ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: GÓRNICTWO z. 253 Nr kol. 1566

Anna WALASZEK-BABISZEWSKA
Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra

O MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA ROZMYTEGO PROGRAMOWANIA LINIOWEGO W ZADANIU OPTYMALIZACJI MIESZANIA WĘGLI

Streszczenie. W referacie przedstawiono zadanie wyznaczania optymalnych proporcji mieszania dwóch rodzajów węgli w celu uzyskania paliwa o określonych parametrach, sformułowane w kategoriach programowania liniowego z rozmytymi parametrami występującymi w warunkach ograniczających. Uwzględniono błędy pomiarowe i specyfikę badań próbkowych jako źródło niepewności.

ON POSSIBILITY OF APPLICATION OF FUZZY LINEAR PROGRAMMING FOR OPTIMIZATION OF COAL BLENDING

Summary. A proposal for formulation of a task of coal blending optimisation in fuzzy linear programming categories is presented in the paper. The error of material sampling and measurements is considered as a source of fuzziness.

1. Wprowadzenie

W Polsce i w Europie Środkowej energetyka oparta na węglu i przetwórstwo surowców mineralnych są przemysłami obciążającymi środowisko szczególnie mocno. Zawartość w węglu substancji nieorganicznej, niepalnej oraz zawartość siarki i fosforu są głównymi źródłami zagrożeń dla środowiska naturalnego. Dotyczy to zarówno węgla energetycznego, jak i węgla przeznaczonego do produkcji koksu. Siarka, zarówno pirytowa jak i związana w substancji organicznej oraz fosfor po spaleniu węgla emitowane są w postaci tlenków do atmosfery. Substancja niepalna zaś w postaci popiołów jako odpad zalega na składowiskach, obciążając w ten sposób grunt i wody [2, 6]. Równocześnie zawartość substancji niepalnej

i zawartość siarki to obok wartości opałowej, parametry decydujące o cenie węgla według ustaleń rynków międzynarodowych i cennika obowiązującego w Polsce [1]. Tak więc monitoring jakości węgla jest istotny dla kopalń jako producentów zróżnicowanych produktów handlowych oraz odpadów, jak i dla zakładów koksowniczych i elektrowni, w których węgiel jest surowcem do produkcji koksu lub energii. W każdym z wymienionych procesów istotna jest bieżąca kontrola parametrów materiału najbardziej uciążliwych dla środowiska oraz ilości badanego materiału.

2. Zadanie rozmyte programowania liniowego

Zadanie programowania liniowego o rozmytych współczynnikach można zapisać następująco [3, 4, 11]:

$$\max \sum_{j=1}^{n} C_j x_j \tag{1a}$$

przy warunkach ograniczających

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} x_j \leq B_i \quad (i \in \mathrm{N}_m) \tag{1b}$$

i warunkach brzegowych

$$x_j \geq 0 \quad (j \in \mathrm{N}_n) \tag{1c}$$

Współczynniki A_{ij}, C_j, B_i są liczbami rozmytymi, operacje mnożenia i dodawania są operacjami arytmetycznymi na liczbach rozmytych oraz symbol „$\leq$" oznacza relację porządkowania liczb rozmytych. Funkcja celu (1a) jest funkcją przyjmującą wartości rozmyte. Najpierw poszukuje się zbioru rozwiązań dopuszczalnych w postaci iloczynu zbiorów $\bigcap_{i=1}^{m} D_i$, przy czym D_i, i=1,2,... N_m są zbiorami rozmytymi określonymi w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, spełniającymi i-ty warunek ograniczający (1b). Następnie w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych poszukuje się maksimum funkcji celu o wartościach rozmytych i rozmytego zbioru rozwiązań optymalnych.

Liczby rozmyte stanowią specjalną grupę zbiorów rozmytych. Liczba rozmyta A(x) spełnia następujące warunki:

- jest określona w zbiorze liczb rzeczywistych

$$\mu_A(x) : R \rightarrow [0,1],$$

- liczba rozmyta jest zbiorem normalnym, co oznacza, że

$$\exists x_0 \in R : \mu_A(x_0) = 1,$$

- α-przekrój (α-obcięcie) zbioru A_α

$$\forall \alpha \in (0,1] \quad A_\alpha := \{x \in R : \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

musi być przedziałem zamkniętym,

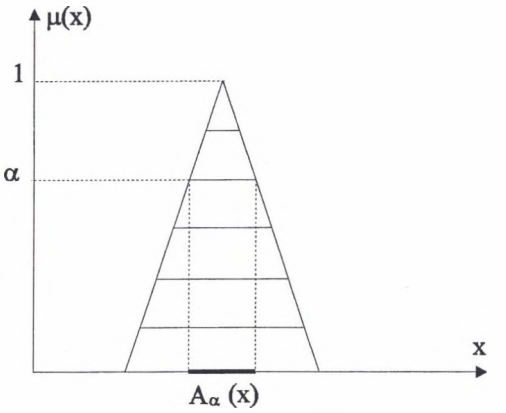
- nośnik zbioru musi być ograniczony.

