ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z. 76 Nr kol. 1287

Witold WIĘSŁAW

KŁAMSTWA I MITY W HISTORII ALGEBRY (I NIE TYLKO ALGEBRY)

Streszczenie

Na wybranych przykładach z algebry, teorii liczb i analizy pokazane są przykłady kłamstw i mitów w historii matematyki, wraz ze sprostowaniem tych mitów.

LIES AND MYTHS IN THE HISTORY OF ALGEBRA (AND NOT ONLY ALGEBRA)

Summary

There are presented examples of lies and myths in the history of mathematics on selected examples of algebra, number theory and calculus, together with their rectifications.

ЛОЖИ И МИФЫ В ИСТОРИИ АЛГЕБРЫ (И НЕ ТОЛЬКО АЛГЕБРЫ)

Резюме

На избранных примерах из алґебры, теории чисел и анализа указаны примеры ложей и мифов в истории математики. вместо с исправлениями этих мифов.

Motto:
It is easier to square the circle than to get round a mathematician.
A. De Morgan (1872)

1. Wstęp

Gdy we wrześniu 1993 na posiedzeniu Komisji Historii Matematyki PTM w Rzeszowie zaproponowałem (przez wrodzoną przekorę) jako temat VIII Szkoły Historii Matematyki: „*Kłamstwa i mity w historii matematyki*”, nie podejrzewałem nawet, że temat ten spodoba się członkom Komisji. Propozycja ta nie była jednak przypadkowa. Wzięła się ona stąd, że w sposób zamierzony lub przypadkowy odnajduję od czasu do czasu różne, często bardzo utrwalone w świadomości matematyków, kłamstwa. Czasami są to zwykłe pomyłki, innym razem bezkrytyczne powtarzanie cudzych opinii, niekiedy sądy wynikające z nieznajomości literatury, ferowane przez różne autorytety i publikowane, co jeszcze utrwala istniejące mity. Moja propozycja została nieco rozmyta i w końcu VIII Szkoła jest na temat: „*Prawdy i mity w historii matematyki*”. Niech będzie i tak.

Oprócz kłamstw dotyczących przeszłości matematyki pojawiają się (a właściwie zawsze istniały) kłamstwa wypaczające historię matematyki współczesnej, a dotyczy to całej nauki. Chodzi tu o mechanizm kłamstwa udokumentowanego, stosowany mniej lub bardziej świadomie. Główne elementy tego mechanizmu wymienię w punktach:

1. Kłamstwo konferencyjne — sprawozdanie z konferencji jest tak zredagowane, aby czytelnik był przekonany, że to, co jest tam napisane, to wyniki uzyskane przez autora sprawozdania.
2. Kłamstwo publikacyjne — prace publikuje się w sposób ciągły — każda następna publikacja zawiera sporą część publikacji poprzedniej, często pod różnymi tytułami. Szczytową formą tego kłamstwa jest niezależna publikacja identycznego tekstu w różnych czasopismach.
3. Plagiat — zjawisko dość powszechne w matematyce, opisane niedawno w Notices AMS, z przykładami. Sam padłem jego ofiarą.
4. Kłamstwa o podtekście politycznym lub nacjonalistycznym — np. dawne źródła rosyjskie i radzieckie bardzo ukrywały fakt, że ojcem Łobaczewskiego był Polak.

W dalszym ciągu ograniczę się do przykładów tylko kilku mitów — byłoby niemożliwe w tak krótkim czasie przeprowadzić systematyczną analizę zagadnienia: „*Czy historia matematyki jest wolna od kłamstw i mitów?*”.

2. Kłamstwa i mity w algebrze

Rozpocznę od teorii równań algebraicznych.

Od czasu, kiedy formalnie narodziła się algebra, tj. od prawie 1200 lat, które minęły od powstania dzieła Mohammada ibn Musy al-Chorezmiego *„Al dżabr wa al-mukabala”*, stała się ona nauką o rozwiązywaniu równań, rzecz jasna — algebraicznych. Nie będę tu powtarzał znanej historii — wiek XVI to znalezienie algorytmów pozwalających rozwiązać równania stopnia 3 i 4, wiek XVIII to nieudane próby Eulera i Lagrange'a rozwiązania równań algebraicznych stopnia większego niż 4 i sensacyjny wynik Paolo Ruffiniego — ogólne równania algebraiczne stopnia większego niż 4 nie są algebraicznie rozwiązalne. A oto jak o rozwiązywaniu równań pisał Abel [2] w 1826:

> *„Bekanntlich kann man algebraische Gleichungen bis zum vierten Grade allgemein auflösen, Gleichungen von höhern Graden aber nur in einzelnen Fällen, und irre ich nicht, so ist die Frage:*
>
> > *Ist es möglich, Gleichungen von höhern als dem vierten Grade allgemein aufzulösen?*
>
> *noch nicht befriedigend beantwortet worden. Der gegenwärtige Aufsatz hat diese Frage zum Gegenstande.*
>
> *Eine Gleichung algebraisch auflösen heisst nicht anders, als ihre Wurzeln durch eine algebraische Function der Coefficienten ausdrücken”.*

Jak więc widać, Abel neguje w pewnym sensie wynik Ruffiniego. Co zrobił Ruffini, kim był Ruffini? Ruffini udowodnił w 1799, że ogólnie równanie stopnia ≥ 5 nie jest rozwiązalne algebraicznie, czyli jak dziś powiemy — przez pierwiastniki, tzn. nie można zredukować rozwiązywania takiego równania do rozwiązania skończenie wielu równań dwumiennych, tj. równań postaci $x^n - a = 0$. Wkład w to twierdzenie znanego włoskiego lekarza i matematyka, Paolo Ruffiniego (1765 - 1822), nie jest ani powszechnie znany, ani też dobrze rozumiany. Wynik Ruffiniego miał ograniczone uznanie i został szybko przyćmiony przez wyniki N. H. Abela (1802 - 1829), A. L. Cauchy'ego (1789 - 1857) i Galois (1811 - 1832). Dzieło Ruffiniego poszło szybko w zapomnienie. Uczęszczał on na uniwersytet w Modenie, gdzie otrzymał dyplom (1788) z filozofii, medycyny i chirurgii, a wkrótce potem otrzymał katedrę analizy w Modenie. Po odmowie złożenia cywilnej przysięgi został pozbawiony katedry w Modenie.

W tym czasie powstała *„Teoria generale delle equazioni”* (1799). W latach 1799 - 1813 opublikował pięć wersji dowodu swojego twierdzenia. W 1818/1819 była epidemia duru brzusznego. W oparciu o swe doświadczenia napisał rozprawę o durze brzusznym.

Dowód Ruffiniego zawiera lukę. Podobną lukę zawiera dowód Abela (por. [4], [5]). Ruffini wykorzystał fakt, że A_5 jest generowane przez cykle długości 3 i następujące twierdzenie:

Jeżeli równanie $f = 0$, $f \in K[x]$ (F — ciało rozkładu f nad K; $E = F(\rho)$, $\rho^{n!} = 1$, $n = st(f)$), jest rozwiązalne przez pierwiastniki, to istnieje ciąg pierwiastnikowy pomiędzy E i F.

Teorią równań algebraicznych zajmował się nieco wcześniej Lagrange. Poświęcił tej tematyce dużą rozprawę w 1770, w której także zajmował się zagadnieniem numerycznego rozwiązywania równań algebraicznych poprzez rozwinięcia pierwiastków w ułamki łańcuchowe. Jeżeli nie budzi wątpliwości fakt, że twierdzenie orzekające, iż każda liczba naturalna jest sumą czterech kwadratów liczb całkowitych (1769), które udowodnił Lagrange, to zupełnie inaczej jest z twierdzeniem z teorii grup, noszącym jego imię. W pracy [20] Lagrange przeanalizował znane dotychczas metody rozwiązywania równań algebraicznych stopnia $n \leq 4$, pochodzące od Ferrariego, Cardana, Tschirnhausena, Eulera. Jednak przede wszystkim Lagrange bada liczbę wartości, które może przyjmować funkcja wymierna pierwiastków wielomianu, jeśli permutować te pierwiastki [20].

W ten sposób pojawiła się grupa S_n. Explicite odnotowane jest twierdzenie orzekające (we współczesnej terminologii), że dla funkcji wymiernej n zmiennych, $f \in \mathbb{Q}(X_1, \ldots, X_n)$,

$$|\{g \in S_n : f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) = f(\alpha_{g(1)}, \ldots, \alpha_{g(n)})\}| \ \textit{dzieli}\ n!,$$

