ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 76 Nr kol. 1287

Kazimierz SZYMICZEK

TWÓRCZOŚĆ MATEMATYCZNA: SIEDEM MITÓW GŁÓWNYCH

Streszczenie

Z twórczością matematyczną związanych jest wiele mitów. Są to opinie, które głoszą bądź to sami matematycy, bądź też osoby, które same nie uprawiają matematyki, ale wypowiadają się na ten temat na podstawie swoich domysłów lub powierzchownych, zewnętrznych obserwacji. Omówimy tutaj siedem takich mitów:

1. Mit genialnego błysku intuicji jako metody badawczej.
2. Mit młodości: twórczość matematyczna jest domeną ludzi młodych.
3. Mit oryginalności odkrycia matematycznego.
4. Mit sukcesu indywidualnego.
5. Mit jedynie słusznej motywacji.
6. Mit jedności badań i nauczania.
7. Mit obiektywności oceny twórczości matematycznej.

Głównym wnioskiem wynikającym z tej analizy wydaje się być zwrócenie uwagi na znaczenie eksperymentu w twórczości matematycznej oraz na wielki wydatek energii i wysiłek towarzyszący pracy twórczej. Poza kwalifikacjami naukowymi (doświadczenie i talent) wydają się to być najistotniejsze czynniki w twórczości matematycznej.

MATHEMATICAL CREATIVITY: THE SEVEN CARDINAL MYTHS

Summary

We discuss some popular beliefs about mathematical creative work and mathematical discoveries. In a series of examples we try to demythologize the views held by the enthusiastic amateurs as well by some practicioners of mathematics. The following list shows the choice we have made:

1. Myth of flash of genius' intuition.
2. Myth of youth: mathematics is a young man's game.
3. Myth of oryginality of mathematical discovery.
4. Myth of individual success in mathematical research.
5. Myth of uniquely right mitovation.
6. Myth of unity of teaching and research.
7. Myth of objectivity of evaluation of mathematical invention.

The conclusion seems to be that research in mathematics depends much more on experimenting than we are ready to acknowledge, and that it takes hard work rather than some happy coincidences to make progress in mathematical research.

1. Wstęp

Jest rzeczą dość zaskakującą, że przy ogromnym wzroście twórczości matematycznej istnieje bardzo niewiele publikacji poświęconych technologii tej twórczości. Ze względu na swoją niewątpliwą specyfikę, twórczość matematyczna w małym tylko stopniu podlega ogólnym kanonom prakseologii. W powstałej luce informacyjnej jest sporo miejsca na indywidualne opinie i poglądy, które często wydają się przeczyć faktom i przyczyniają się do powstawania różnych mitów. Twórczość matematyczną uprawia się w jednej z trzech form:

(a) twórczość indywidualna,
(b) twórczość we współpracy naukowej,
(c) twórcze kierowanie pracą naukową innych osób.

Najbardziej zagadkowe wydają się być (b) i (c), gdyż wypowiedzi na te tematy należą do absolutnych rzadkości, jeśli w ogóle istnieją. Najsłynniejszym przykładem współpracy naukowej w matematyce jest zapewne 35-letnia współpraca Hardy'ego i Littlewooda. Obaj nie unikali wypowiedzi o pracy i życiu matematyka, ale w wypowiedziach tych nie ma żadnej wzmianki o wspólnej pracy z partnerem (zob. [Hardy], [Littlewood]). U Hardy'ego można jedynie znaleźć potwierdzenie, że bardzo sobie cenił współpracę zarówno z Littlewoodem, jak i Ramanujanem. Oto cytat z jego eseju *A mathematician's apology* ciągle jeszcze cieszącego się dużą popularnością (zob. [Hardy], s. 148):

> I still say to myself when I am depressed, and find myself forced to listen to pompous and tiresome people, 'Well, I have done one thing *you* could never have done, and that is to have collaborated with both Littlewood and Ramanujan on something like equal terms.'

Innym przykładem wieloletniej współpracy naukowej jest matematyk zbiorowy Nicholas Bourbaki. Jednakże głównym celem Bourbakiego nie była praca badawcza skierowana na rozwiązywanie problemów, w każdym bądź razie nie opublikował on zapewne żadnej pracy w czasopismach naukowych. Pośrednio tylko można natrafić na wzmiankę o ewentualnym wzajemnym wpływie bourbakistów na siebie. Na przykład Chevalley powiedział o początkach swojej znajomości z André Weilem (zob. [Guedj]):

> If I advanced so much at that time, it was because Weil never had the tact to hide from me that I was talking nonsense. Nor did it take him long to let me know that what I had done was correct.

Co do (c) mamy tu na myśli przede wszystkim relację pomiędzy doktorantem i promotorem, która często jest przemieszaniem współpracy naukowej i kierowania pracą naukową. Jest to również dość unikany temat. Halmos poświęca tej sprawie nieco uwagi w swojej książce [Halmos]. Mówi o różnych postawach promotorów, na przykład o promotorach, którzy współzawodniczą ze swymi doktorantami. Przytacza też niektóre sposoby traktowania kandydatów na doktorantów przez potencjalnych opiekunów naukowych. Na przykład, studentowi, który przychodzi do profesora i mówi: „Sir, I'd like to write a Ph.D. thesis," Samuel Eilenberg odpowiada: „Why don't you?", zaś Marshall Stone: „If I had any good problems, I'd work on them myself."

Wydaje się, że zarówno (b), jak i (c) nie są dostatecznie udokumentowane i trudno byłoby je analizować na jakimkolwiek materiale historycznym. W związku z tą sytuacją skupimy się wyłącznie na indywidualnej twórczości matematycznej.

Twórczość matematyczną należy odróżniać od wizjonerstwa i fantazjowania naukowego, uprawianego często przez wybitnych nawet matematyków. Dla dokładniejszego rozróżnienia charakteru twórczości matematycznej zaproponowano pewną klasyfikację rodzajów umysłów matematycznych, zapoczątkowaną prawdopodobnie przez Poincarégo i Kleina. Poincaré wygłosił na Kongresie Matematyków w Paryżu w 1900 roku odczyt pod tytułem *Du rôle de l'intuition et de la logique en mathématiques*, gdzie dzieli umysły na dwie kategorie: intuitywne i logiczne. Ten temat dyskutuje także Hadamard, poświęcając mu rozdział 7 swojej książeczki o psychologii odkryć matematycznych (zob. [Hadamard], 1964).

Dla przykładu, do intuityków zalicza się następujących matematyków: Fermat, Galois, Riemann, Kronecker, Hermite, Klein, Poincaré. Na liście logików znaleźliby się z pewnością: Weierstrass, Dedekind, Hilbert.

Felix Klein przydał tej klasyfikacji wątek nacjonalistyczny. Oto stanowisko Kleina w tej sprawie (zob. [Hadamard], s.98):

> Mogłoby się wydawać, że silna naiwna intuicja przestrzenna jest właściwością rasy teutońskiej, natomiast umysł czysto logiczny, krytyczny jest bardziej rozwinięty u ras łacińskich i semickich.

