ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

STANISŁAW MAJEWSKI

SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNY MODEL WSPÓŁPRACUJĄCEGO UKŁADU BUDYNEK-PODŁOŻE PODDANEGO WPŁYWOM GÓRNICZYCH DEFORMACJI TERENU

BUDOWNICTWO

Z. 79

GLIWICE
1995

50-LECIE
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1271

STANISŁAW MAJEWSKI

SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNY MODEL WSPÓŁPRACUJĄCEGO UKŁADU BUDYNEK-PODŁOŻE PODDANEGO WPŁYWOM GÓRNICZYCH DEFORMACJI TERENU

50-LECIE
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

GLIWICE 1995

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0779

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakład 150+83 Ark wyd. 13 Ark druk. 10 Papier offset. kl III 70x100 80g
Oddano do druku 16.01.95 Podpis. do druku 16.01.95 Druk ukończ. w lutym 1995
Zam 17/95 Cena zł 52.000,— (5.20)

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

CONTENTS

INHALTSVERZEITCHNIS

PODSTAWOWE OZNACZENIA

1. LITERY ALFABETU ŁACIŃSKIEGO

c - współczynnik kohezji dla gruntu,
f - wytrzymałość w jednoosiowym stanie naprężenia (ogólnie),
f_c - wytrzymałość betonu na ściskanie,
f_t - wytrzymałość betonu na rozciąganie,
f_y - naprężenie w stali na granicy plastyczności,
f_r - wytrzymałość stali zbrojeniowej na rozciąganie,
r - promień zasięgu wpływów niecki górniczej,
w_o - maksymalne obniżenie średniego profilu niecki górniczej,
E - moduł sprężystości,
E_i - wartość początkowa modułu sprężystości,
E_t - "styczny" moduł sprężystości,
F - równanie powierzchni plastyczności,
G - moduł ścinania (Kirchhoffa),
G_i - wartość początkowa modułu ścinania,
K - moduł ściśliwości,
$\bar{K}$ - krzywizna niecki górniczej,
R - promień krzywizny niecki górniczej.

2. LITERY ALFABETU GRECKIEGO

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - odkształcenie jednostkowe w kierunku osi oznaczonej w indeksie,
ε_m - odkształcenie średnie (hydrostatyczne),
$\bar{\varepsilon}$ - odkształcenie określające "intensywność" odkształcenia,
ε_v - odkształcenie objętościowe,
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ - odkształcenie postaciowe na płaszczyźnie i w kierunku osi oznaczonych w indeksie,
κ - parametr funkcji wzmocnienia/osłabienia,
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - naprężenie normalne w kierunku osi oznaczonej w indeksie,
σ_m - naprężenie średnie (hydrostatyczne),
$\bar{\sigma}$ - naprężenie określające "intensywność naprężenia",
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ - naprężenie styczne na płaszczyźnie i w kierunku osi oznaczonych w indeksie,
Φ - kąt tarcia wewnętrznego gruntu.

3. WEKTORY I MACIERZE

D - macierz określająca związek między odkształceniem a naprężeniem:

D^e • w stadium sprężystym,

D^p • "plastyczna" część macierzy,

D^ep • w stadium sprężysto-plastycznym,

K - macierz sztywności,

K^e • w stadium sprężystym,

K^p • "plastyczna" część macierzy,

K^ep • w stadium sprężysto-plastycznym,

ε - wektor odkształceń,

δ - wektor przemieszczeń węzłowych,

σ - wektor naprężeń.

NOTATION

1. LATIN CHARACTERS

c - cohesion factor for soil,

f - uniaxial strength (generally),

f_c - compressive strength of concrete,

f_t - tensile strength of concrete,

f_y - yield stress for reinforcement,

f_r - tensile strength of reinforcement,

r - the radius of the range of mining influence,

w_o - maximum subsidence,

E - modulus of elasticity,

E_i - initial value of the modulus of elasticity,

E_t - tangential value of the modulus of elasticity

F - yield surface equation,

G - shear modulus,

G_i - initial value of the shear modulus,

K - bulk modulus,

$\bar{K}$ - the curvature of the mining trough,

R - the radius of the ground curvature.

2. GREEK CHARACTERS

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - the strain in the direction assigned in the subscript,

ε_m - mean strain,

$\bar{\varepsilon}$ - strain intensity,

ε_v - volumetric strain,

$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ - shear strain at the plain and in the direction assigned in the subscript,

κ - the hardening/softening function parameter,

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - normal stress in the direction assigned in the subscript,

σ_m - mean stress,

$\bar{\sigma}$ - stress intensity,

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ - shear stress at the plain and in the direction assigned in the subscript,

Φ - friction angle for soil.

3. VECTORS AND MATRIXES

D	- matrix determining the strain-stress relation:
$\mathbf{D}^e$	• in the elastic stadium,
$\mathbf{D}^p$	• plastic part of the matrix,
$\mathbf{D}^{ep}$	• in the elasto-plastic stadium,
K	- stiffnes matrix,
$\mathbf{K}^e$	• in the elastic stadium,
$\mathbf{K}^p$	• plastic part of the matrix,
$\mathbf{K}^{ep}$	• in the elasto-plastic stadium,
ε	- strain vector,
δ	- vector of nodal displacements,
σ	- stress vector.

1. WSTĘP

Opis rzeczywistości wiąże się z tworzeniem modelu. Model ułatwia zrozumienie rzeczywistości przez ujęcie jej w formuły matematyczne, niezależnie od tego, czy będzie to kosmologiczny model wielkiego wybuchu, opisujący ewolucję wszechświata, model atomowej struktury materii, czy też model konstrukcji budynku spoczywającego na podłożu gruntowym. W przekonaniu, że i ten ostatni przyczynia się do poznania otaczającego nas świata, a ponadto może mieć pewne znaczenie praktyczne, prowadzono rozważania i analizy, których efektem jest niniejsza praca.

Model zawsze jest uproszczeniem rzeczywistości. Istotne jest, by tę rzeczywistość możliwie wiernie reprezentował. Temu problemowi będzie poświęcony dalszy ciąg niniejszego rozdziału. Punktem wyjścia będzie krótki opis problemu współdziałania budynku z podłożem, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki wynikającej z deformacji wywołanych eksploatacją górniczą. O takim kierunku zainteresowania zadecydowało przekonanie, że właśnie w tej dziedzinie uwzględnienie współpracy konstrukcji budowlanej z podłożem jest szczególnie ważne, istniejące zaś rozpoznanie zagadnienia, bazujące w dużym stopniu na doświadczeniu i praktycznej obserwacji, dostarcza danych do weryfikacji modelu. Przedstawiony w punkcie 1.1 opis pozwoli sprecyzować ogólne warunki, jakie musi spełniać model, by mógł racjonalnie opisywać analizowane zjawiska. Te warunki oraz opis aktualnego stanu rozwiązania zagadnienia (punkt 1.2) stanowią podstawę do sformułowania celu i zakresu pracy (punkt 1.3).

1.1. PROBLEM WSPÓŁDZIAŁANIA BUDYNKU Z PODŁOŻEM, ZWŁASZCZA NA TERENACH OBJĘTYCH WPŁYWEM EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

Na Ziemi każda konstrukcja budowlana jest związana z podłożem, gdyż grunt jest ostatecznie tym ośrodkiem, na który muszą być sprowadzone wszystkie obciążenia. Współpraca całościowo traktowanej konstrukcji z podłożem jest więc zjawiskiem powszechnym. Nie oznacza to, że każda analiza konstrukcji powinna tę współpracę uwzględniać. W projektowaniu bez szkody dla dokładności obliczeń wydziela się zwykle z całego ustroju nośnego niezależnie analizowane elementy. Powszechna jednak praktyka rozdzielania głównego ustroju nośnego budowli na tzw. "konstrukcję nadziemną" i obciążony jej reakcjami

fundament wraz z podłożem często jest przybliżeniem, usprawiedliwianym jedynie zamiarem uproszczenia analizy. Pominięcie wzajemnego współdziałania wszystkich elementów ustroju, na który składają się konstrukcja nadziemna, fundament oraz podłoże, może być źródłem błędnej oceny nie tylko wielkości działających sił, ale również ich rodzaju i rozkładu.

W problematyce współdziałania budowli z gruntem szczególne miejsce zajmują zagadnienia związane z wpływem deformacji podłoża na budynki. Przy określeniu sił, będących skutkiem deformacji podłoża, w tym deformacji spowodowanych eksploatacją górniczą, stajemy nie tylko wobec całej złożoności przestrzennego ustroju nośnego budynku i jego współpracy z ośrodkiem, o trudnych do określenia i jeszcze trudniejszych do realistycznego* opisania własnościach. Dodatkową trudność stanowi wyznaczenie obciążeń, jakie wynikają z deformacji tego ośrodka, zwłaszcza wtedy, gdy deformacje powodują jego rozluźnienie. Realistyczne opisanie własności gruntu podlegającego rozciąganiu w kategoriach mechaniki ośrodków ciągłych na pewno nie należy do zagadnień łatwych.

Obciążenia budowli spowodowane górniczymi deformacjami podłoża traktowano do niedawna jako obciążenia wyjątkowe. Tymczasem w rejonach, w których prowadzona jest eksploatacja kopalin, nie istnieją praktycznie tereny wolne od spowodowanych nią odkształceń. Wynikające z tych odkształceń obciążenia są równie powszechne jak te, które bezdyskusyjnie zalicza się do grupy obciążeń zasadniczych, a w swoich skutkach często bardziej dla budowli niekorzystne. Zagadnienie ma wprawdzie charakter lokalny, jednakże tam, gdzie występuje, staje się jednym z poważnych problemów zarówno przy projektowaniu obiektów nowych, jak i przy eksploatacji i utrzymaniu istniejącej substancji budowlanej.

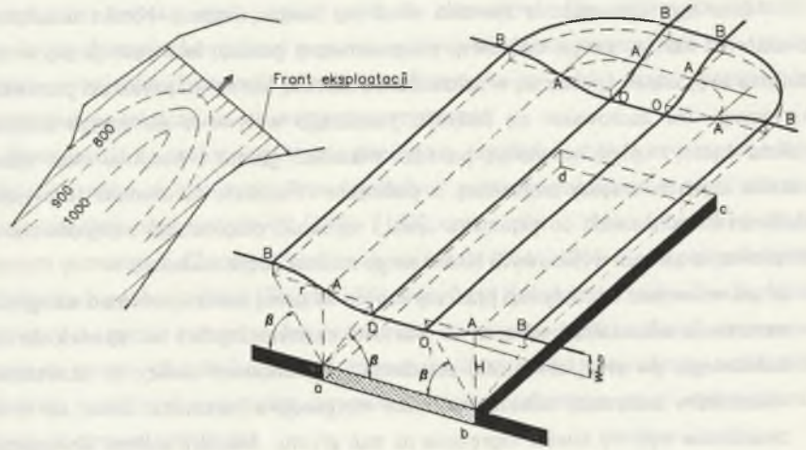
Rzeczywistość, której próbę modelowania podjęto w niniejszej pracy, jest bardzo złożona. Kształtują ją następujące elementy:

- Na powierzchni terenu znajduje się grupa budynków (czasem w gęstej zabudowie miejskiej) o dowolnym kształcie i złożonym, przestrzennym ustroju nośnym współpracującym z deformowalnym podłożem.
- Pod powierzchnią terenu zalegają utworzone przez wielowiekowe procesy geologiczne materiały skalne, tworzące na ogół układ warstw o różnej grubości i nachyleniu, a wśród nich są takie, które człowiekowi opłaca się wydobyć na powierzchnię. Cechy fizyczne tych materiałów są jeszcze trudniejsze do precyzyjnego określenia i podlegają jeszcze większym rozrzutom niż cechy materiałów konstrukcyjnych budynków.
- Eksploatacja podziemnego pokładu narusza ustaloną równowagę mas skalnych, powodując powstanie na powierzchni terenu trojakiego rodzaju zjawisk:

* Słownik Języka Polskiego wśród licznych znaczeń słowa *"realizm"* podaje następujące określenie: *"tendencja (...) do odtwarzania rzeczywistości w sposób zgodny z obserwacją"* odnosząc go do literatury i sztuki. Sądzę, że nie będzie nadużyciem wykorzystanie tego terminu w takim samym znaczeniu w pracy z zakresu nauk ścisłych, której ambicją jest możliwie zgodny z obserwacją opis rzeczywistości. Pozwoli to znacznie uprościć werbalny przekaz myśli często wyrażanej w dalszym ciągu pracy.

