1883 r. wstępuje na pierwszy rok Uniwersytetu Charkowskiego, dokąd w 1885 r. przyjechał z Petersburga młody docent, utalentowany matematyk i mechanik A. M. Lapunow (1857 - 1918), uczeń P. L. Czebyszewa (1821 - 1894). W. A. Stiekłow został najbliższym uczniem A. M. Lapunowa. I to miało wpływ na jego dalszą pracę naukową.

W 1887 r. W. A. Stiekłow ukończył Uniwersytet Charkowski ze stopniem magistra i pozostał na tym Uniwersytecie w celu kontynuacji pracy naukowej. W 1893 r. obronił pracę doktorską na temat „O ruchu ciała stałego w cieczy", a w 1902 r. – rozprawę habilitacyjną „Ogólne metody rozwiązywania zagadnień fizyki matematycznej".

Od 1902 r. do 1906 r. W. A. Stiekłow był przewodniczącym Charkowskiego Towarzystwa Matematycznego.

W 1906 r. W. A. Stiekłow rozpoczyna pracę na Uniwersytecie w St. Petersburgu. W 1910 r. zostaje on adiunktem Akademii Nauk (AN), a w 1912 r. — członkiem AN. W 1919 r. mianowany jest wiceprezydentem AN. W. S. Stiekłow był członkiem wielu towarzystw matematycznych.

W. A. Stiekłow jest prekursorem badań w zakresie równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego typów hiperbolicznego, eliptycznego i parabolicznego w Rosji. Jest zaliczany do uznanych autorytetów światowych w tej dziedzinie. Działalność naukowa W. A. Stiekłowa zapoczątkowała nowy etap rozwoju matematyki w Rosji, co doprowadziło do stworzenia petersburskiej szkoły fizyki matematycznej. Jest autorem wielu skryptów i podręczników. Zainteresowania naukowe W. A. Stiekłowa dotyczyły głównie równań różniczkowych cząstkowych, opisujących zjawiska fizyczne, teorii rozwinięć ortogonalnych i wielu innych zagadnień matematycznych. Podkreślał w swoich pracach konieczność stosowania matematyki w różnych dziedzinach nauki, a przede wszystkim w fizyce i mechanice. Wprowadzone przez W. A. Stiekłowa metody w zakresie równań fizyki matematycznej miały przełomowe znaczenie w rozwoju badań w tej dziedzinie. Jego wyniki naukowe mają duże znaczenie w wielu dziedzinach wiedzy i zyskały mu międzynarodowe uznanie.

Korespondencja akademika W. A. Stiekłowa jest dość obszerna i obejmuje okres od 1887 do 1926 roku. Jest ona bardzo różnorodna. W jej skład wchodzą listy W. A. Stiekłowa, adresowane do znanych osobistości, do wielu państwowych i społecznych organizacji oraz odpowiedzi na nie, liczne listy, które otrzymywał on od krajowych i zagranicznych uczonych, od uczniów i współpracowników.

Korespondencja jest interesująca z wielu punktów widzenia. Przedstawia ona stosunek osiągnięć naukowych do życia społecznego i politycznego. Materiały korespondencji W. A. Stiekłowa z uczonymi obcych krajów pokazują, jak wielka była jego rola w ustanowieniu kontaktów naukowych i przyjacielskich więzi z zagranicznymi uczonymi.

Listy uczonych z innych krajów świadczą o autorytecie i poważaniu, którym W. A. Stiekłow cieszył się w szerokich kręgach naukowych i społecznych Europy Zachodniej i Ameryki, o jego wpływie na rozwój matematyki, mechaniki, meteorologii i innych nauk.

Listy W. A. Stiekłowa do czasów obecnych były rzadko publikowane. Dużo z nich znajduje się u rodziny, przyjaciół, uczniów, uczonych innych krajów lub ich rodzin, a wiele zginęło na zawsze. W pierwszym, charkowskim, okresie swojej działalności naukowej (1887 - 1905) W. A. Stiekłow prowadził ożywioną korespondencję z uczonymi innych krajów — A. Kneserem, A. Kornem, S. Zarembą i innymi. Korespondencja W. A. Stiekłowa i S. Zaremby zawiera szereg pytań z równań fizyki matematycznej.

Imię W. A. Stiekłowa nosi Instytut Matematyki Rosyjskiej Akademii Nauk (w Moskwie).

30 maja 1926 r. W. A. Stiekłow umiera.