Na razie wygląda to na chłodną analizę, która nie wartościuje, co jest cenniejsze, naiwna intuicja czy logiczny krytycyzm, chociaż Hadamard już na tej podstawie wyciąga wniosek, że „zapewne (...) Klein uważał implicite intuicję (...) za wyższą od prozaicznych dróg logiki (...) i był widocznie zadowolony, że może głosić wyższość swoich rodaków". Można byłoby sądzić, że Hadamard imputuje Kleinowi coś, czego Klein explicite nie powiedział, tymczasem jednak domysły Hadamarda są trafne.

Wynika to z nie publikowanego za życia artykułu Hermanna Weyla [Weyl], który pisze, że Klein w swoich wykładach z historii matematyki dziewiętnastego wieku analizując znaczenie prac Riemanna dyskutował rolę dowodu i intuicji w budowaniu teorii matematycznej. Cytuje on Kleina:

> Without the disclosure of new viewpoints and goals mathematics would soon exhaust itself in its pursuit of strict logical reasoning and begin to stagnate for lack of new material. Thus in a way mathematics has been advanced most by those whose strength lay in intuition rather than logical rigor.

A więc intuicja, właściwość rasy teutońskiej, jest główną siłą postępu w matematyce. Hadamard miał więc rację posądzając Kleina o przekonanie o wyższości rasy teutońskiej. Skierowanie dyskusji nad rodzajami umysłów matematycznych na takie tory nie może doprowadzić do żadnych rozsądnych konkluzji i jest niewątpliwie całkowicie chybione. W cytowanym tekście uderza też naiwne przekonanie Kleina, że „mathematics would soon exhaust itself in its pursuit of strict logical reasoning and begin to stagnate for lack of new material." Rozwój matematyki XX wieku całkowicie zaprzeczył tej katastroficznej wizji Kleina.

Z twórczością matematyczną wydaje się być związanych wiele mitów. Są to opinie, które głoszą bądź to sami matematycy, bądź też funkcjonują one w wyobrażeniach osób, które same nie uprawiają matematyki, ale wypowiadają się na ten temat na podstawie swoich domysłów lub powierzchownych, zewnętrznych obserwacji. Omówimy tutaj siedem takich mitów, ryzykując być może narażenie się na zarzut szargania świętości. Tym niemniej problem jest pasjonujący i nie powinien pozostawać nietknięty. Oto nasz wybór:

1. Mit genialnego błysku intuicji jako metody pracy badawczej.
2. Mit młodości: twórczość matematyczna jest domeną ludzi młodych.
3. Mit oryginalności odkrycia matematycznego.
4. Mit sukcesu indywidualnego.
5. Mit jedynie słusznej motywacji.
6. Mit jedności badań i nauczania.
7. Mit obiektywności oceny twórczości matematycznej.

Głównym morałem tej analizy wydaje się być zwrócenie uwagi na znaczenie eksperymentu w twórczości matematycznej oraz na wielki wydatek energii i wysiłek towarzyszący pracy twórczej. Poza kwalifikacjami naukowymi (doświadczenie i talent) wydają się to być najistotniejsze czynniki w twórczości matematycznej. Byłoby bardzo dobrze, gdyby ten punkt widzenia podzielali ci, którzy decydują o finansowaniu badań w zakresie matematyki i o płacach oferowanych matematykom.

2. Mit genialnego błysku intuicji jako metody pracy badawczej

Genialności trzeba szukać u geniusza i nie możemy zrobić lepiej, niż zacząć czytać Gaussa. W roku 1801, gdy Gauss miał 24 lata, ukazało się jego wielkie dzieło z zakresu teorii liczb: *Disquisitiones Arithmeticae* (DA). Jednym z trzech wielkich odkryć opublikowanych tu przez Gaussa był dowód prawa wzajemności reszt kwadratowych, twierdzenia, znalezionego empirycznie przez Eulera. Prawo wzajemności mówi, że jeśli przynajmniej jedna z dwóch nieparzystych liczb pierwszych p, q jest postaci $4k + 1$, to p jest resztą kwadratową liczby q wtedy i tylko wtedy, gdy q jest resztą kwadratową liczby p. Jeśli zaś równocześnie p i q są postaci $4k + 3$, to p jest resztą kwadratową liczby q wtedy i tylko wtedy, gdy q jest nieresztą kwadratową liczby p. Ani Euler, ani Lagrange, ani Legendre nie byli w stanie udowodnić tego twierdzenia, chociaż rozumieli doskonale centralne znaczenie prawa wzajemności w teorii liczb. Młody Gauss uczył się teorii liczb na teorii reszt kwadratowych, którą stworzył dla swoich potrzeb wychodząc od najbardziej elementarnych faktów o liczbach całkowitych. Jak pisze we wstępie do DA, jego zainteresowanie problemami arytmetycznymi zostało wywołane konkretnym problemem, na który natknął się w innych swoich badaniach. Był to problem znalezienia kryterium na to, by liczba -1 była resztą kwadratową liczby pierwszej p (Art. 108 DA). Praca nad tą problematyką doprowadziła go szybko do prawa wzajemności reszt kwadratowych. Jest rzeczą interesującą, że Eulerowi nie udało się nie tylko udowodnić prawa wzajemności, ale nawet niektórych szczególnych przypadków, dla których Gauss znalazł proste elementarne dowody. Gauss nie powstrzymał się od wyrażenia zdziwienia, że Euler tych dowodów nie znalazł (chodzi tutaj o znalezienie tych liczb pierwszych, dla których liczby 2 lub -2 są resztami kwadratowymi, zob. Art. 116 DA; pierwszy rozstrzygnął ten problem Lagrange w 1775 roku). Prawo wzajemności było też solą w oku Legendre'a, który dwukrotnie publikował niekompletne dowody. Gauss poddał ten rodzaj twórczości matematycznej bardzo szczegółowej analizie (Art. 151) wskazując precyzyjnie wszystkie luki. Jeden z argumentów używanych przez Legendre'a w dowodzie prawa wzajemności zakładał, że w każdym postępie arytmetycznym, którego pierwszy wyraz i różnica są względnie pierwsze, występuje nieskończenie wiele liczb pierwszych. Jak wiadomo, twierdzenie to udowodnił dopiero Dirichlet w 1837 roku. Gauss był pierwszym matematykiem, który znalazł kompletny dowód prawa wzajemności i to dowód elementarny. Przedstawia go w Art. 135 - 144. W tych samych DA Gauss podał jeszcze drugi, całkowicie odmienny dowód prawa wzajemności, bazujący na jego teorii form kwadratowych, a później jeszcze sześć innych!

Jaką techniką uzyskał Gauss swój pierwszy dowód?