1. deformacji ciągłych w postaci tzw. niecki osiadania (rys. 1.1),
2. deformacji nieciągłych, najczęściej w miejscach anomalii geologicznych i przy płytkiej eksploatacji,
3. zjawisk parasejsmicznych.

Model prezentowany w niniejszej pracy zastosowano wyłącznie do analizy wpływu deformacji ciągłych, których końcowym efektem jest powstanie na powierzchni terenu ustalonej górniczej niecki osiadania (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Warstwicowy obraz deformacji oraz widok niecki osiadania
Fig. 1.1. Isolines of deformation and general view of subsidence trough

Stanem mas skalnych zalegających między powierzchnią terenu a eksploatowanym pokładem węgla zajmuje się mechanika górotworu. Jednym z zagadnień tej gałęzi nauki jest prognozowanie deformacji powierzchni terenu na skutek działalności górniczej.

Zjawisko przemieszczania się mas skalnych w wyniku powstania na znacznej głębokości pustki po wybraniu pokładu węgla bywa analizowane z różnych pozycji i za pomocą różnych modeli matematycznych. Jego złożony charakter sprawia, że za punkt wyjścia przyjmowano często nie fizyczną interpretację, lecz wyniki geodezyjnych pomiarów prowadzonych na powierzchni. Opis empiryczny uzupełniano rozważaniami analitycznymi bazującymi na mechanice ośrodków ciągłych. Na tej drodze powstała grupa hipotez opisujących deformacje powierzchni za pomocą empiryczno-analitycznych wzorów całkowych. Za podstawowe uważa się tu metody opracowane przez Budryka i Knothego [25] oraz Kochmańskiego [97],[98]. Są one powszechnie stosowane przy prognozowaniu górniczych deformacji terenu. Warto tu również wymienić prace Litwiniszyna, który

wprowadził pojęcie ośrodka stochastycznego [121]. Kubik [103] rozpatrywał łącznie górotwór z konstrukcją, stosując do obydwu ośrodków opis lepko-sprężysty.

Całą bogatą problematykę mechaniki górotworu pozostawiamy poza zasięgiem bezpośrednich analiz zakładając, że współczesne, komputerowo wspomagane metody prognozowania deformacji [58] potrafią dostarczyć wiarygodnych informacji na temat rozwoju i wielkości przemieszczeń na powierzchni terenu. Poziome i pionowe przemieszczenia przypowierzchniowych warstw gruntu będą traktowane jako kinematyczne obciążenie ustroju złożonego z budynku oraz współpracującej z nim bryły podłoża.

Mimo tego uproszczenia zjawisko nadal jest bardzo złożone. Niecka osiadania nie powstaje od razu w swojej końcowej, prognozowanej postaci, lecz rozwija się w czasie i zmienia swój kształt i położenie w zależności od zakresu, kierunku i szybkości prowadzonej eksploatacji. Na zachowanie się budynku poddanego wpływowi górniczych deformacji podłoża istotny wpływ wywierają ponadto własności gruntu i budynku oraz zjawiska w strefie kontaktu między budynkiem a podłożem. Wszystkie te czynniki (z wyjątkiem zależności kształtu niecki od parametru czasu i szybkości eksploatacji) uwzględniono przy formułowaniu założeń wyjściowych budowanego modelu, które zakładają:

- W zakresie opisu oddziaływań przekazywanych na ustrój **model powinien uwzględniać narastanie odkształceń od zera do wartości ekstremalnych i ich spadek do stanu końcowego, po przejściu niecki osiadania .** Ograniczenie analizy do ekstremalnych wskaźników deformacji oznacza nie tylko rezygnację z parametru czasu, ale również zaniedbanie wpływu ścieżki naprężenia na stan gruntu, betonu i żelbetu. Zwłaszcza dla gruntu jest to zbyt daleko idące uproszczenie. Rezygnacja z parametru czasu jest koniecznością, wynikającą głównie z możliwości dostępnego sprzętu komputerowego klasy PC, ale również z trudności z doświadczalną identyfikacją cech reologicznych.
- Dla podjętego tu zagadnienia wpływu deformacji podłoża na budynki istotne znaczenie ma uwzględnienie plastycznych własności gruntu, gdyż pozwala to uwzględnić zjawisko wejścia znacznych nieraz obszarów podłoża w stan krytyczny i wpływ tego zjawiska na wielkość sił przekazywanych na budynek. Z tego względu w budowanym modelu numerycznym **przyjęto sprężysto-plastyczny model gruntu**.
- Podstawowym materiałem konstrukcyjnym budynku będzie beton lub żelbet. Podobnie jak dla gruntu, również i tutaj powinno się wyjść poza opis sprężysty, chociażby po to, aby uwzględnić istotny dla sztywności budynku fakt zarysowania betonu. Tak więc i **dla budynku przyjęto sprężysto-plastyczny model materiałowy.**
- W zakresie kontaktu fundamentu z podłożem jest wskazane, by model uwzględniał możliwość poślizgu w płaszczyźnie styku oraz fakt, że między gruntem a fundamentem nie mogą zostać przekazane normalne naprężenia rozciągające. W budowanym modelu **przyjęto sprężysto-plastyczny opisu kontaktu**.

1.2. AKTUALNY STAN ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA

Próby uwzględnienia współpracy **elementów** konstrukcji z podłożem mają stosunkowo długą historię. Już w 1867 roku Winkler [190] podał rozwiązanie belki obciążonej siłami na podłożu określanym odtąd jego nazwiskiem. W późniejszym okresie powstało wiele prac, przedstawiających w formie zamkniętej rozwiązania różnych elementów współpracujących z różnie modelowanym podłożem gruntowym [77],[170].

Przy całym uznaniu dla teoretycznego poziomu i elegancji tych rozwiązań trzeba zauważyć, że dotyczą one jedynie prostych elementów. Dla złożonych układów konstrukcyjnych stopień komplikacji zagadnienia rośnie tak dalece, że uzyskanie rozwiązania zamkniętego staje się praktycznie niemożliwe. Konieczne są daleko idące uproszczenia, nieraz poważnie ograniczające ich praktyczną przydatność.

Nową jakość do analizy zagadnienia współpracy konstrukcji z podłożem wprowadziła metoda elementów skończonych. Prawdopodobnie pierwsze publikacje z tego zakresu, dotyczące analizy zapór wodnych [198], [199] oraz płyt i zbiorników na podłożu sprężystym przedstawili Cheung i Zienkiewicz w latach 1964 i 1965. Z drugiej połowy lat sześćdziesiątych pochodzi praca Clougha i Woodworda [41] dotycząca rozkładów naprężeń i deformacji w rejonie nabrzeży. Jest zrozumiałe, że w pierwszych analizach stosowano zarówno do gruntu, jak i do konstrukcji liniowo sprężysty model materiałowy, aczkolwiek Zienkiewicz modelował ewentualne zarysowania masywu skalnego przez wprowadzenie elementów o zerowej sztywności.

W okresie ostatniego ćwierćwiecza powstało bardzo wiele prac z tego zakresu. Z najnowszych publikacji krajowych warto wymienić pracę Miedziałowskiego [134], zawierającą między innymi obszerną bibliografię zagadnienia. Pojawił się również pewien dualizm podejścia, wynikający z głównego kierunku zainteresowania badaczy. Ponieważ większość opracowań jest dziełem specjalistów z zakresu geotechniki, spotykamy próby coraz dokładniejszego modelowania gruntu, przy konsekwentnie liniowo sprężystym modelu nadziemnej konstrukcji nośnej.

Obecnie powstały programy na duże systemy komputerowe umożliwiające uwzględnienie współpracy konstrukcji z podłożem przy projektowaniu najbardziej złożonych i odpowiedzialnych budowli (np. platformy wiertnicze do wydobywania ropy naftowej z dna morskiego). Przykładem może być przedstawiony w pracy [132] opis analizy pięćdziesięcio-kondygnacyjnego budynku, którego ustrój nośny dyskretyzowano za pomocą liniowo sprężystych lub sztywnych elementów, a w podłożu wprowadzono elementy analizy nieliniowej, chociaż bez jednoznacznie określonego modelu materiałowego.

Mimo znacznego rozwoju tego typu technik zauważa się brak opracowań ukierunkowanych na analizę wpływu deformacji podłoża pochodzenia górniczego. Dziedzina ta ma

swoją wyraźnie zaznaczoną specyfikę, której zasadniczym wykładnikiem jest występowanie w gruncie odkształceń rozluźniających. Wymaga to indywidualnego podejścia do problemu.

Próby określenia skutków deformacji górniczych na budowle mają stosunkowo niedługą historię. Za pierwszą pracę dotyczącą tego zagadnienia można uważać artykuł Mautnera [133] opublikowany w 1920 roku w czasopiśmie "Bauingenieur". Z dość uproszczonych poglądów autora niewiele zachowało swą aktualność.

Nie będzie przesadą stwierdzenie, że prekursorem rozważań teoretycznych w tym zakresie jest Wasilkowski. Pracom jego oraz zainspirowanej przez niego grupy na Politechnice Śląskiej, a również osiągnięciom takich ośrodków jak, Główny Instytut Górnictwa w Katowicach oraz Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, polska nauka zawdzięcza czołową pozycję na świecie w tej wąskiej, ale bardzo ważnej dla niektórych rejonów dziedzinie wiedzy.

W obrębie niecki osiadania równocześnie występują przemieszczenia poziome i pionowe; teoretycznie możliwe jest określenie ich wzajemnej korelacji. Ponieważ jednak w praktyce podlegają one znacznym rozrzutom, co sprawia, że wiarygodność ustalonej korelacji jest niska, zwykło się osobno rozważać wpływ poziomych i pionowych deformacji terenu na budowle. W tym też układzie będziemy rozważać aktualne rozwiązania problemu.

Podstawowe znaczenie w projektowaniu przypisuje się przemieszczeniom poziomym, jako że w początkowym stadium niecki mogą one powodować powstanie sił rozciągających, co jest niekorzystne dla większości materiałów stosowanych w konstrukcji budynków. Pierwszą próbę określenia sił rozciągających wywołanych rozpełzaniem terenu znajdujemy w pracy Wasilkowskiego [183] opublikowanej w "Inżynierii i Budownictwie" w 1950 roku. Przyjęty w tej pracy model obliczeniowy nie uwzględniał współpracy budynku z podłożem. Założono, że grunt pod fundamentem doznaje ścięcia i poślizgu, przez co uzależniono osiową siłę rozciągającą w fundamencie od siły tarcia w płaszczyźnie styku budynku z fundamentem. Jej wartość wynikała z równomiernie rozłożonych na długości fundamentu naprężeń stycznych równych wytrzymałości gruntu na ścinanie. Wielkość otrzymywanych sił była bardzo duża, a znaczenie podanych wzorów jest już obecnie jedynie historyczne.

W dalszych swoich pracach Wasilkowski znacznie skorygował zasady obliczania sił wywołanych poziomymi deformacjami podłoża. W opublikowanym w 1954 roku artykule [184] obszernie scharakteryzował nieścisłości dotychczas przyjmowanych założeń oraz sformułował podstawy nowego podejścia teoretycznego, uwzględniającego w pewnym stopniu współpracę budynku z podłożem. Istotną cechą tego podejścia była obserwacja, że budynek, którego sztywność jest na ogół duża w porównaniu ze sztywnością gruntu, wpływa kotwiąco na rozkład odkształceń poziomych w podłożu. W rezultacie, odkształcenia bezpośrednio pod budynkiem są mniejsze niż odkształcenia gruntu poza budynkiem i pod nim na znacznej głębokości. To sprawia, że na budynek nie przekazują się duże siły tarcia,

lecz mniejsze siły spowodowane sprężystym odkształceniem gruntu pod fundamentem.