gdzie $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ są pierwiastkami wielomianu $F \in \mathbb{Q}[X]$, stopnia n. Innymi słowy, odnotowany jest fakt, zwany tradycyjnie twierdzeniem Lagrange'a: rząd podgrupy dzieli rząd grupy. Zadowalający dowód tego faktu podał jednak Abbati, 30 września 1802, w liście adresowanym do Ruffiniego [1]. Dowód Abbatiego to powszechnie dziś znany dowód polegający na rozbiciu grupy na warstwy względem podgrupy. Ogólną wersję tego twierdzenia (bez dowodu) zawiera dzieło Galois [16]. Pierwsze ogólne sformułowanie tego twierdzenia, wraz z dowodem, podał C. Jordan w pracy z 1869, a następnie w książce [19]. Grupa u Jordana to skończony podzbiór S_n zamknięty na mnożenie. Terminu *„Twierdzenie Lagrange'a"* użył Petersen w książce [27] z 1877. Termin ten stał się popularny dzięki niemieckiemu tłumaczeniu tej książki (1878). Za okres wstępny teorii grup uznać należy lata 1770 - 1846. Okres ten rozpoczyna praca Lagrange'a [20] z 1770, poświęcona równaniom algebraicznym, metodom ich rozwiązywania (w tym numerycznym), a kończy książka *„Exercises"* Cauchy'ego [7] z 1847. Lagrange wprowadza permutacje, ich rozkład na cykle i transpozycje. Cauchy dowodzi podstawowych twierdzeń o grupach permutacji, jego dowody są jednak ogólne i można je łatwo przenieść na przypadek dowolnych grup skończonych.

Formalnie termin *„grupa"* (*„groupe"*) wystąpił po raz pierwszy u Galois w znaczeniu zbioru — *„groupe"* to u niego zarówno grupa, jak i warstwa. Galois odnotował podstawowe własności grupy S_n i zapewne dlatego bywa uważany za twórcę pojęcia grupy.

Natomiast formalną definicję grupy podał po raz pierwszy A. Cayley [8] w 1854 roku. W pracy tej wprowadza Cayley zapis tabelkowy i podaje przykłady grup, np. grupa klas binarnych form kwadratowych z kompozycją, grupa $GL_n(\mathbb{R})$ nieosobliwych macierzy $n \times n$. Od niego pochodzą podstawowe terminy: rząd grupy, rząd elementu, podgrupa. Grupy nieizomorficzne nazywa Cayley *„really distinct groups"*. W 1854 opisał on grupy małych rzędów, m. in. podał przykład (w zapisie tabelkowym) grupy $C_2 \times C_2$, niesłusznie zwanej grupą Kleina, stwierdził też, że są tylko dwie grupy rzędu 6. Natomiast dwadzieścia cztery lata później napisał ([9], str. 51), że są trzy grupy rzędu 6. Fakt ten jest ważny w teorii grup, gdyż pokazuje, jakie były wówczas trudności z pojęciami abstrakcyjnymi. W 1859 Cayley wskazał pięć możliwych grup rzędu 8 (jedną z nich podał w 1843 Hamilton — grupa kwaternionowa). Grupy rzędu p^2 i pq ($p, q \in \mathbb{P}$ — liczby pierwsze) opisał dopiero Netto w 1882.

Częściowe odwrócenie twierdzenia Lagrange'a udowodnił Cauchy w 1844:

jeżeli liczba pierwsza p dzieli rząd $|G|$ grupy G, to istnieje podgrupa $H \subset G$, rzędu p: $|H| = p$.

Istotny postęp w teorii grup skończonych dokonał się za sprawą Sylowa (1872, 1888). Oto dwa jego podstawowe twierdzenia:

I Twierdzenie Sylowa. Jeżeli p^α dzieli rząd $|G|$ grupy G ($p \in \mathbb{P}$), to istnieje w G podgrupa H rzędu p^α.

II Twierdzenie Sylowa. Niech p^α dzieli $|G|$, ale $p^{\alpha+1}$ nie dzieli $|G|$. Wówczas $|\{H : H \ jak \ w \ I\}| \equiv 1 (mod \ p)$. Ponadto każde dwie takie grupy są sprzężone.

Wynik ten zrecenzował Netto zaledwie w kilku linijkach, świadomie pomniejszając jego wagę.

W pełni poprawną, ogólną definicję grupy podał dopiero Kronecker w 1870.

G. Mackey [24] przypisuje Galois pojęcia grupy, dzielnika normalnego, pojęcie grupy ilorazowej, czego u Galois [17] nie ma.