Najpierw Gauss cierpliwe studiuje po kolei 9 (dziewięć!) przypadków szczególnych rozstrzygając, dla jakich liczb pierwszych liczby $-1, 2, -2, 3, -3, 5, -5, 7, -7$ są resztami czy też nieresztami kwadratowymi (Art. 108 - 124). Potem następuje przygotowanie do dowodu indukcyjnego (Art. 125 - 129) z finezyjnym twierdzeniem z Art. 129 stanowiącym główny argument w późniejszym dowodzie indukcyjnym. Twierdzenie to mówi, że dla każdej liczby pierwszej a postaci $8k+1$ istnieje liczba pierwsza mniejsza niż $2\sqrt{a}+1$, dla której a jest nieresztą kwadratową. Teraz następuje sformułowanie prawa wzajemności (Art. 131) i pokazuje się różne konsekwencje tego prawa. Jest to ciągle przygotowanie do dowodu indukcyjnego. Wreszcie w Art. 135 - 144 przedstawiony jest szczegółowy dowód indukcyjny: w końcu sprowadza się on do rozpatrzenia 8 przypadków i każdy z nich jest analizowany oddzielnie w Art. 137 - 144. Razem dowód zabiera około 45 stronic druku (Art. 94 - 144).

Nie wygląda to na genialny błysk intuicji, raczej dość pracowity i systematyczny eksperyment, przygotował grunt pod pomysłowy i niezwykle rozbudowany, ale elementarny dowód indukcyjny. Kronecker uważał, że ten dowód był próbą sił dla geniuszu młodego Gaussa. Niewątpliwie można się z tym zdaniem zgodzić, z tym że znalezienie tego dowodu nie mogło być - i wiadomo, że nie było - rezultatem jakiegoś pojedynczego „olśnienia".

We wstępie do DA Gauss pisze, że dowody będą syntetyczne i że ze względu na wymóg zwięzłości opuszczać będzie analizę, która doprowadziła go do odkryć. Można więc przypuszczać, że przedstawiony szczegółowy dowód prawa wzajemności jest dość wiernym odbiciem drogi myślenia Gaussa. Tłumaczyłoby to włączenie do dowodu licznych przykładów numerycznych i ciągłe powoływanie się na fakty znalezione „indukcyjnie", czyli eksperymentalnie, a także rozpatrywanie wielu szczególnych przypadków.

Nasuwa się jeszcze pewne wyjaśnienie przyczyny takiego rozbudowania, czy też rozległości tego dowodu. Otóż prawo wzajemności jest głębokim twierdzeniem, natomiast dowód Gaussa jest zrobiony bez użycia jakiejkolwiek bardziej zaawansowanej techniki teorio - liczbowej; opiera się faktycznie na pierwszych zasadach arytmetyki. Stąd jego nieunikniona długość i wrażenie komplikacji. Poza tym widać na każdym kroku absolutną dbałość o niepozostawienie najdrobniejszej choćby luki w argumentacji.

Można spotkać się z opinią, że samo sformułowanie prawa wzajemności, ze względu na jego skomplikowaną formę, było już wielkim odkryciem godnym geniuszu Eulera. Jest to stanowisko, którego zapewne nie podzielali matematycy wieku XIX, przyzwyczajeni do rozległych eksperymentów numerycznych. Gauss nie przywiązuje do znalezienia prawa większej wagi, gdyż dla niego sprawa jest całkiem prosta. Jeśli skorzystać z tablicy nr 2 w DA, gdzie dla każdej pary liczb pierwszych p, q mniejszych od 100 jest podana informacja, czy p jest resztą kwadratową modulo q i na odwrót, to hipoteza co do „wzajemności" staje się dość widoczna i oczywista.

A oto inny, współczesny przykład, w którym także bardziej zauważalny jest heroiczny wkład pracy, niż rezultaty olśnienia. Gerd Faltings udowodnił w 1983 roku hipotezę Mordella, mówiącą, że na krzywej rodzaju większego niż jeden jest tylko skończona liczba punktów wymiernych. Ten dowód wymagał niesłychanego wysiłku i koncentracji. Winfried Scharlau, dyrektor instytutu matematycznego uniwersytetu w Münster, wyraził opinię, że nie jest pewne, czy dalszy rozwój matematyki będzie możliwy, jeśli dla uzyskania ważnego rezultatu trzeba będzie zawsze zainwestować aż tyle energii. Czy znajdą się kandydaci chcący poświęcić się pracy na granicy wydolności organizmu człowieka w dodatku bez jakiejkolwiek gwarancji osiągnięcia sukcesu? Mityczny błysk intuicji byłby bardzo wygodnym środkiem zastępczym, tymczasem jest do wykonania praca, ciężka praca.

Co do błysków intuicji, to zauważmy, że są też niewątpliwie fałszywe błyski intuicji, nieraz bardzo sławne. Na przykład, Fermat sądził, że wszystkie liczby $2^{2^n}+1$ są liczbami pierwszymi, co Euler obalił niezbyt skomplikowanym argumentem i rachunkiem dla $n = 5$.

Konkludując, błysk intuicji, czyli mówiąc bardziej prozaicznie, pomysł jest nieodłączną częścią każdej działalności intelektualnej, ale nie może być uważany za główne narzędzie pracy matematyka. Narzędziem tym jest raczej eksperyment. Intuicja podpowiada hipotezy, sprawdzane następnie czy to numerycznymi eksperymentami, czy też bardziej abstrakcyjnym eksperymentowaniem z użyciem „lokalnej dedukcji". Rolę pomysłu w działalności intelektualnej bardzo trafnie ocenił angielski dramaturg John Osborne:

> Ideas are a dime a dozen: it's their execution that counts.

(Pomysły są po dziesiątaku za tuzin; co się liczy, to ich realizacja.)

3. Mit młodości: twórczość matematyczna jest domeną ludzi młodych

Ten mit wspaniale powierdza historia: Gauss, Galois, Abel, Riemann, Minkowski, w czasach najnowszych: Merkurjew, Faltings. Ponadto Gauss przyczynił się do jego rozpowszechnienia słynnym stwierdzeniem, że całe życie eksploatował idee swojej młodości (zob. [Dehn]).

Także stanowisko Hardy'ego bardzo umocniło mit młodości. Hardy wypowiada się w tej sprawie (jak zresztą we wszystkich innych) niezwykle zdecydowanie (zob. [Hardy], s. 70):

> No mathematician should ever allow himself to forget that mathematics, more than any other art or science, is a young man's game.

Jego analiza kariery Newtona, jednego z trzech największych matematyków wszechczasów według Hardy'ego, jest jednoznaczna: Newton zaniechał matematyki w wieku lat 50, ale stracił swój entuzjazm dużo wcześniej. Jego największe idee, fluksje i prawo grawitacji, odkryte zostały w 1666 roku, gdy Newton miał 24 lata. Do czterdziestego roku życia ciągle jeszcze czynił znaczące odkrycia, ale później głównie już wygładzał i doskonalił swoje wcześniejsze pomysły.