Rozważania teoretyczne Wasilkowskiego zbiegły się z badaniami laboratoryjnymi Rosikonia [157],[158], które potwierdziły fakt nierównomiernego rozkładu odkształceń poziomych pod budynkiem. Bazując na swoich pracach teoretycznych popartych wynikami badań Rosikonia w 1966 roku zaproponował Wasilkowski [186], [187] następujący wzór do określenia naprężeń stycznych w płaszczyźnie styku fundamentu z podłożem:

$$\tau = B\eta E\varepsilon, \tag{1.1}$$

w którym:

- E - moduł ściśliwości warstwy amortyzującej gruntu,
- η - współczynnik korygujący wartość modułu ściśliwości gruntu, zależny od nacisku fundamentu na grunt, rodzaju gruntu i grubości warstwy amortyzacyjnej,
- ε - wielkość odkształceń poziomych terenu,
- B - współczynnik zależny od położenia punktu i od grubości warstwy amortyzującej.

Maksymalną wartość tych naprężeń określa wytrzymałość gruntu na ścinanie określana przez kryterium Coulomba:

$$\tau = \sigma_n \tan\Phi + c \tag{1.2}$$

We wzorze tym σ_n oznacza naprężenie normalne pod fundamentem, Φ kąt tarcia wewnętrznego gruntu, a c - współczynnik kohezji.

Siła wywołana w fundamencie budynku przez poziome deformacje terenu górniczego została więc uzależniona od ich wielkości oraz od właściwości gruntu (jego ściśliwości i wytrzymałości na ścinanie).

Szczególną rolę odgrywa tu grubość warstwy amortyzującej. Niekoniecznie musi to być jakaś specjalna warstwa układana pod fundamentem (podsypka). Na ogół sam grunt rodzimy występuje w roli warstwy amortyzującej. Wasilkowski zaleca przyjmować jej grubość równą $1.5b$, gdzie b jest szerokością fundamentu. Warto jednak zacytować fragment artykułu Wasilkowskiego [186], uzasadniający to zalecenie. Autor pisze: *"Grubość tej warstwy zależy przede wszystkim od rodzaju gruntu i od wielkości fundamentu. Granica jej od dołu nie jest wyraźna (...). Im cieńszą przyjmiemy tę warstwę, tym mniejsze będzie jej działanie amortyzujące, tym będzie to niekorzystniejsze dla fundamentu, a więc tym większą pewność będzie mieć obliczenie"*. Doceniając praktyczną wagę tego uzasadnienia, nie sposób nie zauważyć, że nie tylko merytoryczne, a głównie pragmatyczne względy leżą u podstaw zalecenia odnośnie do grubości warstwy amortyzującej. Niestety od tej grubości w sposób decydujący zależy wielkość obliczanej siły rozciągającej w fundamencie. W większości praktycznych przypadków jest ona przyjmowana tak, że na znacznej długości skrajnych odcinków fundamentów występuje maksymalna wartość naprężeń stycznych τ (wzór 1.2), a jedynie w partiach środkowych naprężenia są określane wzorem (1.1). Oznacza to, że w praktyce należałoby się liczyć z poślizgiem w płaszczyźnie styku gruntu z fundamentem.

Zgodna opinia wielu badaczy stwierdza jednak, że poślizg taki niemal nigdy nie występuje. W efekcie więc można się obawiać, że obliczona siła jest na ogół większa od tej, jaka występuje w rzeczywistości.

W pracach Kwiatka [106],[107],[108],[116] położono nacisk na wpływ reologicznych własności gruntu na wielkość sił generowanych w fundamencie na skutek poziomych deformacji terenu górniczego. Wykorzystując zaproponowany przez Kisiela [91], [92], [93] reologiczny model M/V, oraz jego uproszczenie wynikające z pominięcia elementu plastycznego w postaci klasycznego modelu Zenera [118], wyprowadził Kwiatek [106] dla naprężeń stycznych wywołanych poziomym odkształceniem rozciągającym (rozpełzaniem) następujący wzór :

$$\tau = \frac{2\Phi\lambda}{\Gamma_2}\beta\varepsilon, \tag{1.3}$$

gdzie:

$$\beta = 1 + (\Gamma_2 - 1)\frac{\Gamma}{t}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\Gamma}\right)\right],$$

$$\lambda = \frac{x}{l}, \qquad \Phi = a(G_1 + G_2), \tag{1.4}$$

$$\Gamma_2 = \frac{G_1 + G_2}{G_2}, \qquad \Gamma = \frac{\eta}{G_1}$$

We wzorach tych t oznacza czas, a jest współczynnikiem charakteryzującym mechanizm kontaktu budynku z podłożem, ε poziomym odkształceniem terenu, a G_1, G_2 i η parametrami modelu Zenera.

Wzór (1.3) ujawnia wpływ relaksacji na naprężenia styczne pod fundamentem. Uwzględnienie reologicznych własności gruntu oraz czasu dochodzenia do pełnej wielkości zadanego odkształcenia poziomego sprawia, że wynikające z tego wzoru naprężenia styczne pod fundamentem są niższe niż przy obciążeniu doraźnym (t=0).

Obecnie stosowane w kraju zasady obliczania sił wywołanych poziomymi deformacjami podłoża górniczego zostały sformułowane w wytycznych Instytutu Techniki Budowlanej [85]. Nadal jedyną obliczaną wielkością jest siła rozciągająca w fundamencie wywołana dodatnimi (rozciągającymi) odkształceniami podłoża. Nie wyznacza się wielkości sił spowodowanych odkształceniami ściskającymi uważając, że stosowane w konstrukcji fundamentów i kondygnacji piwnicznych materiały są w stanie te siły bezpiecznie przenosić. Nie uwzględnia się również zginania budynku od sił poziomych przyłożonych na jego dolnej powierzchni. Uściślono zasady obliczania siły wywołanej "rozpełzaniem" terenu w tym sensie, że uwzględniono nie tylko naprężenia przyłożone do dolnej powierzchni fundamentu, ale również do jego powierzchni bocznych, a także siły przekazywane na obliczaną ławę z połączonych z nią ław poprzecznych. O wielkości sił decydują równomiernie rozłożone pod fundamentem naprężenia styczne o wartości:

$$\Theta = K(\sigma_n \tan\Phi + c), \tag{1.5}$$

gdzie K jest współczynnikiem redukcyjnym zmieniającym się w granicach 0.5-1.0 w zależności od wielkości naprężenia normalnego pod fundamentem σ_v. Wielkość tego współczynnika ustalono na podstawie badań prowadzonych w Głównym Instytucie Górnictwa. [70],[111].

Z prac zagranicznych poświęconych wpływowi poziomych deformacji terenu górniczego warto wymienić prace Geddesa [64],[65],[66],[67]. Przyjmując bardzo uproszczony model budynku (doskonale podatny na zginanie i nieskończenie sztywny lub liniowo sprężysty przy działaniu sił osiowych) i nie dyskutując modelu podłoża wyznacza on siły w płaszczyźnie styku budynku z fundamentem przy pełnym cyklu deformacji poziomych.

Również badacze rosyjscy i ukraińscy [95] nie wychodzą w swoich pracach poza liniowo sprężysty opis podłoża i budynku. Bardzo uproszczone podejście reprezentują autorzy amerykańscy. W pracy [194] podano dla siły rozciągającej i ściskającej od poziomych deformacji terenu wzór zbliżony do pierwszych propozycji Wasilkowskiego:

$$F_d = f(D + 0.5L), \tag{1.6}$$

w którym F_d oznacza siłę osiową przyłożoną na dolnej powierzchni fundamentu, D przypadające na fundament obciążenie stałe, a L obciążenie zmienne. Współczynnik tarcia proponuje się przyjąć na poziomie f=1.25, zezwalając na jego zmniejszenie do f=0.66 w przypadku zastosowania podsypki piaskowej o grubości 6" i warstwy poślizgowej z folii polietylenowej. Autor pracy [194] sam zauważa, że są to nieco konserwatywne zasady projektowania. Cenne natomiast jest zauważenie faktu, że obliczona w ten sposób siła wywołuje w fundamencie moment zginający.

Dla przeciętnego obserwatora pionowe osiadania terenu są najbardziej spektakularnym skutkiem eksploatacji górniczej. Nie sama ich wielkość jednak, lecz związana z nimi krzywizna terenu oraz jego przechyłka są tymi czynnikami, które muszą być uwzględniane przy projektowaniu obiektów budowlanych. Problem przechyłki, istotny ze względów eksploatacyjnych, z punktu widzenia mechaniki konstrukcji nabiera znaczenia jedynie dla obiektów wysokich. Nie sprawia też istotnych trudności teoretycznych i może być rozwiązany przy uwzględnieniu geometrycznej nieliniowości ustroju nośnego i jego oparcia na deformowalnym podłożu. Wszystkich budowli wznoszonych na terenach górniczych dotyczy natomiast wpływ krzywizny terenu i związanych z nią przemieszczeń pionowych podłoża.

Pierwszą pracą poświęconą temu zagadnieniu był artykuł, a właściwie cały cykl artykułów Wasilkowskiego opublikowany w "Inżynierii i Budownictwie" w latach 1951 do 1955 [185]. Określone zostały fazy pracy budynku w zależności od jego położenia w obrębie niecki osiadania oraz od stanu, wielkości i rozkładu naprężeń w płaszczyźnie styku fundamentu z podłożem. Podano zasady obliczenia granicznych promieni krzywizny

rozgraniczających poszczególne fazy pracy, naprężeń przekazywanych na podłoże oraz momentów zginających i sił poprzecznych w fundamencie. W pracach Wasilkowskiego przyjmowano ekstremalne wartości wskaźników deformacji, pomijając ścieżkę dojścia do tych wskaźników. Zakładano liniowo sprężysty model podłoża Winklera i sztywną lub liniowo sprężyście odkształcalną bryłę budynku. Pomijano problem kontaktu fundamentu z podłożem, zakładając milcząco pełne zespolenie w płaszczyźnie styku.

Ogólne rozwiązanie zagadnienia oddziaływania wygiętego podłoża na bryłę sztywną o dowolnym kształcie podał Budzianowski [26]. Ten sam autor rozwiązał zadanie zginania budowli odkształcalnej z jedną osią symetrii [27],[153]. Podobnie jak w pracach Wasilkowskiego przyjmowano ekstremalne wartości wskaźników deformacji, zakładano model podłoża Winklera i sztywną lub liniowo sprężyście odkształcalną bryłę budynku. W zakresie kontaktu fundamentu z podłożem zakładano pełne zespolenie w płaszczyźnie styku, ograniczając się do wyznaczenia granicznych promieni krzywizny, przy których może wystąpić odrywanie fundamentu od podłoża.

Kontynuacją i rozwinięciem prac Budzianowskiego są prace Andermanna oraz L. i J. Fedorowiczów [4],[5],[6],[7],[61],[62],[63]. Podjęto próbę dokładnego modelowania ścianowego ustroju nośnego budynku za pomocą metody elementów brzegowych oraz sztywnych elementów skończonych, ograniczając rozważania do liniowo sprężystego materiału w konstrukcji budynku. Podłoże gruntowe bądź pomijano, obciążając konstrukcję budynku wprost siłami wyliczonymi według tradycyjnych metod, bądź też przyjmowano model Winklera. Obliczenie prowadzono wyłącznie na ekstremalne wartości wskaźników deformacji pomijając ścieżkę dojścia do ich końcowej wielkości.

Poza sprężysty zakres pracy wychodzi w swych pracach zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych Kwiatek [110],[114],[115],[116]. Wprowadza modyfikację popularnego modelu podłoża Winklera, tworząc modele określane jako podłoże częściowo sprężyste oraz niesprężyste, które w przypadku wpływu krzywizny bardziej realistycznie niż klasyczny model Winklera opisują zachowanie podłoża. Uwzględniając kryterium St. Venanta wyznacza obszary uplastycznienia gruntu pod budynkiem poddanym wpływowi krzywizny terenu. Rozważa również zagadnienie wpływu krzywizny z pozycji opisanego wyżej lepko-sprężystego modelu M/V.

Z bardzo popularnego w dotychczasowych analizach modelu podłoża Winklera zrezygnował Kantarek [87], rozwiązując zagadnienie liniowo sprężyście odkształcalnej tarczy połączonej z drugą, wygiętą tarczą reprezentującą podłoże gruntowe. Również Sarniak [169] modelował podłoże jako półpłaszczyznę sprężystą, uwzględniając również poziome składowe oddziaływania gruntu na fundament.