Również w algebrze liniowej można odnaleźć kłamstwa historyczne. Tradycyjnie wykłada się studentom tzw. *„Twierdzenie Kroneckera - Capelliego"*, które podaje warunek konieczny i dostateczny rozwiązalności układu równań liniowych w terminach rzędów odpowiednich macierzy: zapisując układ równań w postaci macierzowej: $Ax^T = b^T$, gdzie A jest macierzą układu, $x = (x_1, \dots, x_n)$ — wektorem niewiadomym, a b^T — kolumną wyrazów wolnych, twierdzenie to orzeka, że równość rzędów macierzy A i B (macierz powstała z A przez dopisanie kolumny b^T) jest równoważna rozwiązalności układu $Ax^T = b^T$. Warunek ten sformułował Capelli w 1888, w podręczniku algebry, a Kronecker podał ten warunek kilka lat wcześniej. Okazuje się jednak, że pierwszym autorem tego twierdzenia jest Charles Lutwidge Dodgson (1832 - 1898), znany bardziej jako autor książek dla dzieci, pisanych pod pseudonimem Lewis Carroll, aniżeli jako matematyk. W 1867, w dwa lata po opublikowaniu *„Alicji w Krainie Czarów”*, Dodgson pisze swój znany podręcznik algebry [12], pierwszy w świecie podręcznik algebry liniowej, wyróżniający się wśród dzieł z tego okresu dużą precyzją i logiczną poprawnością. Podobno królowa angielska, Victoria, po przeczytaniu *„Alicji w Krainie Czarów”* prosiła swojego księgarza, aby zamówił następną książkę tego autora. Jakież musiało być jej zdziwienie, gdy otrzymała podręcznik algebry liniowej ... .

Dodgson nie posługiwał się explicite pojęciem rzędu macierzy — pochodzi ono od Frobeniusa, który zdefiniował je w pracy z 1879 poświęconej liniowym układom równań różniczkowych ze stałymi współczynnikami.

Oprócz podanych tu przykładów, nieprawdziwe informacje z historii algebry można znaleźć w książkach Mackeya [24], Stillwella [30]. Z artykułu [6] dowiedziałem się, że to Cayley podał w pracy [10] przedstawienie kwaternionów jako macierzy zespolonych

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{pmatrix}.$$

Sprawdziłem. Nie ma tam niczego takiego. Praca Cayleya [10] to pierwszy wykład algebry macierzy wraz z wprowadzeniem odpowiedniej terminologii, która się przyjęła. Opisaną powyżej postać kwaternionów zaproponował Sylvester [31] dopiero w 1883 roku.

3. Kłamstwa i mity w teorii liczb

Zacznę od dość przykrej wiadomości. Przez lata trzytomowa *„Historia teorii liczb Dicksona”* uchodziła za encyklopedię wiedzy z teorii liczb. Tymczasem, jak zauważył niedawno Irving Kaplansky w Notices AMS-u, brak tam czegokolwiek o symbolach Legendre'a i Jacobiego. Cóż się okazało? Otóż poszczególne rozdziały książki przygotowywali doktoranci Dicksona. Jeden z nich spóźnił się z przygotowaniem tekstu i praca ta (do dziś istniejąca!) nie weszła do książki Dicksona.

W dalszym ciągu przedstawiona zostanie dyskusja na temat: Czy funkcja Möbiusa powinna się tak nazywać?

W pracy [26] z 1832 Möbius zajmuje się następującym problemem: mając rozwinięcie

$$f(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots \tag{1}$$

wyliczyć

$$x = b_1f(x) + b_2f(x^2) + b_3f(x^3) + \dots . \tag{2}$$

Z rozwinięcia (1) wynika, że

$$f(x^2) = a_1x^2 + a_2x^4 + \dots$$

$$f(x^3) = a_1x^3 + a_2x^6 + \dots, \ itd.$$

Podstawiając te wyrażenia do wzoru (2) Möbius obliczył (zapis oryginalny):

$$\begin{array}{llllll} x = a_1b_1 + a_2b_1| & x^2 + a_3b_1| & x^3 + a_4b_1| & x^4 + a_5b_1| & x^5 + a^6b_1| & x^6 + \dots \\ \quad\quad a_1b_2| & a_1b_3| & a_2b_2| & a_1b_5| & a_3b_2| & \\ & & a_1b_4| & & a_2b_3| & \\ & & & & a_1b_6| & \end{array}$$

W szczególności stosuje te obliczenia do funkcji

$$f(x) = \frac{x}{1-x} = x + x^2 + x^3 + \dots \ (|x| < 1),$$

skąd otrzymuje rozwinięcie w szereg Lamberta:

$$x = \frac{x}{1-x} - \frac{x^2}{1-x^2} - \frac{x^3}{1-x^3} - \frac{x^5}{1-x^5} + \frac{x^6}{1-x^6} - \frac{x^7}{1-x^7} + \frac{x^{10}}{1-x^{10}} - \frac{x^{11}}{1-x^{11}} - \frac{x^{13}}{1-x^{13}} + \dots$$