3. Zaremba Stanisław (1863 - 1942)

S. Zaremba[2] urodził się 3 października 1863 r. w Romanówce. Studiował w Petersburskim Instytucie Technologicznym i na paryskiej Sorbonie, gdzie w 1889 r. uzyskał stopień doktora nauk matematycznych. Zaproszony w 1900 r. przez Uniwersytet Jagielloński rozpoczął tam nowoczesne wykłady na katedrze matematyki i przyczynił się do reform studiów uniwersyteckich. Działalność naukowa i organizacyjna S. Zaremby zapoczątkowała nowy etap rozwoju matematyki w ośrodku krakowskim, co doprowadziło do stworzenia, głównie przez T. Ważewskiego. krakowskiej szkoły równań różniczkowych. Jest autorem wielu skryptów i podręczników oraz ponad 100 prac naukowych. Zainteresowania naukowe S. Zaremby dotyczyły głównie równań różniczkowych cząstkowych. Wprowadzona przez niego metoda w zakresie równań eliptycznych miała przełomowe znaczenie w rozwoju badań w tej dziedzinie. Wiele prac poświęcił S. Zaremba rozwiązywaniu problemu Dirichleta, uzyskując wyniki ogólniejsze od podanych przez matematyka francuskiego H. Poincarégo. Wprowadzony przez S. Zarembę sposób oceny całki z sumy kwadratów pochodnych rozwiązania równania fali sferycznej został później wykorzystany w badaniach, które doprowadziły do nierówności całkowych, leżących u podstaw teorii równań hiperbolicznych. S. Zaremba publikował również prace dotyczące zastosowań matematyki. Badał zależność sił w polu elektromagnetycznym od układu odniesienia jako problem z zakresu teorii grup przekształceń, zagadnienia teorii tarcia wewnętrznego, podwójnego załamania światła w cieczach, teorii relaksacji.

[2]Matematyk polski; od 1900 r. profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie; od 1903 r. członek AN, od 1925 r. członek AN ZSRR oraz wielu zagranicznych towarzystw naukowych; od 1919 r. był współzałożycielem i prezesem polskiego Towarzystwa Matematycznego; współtwórca polskiej szkoły matematycznej i organizator badań w zakresie nowoczesnej matematyki w Polsce; autor ponad 100 publikacji naukowych z teorii równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego oraz podręczników uniwersyteckich i monografii; długoletni redaktor „Roczników PTM"; jego wyniki w rozmaitych działach analizy matematycznej i fizyki matematycznej zyskały rozgłos na całym świecie.

Wyniki naukowe S. Zaremby mają duże znaczenie w wielu dziedzinach wiedzy i zyskały mu międzynarodowe uznanie. Imię S. Zaremby nosi jedna z nagród Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

4. Korespondencja uczonych

Jeszcze w okresie charkowskim swej działalności naukowej W. A. Stiekłow nawiązał korespondencję z wieloma zagranicznymi uczonymi, w tym z takimi wybitnymi matematykami, jak: H. Poincaré, K. Jordan, D. Hilbert, I. Adamar, T. Levi - Civitta, E. Picard, A. Haar, E. Landau, W. Volterra, S. Zaremba, H. Korn, A. Kneser.

W Sankt - Petersburskim oddziale archiwum Rosyjskiej Akademii Nauk [1] znajduje się wiele listów uczonych rosyjskich i zagranicznych do W. A. Stiekłowa i część jego własnych listów. Zawieraja one obszerny materiał dotyczący różnych działów matematyki i mechaniki; także w innych archiwach oraz u osób prywatnych (m. in. u syna A. Knesera i u I. Markusza) zachowało się sporo listów W. A. Stiekłowa do wielu uczonych zarówno rosyjskich, jak i zagranicznych.

Wszystkie te listy są ciekawe ze względu na swą treść naukową, jak i zawarty w nich materiał historyczny.

Korespondencja W. A. Stiekłowa z zagranicznymi uczonymi sprzyjała stworzeniu różnych nowych metod oraz korekcie tych metod i ulepszaniu metod już istniejących, stawianiu i rozwiązywaniu nowych zagadnień. W korespondencji mamy do czynienia z dyskusjami oraz z ocenami dorobku naukowego różnych uczonych.

Kontakty te pozwalały uczestniczyć w światowym życiu naukowym.

W odpowiedzi na list profesora Uniwersytetu Paryskiego L. Raffi, który opublikował pośmiertnie prace G. Robena, W. A. Stiekłow pisał: „Próba uogólnienia dowcipnych metod Pańskiego znakomitego przyjaciela pana G. Robena — była głównym celem mych badań. Wszystkie klasyczne, że tak powiem, badania G. Robena interesują mnie, bez watpienia w najwyższym stopniu" [1, nr 375, a. 7]. W 1901 r. W. A. Stiekłow pisał do A. Korna, że w jednej z jego prac zauważył prawie takie same wyniki jak i w swojej, którą wysłał do pisma redagowanego przez E. Picarda. W. A. Stiekłow pisał: „Ani ja nie znałem Pańskich, ani Pan nie znał moich myśli, mimo to, nasze myśli są zbieżne, przy tym zbieżne nie po raz pierwszy. Ze swej strony ja jedynie podziwiam naszą naukową jednomyślność i wyniki, które osiągnęliśmy w rozwiązywaniu zagadnień stojących przed fizyką matematyczną w oparciu o prace kolegi prof. S. Zaremby, którego zasługi są szczególnie ważne ..." [1, nr 189, a. 35 -36].

Wybitny polski matematyk S. Zaremba, którego prace były ściśle powiązane z badaniami W. A. Stiekłowa, pisał do swego rosyjskiego kolegi: „Ja nie mniej niż Pan jestem zadowolony widząc jak nasze prace wzajemnie się uzupełniają przy badaniu imponujących zagadnień, ktore stoją przed fizyką ... ." [1, nr 152, a. 16 -19].