Jako jedyny przykład wielkiego dzieła dokonanego w późniejszym wieku Hardy przytacza fakt, że ważna praca Gaussa z geometrii różniczkowej została opublikowana, gdy Gauss miał lat 50, chociaż podstawowe idee Gauss miał już 10 lat wcześniej. I jeszcze jedna opinia Hardy'ego:

> I do not know an instance of a major mathematical advance initiated by a man past fifty.

Ale są też kontrprzykłady pokazujące, że matematycy w dojrzałym wieku uzyskiwali bardzo znaczące rezultaty, czasem nawet uprzedzając znacznie młodszych rywali. Jednym z najciekawszych przykładów tego typu jest historia dowodu Wielkiego Twierdzenia Fermata dla wykładnika 5. Dowód ten zaanonsował w 1825 roku 20-letni Dirichlet, jednak w pierwszej wersji dowód obejmował tylko jeden z dwóch istotnych przypadków. W tym samym roku kompletny dowód podał 70-letni Legendre, po czym, ciągle jeszcze w 1825 roku, Dirichlet podał dowód także w drugim, opuszczonym wcześniej przypadku. W ten sposób priorytet należy tu do dwóch matematyków, którzy należeli do całkiem różnych generacji (zob. [Edwards, 1977]).

Jedynym w swoim rodzaju przykładem nieustającej aktywności twórczej jest L. Euler (1707 - 1783). Lata 1727 - 1741 spędził w Petersburgu i w tym czasie, czyli do 34 roku życia, napisał 80 prac i książek. Następnie w latach 1741 - 1766 przebywał w Berlinie i tam, czyli między 34 a 59 rokiem życia, napisał 380 prac i książek. Ale z wiekiem jego produktywność jeszcze wzrosła. W jego drugim okresie petersburskim w latach 1766 - 1783, czyli po 58 roku życia, powstała prawie połowa jego prac!

Współcześnie jednym z najaktywniejszych matematyków starszego pokolenia jest Paul Erdös.

4. Mit oryginalności odkrycia matematycznego

Oryginalność w twórczości naukowej wydaje się być warunkiem *sine qua non*: twórczość, która nie jest oryginalna, nie może pretendować do wzniosłego miana twórczości.

Są nawet ustawowe wymagania *„oryginalnego rozwiązania zagadnienia naukowego”* dla adeptów profesji badacza i trudno kwestionować ten stan rzeczy. Tymczasem jednak są dość znaczne różnice w semantycznych odcieniach słowa *oryginalny*, poczynając od niezbyt wysokiego wymagania *nie będący naśladownictwem lub przeróbką*, poprzez *swoisty, autentyczny, samodzielny*, aż do *nie opierający się na wzorach* (zob. Mały Słownik Języka Polskiego). W matematyce funkcjonują jeszcze dalej idące skojarzenia, łączące oryginalność myśli z odwagą, z przezwyciężeniem barier tradycyjnego sposobu myślenia, z wysunięciem zaskakujących koncepcji lub wprowadzeniem całkowicie nowych metod, nieprzewidywalnych przez innych badaczy. Nasuwa się tutaj rozróżnienie pomiędzy oryginalnością wizji naukowej (koncepcji globalnej) i oryginalnością techniki (metod argumentacji).

Jest bardzo mało przykładów wielkich wizji naukowych zamienionych następnie przez autorów wizji w fakt. Na ogół przemianą wizji w fakty zajmują się inni, których wizja także urzekła, lub uznają jej pierwszorzędne znaczenie dla matematyki. Trwa wtedy wielka zespołowa batalia, w której udział biorą i wkład wnoszą ludzie o różnych kompetencjach, talentach i motywacjach. Powstaje tutaj pewne rozmycie oryginalności odkrycia matematycznego. Wizjoner nie może mieć pełnej satysfakcji, o ile nie uda mu się udowodnić, że wizja jest prawdziwa. Ten zaś, kto dowiedzie prawdziwości wizji, stawia się na pozycji rzemieślnika, który wykonał dzieło według projektu mistrza i nie ma pełnego udziału w oryginalności swojego odkrycia.

Typowym przykładem jest tutaj historia hipotezy Bieberbacha, udowodnionej w 1984 roku przez de Brangesa. Można wymienić co najmniej 18 ważnych rezultatów wcześniejszych, których część stanowiła podstawę planu ostatecznego ataku de Brangesa. W 1936 roku było wiadomo, że hipoteza Robertsona pociąga hipotezę Bieberbacha, w 1967, że hipoteza Lebiediewa-Milina pociąga hipotezę Robertsona, a w 1984 de Branges udowodnił hipotezę Lebiediewa-Milina (zob. [Pommerenke]).

Wśród wielkich wizjonerskich programów badawczych, niejeden wiąże się z nazwiskiem Kroneckera. Zacznijmy od opublikowanego w 1853 roku twierdzenia Kroneckera o tym, że każde abelowe rozszerzenie ciała liczb wymiernych zawiera się w pewnym ciele, które można otrzymać z ciała liczb wymiernych przez dołączenie odpowiedniego pierwiastka z jedynki (czyli wartości funkcji wykładniczej $e^{i\pi z}$ w punkcie wymiernym). Był to oryginalny pomysł, o poważnych konsekwencjach dla całej teorii liczb. Tymczasem praca Kroneckera jest tak niejasna, że do dzisiaj nie wiadomo, czy to, co napisał w 1853 roku, miało być w jego mniemaniu dowodem twierdzenia, czy też nie (zob. [Edwards]). Faktycznie pierwszy dowód opublikował Weber w 1886 roku, a twierdzenie nosi nazwę twierdzenia Kroneckera-Webera.

Inna słynna wizja Kroneckera znana jest jako jego *Jugendtraum*, gdyż było marzeniem jego młodości udowodnić jej prawdziwość. Jest to analogon twierdzenia Kroneckera - Webera, który opisuje wszystkie abelowe rozszerzenia nierzeczywistych ciał kwadratowych $\mathbf{Q}(\sqrt{-d})$, gdzie $d > 0$, jako ciała, które można otrzymać z ciała $\mathbf{Q}$ poprzez dołączenie odpowiednich wartości funkcji eliptycznych. Tutaj Kronecker nie doczekał już dowodu swojego wymarzonego twierdzenia: udowodnił je dopiero Takagi około roku 1920. [Warto zwrócić uwagę na potraktowanie tego problemu przez Hilberta w jego wystąpieniu na kongresie matematyków w Paryżu w roku 1900. Formułując swój dwunasty problem, który polega na znalezieniu ogólnej wersji opisu abelowych rozszerzeń dowolnego ciała liczb algebraicznych. Hilbert mówi, że przypadek nierzeczywistego ciała kwadratowego - czyli kroneckerowski *Jugendtraum* - powinien dać się rozstrzygnąć bez większych trudności w oparciu o rezultaty Webera i jego własne.]