Równoczesny wpływ poziomych deformacji terenu i krzywizny w liniowo sprężystym zakresie pracy rozważano w pracach [30] i [102].

W cytowanej już pracy autorów amerykańskich [194] proponuje się obliczać moment zginający w fundamencie od krzywizny terenu według wzorów:

$$M_{max} = \frac{EJ}{R_{min}}, \qquad R_{min} = 0.075\frac{h^2}{s_{max}}, \tag{1.7}$$

w których h jest głębokością eksploatowanego pokładu, s_{max} maksymalnym osiadaniem terenu, a EJ sztywnością na zginanie fundamentu w jednoznacznie liniowo sprężystym zakresie pracy. Uwzględniając fakt, że obliczony z zaczerpniętego z brytyjskich przepisów [173] wzoru (1.6) minimalny promień krzywizny jest znacznie mniejszy od podawanego dla identycznych warunków w naszych prognozach, można nabrać zaufania do zapasów bezpieczeństwa przy projektowaniu w USA i w Wielkiej Brytanii.

W ostatnim okresie podjęto próby modelowania zagadnień współpracy konstrukcji z podłożem, również górniczym, za pomocą metody elementów skończonych. Charakterystyczne dla tego kierunku są prace dotyczące zginania płyt nawierzchni lotnisk na nieliniowo sprężystym podłożu [40], prace rozpatrujące zagadnienie wpływu osiadania podłoża na skutek drążenia tuneli pod terenem zabudowanym [145], a zwłaszcza prace autorów chińskich [172],[203], dotyczące wprost zagadnień deformacji górniczych. W tych ostatnich opisano przestrzenny model złożony z podłoża dyskretyzowanego za pomocą elementów sześciościennych, murowanych ścian opartych na ławach dyskretyzowanych płaskimi elementami tarczowymi oraz nieskończenie sztywnego w swojej płaszczyźnie stropu. Dla materiału ścian przyjęto bliżej nieokreślone, nieliniowo sprężyste związki konstytutywne oraz sprecyzowano naprężeniowe kryteria zniszczenia. Można sądzić, że dla gruntu zachowano liniowo spężyste równania konstytutywne, określając zniszczenie na podstawie kryterium Coulomba-Mohra. Rozważono równoczesny wpływ rozciągających odkształceń poziomych i krzywizny terenu, nie określając niestety ścieżki dojścia do przyjętych wartości ekstremalnych. W bardzo skąpo opisanym modelu brak jest jakichkolwiek informacji na temat zastosowanego algorytmu obliczeń. Tym niemniej podjęta próba budowy modelu współpracującego układu budynek-podłoże w konwencji MES jest bardzo interesująca.

Oprócz wymienionych tu skrótowo prac o charakterze teoretycznym istotnym elementem aktualnego stanu wiedzy na temat wpływu deformacji górniczych na budynki są modelowe badania laboratoryjne oraz liczne obserwacje obiektów budowlanych na terenach objętych tymi wpływami. Wspomniano tu już prace Rosikonia [157], [158]. W obszernych badaniach prowadzonych w Głównym Instytucie Górnictwa [32],[68],[70],[71],[111],[196] nie tylko określono niezbędne do obliczeń parametry, ale również ujawniono wiele zjawisk towarzyszących deformacjom górniczym oraz rozpoznano ich mechanizm. Do wyników tych badań będziemy nawiązywać w rozdziale piątym.

Podsumowując ten krótki przegląd prac dotyczących wpływu deformacji pochodzenia górniczego na budynki można stwierdzić, że aktualna wiedza na ten temat jest kształtowana z jednej strony przez obserwacje obiektów naturalnych, a z drugiej przez prace badawcze i rozważania teoretyczne, na ogół ściśle ze sobą związane. Korelacja tych elementów złożyła się na dobre rozpoznanie podstawowych problemów. Na ogół wiemy, co się dzieje w budynku poddanym wpływom deformacji górniczych terenu. Ta wiedza ma podbudowę teoretyczną, jednakże nie jest to podbudowa spójna i jednolita. Poszczególne zagadnienia opisano za pomocą uproszczonych modeli, których reprezentatywność ogranicza się tylko do analizowanego problemu. Przykładowo, stosując model podłoża Winklera można określać wpływ krzywizny terenu na budynek, jeżeli oczywiście uznamy za racjonalny liniowo sprężysty model gruntu. Nie można stosować jednak tego modelu do analizy wpływu poziomych deformacji podłoża, gdyż w modelu Winklera żadne siły poziome nie są przekazywane. Dlatego przy określeniu sił od tych deformacji wykorzystano wzory określające nośność graniczną gruntu (według kryterium Coulomba-Mohra), uzupełniając je doświadczalnie określonymi współczynnikami, wprowadzonymi dla uwzględnienia plastycznych własności gruntu, których przyjęty model obliczeniowy nie uwzględnia.

Generalnie można więc stwierdzić, że mimo iż rozwiązano lub rozpoznano na drodze doświadczalnej podstawowe zagadnienia z zakresu wpływu górniczych deformacji podłoża na budynki, to **dotychczas nie podjęto próby budowy spójnego modelu**, który mógłby realistycznie reprezentować całokształt zjawisk związanych z tymi wpływami. (lub przynajmniej najważniejsze z nich).

Przedstawiony przegląd metod wyznaczania sił generowanych w budynku przez deformacje górnicze ujawnia jeszcze jedną lukę, którą warto uzupełnić. Dotyczy ona istotnego problemu modelowania gruntu. Przy analitycznym rozwiązaniu podstawowych zagadnień wpływu poziomych i pionowych deformacji podłoża na budynki wykorzystywano początkowo sprężyste, a następnie lepko-sprężyste modele materiałowe. **Brak jest opracowań bazujących na sprężysto-plastycznej teorii konsolidacji gruntu**, którą na obecnym etapie uważa się za najbardziej realistyczny opis procesu ich deformacji przy pominięciu efektu lepkich cech szkieletu gruntowego. Ponieważ sprężysto-plastyczny model materiałowy może też być wykorzystany do opisu materiałów budynku oraz strefy kontaktu między gruntem a fundamentem, warto podjąć próbę rozwiązania zagadnienia z tej pozycji. Trzeba przy tym mieć świadomość, że opis sprężysto-plastyczny idealizuje rzeczywistość przez zaniedbanie wpływu nadwyżki ciśnienia wody w porach szkieletu na przebieg deformacji. W odniesieniu do podejmowanego tu zagadnienia oznacza to założenie, że prędkość przepływu wody w porach będzie większa od prędkości pochodu niecki, co może zniekształcać rzeczywisty przebieg zjawisk przy gruntach bardzo spoistych.

Trzecim wreszcie wnioskiem wynikającym z przeglądu aktualnego stanu wiedzy jest **brak w literaturze krajowej prób rozwiązania zagadnień współpracy konstrukcji z deformującym się podłożem górniczym za pomocą metody elementów skończonych**. Jeżeli nauka polska ma utrzymać w tej dziedzinie wiedzy swoją pozycję w świecie, próby takie powinny być podjęte, zwłaszcza że na świecie pojawiają się takie opracowania.

Tak więc wydaje się, że **podkreślone wyżej wnioski wynikające z przeglądu aktualnego stanu wiedzy uzasadniają celowość stworzenia w konwencji MES spójnego, sprężysto-plastycznego modelu, który umożliwiałby analizę różnorodnych i złożonych zjawisk zachodzących we współpracującym układzie budynek-podłoże poddanym wpływowi górniczych deformacji terenu**. Model taki może stanowić cenne uzupełnienie prac badawczych i szczegółowych rozważań teoretycznych. W zjawiskach wieloparametrowych, do których zagadnienia wpływu górniczych deformacji podłoża na budynki na pewno należą, zarówno poznawcze jak i praktyczne znaczenie mogą mieć analizy wpływu poszczególnych, niezależnie działających czynników oraz zmian pewnych parametrów na zachowanie badanego ustroju. Jest to obszerna dziedzina nauki określanej jako "wrażliwość konstrukcji" (structural sensitivity). Przy dzisiejszym stanie wiedzy i techniki najsprawniejszym narzędziem tej dziedziny są modele numeryczne i symulacja komputerowa.

1.3. ZAŁOŻENIA ORAZ CEL PRACY

W punkcie 1.2 wyrażono pogląd, że aktualny stan rozwiązania problemu wpływu górniczych deformacji terenu na budynki wskazuje na celowość budowy sprężysto-plastycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże, który mógłby być narzędziem do analizy różnorodnych zagadnień z tego zakresu. W punkcie 1.1 z kolei określono warunki, jakie ten model powinien spełniać. Stanowi to podstawę do określenia celu podejmowanej pracy, który zostanie wyrażony w formie odpowiedzi na trzy pytania:

1. Co zamierza się zrobić ?
2. Co zamierza się przez to osiągnąć ?
3. Jak w ogólnym zarysie zamierza się podjęty cel zrealizować ?

Na tak postawione pytania można najkrócej odpowiedzieć:

1. **Zamierza się zbudować model współpracującego układu budynek-podłoże**, spełniający określone w punkcie 1.1 warunki, a więc:
   - uwzględniający wzajemnie **skorelowany wpływ odkształceń poziomych i krzywizny terenu** nie tylko na poziomie ekstremalnych wartości wskaźników deformacji, ale **na całej ścieżce ich rozwoju** (na razie z pominięciem parametru czasu),
   - uwzględniający **sprężysto-plastyczne własności gruntu i materiałów budynku**,
   - uwzględniający **realistyczny opis kontaktu** między gruntem a fundamentem budynku.

2. Poprzez analizę tego modelu zamierza się **zweryfikować jego poprawność, porównując uzyskiwane wyniki z rozpoznaniem doświadczalnym oraz wynikami obliczeń wykonanych dotychczasowymi metodami**. Pozytywny wynik tego porównania stwarza nadzieję, że **opracowany model może stać się narzędziem umożliwiającym analizę różnych zagadnień z zakresu współpracy budowli z podłożem, w tym również zagadnień dotyczących wpływu górniczych deformacji terenu na budynki**. Narzędzie takie może być szczególnie przydatne w analizach zjawisk wieloparametrowych do określenia wpływu poszczególnych czynników i zmian parametrów na ich przebieg.
3. Najwłaściwszą drogą, na jakiej można zamierzone zadanie zrealizować, jest **budowa modelu numerycznego z wykorzystaniem metody elementów skończonych.**

Punkty 1 i 2 przedstawionego powyżej celu pracy w jakimś stopniu znajdują umotywowanie we wcześniejszych rozważaniach niniejszego rozdziału. Jednoznaczne, aczkolwiek nieco gołosłowne stwierdzenie dotyczące drogi do realizacji celu (p.3) wymaga pewnego uzasadnienia.

Do niedawna badania modelowe polegały wyłącznie na badaniach laboratoryjnych fizycznie istniejącego, materialnego modelu analizowanego ustroju. Od wiedzy i intuicji badacza oraz od technicznego poziomu oraz staranności przygotowania badań zależy, w jakim stopniu zachowanie modelu zbliża się do obiektu naturalnego, co warunkuje wiarygodność wniosków wynikających z badań. Istnieją zjawiska stosunkowo łatwe do modelowania. Wysoki też będzie stopień wiarygodności wniosków wynikających z takiego badania. Przy bardziej złożonych zagadnieniach, do których można zaliczyć zachowanie się budynku na deformującym się podłożu górniczym, odtworzenie w laboratorium rzeczywistych warunków przebiegu zjawiska jest bardzo trudne. Do trudności technicznych związanych z wymuszeniem przesuwającej się pod analizowanym obiektem niecki górniczej dochodzą właściwe dla zagadnień interakcji konstrukcji z podłożem problemy ze spełnieniem warunku podobieństwa modelowego

$$\gamma_m = \lambda \gamma_p,$$

gdzie γ_p i γ_m są ciężarami objętościowymi gruntu i jego modelu, a λ skalą modelową. Aby ten warunek spełnić, trzeba osiągnąć w modelu ciężar objętościowy λ razy większy niż w rzeczywistym gruncie, co jest trudne do zrealizowania. Z tego względu badania modelowe często dostarczają jedynie "jakościowych" informacji o przebiegu zjawiska, nie upoważniając do wyciągania wniosków "ilościowych".