Tak określone własności pozwalają na definiowanie podstawowych operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych.

Aby rozwiązać problem sformułowany w postaci (1a-1c), przyjmuje się na ogół konkretną, określoną reprezentację liczb rozmytych. Wykorzystując reprezentację liczby rozmytej A(x) przez funkcję przynależności i α-przekrój zbioru (rys.1) warunki ograniczające (1b) można zapisać w postaci relacji na zbiorach nierozmytych:

$$A_{i1,\alpha} x_1 \cup A_{i2,\alpha} x_2 \cup \ldots A_{in,\alpha} x_n \subseteq B_{i,\alpha_m} \tag{2}$$

$$i \in N_m, \ \forall \alpha \in (0,1]$$



Rys. 1. Trójkątna funkcja przynależności oraz α-przekrój liczby rozmytej
Fig. 1. A triangular membership function and α-cut of a fuzzy number

W relacji (2) występują przedziały liczbowe: $A_{ik,\alpha}$, $B_{i,\alpha}$. Trudność w rozwiązaniu powyższego zadania wynika z faktu, że α przyjmuje nieskończoną liczbę różnych wartości z przedziału (0,1].

Znacznie prostsze podejście uzyskujemy, gdy założymy, że współczynniki w funkcji celu są liczbami rzeczywistymi. Dalej załóżmy, że liczby rozmyte A_{ij} są opisane za pomocą

trójkątnej funkcji przynależności, którą można określić trójką liczb rzeczywistych (s_{ij}, l_{ij}, p_{ij}):

$$A_{ij}(x) = \begin{cases} 1 & gdy\ x = s_{ij} \\ \dfrac{x - l_{ij}}{s_{ij} - l_{ij}} & gdy\ l_{ij} \le x \langle s_{ij} \\ \dfrac{p_{ij} - x}{p_{ij} - s_{ij}} & gdy\ s_{ij} \langle x \le p_{ij} \\ 0 & gdy\ \ x \langle l_{ij},\ \ x \rangle p_{ij} \end{cases} \tag{3}$$

Analogicznie, każda liczba rozmyta B_i stanowiąca prawą stronę ograniczenia (1b) jest określona trójką liczb: $B_i = (s_i, l_i, p_i)$. Uwzględniając operacje na liczbach rozmytych, zadanie (1a)-(1c) można zapisać jako klasyczne zadanie programowania liniowego na liczbach rzeczywistych, w którym zwiększyła się liczba warunków ograniczających:

$$\max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{4a}$$

$$\sum_{j=1}^{n} s_{ij} x_j \le s_i \tag{4b$_1$}$$

$$\sum_{j=1}^{n} l_{ij} x_j \le l_i \tag{4b$_2$}$$

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} x_j \le p_i, \quad (i \in \mathrm{N}_m) \tag{4b$_3$}$$

$$x_j \ge 0 \quad (j \in \mathrm{N}_n) \tag{4c}$$

3. Przyczyny niepewności w bieżącej informacji o jakości węgla

Istotnym problemem w bieżącej kontroli jakości węgla są ograniczone możliwości pomiarowe niektórych jego parametrów, w tym właśnie zawartości siarki, popiołu i wartości opałowej [7]. Często w celu określenia tych parametrów pobiera się próbki węgla, aby w warunkach laboratoryjnych przeprowadzić odpowiedni pomiar. Mamy wówczas do czynienia z możliwością wystąpienia błędów, których źródłem jest operacja próbkowania materiału oraz opóźnień w szacowaniu bieżących, realnych parametrów materiału. Podstawą do oszacowania niepewności mogą być wcześniejsze, autorskie badania analityczne i empiryczne dotyczące charakteru i rozmiarów błędów próbkowania [8, 9, 10]. Badany parametr materiału uziarnionego może być traktowany jako liczba rozmyta o symetrycznej