W jednym ze swych listów do W. A. Stiekłowa (6.XII.1900 r.) S. Zaremba pisał: „Zapoznanie się z ciekawymi uwagami dotyczącymi równania Laplace'a, które Pan opublikował w C. R. [Comptes Rendus], przekonało mnie, że muszę koniecznie zapoznać się z pracami, które Pan napisał na podobny temat ... " [1, a. 1]. W innym liście (10.X.1901 r.) S. Zaremba pisał: „Jestem wdzięczny Panu za ciekawą informację, którą Pan podał w swym ostatnim liście i z serca gratuluję, że udało się Panu wszechstronne rozpowszechnienie teorii funkcji fundamentalnych ..." [1, nr 152, a. 22].

Póżniej podczas wyjazdów zagranicznych oraz na zjazdach i konferencjach matematycznych, które odbywały się w Rosji i poza jej granicami, W. A. Stiekłow osobiście poznał wielu z tych matematyków.

5. Listy S. Zaremby do W. A. Stiekłowa

Kraków, 6 grudnia 1900 r.

Szanowny Panie[3]!

Po przeczytaniu Pana interesujących notatek dotyczących równania Laplace'a, opublikowanych przez Pana w C. R.[4], zapragnąłem zapoznać się z pracami, które Pan napisał pod tym samym tytułem.

Jest to dla mnie bardzo ważne, ponieważ w tym roku prowadzę wykłady dotyczące zagadnienia Dirichleta oraz o zagadnieniach z nimi związanych. Chciałbym bardzo zapoznać moich uczniów z Pana pracami. Przy okazji, pozwolę sobie Pana poprosić o wskazanie mi zbiorów, gdzie znajdują się Pana artykuły lub jeśli to nie będzie przeszkadzało przysłać mi je w oddzielnych odbitkach. Jako były student S. - Petersburskiego Instytutu Technologicznego, znam język rosyjski, więc mógłby Pan przysłać mi Pana prace w języku rosyjskim.

Przepraszam, że nie piszę do Pana po rosyjsku. Nie śmiałem brać na siebie odpowiedzialności pisania w tym języku, ponieważ wątpiłem w swoją prawidłową pisownię.

Pozwolę sobie przesłać Panu z tym listem mój ostatni artykuł o równaniu

$$\Delta u + \xi u + f = 0.$$

[3] [1. a. 1]

[4] C. R. [Comptes Rendus ...]

Szanowny Panie proszę już wcześniej przyjąć moje podziękowanie. Z szacunkiem

S. Zaremba

Kraków, 16 grudnia 1900 r.

Szanowny Panie[5]!

Spieszę Panu podziękować za list, za bardzo interesujące informacje w nim zamieszczone, również za przysłanie Pana wielu ciekawych prac.

Zawczasu cieszę się, że będę mógł przeczytać Pana prace i z niecierpliwością czekam na egzemplarz, który mi Pan obiecał.

Będę również szczęśliwy, jeśli otrzymam Pana artykuł, który pojawił się na dniach w „Annales de Faculté de Toulouse", wydania, którego my obecnie nie otrzymujemy.

Szczerze obiecuję, że prześlę Panu wszystko, co uda mi się opublikować.

Bardzo dziękuję za uprzejmość pisania do mnie po francusku, ale proszę nie robić sobie kłopotu. Ja czytam dobrze po rosyjsku jak i francusku, tylko przy dokładnej pisowni rosyjskiej odczuwam pewne braki.

Ze swojej strony cieszę się, że stosunki jakie między nami zaistniały, pozwolą nam spotkać się kiedyś przy jakiejś okazji by porozmawiać na wspólne tematy.

Proszę przyjąć ode mnie moją wdzięczność i uszanowanie.

S. Zaremba

Kraków, 30 grudnia 1900 r.

Szanowny Panie[6]!

Dziękuję Panu za list oraz śpieszę wysłać panu dwa artykuły, o które Pan prosił.

Jestem bardzo zdziwiony, że nie otrzymał Pan mojego artykułu o równaniu $\Delta u + \xi u + f = 0$ i o funkcjach harmonicznych, ponieważ wysłałem Panu artykuł ten listem poleconym razem z pierwszym listem.

Myślę, że powinien Pan otrzymać ten artykuł wkrótce, a jeśli Pan go nie otrzyma, to proszę mi dać znać, to wówczas wyślę panu inny egzemplarz.

Celem pracy, którą obecnie publikuję w „Annales de Toulouse" jest określenie warunków dostatecznych na to, żeby spełnienie przez pochodne wszystkich rzędów funkcji u w obszarze (D) równania $\Delta u + \xi u = 0$ było warunkiem koniecznym na przyjmowanie na brzegu (S) tego obszaru zadanych wartości w pobliżu powierzchni (S).

[5][1, a. 3 - 4]

[6][1, a. 5 - 7]

Koniecznie wyślę Panu pracę jak tylko otrzymam oddzielne odbitki. Ubolewam, że nie mogę wysłać Panu egzemplarza artykułu o zadaniu Dirichleta, który opublikowałem kilka lat temu w „Annales de l'École Normale", ponieważ nie mam ani jednego egzemplarza.