Istotną rolę zaczyna odgrywać aspekt ekonomiczny związany z faktem, że raz przebadany, skomplikowany i kosztowny model nie nadaje się do badania powtórnego w przypadku badań niszczących. Trzeba budować kolejne modele, które nie będą już takie same. Staje problem statystycznego opracowania wyników badań i związanej z tym liczby

elementów próbnych. Nie jest to problem istotny, jeżeli elementem próbnym jest walcowa lub sześcienna próbka betonowa, ale może wręcz uniemożliwić badanie przy bardziej skomplikowanych modelach.

Rozwój techniki obliczeniowej i dostosowanych do niej teoretycznych metod analizy sprawił, że nowym narzędziem badawczym stała się symulacja komputerowa. Zamiast materialnego modelu w laboratorium można stworzyć model numeryczny w pamięci komputera. Również i tutaj maksymalne zbliżenie modelu do obiektu naturalnego warunkuje wiarygodność wynikających z badań wniosków. Uzyskanie tego zbliżenia nie jest jednak trudniejsze niż w przypadku laboratoryjnych badań modelowych. Warto popracować nad zbudowaniem maksymalnie zbliżonego do rzeczywistości modelu numerycznego. Raz zbudowany model może być wielokrotnie analizowany przy różnych zmieniających się parametrach. Nie tylko że jest niezniszczalny, ale może się stale doskonalić poprzez świadome wprowadzanie wniosków wynikających z kolejnych badań. Stwarza szansę komputerowej symulacji przebiegu różnych zjawisk.

Z powyższych rozważań nie należy wyciągać wniosku o wyższości badań numerycznych nad laboratoryjnymi. Ostatecznym kryterium prawdy w naukach przyrodniczych jest i zawsze będzie obserwacja rzeczywistości, a poprawnie zaprogramowany i prawidłowo przeprowadzony eksperyment na ogół tę rzeczywistość dobrze reprezentuje. Podobnie zresztą jak i poprawnie zaprogramowany model numeryczny oparty na spójnych i realistycznie dobranych do analizowanego zagadnienia podstawach teoretycznych. Ten ostatni musi zawsze być poparty doświadczeniem, chociażby dla wyznaczenia parametrów materiałowych i sprawdzenia zgodności uzyskiwanych wyników z rzeczywistością. Jeżeli jednak taka zgodność zostanie potwierdzona, model numeryczny staje się sprawnym narzędziem badawczym uzupełniającym badania, a często wkraczającym w niedostępne dla nich obszary.

Te czynniki zadecydowały o przyjęciu do analizy numerycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże jako metody rozwiązania postawionego zadania. Do budowy takiego modelu wykorzystano metodę elementów skończonych. Podobną propozycję złożył w 1976 roku Gryczmański [78],[80], jednakże nie doczekała się ona praktycznej realizacji. Pierwsze próby budowy modelu przez autora zostały opisane w pracach [124],[125],[126], [127],[128],[129].

Model numeryczny stwarza szansę analizowania wrażliwości konstrukcji (structural sensitivity) na poszczególne, niezależnie działające wpływy, a także na zmianę jej parametrów geometrycznych i fizycznych własności tworzących ją materiałów. Jest to szczególnie ważne przy analizie zagadnień złożonych układów konstrukcyjnych poddanych różnorodnym oddziaływaniom i wykonanych z materiałów, dla których realistyczny opis związków między składowymi stanu odkształcenia i naprężenia powinien wychodzić poza proste zależności liniowej teorii sprężystości. Zagadnienia współpracy konstrukcji

budowlanej z podłożem gruntowym na pewno do tej grupy mogą być zaliczone, zwłaszcza przy tak złożonych oddziaływaniach, jakimi są wpływy deformacji pochodzenia górniczego.

Trudno w tym miejscu cytować niezwykle już bogatą literaturę dotyczącą różnych aplikacji metody elementów skończonych. Trzeba jednak wskazać na te pozycje, z których w trakcie opracowywania modelu bezpośrednio korzystano. Należą tu w pierwszym rzędzie prace Zienkiewicza *i in.* [197],[200],[201],[142],[143] i autorów wywodzących się z założonej przez niego szkoły [45],[46],[81],[82],[147],[148], monograficzne opracowania [156],[178],[179] oraz publikacje typu *State of the Art* dotyczące zastosowania metody do analizy konstrukcji z betonu [146],[42],[43] i podłoża [77], [42],[136].

2. DEFORMACJE GÓRNICZE JAKO OBCIĄŻENIE BUDYNKU

Istotnym elementem, decydującym o zbliżeniu modelu układu budynek-podłoże poddanego wpływowi górniczych deformacji terenu do rzeczywistości, jest opis obciążeń wywoływanych przez te deformacje. W analizowanym tu zagadnieniu obciążeniem będą przyrosty poziomych i pionowych przemieszczeń wymuszane w punktach węzłowych położonych na brzegu zamodelowanej bryły podłoża, powstające w trakcie przemieszczania się niecki osiadania pod obiektem. W niniejszym rozdziale zostaną przedstawione zasady wyznaczania tych przemieszczeń przyjęte w szczegółowych analizach (rozdział 5).

Aktualnie przy projektowaniu zabezpieczeń budynków na terenach górniczych spotyka się dwa sposoby przyjmowania parametrów wyjściowych:

- określenie "kategorii terenu" i projektowanie na ekstremalne wartości wskaźników deformacji przypisane danej kategorii,
- określenie przewidywanych dla danego obszaru wielkości ekstremalnych wskaźników deformacji, z uwzględnieniem założonego sposobu eksploatacji pokładów i rzeczywistych warunków geologicznych, na podstawie programów komputerowych opracowanych dla założonych modeli górotworu [58].

W praktyce projektowej operuje się pojęciem ekstremalnych wskaźników deformacji, którymi są: odkształcenie poziome ε, promień krzywizny R oraz pochylenie T. Podstawą do ich wyznaczenia jest uśredniony przebieg niecki osiadania. Pomija się sposób dojścia do tych ekstremalnych wartości (ścieżka obciążenia), a losowy charakter złożonego zjawiska, jakim jest deformacja górotworu, uwzględnia się przez wprowadzenie obliczeniowych wskaźników deformacji. Są one wyznaczane jako iloczyn wskaźników prognozowanych i zwiększających oraz zmniejszających współczynników zależnych od warunków pracy budowli oraz stopnia znajomości kierunku zachodzących deformacji terenu.

Podejście takie jest właściwe dla wymiarowania konstrukcji według metody stanów granicznych. Przygotowując jednakże dane wyjściowe dla modelu, który ma opisywać zachowanie współpracującego układu budynek-podłoże w trakcie rozwoju niecki osiadania, z uwzględnieniem wpływu ścieżki obciążenia na jego stan, trzeba podjąć próbę uściślenia działających na budynki deformacji. Ważne jest szczególnie określenie ich wzajemnej korelacji, co w przypadku deformacji pochodzenia górniczego dotyczy sprzężonej pary:

odkształcenie poziome ε - krzywizna $\bar{K}$* (charakteryzowana promieniem $R=1/\bar{K}$).

W wyniku eksploatacji podziemnego pokładu i związanej z tym deformacji górotworu na powierzchni terenu tworzy się przestrzenna niecka charakteryzowana przemieszczeniem pionowym w oraz poziomym u. Ograniczając rozważania do zagadnienia płaskiego, które występuje w obszarze odpowiadającym środkowej części długiego frontu eksploatacji, równania osiadania powierzchni z oraz przemieszczenia poziomego u można opisać uproszczonymi zależnościami [29]:

$$z=\frac{w_o}{2}\left[1-\frac{x}{r}-\frac{1}{\Pi}\sin\frac{\Pi x}{r}\right],$$
$$u=-0.2w_o\left(1+\cos\frac{\Pi x}{r}\right) \tag{2.1}$$

Średnie wartości odkształcenia poziomego ε i krzywizny terenu $\bar{K}$ określają wzory:

$$\varepsilon=\frac{0.2\Pi w_o}{r}\sin\frac{\Pi x}{r},\qquad \bar{K}=-\frac{\Pi w_o}{2r^2}\sin\frac{\Pi x}{r} \tag{2.2}$$

We wzorach tych:

- w_o - maksymalna wartość obniżenia średniego profilu niecki,
- r - promień zasięgu wpływów.

Wykorzystując określone przez Popiołka [149] wartości przeciętnego rozproszenia losowego maksymalnych wskaźników deformacji terenu dla polskich zagłębi górniczych, przedstawiono w pracy [3] sposób wyznaczenia ekstremalnych obwiedni tych wskaźników przy założonym poziomie ufności. Dla osiadania pionowego terenu, przemieszczeń poziomych oraz dla odkształceń poziomych obwiednie te wyrażą się wzorami:

$$w_{min}^{max}=\frac{w_o}{2}(1\pm\kappa k_w v_w)\left(1-\frac{x}{r}-\frac{1}{\Pi}\sin\frac{\Pi x}{r}\right),$$
$$u_{min}^{max}=-0.2w_o(1\pm\kappa k_h v_h)\left(1+\cos\frac{\Pi x}{r}\right), \tag{2.3}$$
$$\varepsilon_{min}^{max}=\frac{0.2\Pi w_o}{r}(1\pm\kappa k_\varepsilon v_\varepsilon)\sin\frac{\Pi x}{r},$$

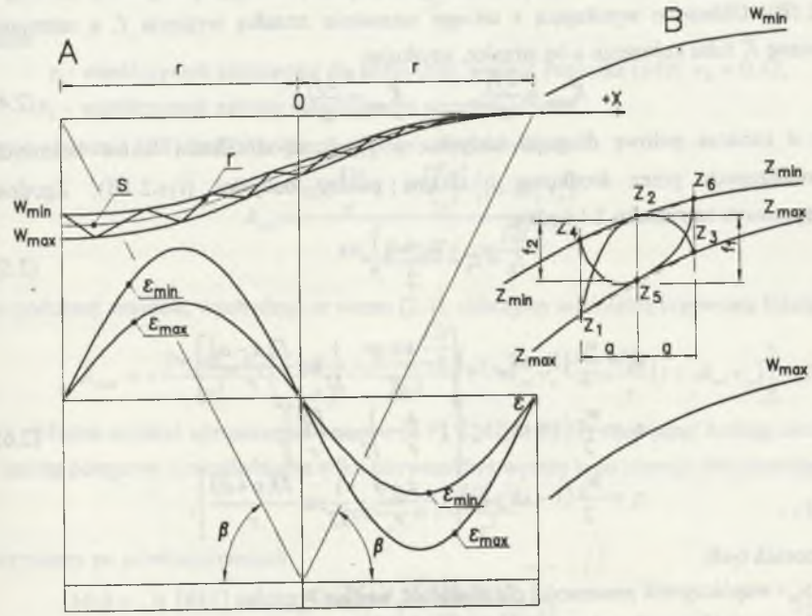
w których:

- v_w - współczynnik zmienności obniżenia terenu; według Popiołka [149] $v_w=0.04$,
- v_h - współczynnik zmienności przemieszczeń poziomych; według [149] $v_h=0.13$,
- v_ε - współczynnik zmienności odkształcenia poziomego; według [149] $v_\varepsilon=0.20$ dla rozciągania i $v_\varepsilon=0.30$ dla ściskania.
- k_w - współczynnik zależny od przyjętego poziomu ufności przy określaniu obwiedni obniżenia terenu (granica całki gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego);
- k_h - współczynnik zależny od przyjętego poziomu ufności przy określaniu obwiedni przemieszczenia poziomego,

* Dla krzywizny przyjęto oznaczenie $\bar{K}$, gdyż oznaczenie K zarezerwowano dla modułu ściśliwości materiału

- k_ε - współczynnik zależny od przyjętego poziomu ufności przy określaniu obwiedni odkształcenia poziomego,
- κ - współczynnik korekcyjny zależny od długości bazy pomiarowej b przy wyznaczaniu charakterystyk rozproszenia losowego wskaźników deformacji, określony przez Popiołka [149] jako $\kappa=0.2\sqrt{b}$.