Kronecker miał jeszcze ambitniejsze wizje stworzenia teorii matematycznej obejmującej teorię liczb i geometrię algebraiczną jako szczególne przypadki. Jednakże trudno tutaj osądzać oryginalność myśli Kroneckera, gdyż - jak się okazuje - prawie nikt nie rozumie i prawie nikt nie czytał prac Kroneckera! Według Edwardsa w pracach Kroneckera są fragmenty, których nikt nigdy (poza być może Kroneckerem) nie zrozumiał. Frobenius twierdził, że zaledwie trzy osoby rozumiały pracę Kroneckera z 1853 roku, gdy się ona ukazała, natomiast Edwards uważa, że nie było ich aż tak wiele. W wieku dwudziestym Kroneckera studiowali: Hecke, Weyl, Siegel i Weil i prawdopodobnie niewielu więcej matematyków. Dlaczego? Najkrócej można by odpowiedzieć, że pisma Kroneckera nie spełniają jednego z podstawowych wymogów współczesnej matematyki: wymogu komunikatywności. Ten fakt braku komunikatywności był zwłaszcza rażący w zestawieniu z mistrzowskim operowaniem piórem przez głównych konkurentów Kroneckera, jakimi byli Dedekind i Weierstrass.

Czy można więc uważać za oryginalne, to co jest faktycznie mętne, intuicyjne, niedopracowane i niezrozumiałe? Wydaje się, że walor oryginalności należy się jedynie koncepcjom dojrzałym, profesjonalnym, które nie mają charakteru marzycielskiej zgadywanki.

Innego rodzaju trudności w ocenie oryginalności twórczości polegają na tym, że rozwój idei matematycznych wydaje się być raczej procesem ciągłym niż skokowym. Każdy odkrywca ma jakieś źródło inspiracji, studiował czyjeś prace, przetwarzał czyjeś pomysły, eksperymentował na rezultatach uzyskanych przez innych. W związku z tym wiele faktów, które uważamy za rezultat oryginalnej twórczości i przypisujemy priorytet ich odkrycia konkretnym osobom, ma swoje korzenie w twórczości poprzedników. Praktyka manipulowania rezultatami innych, ich przetwarzania, uogólniania, rozszerzania, ulepszania, a następnie publikowania bez cytowania (i pamiętania) oryginalnego punktu wyjściowego, staje się nieraz stylem działalności naukowej. Szkoła Hilberta w Getyndze może służyć jako przykład takiego sposobu działania (zob. [Courant]). Proces owego przyswajania sobie czyjejś wiedzy i jej przetwarzania nazywany był cynicznie *nostryfikacją*. Czy prace, które powstały w rezultacie *nostryfikacji*, nieraz niesłychanie cenne, można uznać za oryginalne?

Ponieważ naszym zadaniem jest wzbudzenie wątpliwości, możemy więc postawić pytanie, czy oryginalność jest w ogóle możliwa, poza fantazjowaniem ?

5. Mit sukcesu indywidualnego

Mówimy tutaj głównie o indywidualnej pracy twórczej, gdyż inna wydaje się być niemożliwa. Tymczasem istnieją sposoby przerzucania części wielkiego wysiłku, jaki towarzyszy odkryciu, na osoby trzecie, które nieświadomie, lub też powodowane racjami wyższymi, wykonują za autora niepoślednią część pracy. Te osoby trzecie to redaktorzy czasopism, zwłaszcza recenzenci (ci solidni!), współuczestnicy seminariów i ogólnie osoby zainteresowane głęboko problematyką dokonanego odkrycia.

Bardzo pouczający przykład tego typu opisuje Halmos (zob. [Halmos], s. 325 - 329). De Branges i Rovnyak zaanonsowali w kwietniu 1964 roku rozwiązanie ważnego otwartego problemu istnienia podprzestrzeni niezmienniczych ograniczonych operatorów liniowych przestrzeni Hilberta. Dokładniej, zapowiedzieli, że każdy ograniczony operator liniowy na zespolonej przestrzeni Hilberta o wymiarze większym niż jeden ma nietrywialną domkniętą podprzestrzeń niezmienniczą. Anons - za pośrednictwem Halmosa - został opublikowany w *Bulletin of the AMS*. Praca skierowana do *Transactions* została poddana niezwykłemu kolektywnemu sprawdzaniu. Powołano mianowicie komisję recenzentów, której członkiem został także Halmos. Różne grupy zainteresowanych osób czytały pracę wymieniając uwagi o znalezionych błędach i sposobach ratowania całości. W toku tej pracy, po kilku miesiącach Halmos wycofał się ze składu recenzentów, czując się już całkowicie zmęczony. De Branges także brał udział w reperowaniu różnych dziur w argumentacji. Po pół roku takiej niezwykle intensywnej pracy de Branges i Rovnjak napisali pracę na nowo i zespół recenzentów miał nowy materiał do sprawdzania. W grudniu 1964 roku Peter Fillmore znalazł w końcu lukę, której już nie dało się uzupełnić. De Branges zmuszony był do ogłoszenia w *BAMS*, że wycofuje się z anonsu, praca została wycofana z *Transactions*. Nie minął jednak rok, gdy w *Notices* ukazał się abstrakt autorstwa spółki de Branges-Rovnjak, anonsujący, że twierdzenie jest prawdziwe i luka znaleziona przez Fillmore'a została uzupełniona nową metodą faktoryzacji etc. Po czterech miesiącach ukazała się jednak w *Notices* notka odwołująca poprzedni anons. Tym razem błąd znalazł R.G. Douglas.

Ten przykład sygnalizuje, że dla zaistnienia sukcesu indywidualnego autora niezbędna jest, ukryta często, praca wielu ludzi, którzy bezinteresownie inwestują swoją energię na różnych etapach powstawania dzieła, i często wnoszą istotny wkład w dzieło. Jest ironią losu, że ten wkład pozostaje niezauważony nie tylko przez publiczność, ale często także przez autorów.

Historia de Brangesa lubi się powtarzać. W 1984 roku de Branges zaanonsował dowód hipotezy Bieberbacha! Tym razem eksperci mieli więcej szczęścia: ich wysiłek nie poszedł na marne. Dowód de Brangesa, którego nikt już nie chciał czytać w Stanach Zjednoczonych, znalazł przyjazną atmosferę w Leningradzie, gdzie po półrocznej pracy całego seminarium udało się doprowadzić pomysły de Brangesa do stanu nie budzącego wątpliwości specjalistów. Tym razem trud porozumienia się z autorem wzięli na siebie głównie Jemielianow, Kuźmina i Milin.

Obecnie de Branges pracuje nad dowodem najważniejszej hipotezy analitycznej teorii liczb: hipotezy Riemanna o rozmieszczeniu zer funkcji zeta.