Korzystając z okazji chciałbym powiadomić o osiągnięciu, które uzyskałem w ostatnim czasie, i które wkrótce pojawi się z różnymi zastosowaniami w „Bulletin de l'Academie de Cracovie".

Niech (D) będzie obszarem ograniczonym powierzchnią (S), mogącym składać się z dowolnej liczby powierzchni, nie koniecznie analitycznych, ale posiadających własności 1^o, 2^o Pana pracy „O podstawowych zadaniach fizyki matematycznej" i majacych oprócz tego, w każdym punkcie promień krzywizny, różny od zera.

Jeśli weźmiemy

$$f = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i f_i,$$

gdzie λ_i jest stałą, a f_i - funkcjami mającymi pierwsze pochodne, ciągłe w całym obszarze (D), to jeśli dane są funkcje f_i, można określić stale λ_i tak, żeby nierówność

$$p \geq nq^3 < 1,$$

gdzie n - liczba całkowita zależna tylko od powierzchni (S), i gdzie q - dowolna liczba całkowita, spełniająca nierówność

$$\frac{\int\{(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2 + (\frac{\partial f}{\partial z})^2\}d\tau}{\int f^2 dS} > Bq,$$

gdzie B - stała, zależna tylko od powierzchni (S), oraz gdzie całka z licznika jest określona w całym obszarze (D) i gdzie w końcu całka z mianownika określona jest na całej powierzchni (S).

Wydaje mi się, że poprzedzające twierdzenie przedstawia się bardzo interesująco, ponieważ jego udowodnienie nie wymaga żadnych zmian, które pan Poincaré przedstawia w artykule o metodzie Neumanna.

Mam nadzieję, że spotkamy się z Panem.

Proszę przyjąć wyrazy szacunku i oddania.

S. Zaremba

Kraków, 16 stycznia 1901 r.

Szanowny Panie[7]!

Mam wyrzuty sumienia, że odpowiadam na Pana list z opóźnieniem. Proszę o wybaczenie, ponieważ jak zwykle w tych dniach byłem zajęty. Artykuł, o którym pisałem Panu w poprzednim liście powinien ukazać się za dwa — trzy miesiące. Ja wysłałem do C. R. krótką notatkę dotyczącą twierdzenia, które Pan zna. Proszę się nie dziwić, że Pan nie otrzymuje oddzielnej odbitki tej notatki. Ja jej nie zamówiłem.

Z wielką uwagą przeczytałem Pana ostatnie notatki i czekam z niecierpliwością na pracę, którą Pan ma zamiar opublikować.

Proszę przyjąć ode mnie życzenia noworoczne.

Z szacunkiem i oddaniem

S. Zaremba

Kraków, 15 lutego 1902 r.

Szanowny Panie i drogi Kolego[8]!

Pragnę powiadomić Pana o wyniku, który nie wątpię, będzie dla Pana interesujący i który zawarty jest w jednej z moich rozpraw, przedstawionych przeze mnie dzisiaj w Akademii Krakowskiej.

Udało mi się udowodnić następujące twierdzenie: Niech (S) będzie powierzchnią spełniającą tylko trzy pierwsze warunki sformułowane w Pana pracy: „Ogólne metody rozwiązywania podstawowych zagadnień fizyki matematycznej".

Oznaczmy przez $V_1, V_2, \ldots, V_p$ potencjały p prostych warstw, ułożonych na całej powierzchni (S).

Przyjmijmy

$$V = \sum_{k=1}^{p} \alpha_k V_k,$$

gdzie α_k - są stałymi, a przez I lub I' oznaczmy całkę

$$\int \left\{ \sum \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right\} d\tau$$

w zależności od tego, czy jest ona określona w obszarze ograniczonym powierzchnią (S) czy we wnętrzu przestrzeni.

[7][1, a. 8 - 9]

[8][1, a. 10 - 11]

Można tak dobrać α_k, żeby otrzymać, że

$$\left|\frac{I}{I'} - 1\right| < \varepsilon,$$

gdzie jest ε_p - liczbą dążącą do zera, kiedy p wzrasta nieograniczenie.

Sądzę, że potencjały V_k są liniowo niezależne. Przyślę Panu moją pracę, jak tylko otrzymam oddzielnie odbitki, myślę, że to będzie w ciągu kilku tygodni.

Przesyłam wyrazy uznania i sympatii.

S. Zaremba

W swoim liście [1. a. 12 - 13] z 27 lutego 1901 r. S. Zaremba pisze, że W. A. Stiekłow postawił pytanie, czy nierówność, o której oznajmiał S. Zaremba, może posłużyć do dowodu „podstawowego twierdzenia", niezależnie od p. Poincarégo? Odpowiedź jest pozytywna. Na powierzchnię nie trzeba nakładać żadnych warunków oprócz tych trzech, o których była mowa w poprzednim liście.

Następnie zostaje przedstawiona metoda, którą należy się posłużyć przy dowodzie.

Niech V - będzie potencjałem prostej warstwy spełniającym równanie

$$\left(\frac{dV}{dN}\right)_e - \left(\frac{dV}{dN}\right)_i = \lambda\left\{\left(\frac{dV}{dN}\right)_e - \left(\frac{dV}{dN}\right)_i\right\} + 2\varphi,$$

gdzie φ - ciągła funkcja, określona na powierzchni (S).