Osobnego komentarza wymaga krzywizna terenu, charakteryzowana zazwyczaj jej promieniem R, który odpowiada średniemu przebiegowi niecki osiadania. Jest to jeden z wielu możliwych, może nawet najbardziej prawdopodobny przebieg tej niecki. Na pewno jednak można sobie wyobrazić wiele innych, które na długości budynku dadzą bardziej niekorzystną dla niego krzywiznę (rys.2.1).



Rys.2.1. Obwiednie obniżenia terenu i odkształceń poziomych

Fig.2.1. The envelopes of ground subsidence and horizontal deformation

Analizując wyniki pomiarów zauważamy, że osiadania terenu tworzą linię łamaną (rys.2.1 linia **r**), oscylującą wokół przebiegu średniego (rys.2.1 linia s). Jeżeli wzdłuż tej linii będziemy przesuwać odcinek o długości budynku, to zauważymy, że może on się znaleźć w obszarze o bardzo zróżnicowanej krzywiźnie, często znacznie odbiegającej od krzywizny średniego przebiegu linii osiadania terenu. Może się nawet zdarzyć, że budynek znajdzie się w strefie oddziaływania krzywizny o znaku przeciwnym niż krzywizna średnia.

Pojawia się więc problem krzywizny lokalnej. Przemieszczenia pionowe wynikające z maksymalnej i minimalnej krzywizny lokalnej, jaka może wystąpić na długości budynku, przyjęto jako bardziej miarodajny parametr wyjściowy do obliczeń statycznych, niż prognozowana lub obliczeniowa średnia krzywizna profilu niecki.

Założono, że łamana linia rzeczywistego osiadania terenu (rys.2.1B) sytuuje się pomiędzy dwoma położeniami granicznymi, zwanymi dalej obwiedniami krzywizny lokalnej z. Nie są one tożsame z granicznymi obwiedniami osiadania w określonymi wzorami (2.3), jest bowiem nieprawdopodobne, by rzeczywiste osiadanie na niewielkiej długości budynku "przeskakiwało" pomiędzy tymi właśnie obwiedniami. W celu wyznaczenia ekstremalnej krzywizny lokalnej dla budynku o długości $2a$ przyjęto, że pod obydwoma końcami budynku obniżenie jest określone górną, a w środku długości dolną obwiednią krzywizny lokalnej z (rys.2.1B). Obliczono wynikającą z takiego ustawienia strzałkę wygięcia f, a następnie krzywiznę $\tilde{K}$ łuku kołowego o tej strzałce, uzyskując:

$$\tilde{K}_{max} = \frac{2f_2}{a^2}, \qquad \tilde{K}_{min} = \frac{2f_1}{a^2}, \tag{2.4}$$

gdzie a oznacza połowę długości budynku, a f_1 i f_2 są strzałkami łuków kołowych poprowadzonych przez środkowy i skrajne punkty budynku (rys.2.1B). Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 2.1 będzie:

$$f_2 = z_5 - \frac{z_4 + z_6}{2}, \tag{2.5}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{w_o}{2}(1-\kappa k_{wl} v_w)\left[1 - \frac{x-a}{r} - \frac{1}{\Pi}\sin\frac{\Pi(x-a)}{r}\right], \\ z_5 &= \frac{w_o}{2}(1+\kappa k_{wl} v_w)\left[1 - \frac{x}{r} - \frac{1}{\Pi}\sin\frac{\Pi x}{r}\right], \\ z_6 &= \frac{w_o}{2}(1-\kappa k_{wl} v_w)\left[1 - \frac{x+a}{r} - \frac{1}{\Pi}\sin\frac{\Pi(x+a)}{r}\right] \end{aligned} \tag{2.6}$$

We wzorach tych:

- v_{wl} - współczynnik zmienności dla osiadania; według Popiołka [149] $v_{wl} = 0.04$,
- k_{wl} - współczynnik zależny od przyjętego poziomu ufności przy ustalaniu obwiedni z_{max} i z_{min} wg rys. 2.1 (granica całki gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego).

Problemem jest przyjęcie poziomu ufności, na jakim powinny być ustalane obwiednie krzywizny lokalnej z i wynikająca stąd wartość współczynnika k_{wl} we wzorach (2.6). Usytuowanie dwóch skrajnych punktów budynku na jednej, a punktu środkowego na drugiej obwiedni granicznej nie jest zbiorem zdarzeń niezależnych i niemożliwe jest matematyczne określenie prawdopodobieństwa wystąpienia takiej sytuacji.

Podstawiając (2.6) do (2.5), a następnie (2.4) otrzymamy wzór, określający zmienność krzywizny lokalnej w obrębie całej niecki osiadania w postaci:

$$\tilde{K}_{max} = \frac{2w_o\kappa k_{wl} v_w}{a^2}\left(1-\frac{x}{r}\right) + \frac{w_o \sin\frac{\Pi x}{r}}{\Pi a^2}\left[\cos\frac{\Pi a}{r}(1-\kappa k_{wl} v_w) - 1 - \kappa k_{wl} v_w\right] \tag{2.7}$$

Wyznaczając z tego wzoru maksymalną krzywiznę lokalną w punkcie $x = -0.5r$, a więc tam, gdzie występuje maksymalna krzywizna średniego przebiegu niecki otrzymamy:

$$\tilde{K}_{max} = \frac{w_o(\kappa k_{wl} v_w - 1)\cos\frac{\Pi a}{r}}{\Pi a^2} + \frac{w_o(\kappa k_{wl} v_w + 1)}{\Pi a^2} + \frac{3w_o\kappa k_{wl} v_w}{a^2} \tag{2.8}$$

Zgodnie z ogólnymi zasadami statystyki tę samą krzywiznę w tym punkcie obliczymy jako:

$$\tilde{K}_{max} = \tilde{K}(1+\kappa k_k v_k) = \frac{\Pi w_o}{2r^2}(1+\kappa k_k v_k), \tag{2.9}$$

gdzie:

- v_k - współczynnik zmienności dla krzywizny; według Popiołka [149] $v_k = 0.43$,
- k_k - współczynnik zależny od przyjętego poziomu ufności.

Z przyrównania (2.8) do (2.9) obliczymy po przekształceniach:

$$k_{wl} = \frac{\cos\frac{\Pi a}{r} - 1 + \frac{\Pi^2 a^2}{2r^2}(1+\kappa k_k v_k)}{\kappa v_w\left(1 + 3\Pi + \cos\frac{\Pi a}{r}\right)} \tag{2.10}$$

Na podobnej zasadzie, wychodząc ze wzoru (2.4), obliczymy minimalną krzywiznę lokalną:

$$\tilde{K}_{min} = -\frac{2w_o\kappa k_{wl} v_w}{a^2}\left(1-\frac{x}{r}\right) - \frac{w_o \sin\frac{\Pi x}{r}}{\Pi a^2}\left[1 - \kappa k_{wl} v_w - \cos\frac{\Pi a}{r}(1+\kappa k_{wl} v_w)\right] \tag{2.11}$$

Można uzyskać uproszczenie wzorów (2.7), (2.10) i (2.11) rozwijając funkcje *cosinus* w szereg potęgowy i uwzględniając tylko pierwsze dwa wyrazy tego szeregu. Podstawiając:

$$\cos\frac{\Pi a}{r} = 1 - \frac{\Pi^2 a^2}{r^2} \tag{2.12}$$

otrzymamy po przekształceniach:

$$k_{wl} = \frac{\Pi^2 a^2 k_k v_k}{v_w\left(4r^2 + 6\Pi r^2 - \Pi^2 a^2\right)} \tag{2.13}$$

Wprowadzając (2.12) i (2.13) do wzorów (2.7) i (2.11) zapiszemy wyrażenia określające zmienność ekstremalnych krzywizn lokalnych w postaci:

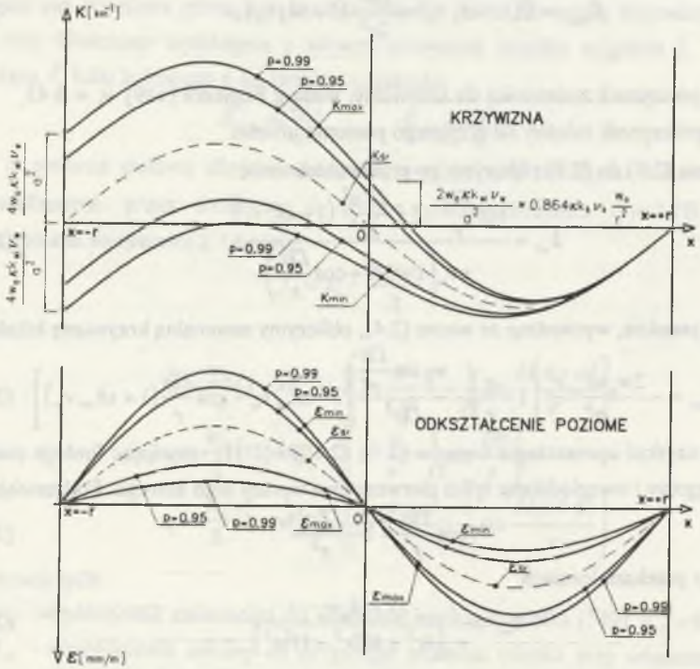
$$\tilde{K}_{min}^{max} = \pm\lambda_1 \kappa k_k v_k \frac{w_o}{r^2}\left(1-\frac{x}{r}\right) - \frac{\Pi w_o}{2r^2}(1 \pm \lambda_2 \kappa k_k v_k)\sin\frac{\Pi x}{r}, \tag{2.14}$$

gdzie:

$$\lambda_1 = \frac{2\Pi^2}{4 + 6\Pi - \frac{\Pi^2 a^2}{r^2}} \cong 0.864, \qquad \lambda_2 = \frac{4 - \frac{\Pi^2 a^2}{r^2}}{4 + 6\Pi - \frac{\Pi^2 a^2}{r^2}} \cong 0.175 \tag{2.15}$$

Zauważmy, że pierwszy składnik we wzorze (2.14) jest równaniem linii prostej, a drugi wyraża równanie średniej krzywizny niecki (patrz wzór 2.2), przemnożone przez współczynnik uwzględniający losowy charakter tej funkcji.

Na rysunku 2.2 przedstawiono wyznaczone według tych wzorów wykresy zmienności ekstremalnych krzywizn lokalnych oraz obwiednie odkształceń poziomych (wzory 2.3). Przy określeniu ekstremalnych wartości odkształceń poziomych ε założono poziom ufności 0.95, co jest równoznaczne z podstawieniem do wzoru (2.3) $k_\varepsilon = 1.645$. Obwiednie krzywizn sporządzono dla poziomów ufności 0.95 ($k_k = 1.645$) i 0.99 ($k_k = 2.330$). Kształt obwiedni odkształceń poziomych jest oczywisty i nie wymaga komentarza. Warto natomiast poświęcić nieco uwagi rozkładowi ekstremalnych krzywizn lokalnych



Rys. 2.2. Ekstremalne krzywizny lokalne i odkształcenia poziome terenu

Fig.2.2. Extreme local curvature and horizontal deformation

W początkowym obszarze niecki dynamicznej ($0<x<+r$) różnice między maksymalną i minimalną krzywizną lokalną są niewielkie. W tym też obszarze krzywizny lokalne niewiele odbiegają od krzywizny średniej.