6. Mit jedynie słusznej motywacji

Wielu matematyków uważa, że najważniejsze są te problemy matematyczne, które wywodzą się z przyrodoznawstwa, szczególnie zaś z fizyki. Powstaje w ten sposób swoisty mit jedynie słusznej motywacji badań matematycznych, próbujący zepchnąć nieprawomyślne, zwłaszcza *abstrakcyjne* tendencje na margines działalności badawczej. W czasach grantów i komitetów do spraw badań naukowych każda taka tendencja może wywołać bardzo konkretne skutki. Nie będziemy tu analizować bezzasadności takiej jednostronności i udowadniać, że bierze się ona z niezrozumienia globalnego kierunku rozwoju matematyki. Pokażemy jedynie przykład wskazujący, że wpływowa osoba ogarnięta taką obsesją może bardzo znacznie opóźnić rozwój instytucji naukowych nawet w kraju o najbogatszych tradycjach i przodującym w badaniach matematycznych.

Max-Planck-Gesellschaft (MPG) jest instytucją wspierającą badania naukowe w Niemczech. MPG powstał w 1946 roku w rezultacie przekształcenia (pod naciskiem aliantów) Kaiser - Wilhelm - Gesellschaft (KWG), instytucji działającej od roku 1911. KWG fundowało tzw. KWInstituts, dla wspierania konkretnych kierunków badań. Na przykład, Albert Einstein miał swój KWI w Berlinie od 1917 roku. Po roku 1946 powstało w Niemczech wiele Max-Planck-Instituts, funkcjonujących na podobnych zasadach jak KWIs.

Pod koniec lat pięćdziesiątych, odpowiadając na dezyderaty środowiska matematycznego, MPG postanowiło utworzyć Max-Planck-Institut für Mathematik i w grudniu 1959 roku zaproponowało kierownictwo instytutu F. Hirzebruchowi, który po kilkuletnim pobycie w Institute for Advanced Study w Princeton prowadził kampanię na rzecz utworzenia podobnego instytutu w Niemczech. (W roku 1958 utworzono IHES w podparyskiej miejscowości Bures-sur-Yvette.) MPG sondowało opinię matematyków w sprawie powołania instytutu i jego profilu, rozwiązań organizacyjnych, etc. Napłynęło 18 opinii bardzo sprzecznych ze sobą, w tym dwie znaczące. Siegel był przeciwny pomysłowi, a zwłaszcza powierzeniu kierownictwa Hirzebruchowi, gdyż w tym czasie ostro występował przeciwko nowoczesnym metodom w geometrii algebraicznej. Jeszcze bardziej wpływowa okazała się opinia Couranta. W pośpiesznie zredagowanym liście (z 12 lipca 1960 roku) Courant przeciwstawia matematykę „czystą" matematyce „stosowanej", a także „abstrakcyjną" — „konkretnej" i stwierdza, że należy przede wszystkim zapewnić równowagę rozwoju tych kierunków. Hirzebruch w opinii Couranta będzie przesadnie wspierał „abstrakcyjne tendencje" w matematyce. Courant wysunął pomysł, by fundusze MPG skierować raczej na fundowanie katedr matematycznych na różnych uniwersytetach i przy ich obsadzie zadbać o równowagę między matematyką czystą i stosowaną.

Wobec rozbieżności zdań wśród matematyków wypowiadających się na temat utworzenia instytutu i obaw wysuniętych przez Couranta, w MPG zrezygnowano z pomysłu wsparcia finansowego badań matematycznych w Niemczech. Max-Planck-Institut für Mathematik w Bonn powstał dopiero 20 lat później, w 1980 roku, a jego dyrektorem został ... Hirzebruch (zob. [Schappacher]).

Courant już wcześniej znany był ze swojego stanowiska (a może obsesji) wobec rozwoju „czystej" matematyki. Charakterystyczny przykład takiego działania na znacznie mniejszą skalę podaje C. Reid w pośmiertnym wspomnieniu o K.O. Friedrichsie. Courant zmusił Friedrichsa (w 1929 roku) do opuszczenia Getyngi i spędzenia dwóch lat w Aachen w charakterze asystenta Theodora von Kármána, dyrektora instytutu aerodynamiki, żeby zdobyć większe doświadczenie w zakresie zastosowań matematyki i móc w ten sposób konkurować z wieloma młodymi i zdolnymi „czystymi" matematykami w Niemczech. Friedrichs także wspominał o niechęci Couranta do von Neumanna za jego „abstrakcyjność", której jednak obydwaj z Courantem nie rozumieli. Dopiero kiedy Friedrichs przestudiował prace von Neumanna o teorii operatorów w przestrzeniach Hilberta, sam zrobił wielkie postępy w teorii operatorów różniczkowych cząstkowych (zob. [Reid]).

7. Mit jedności badań i nauczania

Hermann Weyl uważał, że jedność badań i nauczania jest fundamentem niemieckiego systemu uniwersyteckiego. Tym niemniej w roku 1933 zrezygnował z katedry na uniwersytecie w Getyndze i przeszedł do *Institute for Advanced Study* (IAS) w Princeton jako jeden z sześciu profesorów School of Mathematics (pierwsze nominacje otrzymali A. Einstein i O. Veblen, równocześnie z Weylem do IAS przeszedł J.W. Alexander, nieco później M. Morse, i J. von Neumann).

Tutaj słowo „school" nie ma nic wspólnego z nauczaniem, miała to bowiem być szkoła naukowa, w której herosi intelektualni poświęcają się swoim badaniom naukowym w całkowitej izolacji od problemów świata zewnętrznego. Według założycieli instytutu, miał to być „scholar's paradise". Weyl pozostał w IAS do śmierci w roku 1955.

Wybitny współczesny matematyk Michael Atiyah, laureat medalu Fieldsa z 1966 roku, w obszernym i bardzo interesującym wywiadzie dla *Mathematical Intelligencer* wyznał, że spośród wszystkich matematyków najbardziej podziwia Hermanna Weyla (zob. [Atiyah]). Jego zainteresowania naukowe ewoluują zawsze w kierunku dziedzin, w które uprzednio Weyl wniósł poważny wkład (z wyjątkiem topologii). Atiyah podziela też całkowicie poglądy Weyla na matematykę i na to, co jest w matematyce interesujące. Określa on tę zbieżność zainteresowań i poglądów następująco:

> I feel my centre of gravity is in the same place as his.

W szczególności Atiyah jest gorącym zwolennikiem jedności badań i nauczania. I podobnie jak Weyl, a nawet w jeszcze większym stopniu niż Weyl, bo całą swoją karierę naukową spędził jako *research mathematician*, bez jakichkolwiek obowiązków dydaktycznych (obecnie Royal Society Research Professor at Oxford University).