Zatem dla $f(x) = \frac{x}{1-x}$ mamy:

$$b_n = \begin{cases} 0 & \exists p, \ p^2 \ \text{dzieli} \ n \ (p \in \mathbb{P} \text{ - liczba pierwsza}) \\ (-1)^r & n = p_1 \dots p_r \quad p_i \in \mathbb{P}, \ \text{parami różne.} \end{cases} \tag{3}$$

Explicite ta funkcja nie występuje w pracy [26], ale jest tylko słowny opis obliczania b_n dla dowolnej funkcji f, w zależności od tego, jak n rozkłada się na czynniki pierwsze.

Drugim miejscem, w którym implicite pojawiła się funkcja (3), jest podręcznik algebry Serreta [29] z 1849 (10 wydań, ostatnie w 1928). Serret obliczył liczbę $N_n(p)$ wielomianów nieprzywiedlnych i unitarnych (tzn. ze współczynnikiem 1 przy najwyższej potędze) danego stopnia n nad ciałem Galois $\mathbb{F}_p$, znajdując wzór

$$N_n(p) = \frac{1}{n} \sum_{d|n} b_d p^{n/d}, \tag{4}$$

gdzie b_d określone jest wzorem (3). Jeżeli bowiem rozłożyć $X^{p^n} - X$ na czynniki pierwsze nad $\mathbb{F}_p$, to okazuje się że

$$X^{p^n} - X = \prod P(P - \text{wielomian unitarny, nieprzywiedlny nad } \mathbb{F}_p). \tag{5}$$

Ze wzoru (5), obliczając stopnie wielomianów, wynika że

$$p^n = \sum_{d|n} N_d(p)d. \tag{6}$$

Przejście od (6) do (4) wymaga tzw. formuły Möbiusa (*„Möbius inversion formula"*), której jednak Möbius nie znał! Ta formula, to równoważność

$$F(n) = \sum_{d|n} f(d) \Longleftrightarrow f(n) = \sum_{d|n} \mu(d) F(\frac{n}{d}), \tag{7}$$

(gdzie μ oznacza funkcję zdefiniowaną wzorem (3), zwaną funkcją Möbiusa), cytowana przez Dicksona [11] jako *„wzór Dedekinda"*, choć znał go Serret.

Użyte w (7) oznaczenie μ na funkcję b_n u Möbiusa wprowadził Franciszek Mertens, o którym mówił S. Domoradzki [13] na VI Szkole Historii Matematyki w Piwnicznej, w 1993. Mertens zdefiniował ogólniej funkcję μ — dla ideałów w pierścieniach Dedekinda, choć tej nazwy, rzecz jasna, jeszcze nie używano. Wzór (7) występuje jawnie u Mertensa. Jeżeli $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, $Re(s) > 1$ jest funkcją dzeta Riemanna, to, jak zauważył Mertens,

$$\frac{1}{\zeta(s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^s}.$$

Jeżeli jeszcze można się zgodzić na nazwę „funkcja Möbiusa", to termin „Möbius inversion formula" jest zdecydowanie błędna. Na przykład Lehmer [22] pisze:

„According to the well known Dedekind inversion,

$$f(n) = \sum_{\delta|n} F(\delta)\mu(n/\delta), \tag{8}$$

where μ is the familiar Mertens inversion function"

i tu (w odsyłaczu) powołuje się na Dicksona [11]. Odnotowaliśmy jednak wcześniej, że książka ta nie jest tak wiarygodna, jak to sądzono dotychczas.

Słynny Fibonacci, którego nazwisko uważa się za skrót od „filus Bonacci" (syn Bonacciego), urodził się w 1170, a zmarł po 1240. Jego ojciec Guilielmo uważał się za potomka rodu Bonaccich, choć nie jest to w żaden sposób udokumentowane. W 1225, w książce *„Flos"* Leonardo podpisał się jako Leonardo Pisano Bigollo, a w 1240 w oficjalnym dokumencie miasta Pizy też figurował pod tym nazwiskiem (rachunek za doradztwo finansowe). Nazwiska Fibonacci użył historyk matematyki Guillaume Libri w 1838. Nie ma żadnego dowodu na to, że tak nazywali go współcześni.

Główne dzieło Leonarda *„Liber abbaci"* wyszło drukiem w 1202. Było ono wynikiem studiów matematycznych Leonarda w krajach Islamu. Wbrew powszechnie panującym poglądom, cyfry arabskie, których użycie stanowi treść *„Liber abbaci"*, w tym czasie nawet w krajach Islamu były używane tylko przez matematyków i uczonych w ich pracach naukowych.