lub asymetrycznej funkcji przynależności, przyjmującej wartość 1 w punkcie odpowiadającym zmierzonej wartości parametru. Asymetrię funkcji przynależności wiąże się z wartością koncentracji badanego składnika w materiale (składnik o śladowej koncentracji charakteryzuje się w badaniach próbkowych lewostronną asymetrią). Szerokość podstawy funkcji przynależności wiąże się głównie z wielkością pobranej próbki (odwrotnie proporcjonalnie), ale także zależy od parametrów fizycznych ziaren, takich jak średnica i gęstość. Mniejszy przedział niepewności charakteryzuje pomiar parametrów materiału w wąskiej klasie ziarnowej lub (i) w wąskiej klasie gęstościowej.

Ogólnie, im większa niejednorodność materiału, tym większa niepewność informacji uzyskiwanej poprzez próbkowanie i pomiar. Także pomiar dokonywany za pomocą przyrządów umieszczonych nad przesuwającym się materiałem można uznać za dynamiczne próbkowanie materiału, którego efekt jest uwarunkowany m.in. polem powierzchni materiału, jakie w danej chwili jest poddawane oddziaływaniu źródła promieniowania przyrządu pomiarowego.

4. Przykładowe zadanie optymalizacji mieszania węgli

Problem tworzenia mieszanek energetycznych wielokrotnie był podejmowany na różnym poziomie uogólnień. Składnikami mieszania są np. dwa rodzaje węgla o zróżnicowanych parametrach, np. węgiel surowy o niskiej kaloryczności, wyższej zawartości popiołu i siarki oraz węgiel wzbogacany o lepszych parametrach jakościowych. Celem mieszania jest uzyskanie materiału o parametrach uśrednionych, spełniających wymogi konsumentów i tak dobranych, aby wartość uzyskanej mieszanki była największa lub też, aby koszt uzyskania był minimalny przy zachowaniu żądanych parametrów.

Wymagania dotyczące jakości węgla, stawiane na rynkach światowych przez importerów, są uwarunkowane wysokimi normami obowiązującymi w zakresie ochrony środowiska. Przykładowe wartości parametrów dla węgli energetycznych wynoszą [1]:

- kaloryczność W 25 – 30 MJ/kg,
- zawartość siarki S 0,7 – 1,5%,
- zawartość popiołu A 10 – 16%.

Dla węgli stosowanych do produkcji koksu istotna jest jeszcze zawartość wilgoci. Struktura cen węgla wypracowywana w latach 90. przez Centrum Podstawowych Problemów

Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN opiera się na tzw. formułach sprzedaży obowiązujących na rynkach światowych. Formuły te uwzględniają pewien poziom cen dla węgla uznanego jako wzorcowy, a ponadto w przybliżeniu można przyjąć, że:

- zmiana zawartości popiołu o 1% zmienia cenę o 1%,
- zmiana zawartości siarki o 1% zmienia cenę o 1%,
- zmiana wartości opałowej zmienia cenę proporcjonalnie do tej zmiany [1].

Załóżmy, że parametry dwóch rodzajów węgli, z których będzie tworzona mieszanka, są następujące:

- kaloryczność (wartość opałowa), MJ/kg $W_1=30$, $W_2=18$,
- zawartość popiołu, %, $\alpha_1=7$, $\alpha_2=22$.

Wartość opałowa mieszanki nie powinna być niższa niż 25 MJ/kg, a zawartość popiołu nie wyższa niż 16%. Zmiennymi decyzyjnymi są proporcje mieszania, wyrażone w ułamkach masy potrzebnej mieszanki, odpowiednio: γ_1, γ_2.

Przyjęto, że kaloryczność jest określana w materiale z jednakowym błędem zarówno w węglu surowym, jak i w mieszance. Parametr ten jest reprezentowany przez liczbę rozmytą o symetrycznej, trójkątnej funkcji przynależności w postaci (3), o połowie podstawy równej 0.5 MJ/kg. Zawartość popiołu jako liczba rozmyta o trójkątnej funkcji przynależności dla węgla surowego i mieszanki ma połowę podstawy równą 1%, a dla węgla wzbogaconego – równą 0.5%.