Czy można stąd wyciągnąć wniosek, że najwięksi zwolennicy jedności badań i nauczania nakazują jej stosowanie innym, sami wybierając bardziej komfortowe rozwiązania? Już sam fakt powstania takich instytucji jak IAS, IHES, Max-Planck-Institut für Mathematik (Bonn), Mathematical Sciences Research Institute (Berkeley), Mittag-Leffler Institute (Djursholm), Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences (Cambridge, UK), etc., wskazuje na tendencję do poszukiwania optymalnych warunków do uprawiania matematyki w ośrodkach odseparowanych od rutynowego uniwersyteckiego kształcenia i czyni fikcją zasadę jedności badań i nauczania.

Sporo hałasu wokół sprawy jedności badań i nauczania wywołała książka Morrisa Kline'a *Why the professors can't teach: mathematics and the dillema of university education* (1978). Jak tytuł sugeruje, Kline uważa, że istnieje zasadnicza sprzeczność pomiędzy tymi dwiema funkcjami i jest regułą, że matematyk zajęty badaniami nie tylko zaniedbuje nauczanie, ale po prostu się do tego zajęcia nie nadaje. Oczywiście stanowisko to spotkało się z reakcją środowiska, w którego imieniu głos zabrał m.in. Peter J. Hilton (zob. [Hilton], [Hochstadt].)

8. Mit obiektywności oceny twórczości matematycznej

Istnieje pogląd, że ze względu na sprawdzalny, dedukcyjny charakter publikowanych rezultatów twórczości matematycznej także ocena tej twórczości może być bardziej obiektywna niż w innych działach nauki. Tymczasem także i tutaj niepoślednią rolę grają różne namiętności i uprzedzenia prowadzące do werdyktów, które z perspektywy czasu okazują się całkowicie chybione.

Przypomnijmy chociażby kontrowersje wokół Cantora i teorii mnogości. Hilbert był jednym ze zdecydowanych obrońców idei Cantora. Jak pisze Courant, Hilbert był w ogóle stanowczo przeciwny temu, by zakazywać czegokolwiek, co nie ma charakteru kryminalnego (zob. [Courant]). Ale Poincaré, również niezwykle wpływowy matematyk swojego okresu, nie szczędził szyderczych opinii na temat teorii mnogości. Courant wspomina wizytę Poincarégo w Getyndze, w trakcie której wygłosił on między innymi odczyt o podstawach matematyki. Jak pisze Courant,

> ... it was a violent attack against Cantorism and against the principle of choice and the theorems such as the one about well-ordering.

O właśnie udowodnionym przez Zermelo twierdzeniu o dobrym uporządkowaniu powiedział, że należy je wyciąć i wyrzucić przez okno. Zdesperowany Zermelo byłby zastrzelił Poincarégo w czasie obiadu po odczycie, gdyby, jak pisze Courant, był bardziej zręczny („if he had been a little bit more skillful, but he was a very clumsy person").

Oprócz gwałtownych ataków, historia notuje też przeciwstawne zachowania, sprowadzające się do nieuzasadnionych pochwał i przypisywania wielkiego znaczenia pracom przyjaciół. Wiadomo, że już w dziewiętnastym wieku używano określenia *towarzystwo wzajemnej adoracji* (po angielsku *mutual admiration society*), na które zapracowała sobie piątka: Hermite, Weierstrass, Picard, Kowalewska, Mittag-Leffler (zob. [Koblitz]). Z łatwością można byłoby udowodnić, iż ta praktyka była zawsze starannie pielęgnowana i uprawiana z dużym powodzeniem także w późniejszych czasach.

Wydaje się, że na szczególnie ciężką próbę wystawia środowisko matematyczne konieczność oceny działalności naukowej ... kobiet. Już w ocenie pierwszej kobiety uprawiającej profesjonalnie matematykę, Hypatii z Aleksandrii, istnieją zastanawiające rozbieżności (zob. [Deakin]). Głośne są także kontrowersje wokół Kowalewskiej (zob. [Koblitz]). Weźmy jednak bardziej współczesne przykłady.

Julia Robinson była adiunktem w Berkeley, gdy w 1975 roku została wybrana na członka National Academy of Sciences. Potem dopiero awansowano ją w Berkeley na stanowisko full professor.

W 1993 roku rozegrał się ostatni akt 8-letniej batalii o awans Jenny Harrison na stanowisko full professor na tym samym Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley. Jenna Harrison ma piękny dorobek i według naszych zwyczajowych (i powierzchownych) ocen opartych na liczbie i miejscu publikacji, otrzymanych stypendiach i ofertach pracy w szacownych instytucjach itp., musiałaby zająć wysokie miejsce w najlepszym departamencie matematycznym (publikacje w *Annals of Mathematics, Topology, Bulletin of the AMS*, wyprzedzenie Thurstona i Feffermana w rozwiązaniu problemu z zakresu topologii różniczkowej, staż w Institute for Advanced Study, angaże na uniwersytetach w Princeton i Oxfordzie, uzyskanie prestiżowego Miller Fellowship, etc.). Tymczasem jednak w 1986 roku jej macierzysty departament w Berkeley odmówił jej *tenure*, czyli ciągłości zatrudnienia. Harrison skierowała sprawę do sądu oskarżając uniwersytet o dyskryminację ze względu na jej płeć. W końcu dramatycznej i publicznej kampanii, prezydent uniwersytetu, wbrew opinii departamentu matematycznego, zmuszony był zapewnić jej *tenure* (zob. [Jackson]).

Zdarza się, że nawet dorobek o niezwykłej doniosłości bywa kwestionowany. Na przykład, w ocenie historyka matematyki Otto Neugebauera, znaczenie prac Kopernika jest zawyżone. Neugebauer ukuł nawet złośliwy epitet: nazywał Kopernika Koppernickel (zob. [Davis]).

[Próba rozszyfrowania: *copper* - miedziana moneta 1-centowa, miedziak, natomiast *nickel* oznacza niklową monetę 5-centową. A więc nawet jeśli jest to nickel (mógłby pretendować do wartości 5 centów), to jest z materiału przeznaczonego na 1-centówki. Być może ta interpretacja idzie za daleko i Neugebauer miał na myśli wkład Kopernika w teorię pieniądza ...]

9. Zakończenie: technologia twórczości matematycznej

Matematycy rzadko wypowiadają się na temat technologii twórczości matematycznej. Jeśli to czynią, to ich wypowiedzi mają najczęściej bardzo osobisty i subiektywny charakter (zob. np. [Atiyah], [Hadamard, 1964, 1988], [Halmos], [Hardy], [Littlewood], [Rejewski]). W rezultacie najczęściej w ogóle nie mamy żadnej informacji o drodze myślenia, która doprowadziła do odkrycia matematycznego. Jednym z niewielu dokumentów tego rodzaju jest artykuł Mariana Rejewskiego pokazujący kolejne (małe!) kroki w rozwiązaniu problemu matematycznego (zob. [Rejewski]). Podobny dokument, ale mniej szczegółowy i idący w przeciwnym kierunku pochodzi od Hadamarda, który opisuje, jak doszło do tego, że nie wynalazł on teorii względności (zob. [Hadamard, 1988]).