„Liber abbaci" zawiera słynny problem dotyczący królików, który prowadzi do ciągu, nazwanego *„ciągiem Fibonacciego"* przez Eduarda Lucasa w II połowie XIX w. Leonardo z Pizy nie zajmował się tym ciągiem, a tylko postawił pytanie, ile będzie par królików, bodajże po 10 pokoleniach.

4. Kłamstwa i mity w analizie

Oto trzy klasyczne twierdzenia, wykładane w podstawowym kursie analizy matematycznej.

Twierdzenie I (Lagrange'a)

Jeżeli $F : [a, b] \to \mathbb{R}$ jest ciągła i różniczkowalna w (a, b), to istnieje c, $a < c < b$, takie, że $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$.

Twierdzenie II (Rolle'a)

Jeżeli f spełnia założenia Twierdzenia I i $f(a) = f(b)$, to istnieje c, $a < c < b$, takie, że $f'(c) = 0$.

Twierdzenie III (Cauchy'ego)

Jeżeli $\phi, \psi : [a, b] \to \mathbb{R}$ są ciągłe, różniczkowalne w (a, b), $\psi(a) \neq \psi(b)$, to istnieje c, $a < c < b$, takie, że

$$\frac{\phi(b) - \phi(a)}{\psi(b) - \psi(a)} = \frac{\phi'(c)}{\psi'(c)}.$$

Twierdzenia I - III są równoważne, np. Twierdzenie I wynika z Twierdzenia II przez zastosowanie Twierdzenia II do funkcji

$$g(x) := f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} x.$$

Fakty te można znaleźć niemal w każdym podręczniku analizy.

Przed kilku laty przeczytałem artykuł [16]. Zaskoczyła, wręcz zbulwersowała mnie postawiona tam teza, że autorem Twierdzenia I jest Ampère [3], a nie Lagrange. Wyjaśnienie jest także w Journal École Polytechnique, ale dwa lata (a naprawdę niewiele ponad rok) wcześniej. Otóż Twierdzenie I, które moim zdaniem, słusznie nazywane jest *Twierdzeniem Lagrange'a o wartości średniej*, można znaleźć w obszernym wykładzie analizy, opublikowanym przez Lagrange'a ([21], por. np. str. 73 i 78). Jest to raczej postulat niż dowód, tak jak zresztą cały wykład Lagrange'a, w którym założenia, tezy i pobożne życzenia są dość równomiernie wymieszane. Ten brak precyzji, przynajmniej z dzisiejszego punktu widzenia, nie zmienia faktu, że wykład Lagrange'a [21] jest bogaty w treść i był wówczas jedynym nowoczesnym wykładem analizy, bowiem dzieła Eulera, jego „*Rachunek różniczkowy i całkowy*", jak też „*Wstęp do analizy nieskończenie małych*" [14] były już dość przestarzałe. Lagrange pisze ([21], str. 78):

„Ill s'ensuit de là qu'on pourra toujours représenter d'une manière finie le développement d'une fonction quelconque fi, en y introduisant une qualité inconnue j moindre que i. Ansi, on a ce théorème analytique, remarquable par sa simplicité,

$$fi = f + if' + \frac{i^2}{2}f'' + \frac{i^3}{2\cdot 3}f''' + \&c.$$

$$+\frac{i^{\mu-1}}{2\cdot 3\ldots\mu-1}f^{\mu-1} + \frac{i^{\mu}}{2\cdot 3\ldots\mu}f^{\mu}j$$

où f, f', f'', &c., sont le valeurs de $fi, f'i, f''i$, &c., en y faisant $i = 0$, l'exposant μ étant quelconque."

Nie ma więc żadnej wątpliwości, że Twierdzenie I to twierdzenie Lagrange'a.

Michel Rolle (1652 - 1719) był członkiem Paryskiej Akademii Nauk. Podobno Twierdzenie II w jego wersji to jedynie dobrze znany rysunek ze styczną równoległą do osi x.