Mając na uwadze powyższe wytyczne jakościowe, można zapisać następujący układ warunków ograniczających, wyznaczających obszar rozwiązań dopuszczalnych:

$$7\gamma_1 + 22\gamma_2 \le 16$$

$$30\gamma_1 + 18\gamma_2 \ge 25$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 1$$

$$7{,}5\gamma_1 + 23\gamma_2 \le 17$$

$$30.5\gamma_1 + 18.5\gamma_2 \ge 25.5$$

$$6.5\gamma_1 + 21\gamma_2 \le 15$$

$$29.5\gamma_1 + 17.5\gamma_2 \ge 24.5$$

Pierwsze trzy relacje określają zadanie w sensie konwencjonalnym. W układzie współrzędnych (γ_1,γ_2) otrzymujemy ostatecznie zbiór rozwiązań dopuszczalnych w postaci odcinka AB o współrzędnych: $A(\gamma_1=0.584,\ \gamma_2=0.416)$, $B(\gamma_1=1,\ \gamma_2=0)$. Punkt B określa przypadek, że produkt składa się wyłącznie z jednego składnika węgla wzbogaconego o dobrych parametrach.

Cena sprzedaży produktu c=f(W, α) jest najwyższa w punkcie B, lecz cena zakupu węgla również. Cena sprzedaży mieszanki rośnie monotonicznie, w miarę przesuwania się od punktu A do B ze względu na liniowy wzrost wartości opałowej. Jako właściwe kryterium w zadaniu optymalizacji należałoby więc przyjąć koszt utworzenia 1 jednostki masy mieszanki:

$$c_1(W_1,\alpha_1)\gamma_1 + c_2(W_2,\alpha_2)\gamma_2 \rightarrow \min \tag{5}$$

Funkcja kryterialna jest liniowa względem zmiennych decyzyjnych, ale jej współczynniki, reprezentujące ceny zakupu, są zależne od współczynników w warunkach ograniczających.

5. Zakończenie

Przedstawione rozważania pokazują złożoność uwarunkowań w praktycznych zastosowaniach zadań programowania liniowego. Aspekty ekologiczne, często przeciwstawne kryteriom ekonomicznym, muszą być uwzględniane np. w postaci liczb rozmytych, reprezentujących niepewny pomiar. Funkcja celu (5), aczkolwiek w sposób jawny liniowa względem zmiennych decyzyjnych, zawiera współczynniki, które są zależne od parametrów jakościowych występujących w warunkach ograniczających, a tym samym są zależne od zmiennych decyzyjnych. Biorąc pod uwagę, że ceny są stałe w poszczególnych przedziałach zmienności parametrów, zadanie można sprowadzić do liniowej funkcji celu w poszczególnych przedziałach zmienności zmiennych sterujących. Jednakże rozwiązania należy szukać metodą numeryczną.

LITERATURA

1. Blaschke W., Mokrzycki E., Zhongijan Shan: Coal preparation economics, in: New Trends in Coal Preparation Technologies and Equipment, Gordon and Breach Publishers, 1994, pp.867-878.
2. Borkiewicz J.: Gospodarka odpadami przemysłowymi a ekologia. Fundacja Ekologiczna "Silesia", Katowice 1993.
3. Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
4. Klir G. J., Yuan Bo: Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications. Prentice Hall PTR, New Jersey, 1995.

5. Kowal A., Walaszek-Babiszewska A.: Koncepcja budowy modeli rozmytych w oparciu o dane eksperymentalne. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Górnictwo, z.246, Gliwice 2000, str.325-336.
6. Sablik J., Wawrzynkiewicz W.: Siarka organiczna w węglach pokładów Górnośląskiego Zagłębia węglowego. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 1997, T.13, str.49-64.
7. Sikora T.: Analiza porównawcza oznaczeń zawartości siarki w węglu urządzeniami wykorzystującymi instrumentalne metody pomiarowe. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 1997, T.13, str. 205-214.
8. Walaszek-Babiszewska A.: Modele stochastyczne opróbowania węgla, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo, z.203. Gliwice 1992.
9. Walaszek-Babiszewska A.: Stochastic models and optimization of sampling operations in preparation plants, in: New Trends in Coal Preparation Technologies and Equipment, Gordon and Breach Publishers, 1994, pp.639-643.
10. Walaszek-Babiszewska A.: Stochastic and fuzzy modeling for sampling research. Akustyka Molekularna i Kwantowa (Molecular & Quantum Acoustics), 1997, T.18, str. 313-319.
11. Zimmermann H. J.: Fuzzy Set Theory – and Its Applications. Second, Revised Edition, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London 1991.

Recenzent: Dr hab. inż. Krystian Kalinowski