Korzystając z twierdzenia Zaremby można udowodnić, że V traktowana jako funkcja parametru λ, jest funkcją meromorficzną posiadającą jedynie proste rzeczywiste bieguny.

Residuami w tych biegunach są podstawowe funkcje Poincarégo.

Przy założeniu: $\int \varphi ds = 0$, stwierdzamy, że bieguny funkcji V są co do modułu > 1. Z drugiej strony można udowodnić, że liczba biegunów funkcji V, która co do modułu jest mniejsza od danej liczby $n > 1$, nie może być nigdy większa od pewnej skończonej liczby, którą łatwo można wyliczyć, i że wszystkie te bieguny są wśród pewnych liczb: $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$, zależnych tylko od powierzchni.

Już to wiedząc załóżmy, że $\mu = min\{|\lambda_1|, \ldots, |lambda_k|\}$. Wtedy można udowodnić, że znany W. A. Stiekłowowi stosunek zawiera się między $\frac{1-\mu}{1+\mu}$ i $\frac{1+\mu}{1-\mu}$.

Oczekuję na rezultaty pracy W. A. Stiekłowa i życzę pomyślnego jej ukończenia.

W swoim liście [1. a. 14] z 27 maja 1901 r. S. Zaremba pisał: „... Jestem bardzo ciekawy, jakimi sposobami Pan dowodzi, że funkcja V spełniająca wewnątrz zamkniętej powierzchni (S) równanie Laplace'a, a także warunek:

$$\left(\frac{dV}{dN}\right)_i + pV = 0,$$

gdzie p jest liczbą proporcjonalną do warstwy gęstości elektrycznej, nie działającej na punkt wewnętrzny, — jest podstawową funkcją w sensie Poincarégo. Czy nie jest podobny Pana sposób do sposobu Lerua? ...".

W liście [1. a. 16] z 17 czerwca 1901 r. S. Zaremba pisze: „... Pan E. Picard pisał również do mnie i prosił mnie o artykuł do „Annales de l'École Normale". Przygotowuję obecnie pracę o równaniu: $\Delta V + \zeta V = 0$, w której udowadniam twierdzenia, które szczególnie zawierają dowód metod Neumanna i Robena. Udowadniam również w tym artykule istnienie funkcji, spełniających równania

$$\left(\frac{dV}{dN}\right)_e = k\left(\frac{dV}{dN}\right)_i, \quad \Delta V + \zeta V = 0.$$

Nie zajmuję się jednak we wspomnianym artykule rozłożeniem funkcji fundamentalnych. Przez to, nasze prace nie są do siebie podobne".

W swoim liście [1. a. 18 - 19] z 14 września 1901 r. S. Zaremba pisze: „... Śpieszę się podziękować Panu za Pana uprzejmy list, a także za zawierające się w nim informacje dotyczące pańskiego artykułu. Z niecierpliwością czekam na moment, kiedy będę mógł zapoznać się z nowymi badaniami, które Pan przedstawia tam ... . Nie mniej, niż Pan, cieszę się, widząc, jak nasze prace dopełniają się na drodze tak bardzo pasjonujących problemów, które stawia fizyka ...".

W liście [1. a. 20 - 21] z 26 września 1901 r. S. Zaremba pisze: „... Dziękuję Panu bardzo za przepiękną pracę, którą Pan mi przysłał oraz za Pana uprzejmy list ... . Połtawskie Towarzystwo Matematyczne zaprosiło nasz uniwersytet do wzięcia udziału w uroczystościach, które poświęcone są pamięci Ostrogradskiego. Udział naszego uniwersytetu będzie polegał na tym, że w dzień święta będzie wysłany telegram ...".

W liście [1. a. 22 - 23] z 10 października 1901 r. S. Zaremba pisał: „... Dziękuję Panu bardzo za interesującą wiadomość, którą Pan przesłał mi w ostatnim liście i serdecznie gratuluję Panu za to, że udało się Panu rozszerzyć teorię funkcji fundamentalnych.

Znalazłem w C. R. [Comptes Rendus] Pana notatkę z 9 września. Bardzo cenię Pana dowód twierdzenia Lerua, ale pozwolę sobie przypomnieć, że przeze mnie, już wcześniej (C. R. 7 stycznia 1901 r. i w „Bulletin de l'Ac. de Cracovie", 4 lutego 1901 r.) opublikowany został dowód twierdzenia, zawierający w sobie twierdzenie, które Pan rozpatruje, i że ten dowód, co prawda bardziej złożony, niż Pana, ale również, jak i on nie jest konieczny w żadnym przekształceniu powierzchni (S) i przydatny jest w innych warunkach jak również i w Pana dowodzie ...".

W liście [1. a 27] z 27 listopada 1901 r. S Zaremba pisał: „... Głęboko poruszył mnie Pana uprzejmy list, proszę przyjąć za to moje gorące podziękowanie. Jestem szczęśliwy, że udało się Panu uzyskać wyniki, w tych, tak interesujących teoriach i pragnę, żeby jeden z nas doszedł w końcu do odkrycia wszystkich interesujących związków, które bez wątpliwości występują między różnego rodzaju funkcjami fundamentalnymi ...".