W związku z tym brak jest uniwersalnej wiedzy na temat technologii twórczości matematycznej, poza cząstkową wiedzą osobistą, drzemiącą w każdym praktykującym matematyku. Ten stan rzeczy nie sprzyja obiektywnej ocenie potrzeb środowiska matematycznego i nie dostarcza adekwatnych do tych potrzeb środków materialnych. Z drugiej strony, któż nie słyszał rozbrajających deklaracji wielkich uczonych, że właściwie to tylko kreda i tablica...

Przede wszystkim nasuwa się uwaga o niedocenianiu roli eksperymentu w twórczości matematycznej. Ukształtowała się nawet tradycja ukrywania fazy eksperymentu, zapewne pod naciskiem wydawców, którzy bardzo nalegają na zwięzłość publikacji matematycznych. Tej presji był już poddany młody Gauss, gdy pisał swoje wiekopomne DA. Trzeba się oczywiście zgodzić z oceną, że publikowanie informacji o błądzeniu autora przed uzyskaniem rezultatu nie zawsze byłoby interesujące, ale z drugiej strony nie ma powodu udawać, że znajdujemy nasze twierdzenia bez żadnego błądzenia, na drodze czystej i jednokierunkowej dedukcji, która wiedzie nas niezawodnie od założeń do tezy. Przedstawiciele innych nauk, tak zwanych eksperymentalnych, nie tylko nie ukrywają fazy eksperymentu, ale czynią z eksperymentu najbardziej kosztowny fragment swojej działalności. Jest to przykład godny naśladowania.

Twierdzenie, że matematyka jest nauką eksperymentalną, jest znane od wielu lat. Borel cytuje Hermita z 1880 roku, potwierdzającego w liście do L. Konigsbergera, że podziela jego pogląd, iż matematyka jest nauką eksperymentalną, tak jak inne nauki (zob. [Borel]). Ponadto Borel zręcznie tłumaczy, na czym polega eksperyment w matematyce. Należy tu np. badanie szczególnych przypadków interesujących nas problemów, no i oczywiście eksperymenty numeryczne, dzisiaj znacznie łatwiejsze, doskonalsze i efektywniejsze dzięki komputerom.

Co do eksperymentów numerycznych, to wiadomo, że Newton, Gauss, Kummer, Riemann i inni wykonywali obliczenia nie tylko wtedy, gdy było to niezbędne ze względów matematycznych, ale także dla samej przyjemności liczenia (szczególnie Gauss i Riemann). Dzisiaj ta tendencja do liczenia dla przyjemności odżywa dzięki wsparciu, jakiego matematykom udzielają komputery.

Literatura

[1] Atiyah M.: An interview with Michael Atiyah. Math. Intelligencer 6, No. 1, (1984), 9 - 19.

[2] Borel A.: Mathematics: art and science. Math. Intelligencer 5, No. 4, (1983), 9 - 17.

[3] Courant R.: Reminiscences from Hilbert's Göttingen. Math. Intelligencer 3 (1981), 154 - 164.

[4] Davis P. J.: Otto Neugebauer: Reminiscences and appreciation. Amer. Math. Monthly 101 (1994), 129 - 131.

[5] Deakin M. A. B.: Hypatia and her mathematics. Amer. Math. Monthly 101 (1994), 234 - 243.

[6] Dehn M.: The mentality of the mathematician. A characterization. Math. Intelligencer 5, No. 2, (1983), 18 - 26.

[7] Edwards H. M.: Fermat's Last Theorem. A genetic introduction to algebraic number theory. Springer-Verlag. New York-Heidelberg-Berlin 1977.

[8] Edwards H. M.: An appreciation of Kronecker. Math. Intelligencer 9. No. 1, (1987), 28 - 35.

[9] Gauss C. F.: Disquisitiones Arithmeticae. Fleischer. Leipzig 1801. Tłum. na język francuski. Paris 1807; tłum. na język niemiecki, H. Maser, Springer-Verlag, Berlin 1889; tłum. na język rosyjski. W.B. Demjanow. Moskwa 1959; tłum. na język angielski. A.A. Clarke. Yale Univ. Press. New Haven 1966.

[10] Guedj D.: Nicholas Bourbaki. collective mathematician. An interview with Claude Chevalley. Math. Intelligencer 7. No. 2. (1985). 18 - 22.

[11] Hadamard J.: Psychologia odkryć matematycznych. PWN, Warszawa 1964. (Oryginał: The psychology of invention in the mathematical field. Princeton 1945.)

[12] Hadamard J.: How I did not discover relativity. Math. Intelligencer 10. No. 2, (1988), 65 - 67.

[13] Halmos P. R.: I want to be a mathematician. An automathography in three parts. MAA Spectrum. 1988.

[14] Hardy G. H.: A mathematician's apology. Foreword by C.P. Snow. Cambridge University Press. 1969.

[15] Hilton P. J.: Teaching and research: a false dichotomy. Math. Intelligencer 1, (1978), 76 - 80.

[16] Hochstadt H.: Teaching versus research. Math. Intelligencer 1, (1978), 144 - 145.

[17] Jackson A.: Fighting for tenure. Notices of the AMS 41, (1994), 187 - 194.

[18] Koblitz A. H.: Sofia Kovalevskaia and the mathematical community. Math. Intelligencer 6. No. 1. (1984). 20 - 29.

[19] Littlewood J. E.: The mathematician's art of work. Math. Intelligencer 1. (1978), 112 - 118.

[20] Pommerenke Ch.: The Bieberbach conjecture. Math. Intelligencer 7, No. 2. (1985), 23 - 25. 32.

[21] Reid C.: K.O. Friedrichs 1901 - 1982. Math. Intelligencer 5, No. 3. (1983). 23 - 30.

[22] Rejewski M.: Jak matematycy polscy rozszyfrowali Enigmę. Wiadom. Mat. 23, (1980), 1 - 28.

[23] Schappacher N.: Max-Planck-Institut für Mathematik. Historical notes on the new research institute at Bonn. Math. Intelligencer 7, No. 2, (1985), 41 - 52.

[24] Weyl H.: Axiomatic versus constructive procedures in mathematics. Edited by T. Tonietti. Math. Intelligencer 7, No. 4, (1985), 10 - 17.

Abstract

We discuss some popular beliefs about mathematical creative work and mathematical discoveries. In a series of examples we try to demythologize the views held by the enthusiastic amateurs as well as by some practitioners of mathematics. The following list shows the choice we have made.

1. Myth of flash of genius' intuition.
2. Myth of youth: mathematics is a young man's game.
3. Myth of originality of mathematical discovery.
4. Myth of individual success in mathematical research.
5. Myth of uniquely right motivation.
6. Myth of unity of teaching and research.
7. Myth of objectivity of evaluation of mathematical invention.

The conclusion seems to be that research in mathematics depends much more on experimenting than we are ready to acknowledge, and that it takes hard work rather than some happy coincidences to make progress in mathematical research.