Twierdzenie III wynika natychmiast z Twierdzenia II przez zastosowanie go do funkcji

$$F(x) = \phi(x) - \phi(a) - \frac{\phi(b) - \phi(a)}{\psi(b) - \psi(a)}(\psi(x) - \psi(a)).$$

Tutaj sytuacja nie jest tak całkiem jednoznaczna, jak w przypadku Twierdzenia Lagrange'a. Pisze o tym Roche [28], a polemizuje z nim Schlömilch [23] w liście opublikowanym przez Liouville'a. Schlömilch uważa, że to on pierwszy użył wersji reszty we wzorze Taylora, podanej przez Roche (a wynikającej z Twierdzenia III). Jednak żaden z dyskutantów nie cytuje ani Lagrange'a ani Cauchy'ego. Schlömilch cytuje swoją książkę, wydaną po niemiecku, wyrażając przypuszczenie, że zapewne nie jest ona znana we Francji. Natomiast obaj — Schlömilch i Roche piszą o *„ideach Cauchy'ego"*.

Z powyższego wynika, że supozycja Furi i Martinelli [16], jakoby to Ampère a nie Lagrange był autorem twierdzenia o wartości średniej, jest z gruntu fałszywa. Twierdzenia I - III, twierdzenia Lagrange'a, Rolle'a i Cauchy'ego właśnie tak powinny się nazywać, chyba .... że ktoś odkryje i udokumentuje wcześniejsze źródło. Ale jest to mało prawdopodobne.

Na koniec krótka uwaga o stałej γ Eulera ($\gamma = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} - \log n)$). Otóż Hilbert, formułując swój słynny VII Problem używa terminu *„stała Eulera - Mascheroniego"*. Szczęśliwie udało mi się odnaleźć pracę Glaishera [18]. Wynika z niej niezbicie, że dopisywanie Mascheroniego jest przesadą. Oto co pisze Glaisher, kończąc swój artykuł:

„It has sometimes (as in Crelle's, t. 57, p. 128) been quoted as Mascheroni's constant, but it is evident that Euler's labours have abundantly justified his claim to its being named after him."

Należy mówić *„stała Eulera"*.

Inna sprawa, że nie wiemy o niej nic — nie wiadomo nawet, czy jest to liczba niewymierna.

Literatura

[1] Abbati P.: Lettera di Pietro Abbati Modenese al socio Paolo Ruffini da questo presentata il di 16 dicembre 1802. Mem. Mat. Fis. Soc. Ital. 10, No 2 (1803), 385 - 409.

[2] Abel N. H.: Beweis der Unmöglichkeit algebraische Gleichung von höhern Graden als den vierten allgemein aufzulösen. Crelle's Journal 1 (1826), 345 - 456.

[3] Ampère A. M.: Recherche sur quelques points de la théorie des fonctions. Journal de l'École Polytechnique, Tome VI (1806), 148 - 181.

[4] Ayoub R. G.: Paolo Ruffini's contribution to the quintic. Archive for the History of Exact sciences 23 (1980), No 3, 252 - 277.

[5] — : On the nonsolvability of the general polynomial. American Mathematical Monthly 89 (1982), No 6, 397 - 401.

[6] Balcerzyk S.: Ciała, pierścienie i grupy w XIXw. [w:] Matematyka XIX wieku. Materiały z II Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki, Szczecin 1988, ss. 53 - 65.

[7] Cauchy A.: Exercices d'Analyse et de Physique Mathématique. Tome quatrième: Mèmoire sur la théorie des équivalences algébriques, substituée a la théorie des imaginaires. 87 - 110. Paris 1847.

[8] Cayley A.: On the theory of groups, as depending on the symbolic equation $\Theta^n = 1$. Philosophical Magazine 7 (1854), 40 - 47; ibidem 7 (1854), 48 - 49; ibidem 18 (1859), 34 - 37. [The Collected Mathemathical papers of Arthur Cayley, vol. II, No 125, 123 -130; No 126, 131 - 132; No 243, 88 - 91.]

[9] Cayley A.: The theory of groups. American Journal of Mathematics 1 (1978), 50 - 52. [The Collected ... . vol. X, No 694, No. 1, 401 - 403.]

[10] Cayley A.: A Memoir on the Theory of Matrices. Philosophical Transactions 148 (1858), 17 - 37. [The Collected ... , vol. II, No 152, 475 - 496.]

[11] Dickson L. E.: History of the theory of numbers. 1919.

[12] Dogson C. L.: Elementary Treatise on Determinants, with their application to simultaneous linear equations and algebraical geometry. London 1867.

[13] Domoradzki S.: Franciszek Mertens (1840 - 1927). Opuscula Mathematica 13 (1993), 109 - 115.

[14] Euler L.: Introductio in Analysin Infinitorum. Lausanne 1848.

[15] Fibonacci Leonardo Pisano: The Book of Squares. Academic Press 1987.