W liście [1. a. 32] z 26 grudnia 1901 r. S. Zaremba pisze: „... Mówi Pan o sukcesie metod, które my, ja i Pan, wykorzystaliśmy w badaniach dotyczących równania Laplace'a.

Prawda, ja i Pan, rozpatrujemy równanie

$$\frac{dV_i}{dn} - \frac{dV_e}{dn} = 2\lambda\frac{dV_e}{dn} - 2\rho_0,$$

lub równoważne równanie i przy rozłożeniu w szeregi funkcji V korzystaliśmy z metod, które przedstawione są przez Poincaré.

W związku z tym pojawiają się istotne różnice. W metodzie, z której korzystam nie przewiduje się istnienia elektrycznej warstwy, która nie wpływałaby na punkt wewnętrzny. Ten fakt jest wnioskiem z innego dowodu istnienia funkcji fundamentalnych pana H. Poincarégo; w mojej metodzie potencjał prostej warstwy w równowadze jest jedną z funkcji fundamentalnych, związanych z daną powierzchnią ...".

Kraków, 29 grudnia 1901 r.

Szanowny Panie[9]!

Przedstawię dzisiaj interesujący rezultat badań, do którego niedawno doszedłem, który wkrótce ukaże się w Wiadomościach tutejszej Akademii.

W tym ogólnym przypadku funkcje fundamentalne Poincarégo nie mogą być wyprowadzone z funkcjami Lerua, ani z Pana funkcjami. Dla udowodnienia konieczności i dostateczności, powierzchnia (S) musi spełniać następujące warunki:

Rozpatrzmy dowolne dwa punkty A i B znajdujące się na powierzchni (S), kąt α i β utworzone wewnętrznymi normalami w A i B z AB i BA, i niech $\Psi(M)$ będzie funkcją położenia ruchomego punktu M na powierzchni (S). Koniecznym i wystarczajacym warunkiem jest to, aby funkcja $\Psi(M)$ była tak przedstawiona, żeby zależność

$$\Psi(A)cos\beta = \Psi(B)cos\alpha$$

była tożsamością.

Byłem tak zajęty tym problemem, że nie miałem czasu pomyśleć, mimo że zamierzałem spełnić Pana prośbę o przesłanie informacji, o którą Pan mnie prosił w ostatnich Pana listach.

Proszę przyjąć ode mnie życzenia noworoczne i wyrazy szacunku.

S. Zaremba

[9] [1, a. 30 - 31]

Kraków, 1 lutego 1902 r.

Szanowny Panie[10]!

Jestem pod wrażeniem Pańskich słów skierowanych do mnie, przyjmuję je z zadowoleniem i wdzięcznością.

Dziękuję także za interesujący artykuł, który Pan mi przysłał.

Przy okazji proszę podziękować Panu Lapunowowi za dwa artykuły, które otrzymałem od niego i które przeczytałem z ciekawością.

Nie omieszkam przesłać Panu swojego artykułu o funkcjach fundamentalnych, jak tylko otrzymam oddzielne odbitki. Mam nadzieję, że otrzyma Pan to szybko, ponieważ już dokonałem korekty. Wysłałem bardzo szczegółową pracę dotyczącą tego samego zagadnienia do „Annales de l'École Normale Supérieure", którą z przyjemnością Panu wyślę.

Powinienem zaznaczyć, że jeszcze nie zacząłem określać wszystkich powierzchni i ich własności, które określiłem w moim liście, ale myślę, tak jak i Pan, że wykonanie tego będzie ciekawe.

Proszę przyjąć powtórne podziękowanie, wyrazy szacunku i oddania.

S. Zaremba

Kraków, 23 lutego 1902 r.

Szanowny Panie[11]!

Jestem bardzo wdzięczny Charkowskiemu Towarzystwu Matematycznemu, które raczyło mnie przyjąć na swojego członka i przez Pana wyrażam moje podziękowania. Z wielkim zainteresowaniem przyjmę publikacje Towarzystwa i postaram się w przyszłości wnieść tam swój wkład.

Mam nadzieję, że wkrótce będę mógł przysłać Panu swój artykuł o funkcjach fundamentalnych.

Jestem bardzo zadowolony czytając pracę, którą Pan teraz publikuje.

Proszę przyjąć ode mnie wyrazy podziękowania i szacunku.

S. Zaremba

[10]1. a. 34 - 35]

[11][1. a. 36]

Kraków, 19 marca 1902 r.

Szanowny Panie[12]!