W punkcie x=0, gdzie krzywizna średnia przyjmuje wartość zerową, krzywizna lokalna może wynosić

$$\tilde{K}^{max}_{min} = \pm\frac{2w_o k k_{wl} v_w}{a^2} \tag{2.16}$$

Największe różnice między ekstremalnymi wartościami krzywizn lokalnych, a także w stosunku do krzywizny średniej, występują na dnie niecki obniżeniowej ($x<-r$). W tym obszarze krzywizna średnia jest równa zeru, co odpowiada optymistycznemu, ale chyba niezbyt realistycznemu założeniu, że jedyną pozostałością po przejściu niecki jest obniżenie terenu. Zaproponowany model ujawnia po przejściu niecki residualną krzywiznę o wartości:

$$\tilde{K}^{max}_{min} = \pm\frac{4w_o k k_{wl} v_w}{a^2} \tag{2.17}$$

Istnieje oczywiście nieskończenie wiele możliwych, wzajemnie sprzężonych przebiegów przyrostów przemieszczeń poziomych i związanych z nimi odkształceń oraz krzywizny terenu i wynikających z niej przemieszczeń pionowych. Wszystkie one, z przyjętym w niniejszych rozważaniach prawdopodobieństwem mieszczą się pomiędzy przedstawionymi na rysunku 2.2 obwiedniami wartości ekstremalnych. Niemożliwe jest stwierdzenie *a priori*, który z tych przebiegów będzie w konkretnych warunkach najbardziej dla budynku niekorzystny. Intuicyjnie można wytypować następujące przebiegi:

- kombinacja maksymalnych przemieszczeń poziomych oraz przemieszczeń pionowych wynikających z maksymalnej krzywizny lokalnej powinna dać największe rozciągania w fundamencie w punkcie $x = +0.5r$,
- kombinacja minimalnych przemieszczeń poziomych oraz przemieszczeń pionowych wynikających z maksymalnej krzywizny lokalnej może dać rozciągania w fundamencie w punkcie $x = -0.5r$,
- kombinacja minimalnych przemieszczeń poziomych oraz przemieszczeń pionowych wynikających z minimalnej krzywizny lokalnej lub maksymalnych przemieszczeń poziomych oraz przemieszczeń pionowych towarzyszących minimalnej krzywiźnie lokalnej może dać rozciąganie w stropie w trudnym do bliższego sprecyzowania punkcie niecki.

Analiza przykładowego budynku uwzględniająca te schematy deformacji zostanie przedstawiona w rozdziale piątym (punkt 5.5). Wcześniej w punktach 5.3 i 5.4 będzie rozważany niezależny wpływ deformacji poziomych i krzywizny określonych dla średniego przebiegu niecki.

We wszystkich analizach prowadzonych w rozdziale piątym obciążenie numerycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże będą stanowiły przyrosty przemieszczeń poziomych i pionowych powstające w trakcie przesuwania się pod nim niecki górniczej. Będą one zadawane w punktach węzłowych usytuowanych na brzegach modelu. Przemieszczenia poziome i pionowe dla średnich przebiegów niecki będą obliczane ze wzorów (2.3). Przemieszczenia pionowe wynikające z ekstremalnych krzywizn lokalnych

(wzór 2.14) będą wyznaczane według następującej procedury:

- dla danego położenia budynku względem niecki osiadania (współrzędna x we wzorze 2.14) zostanie obliczona aktualna wielkość krzywizny,
- przy znanej krzywiźnie zostaną obliczone rzędne łuku kołowego w punktach odpowiadających węzłom modelu numerycznego,
- różnica między tak obliczonymi przemieszczeniami a tak samo wyznaczonymi przemieszczeniami dla poprzedniego położenia niecki będzie zadanym w danym punkcie przyrostem przemieszczenia pionowego.

Przedstawiony w niniejszym rozdziale sposób określania oddziaływań wynikających z górniczych deformacji terenu i przekazywanych na współpracujący układ budynek-podłoże jest na pewno dość daleko idącym uproszczeniem rzeczywistości. Głównymi elementami tego uproszczenia są:

- założenie, że zmiany poziomych i pionowych przemieszczeń pod analizowanym układem można wyznaczyć z równań opisujących końcowy kształt ustalonej niecki osiadania i to w uproszczonej postaci zapisanej wzorem 2.1. W rzeczywistości zmiany te powinna określać funkcja, w której zmienną niezależną jest czas, a parametrami fizyczna i geometryczna charakterystyka górotworu oraz eksploatowanego pokładu oraz prędkość i sposób eksploatacji,
- przyjęcie kołowego kształtu krzywizny lokalnej,
- dość daleko posunięta ekstrapolacja wyników pomiarów przeciętnego rozproszenia losowego maksymalnych wskaźników deformacji terenu podanych przez Popiołka [149].

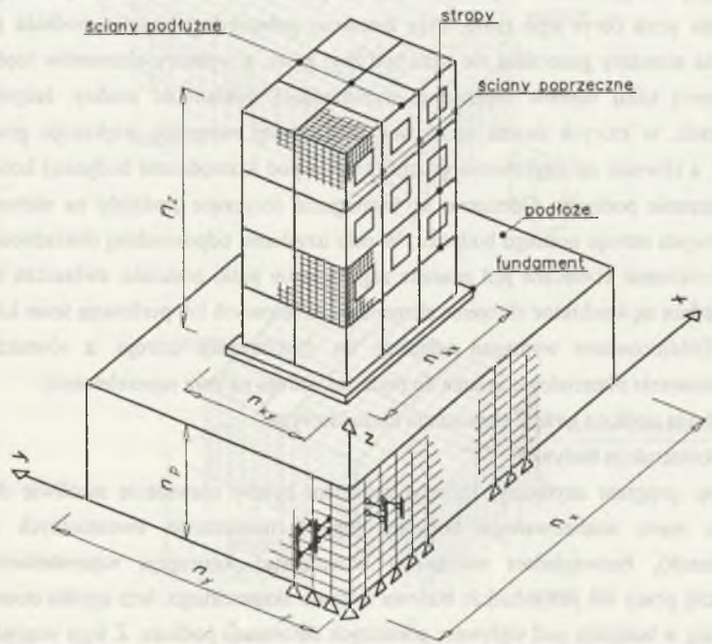
Zdając sobie sprawę z tych uproszczeń można jednak przyjąć, że określone opisaną metodą oddziaływania terenu górniczego na współpracujący układ budynek-podłoże, będą bardziej zbliżone do rzeczywistości niż ewentualne przekazanie na ten układ przemieszczeń wynikających wyłącznie z ekstremalnych wskaźników deformacji. Dlatego w przykładach przedstawionych w rozdziale piątym przyjęto ten sposób wyznaczania oddziaływań, nie rezygnując z zamiaru dokładniejszego opisu tych oddziaływań.

3. MODEL NUMERYCZNY WSPÓŁPRACUJĄCEGO UKŁADU BUDYNEK-PODŁOŻE

3.1. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA MODELU

3.1.1. Zasady dyskretyzacji MES

Najbardziej ogólne podejście zakłada budowę jednego modelu obejmującego ustrój nośny budynku (ściany podłużne, poprzeczne, fundament, tarcze stropowe i ewentualnie elementy konstrukcji szkieletowej) oraz bryłę podłoża (rys.3.1).



Rys.3.1. Schemat ogólnego modelu układu budynek-podłoże

Fig.3.1. General scheme of building-subsoil interactive model

W płaszczyźnie styku budynku z podłożem powinny się znajdować elementy kontaktowe. Bryła podłoża powinna być podzielona na elementy przestrzenne (np. prostopadłościenne), a ściany, fundamenty i stropy budynku na elementy płaskie (np. prostokątne). Zbrojenie może być reprezentowane przez elementy prętowe.

Skonstruowany na podobnych zasadach model zaproponował Gryczmański [78] już w roku 1976, ale propozycja ta nie doczekała się praktycznej implementacji komputerowej, ze względu na zrozumiałe w owym czasie ograniczenia sprzętowe. Dzisiaj budowa takiego modelu jest możliwa, jednakże realizacja obliczeń wymaga jednostek o bardzo dużej mocy obliczeniowej. Możliwości prowadzenia analizy na aktualnie najlepszych z powszechnie dostępnych komputerów klasy PC są bardzo ograniczone. Obok wynikających z właściwości sprzętu ograniczeń pamięci oraz spodziewanego długiego czasu obliczeń, problemem jest różna skala, jaką trzeba zastosować przy podziale na elementy ustroju nośnego budynku i podłoża. Dla efektywnej analizy konieczne jest uwzględnienie dużej bryły podłoża, sięgającej na głębokość większą niż wymiary budynku w planie i wykraczającej dość znacznie poza obrys jego rzutu. Przy założeniu jednorodnej budowy podłoża podział tej bryły na elementy generalnie nie musi być zbyt gęsty, a wymiary elementów rzędu jednego lub nawet kilku metrów zapewniają wystarczającą dokładność analizy. Jedynie w tych obszarach, w których można oczekiwać koncentracji naprężeń, większego gradientu ich zmian, a również uplastycznienia gruntu (zwykle pod krawędziami budynku) konieczne jest zagęszczenie podziału. Odmienne są wymagania dotyczące podziału na elementy części składowych ustroju nośnego budynku. W celu uzyskania odpowiedniej dokładności obliczeń niejednokrotnie konieczne jest znaczne zagęszczenie siatki podziału, zwłaszcza wtedy, gdy uwzględnia się konkretne zbrojenie elementów żelbetowych lub perforację ścian lub stropów.

Zróżnicowanie wymagań odnośnie do dyskretyzacji ustroju, a również wyraźne zróżnicowanie materiałowe skłania do podziału ustroju na dwa superelementy:

- bryła podłoża wraz z elementami kontaktowymi,
- konstrukcja budynku.

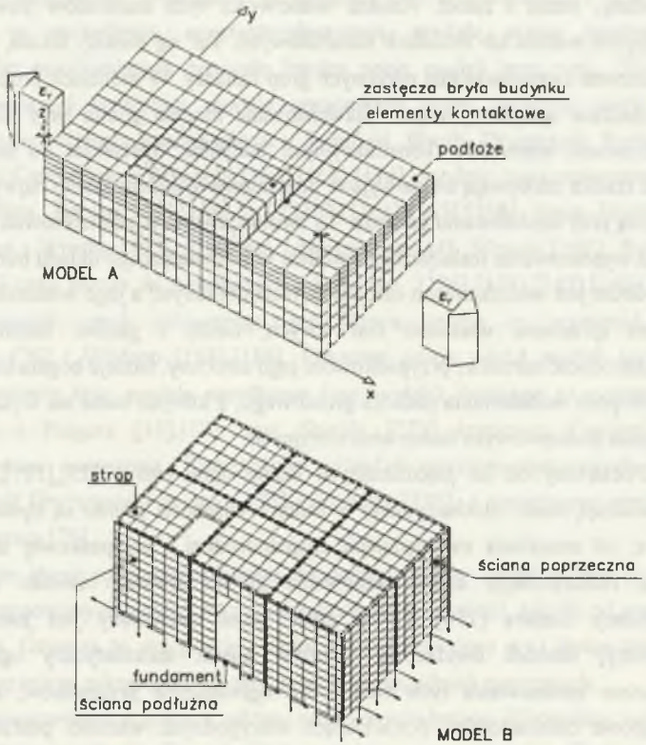
Budując program użytkowy, którego zadaniem byłoby ujawnienie możliwie dokładnego obrazu stanu analizowanego budynku (np. rozmieszczenia ewentualnych zarysowań w ścianach), bezwzględnie należałoby wykorzystać koncepcję superelementu. Celem niniejszej pracy nie jest jednakże budowa systemu eksperckiego, lecz ogólna ocena sił, jakie powstają w budynku pod wpływem górniczych deformacji podłoża. Z tego względu przyjęto dwuetapową metodę analizy:

- etap pierwszy, w którym analizuje się współpracujący układ złożony z uproszczonego, zastępczego modelu budynku połączonego elementami kontaktowymi z możliwie dokładnym modelem podłoża,

- etap drugi, w którym dokładnie zamodelowany budynek obciąża się siłami w elementach kontaktowych wyznaczonymi w etapie pierwszym.

Schemat modeli zastosowanych do takiej analizy przedstawiono na rysunku 3.2.

W modelu **A**, który będzie podstawowym narzędziem prowadzonych analiz, zarówno podłoże, jak i zastępcza bryła budynku zostaną podzielone na elementy prostopadłościenne. W styku budynku z podłożem muszą się znaleźć specjalne elementy kontaktowe reprezentujące możliwe tam efekty nieciągłości (poślizg, odrywanie). W modelu **B** ściany, strop i fundament będą podzielone na tarczowe elementy prostokątne. W obydwu modelach zbrojenie będzie reprezentowane przez elementy prętowe.



Rys.3.2. Schemat modeli do analizy dwuetapowej
Fig. 3.2. Models for two-stages analysis

Taka strategia analizy jest wypadkową zamierzonego celu oraz ograniczeń sprzętowych. Główną rolę odgrywa tu czas obliczeń, który przy możliwym do

zaakceptowania podziale ustroju na elementy nie spada poniżej kilkunastu godzin dla jednorazowej analizy pełnego przebiegu niecki osiadania. Niezależnie od tych ograniczeń można sądzić, że model ten pozwoli określić zbliżony do rzeczywistości rozkład sił wywoływanych w budynku przez górnicze deformacje podłoża.