[16] Furi M., Martinelli M.: On the mean value theorem, inequality and inclusion. American Mathematical Monthly 98 (1991), No 9, 840 - 846.

[17] Galois E.: Écrits et mémoires mathématiques, Édition critique intégrale. Par R. Bourgne et J. P. Azra. Gauthier-Villars, Paris 1962.

[18] Glaisher J. W. L.: On the history of Euler's constant. Messenger of Mathematics 1 (1872), 25 - 30.

[19] Jordan C.: Traité des substitutions et des équations algébriques. Paris 1870.

[20] Lagrange J. L.: Réflections sur la résolution algébrique des équations. Nouveaux Mémoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, années 1770 et 1771. [Oeuvres. III, 205 - 421.]

[21] Lagrange J. L.: Leçons sur le Calcul des Fonctions. Journal de l'École Polytechnique, Tome V (1804), 1 - 320; Supplément aux leçons sur le calcul des fonctions. données en l'an 7 [1799] a l'École Polytechnique, ibidem VII (1808), 1 - 90.

[22] Lehmer D. H.: The p-dimensional analogue of Smith's determinant. American Mathematical Monthly 37 (1930), 294 - 296.

[23] Liouville J.: Extrait d'une lettre de M. O. Schlömilch. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, ser. II, III (18058), 384 - 385.

[24] Mackey G. W.: The scope and History of Commutative and Noncommutative Harmonic Analysis. History of Mathematics, vol. 5, AMS, LMS, 1992.

[25] Matematika XIX wieka (po rosyjsku), Red. A. N. Kolmogorow i A. P. Juszkiewicz, Moskwa 1978.

[26] Moebius A. F.: Ueber eine besondere Art von Umkehrung der Reihen. Crelle's Journal 9 (1832), 105 - 123.

[27] Petersen J.: De algebraiske Ligningers Theori. 1877.

[28] Roche É.: Note sur la formule de Taylor. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, Sér. II, tome III (1858), 271 - 272.

[29] Serret J. A.: Cours d'Algèbre supérieure. Trzy pierwsze wydania: I. Bachlier. Paris 1849. 400 stron; II. Mallet-Bachelier, Paris 1854, 600 stron; III. Gauthier-Villars, tomy I - II. Paris 1866. (Łącznie 10 wydań, w tym po angielsku i niemiecku).

[30] Stillwell J.: Mathematics and its history. Springer-Verlag, 1991.

[31] Sylvester J. L.: On the involution and evolution of quaternions. Philosophical Magazine 16 (1883), 394 - 396.

[32] Więsław W.: Początki algebry liniowej [w:] Matematyka XIX Wieku, Materiały z II Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki, Szczecin 1988, 85 - 100.

[33] Więsław W.: Rozwój teorii równań algebraicznych [w:] Matematyka XIX Wieku, Materiały z II Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki, Szczecin 1988, 101 - 123.

[34] Więsław W.: Historia algebry — kształtowanie się podstawowych pojęć algebry w XIX i na początku XX wieku. (niepublikowane), 20 stron.

[35] Więsław W.: Historia algebry — kształtowanie się podstawowych pojęć algebry w XIX i na początku XX wieku — rozwój teorii grup skończonych. (niepublikowane), 30 stron.

[36] Więsław W.: Historia algebry — kształtowanie się podstawowych pojęć algebry w XIX i na początku XX wieku - powstanie teorii ciał. (niepublikowane), 18 stron.

[37] Więsław W.: Uwagi o nauczaniu algebry w XIX i XX wieku. (niepublikowane), 23 strony.

Abstract

We discuss some examples of lies and myths in the history of mathematics. So called Lagrange Theorem in group theory was proved for the first time by Abbati (30 September 1802). Formal definition of a group was given by A. Cayley in 1854, not by Galois. So called Klein's group was defined earlier by A. Cayley. Kronecker - Capelli Theorem was formulated and proved 20 years earlier by Charles Lutwidge Dodgson (1832 - 1898) known rather as Lewis Caroll, the author of the famous „Alice in the Wonderland". Other lies in the history of algebra can be found in Mackey [24] and Stillwell [30]. So called Möbius function was explicite defined by Mertens, not by Möbius. „Möbius inversion formula" was presented in Serret's „Algebra". Furi and Martinelli [16] claim that Lagrange Mean Value Theorem was proved and formulated by Ampère. It is not true. This theorem is contained in Lagrange's „Leçons ..." [21], two years earlier. Hilbert called γ the Euler - Mascheroni constant. In fact, the constant γ should be attributed only to Euler.

Many other rectifications of historical lies are presented.