Trochę opóźniłem się z odpowiedzią na Pana uprzejmy list. Chciałem powiadomić Pana o otrzymaniu Wiadomości Charkowskiego Towarzystwa Matematycznego. Na nieszczęście przesyłka jeszcze nie dotarła, boję się bardzo, żeby nie zaginęła. Mówi Pan, że byłoby dobrze określić konieczne i wystarczające warunki dla tego, żeby granica równowagi elektrycznej na powierzchni odpowiadała warunkowi (7) mojej pracy. Jeśli Pan skorzysta z niej, to łatwo przekona się, że warunki te są spełnione. Najważniejsze kryterium, które przedstawiłem, jest czysto geometrycznym i dlatego, żeby zastosować je do danej powierzchni, konieczne są operacje, które nie potrzebują zastosowania rachunku całkowego; oprócz tego, kiedy powierzchnia posiada własność (7), to zadanie rozmieszczenia elektryczności na tej powierzchni rozwiązuje się szybko. Ponadto, określenie powierzchni, przedstawiających ukazane własności, jest zadaniem czysto geometrycznym. Jeszcze nie zająłem się tym, ale można dostrzec, że wypukłe powierzchnie dają dokładną odpowiedź na to zagadnienie.

Kiedy będę miał możliwość poinformować o tym Charkowskie Towarzystwo Matematyczne, nie omieszkam wziąć pod uwagę Pańskich wskazówek.

Z zainteresowaniem śledziłem wydarzenia, które zaszły na uczelniach w Rosji, rozumiem jakie trudne jest położenie rosyjskich uczonych.

Proszę przyjąć ode mnie wyrazy szacunku.

S. Zaremba

Kraków, 9 kwietnia 1902 r.

Szanowny Panie!

Tylko co otrzymałem „Wiadomości Charkowskiego Towarzystwa Matematycznego". Bardzo dziękuję Towarzystwu za przesłanie wszystkich jego prac, wśród których znajdują się prace bardzo interesujące.

Proszę przyjąć ode mnie wyrazy szacunku.

S. Zaremba

P. S. Czy otrzymał Pan mój ostatni list, napisany zanim otrzymałem Wiadomości Towarzystwa?

Nie poinformował mnie Pan o finansowych zobowiązaniach, które mogły pojawić się w związku z powołaniem mnie na członka Towarzystwa; nie znalazłem również żadnych wytycznych w tej sprawie w „Wiadomościach". Może będzie Pan tak dobry i w tym wypadku powiadomi mnie, jak się ta sprawa przedstawia.

[12][1, a. 37–38]

Kraków, 20 kwietnia 1902 r.

Szanowny Panie!

Bardzo dziękuję za Pana uprzejmy list. Myślę, że powinien już Pan dostać list, w którym powiadomiłem Pana o otrzymaniu Wiadomości Towarzystwa i w którym podziękowałem za przesyłkę.

Otóż jak udowadniałem, że powierzchnie odpowiadające warunkowi

$$(\phi)_A \cos\beta = (o)_B \cos\alpha$$

obowiązkowo powinny być wypukłe.

Rozpatrzmy niewypukłą powierzchnię (S). Można poprowadzić prostą (Δ), przecinającą powierzchnię (S) więcej niż w dwóch punktach. Niech $A_1, A_2, \ldots, A_n$ będą punktami przecięcia prostej (Δ). Przypuszczam, że punkty $A_2, \ldots, A_{n-1}$ znajdują się między punktami A_1 i A_n i, że gdy zaczniemy się poruszać od A_1 do A_n spotkamy je w tym porządku, jakim je opisałem. Niech A_i - będzie jednym z punktów $A_2, A_3, \ldots, A_n$. Przeprowadzimy przez A_i wewnętrzną normalną, i niech β_i będzie kątem utworzonym przez nią w kierunku $A_i A_1$. Na mocy (1), oznaczając przez α kąt wewnętrznej normalnej w A_1, w kierunku $A_1 A_n$, otrzymamy

$$(\phi)_{A_i} \cos\alpha = (\phi)_{A_1} \cos\beta \quad (i = 2, 3 \ldots, n).$$

Te stosunki potrzebowałyby tego, żeby wielkości $\cos\alpha, \cos\beta_2, \cos\beta_3, \ldots, \cos\beta_n$ były tego samego znaku, ale jeśli $n > 2$, to to nigdy nie może wystąpić.

Przyjmuję do wiadomości Pana obietnicę o powiadomieniu mnie o rezultatach, które Pan chce otrzymać w teorii całek oznaczonych i mam przedsmak przyjemności czytania Pana pracy na ten interesujący temat.

Jeśli chodzi o mnie, nie mogę jeszcze zrezygnować z niektórych badań dotyczących rozłożenia w szereg według funkcji fundamentalnych, chociaż nie mam nadziei, że osiągnę wyniki, które mogłyby mnie zadowolić.

Proszę przyjąć wyrazy szacunku i oddania.

S. Zaremba

P. S. Mam nadzieję, że otrzymał Pan mój artykuł o całkowaniu równania $\Delta U + \zeta U = 0$.

Kraków, 29 kwietnia 1902 r.

Szanowny Panie!

Jestem bardzo zmartwiony, że w moim artykule przedstawionym Panu, w pewnym miejscu, według Pana nie zgadzałem się z Pańską pracą.

Jednak wydaje mi się, że sposób jaki przedstawiam nie pozostawia wątpliwości w związku z tą sprawą i że czytając ten fragment w artykule nikt nie przypisze mi jakiegoś udziału w podważeniu Pana ważnego twierdzenia, nawet nie zaglądając do Pana artykułu „O ogólnych metodach ...".

Z drugiej strony nie mogłem juz nanieść niewielkiej poprawki, przysłanej przez Pana, ponieważ kiedy ją otrzymałem mój artykuł był już wysłany do Paryża.

Jakby nie było, myślę, że nie będzie Pan mi miał tego za złe. Oprócz tego wyjaśniam, że na 79 stronie mojego artykułu, w przypisach, na dole strony, stwierdzam , że stanowi on zmiany, które wnoszę do Pana dowodu.

Mam nadzieję, że moje objaśnienie zadowoli Pana i powiadomi mnie Pan o tym.

Proszę przyjąć wyrazy szacunku i oddania.

S. Zaremba

P. S. Levi - Civita zajmuje się określeniem powierzchni spełniających warunek:

$$\Psi(A)cos\beta = \Psi(B)cos\alpha.$$

On twierdzi, że oprócz stożków i walców tylko powierzchnie rzędu drugiego posiadają te własności. Jego artykuł na ten temat pojawi się w najbliższym czasie w „Bulletin International de L'Académie de Cracovie".

Kraków, 10 stycznia 1925 r.

Pan wiceprzewodniczący Rosyjskiej Akademii Nauk.
Szanowny Panie wiceprezydencie, wielce szanowny kolego.

Uprzejmie informuję, że otrzymałem Pański nad wyraz uprzejmy list z 5 grudnia ubiegłego roku (Nr 957), jednocześnie mam zaszczyt wyrazić panu swe gorące podziękowanie i prośbę, aby zechciał Pan przekazać Akademii wyrazy wdzięczności za wysokie wyróżnienie, którym Akademia zechciała mnie zaszczycić, mianując swym korespondentem.

Bardzo proszę Pana, aby zechciał pan przyjąć wyrazy mego głębokiego szacunku.

Pański S. Zaremba

6. Wnioski

Z zaprezentowanego opisu wynika, że dwóch wybitnych matematyków i mechaników W. A. Stiekłow (rosyjski) i S. Zaremba (polski) znajdowali się w ścisłym kontakcie i prowadzili ożywioną korespondencję. Ich korespondencja dotyczyła głównie problemów dotyczących rozwiązywania zagadnień fizyki matematycznej.

Znaleziono 63 listy S. Zaremby do W. A. Stiekłowa i kilka listów (brudnopisów) W. A. Stiekłowa do S. Zaremby [1]. W nich znajduje się obszerny materiał, pozwalający sądzić o ewolucji poglądów obu uczonych dotyczących wielu problemów naukowych i innych pytań.

Podziękowania

Niniejszy artykuł powstał w ramach prac w archiwach Petersburga, w Uniwersytecie Użgorodzkim, w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Słupsku i dzięki udziałowi w VIII Ogólnopolskiej Szkole Historii Matematyki (1994).

Literatura

[1] Petersburski oddział archiwum Rosyjskiej Akademii Nauk, zbiór 162, opis 2, nr 152, arkusz 1 - 77.

[2] Władimirow W. S., Markusz I. I.: Akademik W. A. Stiekłow. Nowe w życiu, nauce i technice. Seria Matematyka, cybernetyka. Wiedza, Moskwa, 1973, No 5, 64 s.

[3] Wladimirow W. S., Markush I. I.: Academician Steklov. Mathematician Extraordinary. Mir, Moscow, 1983, 126 p.

[4] Szarski J.: Stanisław Zaremba. Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria II: Wiadomości matematyczne, t. V, (1962), s. 15 - 28.

[5] Ważewski T., Szarski J.: Stanisław Zaremba. Studia z dziejów Katedry Wydziału Mat. Fiz. Chem. UJ, Kraków, 1964, s. 103 - 117.

Abstract

Correspondence of V. A. Steklov (1864 - 1926) and S. Zaremba (1863 - 1942) is enormous. It lasted from 1900 to 1925. and it is various in content.

The correspondence includes letters by V. A. Steklov and S. Zaremba addressed to individuals and various state and public organizations and answers to those letters, numerous letters they received from their pupils and colleagues.

The correspondence is interesting in many respects. It allows the reader to judge about the attitudes of the authors of the letters to the events in science, social life and politics. The correspondence of V. A. Steklov and S. Zaremba with scientists abroad shows their great role in establishing scientific contacts and friendly relaions with foreign scientists. The letters from scientists abroad testify to the prestige and respect V. A. Steklov and S. Zaremba enjoyed in Europe and the United States. to their influence on the development of mathematics, mechanics, meteorology and other sciences.

The letters of V. A. Steklov and S. Zaremba have been published very little. Many of them are kept in archives, by relatives, friends. pupils, or foreign scientists and their families, many have been lost for good.

During his first. Kharkov, period of scientific career (1887 - 1905) V. A. Steklov had active correspondence with foreign scientists, for instance A. Kneser, A. Korn, S. Zaremba and others. V. A. Steklov's correspondence with S. Zaremba includes discussion of a number of problems of mathematical physics.

We have found 63 letters from S. Zaremba to V.A. Steklov and a few rough copies of letters from V. A. Steklov to S. Zaremba. They contain a lot of information about the evolution of the viewpoints of the two scientists, the origins of the problems they solved, their influence on each other in the development of many scientific problems concerning equations of mathematical physics.