3.1.2. Ogólna koncepcja opisu materiałów

Każde modelowanie wiąże się nieuchronnie z uproszczeniem rzeczywistości. Ważne jest, by przyjęte uproszczenia nie deformowały nadmiernie jej obrazu. Nie mniej istotne jest, by mieć świadomość zakresu przyjętych uproszczeń.

W podjętym w niniejszej pracy zagadnieniu podstawowymi materiałami będą grunt budowlany, beton i żelbet. Analiza właściwości tych materiałów powinna decydować o przyjętym modelu lub modelach materiałowych. Tak się niestety składa, że materiały te są przedmiotem zainteresowania odrębnych grup badaczy. W modelach proponowanych przez geotechników spotykamy często zaawansowane modele gruntu przy dość prymitywnym potraktowaniu materiałów konstrukcyjnych budynku. Specjaliści od analizy konstrukcji z kolei rzadko zdobywają się na wyjście poza model Winklera lub co najwyżej półprzestrzeń sprężystą przy modelowaniu podłoża. Ta swoista asymetria zainteresowań i kompetencji nie sprzyja wypracowaniu realistycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże.

Grunt jest wielofazowym ośrodkiem rozdrobnionym, a jego własności mechaniczne są efektem sprzężenia własności ciał stałych, cieczy i gazów. Istotne znaczenie ma niejednorodność ośrodka i przypadkowość jego struktury. Istnieje bogata literatura dotycząca różnych prób modelowania podłoża gruntowego, z których wiele nie wyszło jednakże poza fazę opisu podstawowych badań laboratoryjnych.

Począwszy od lat pięćdziesiątych liczne opracowania [23],[101],[121],[151],[158] wprowadzają model stochastyczny, w którym własności gruntu są opisane przez funkcje losowe, co umożliwia uwzględnienie niejednorodnej i przypadkowej struktury ośrodka. Szansę realistycznego opisu zachowania gruntu stwarza również nieliniowa teoria konsolidacji Szefera [176], [177], gdzie grunt traktowany jest jako heterogeniczny (porowaty) ośrodek dwufazowy. Złożony aparat matematyczny ogranicza jednakże praktyczne zastosowania tych modeli do najprostszych przypadków, zwłaszcza że ich podbudowa doświadczalna dostarczająca wiarygodnych wartości potrzebnych do analiz parametrów fizykalnych jest wciąż niezadowalająca.

Niezależnie od tego, że wspomniane tu modele stochastyczne oraz modele traktujące grunt jako dwufazowy ośrodek porowaty stanowią najlepsze przybliżenie rzeczywistości, to jednak wciąż zdecydowana większość praktycznych rozwiązań opiera się na modelach fenomenologicznych, zakładających kontynualny opis ośrodka. Rozwiązania te dają interesujące i możliwe do praktycznego zastosowania wyniki, a ich istotną zaletą jest dobra

baza doświadczalna, i to zarówno w zakresie identyfikacji niezbędnych do analiz parametrów fizykalnych, jak i weryfikacji wyników.

Tak więc pierwszy poziom uproszczenia polega na zastosowaniu do gruntu aparatu mechaniki ośrodków ciągłych. Będziemy operować nie tyle własnościami gruntu, ile własnościami pewnego zastępczego, reprezentującego podłoże materiału, dla którego założono ciągłość funkcji masy i gęstości (warunek continuum).

Jest oczywiste, że własności tego materiału muszą być możliwie wiernie skorelowane z własnościami rzeczywistego ośrodka gruntowego, znanymi z doświadczeń. Analiza właściwości większości gruntów sugeruje rezygnację z założenia liniowej sprężystości, celowość uwzględnienia odkształceń trwałych oraz uzależnienie przebiegu zjawisk od kierunku ścieżki naprężenia. Wymagania te spełniają dobrze rozwinięte i praktycznie zweryfikowane w geotechnice **sprężysto-plastyczne modele stanu krytycznego.** Począwszy od lat pięćdziesiątych powstało bardzo wiele modeli tego typu. Trzeba tu wymienić w pierwszej kolejności modele opracowane przez twórców teorii stanu krytycznego z grupy profesora Roscoe (Roscoe, Schofield, Wroth, Thurairajah, Burland) na Uniwersytecie w Cambridge [159],[160],[161],[162],[174], modele zaproponowane przez DiMaggio, Sandlera, Barona [51],[166],[167],[163],[164],[165],[168], prace Houlsby'ego [83], Houlsby'ego i Wrotha [192], Dafaliasa i Herrmanna [44], Wooda [191], Baladiego i Rohaniego [11] oraz Mroza ze współpracownikami (np. [136],[138],[149],[140],[141]). Z badaczy krajowych, obok cytowanego już Mroza, trzeba tu wymienić prace Gryczmańskiego [76] i Wildego [188],[189]. Obszerną grupę wśród modeli sprężysto-plastycznych stanowią tzw. modele nasadkowe (cap-models), bazujące na uogólnionym przez Druckera i Pragera [55],[57] oraz Shielda [171] kryterium Coulomba dla przestrzennego stanu naprężenia. Szczegółowy przegląd sprężysto-plastycznych modeli gruntu przedstawił Gryczmański w pracy [75] i Zadroga [195], a syntetyczne omówienie Gryczmański w pracy [79].

Na obecnym etapie rozważań założono, że opracowywany model układu budynek-podłoże będzie stosowany do analizy zagadnień niezależnych od czasu, a ściśle od prędkości zmian obciążenia. Oznacza to rezygnację z opisu lepko-sprężystego oraz lepko-sprężysto-plastycznego i ogranicza zakres zastosowania modelu do zagadnień statycznych.

Równie zaawansowane są prace z zakresu modelowania betonu. Wychodząc z założeń mechaniki ośrodków kruchych (Dougil [52]), rozwinięto naprężeniowy (Bażant *i inni* [14],[18],[20]) oraz odkształceniowy (Dragon i Mróz [53],[54]) typ związków konstytutywnych. Znane są również prace Bażanta [15] bazujące na teorii endochronicznej. Opis różnych modeli betonu można znaleźć w monografii Chena [35], w wydanym przez ASCE raporcie o stanie wiedzy [146], a w języku polskim w monograficznym opracowaniu Godyckiego [72] i w pracy Lewińskiego [120]. Bardzo wiele stosunkowo prostych modeli,

znacznie lepiej opisujących zachowanie betonu i żelbetu niż modele sprężyste, to modele sprężysto-plastyczne [33],[35],[36],[39],[8],[9],[137].

Skomplikowany aparat matematyczny najbardziej zaawansowanych modeli gruntu i betonu oraz zróżnicowane podejście formalne sprawiają, że trudno jest je zastosować do złożonych zagadnień interakcji budowli z podłożem. Nie bez znaczenia są tu również względy praktyczne, związane z wymaganiem jednoznacznej interpretacji fizykalnej i łatwego określenia parametrów materiałowych na drodze doświadczalnej oraz z dążeniem do efektywności algorytmu obliczeń.

Zwłaszcza ten ostatni czynnik skłania do podjęcia próby znalezienia jednego modelu możliwie dokładnie opisującego zachowanie wszystkich, a przynajmniej większości materiałów występujących we współpracującym układzie budynek-podłoże. Wbrew pozornej różnorodności tych materiałów nie jest to zadanie niewykonalne, a niektórzy badacze [166] sugerują możliwość jednolitego opisu tzw. materiałów geologicznych, do których zaliczają również beton. Warto zauważyć, że do niedawna takim zunifikowanym dla różnych materiałów modelem był liniowo sprężysty model Hooke'a i to najczęściej w zapisie matematycznym właściwym dla jednoosiowego stanu naprężenia. Niekoniecznie sięgając do szczytowych osiągnięć geotechniki czy mechaniki betonu, można znaleźć model materiałowy znacznie lepiej opisujący rzeczywiste zachowanie tych ośrodków, a równocześnie spełniający sformułowane wyżej wymagania praktycznej przydatności do złożonych zagadnień współpracy budowli z podłożem. Wydaje się, że w chwili obecnej optymalnym z punktu widzenia racjonalności opisu i efektywności algorytmu będzie **sprężysto-plastyczny model materiałowy**. Propozycję takiego modelu zamieszczono w pracy [130]. Skrótowy jego opis wraz z uściśleniem niezbędnym dla zamierzonych w niniejszej pracy celów zostanie przedstawiony w punkcie 3.2.

3.2. SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNY MODEL DLA GRUNTU, BETONU I WARSTWY KONTAKTOWEJ

3.2.1. Powierzchnia plastyczności i prawo wzmocnienia

Prezentowane w dalszym ciągu związki konstytutywne będą oparte na założeniach matematycznej teorii plastyczności. Podejście takie oznacza, że dla każdego z materiałów istnieją dwa obszary pracy: obszar pracy sprężystej oraz obszar, w którym występują odkształcenia plastyczne. Granicę między tymi obszarami stanowi powierzchnia plastyczności F określona w przestrzeni naprężeń. W dalszym ciągu założono obrotowy kształt powierzchni plastyczności względem osi hydrostatycznej, stowarzyszone prawo płynięcia (Q≡ F) oraz izotropowy charakter wzmocnienia lub osłabienia. Założenia te

niewątpliwie stanowią uproszczenie nie do końca zgodne z wynikami najnowszych badań, jednakże ich przyjęcie pozwoli sformułować pewne ogólne związki ważne dla wszystkich występujących w analizowanym układzie budynek-podłoże materiałów, a tym samym opracować wspólne procedury numeryczne, co przyczyni się do usprawnienia złożonego algorytmu obliczeń.

Przyjęty model należy do tzw. modeli nasadkowych (cap model). Pierwszą propozycję tego typu dla gruntu sformułowali Drucker, Gibson i Henkel [56], uzupełniając stożkową, idealnie-plastyczną powierzchnię graniczną Druckera-Pragera kulistą "nasadką" od strony ściskanej. W późniejszym okresie powstało bardzo wiele modeli tego typu, a ich szczegółowy opis można znaleźć w opracowaniach monograficznych [37],[38],[50]. Już w 1976 roku Sandler, DiMaggio i Baladi [166] sformułowali rozwijane w niniejszej pracy pojęcie uogólnionych modeli nasadkowych dla "materiałów geologicznych", do których obok gruntów i skał zaliczyli również beton. Podobne sugestie wysuwali inni badacze [49].

Prezentowany w dalszym ciągu model zawiera pewne modyfikacje klasycznych modeli typu "cap", które w najbardziej ogólnym ujęciu polegają na:

- wprowadzeniu nasadki nie tylko po stronie ściskanej, ale również po stronie rozciąganej (double-cap-model),
- takim dobraniu parametrów obydwu nasadek, że powierzchnia plastyczności modelu jest powierzchnią gładką,
- wprowadzeniu prawa wzmocnienia/osłabienia w miejsce idealnie plastycznej powierzchni granicznej,
- przyjęciu oryginalnych związków w sprężystym zakresie pracy.

Powierzchnię plastyczności zapiszemy w postaci:

$$F = f_1(\sigma_m, \kappa) + f_2(\bar{\sigma}) = 0, \tag{3.1}$$

gdzie κ jest parametrem wzmocnienia/osłabienia, a naprężenie średnie σ_m oraz naprężenie $\bar{\sigma}$, dla którego w dalszym ciągu będzie stosowane określenie "intensywność naprężenia",[1] są zależne odpowiednio od pierwszego niezmiennika stanu naprężenia i drugiego niezmiennika dewiatora stanu naprężenia według wzorów:

[1]Intensywność naprężenia została zdefiniowana przez Hubera jako $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}$, gdzie $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$. Po przekształceniu daje to $\sigma_i = \sqrt{3 J_2^D}$. Ten parametr jest powszechnie stosowany w geotechnice i oznaczany symbolem q. Z kolei w mechanice betonu często bywa stosowane naprężenie oktaedryczne $\tau_{okt} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2^D}$. W niniejszej pracy zdecydowano się za Zienkiewiczem [184] wprowadzić parametr $\bar{\sigma}$ równy wprost pierwiastkowi z drugiego niezmiennika dewiatora stanu naprężenia, nazywając go dla uproszczenia "intensywnością naprężenia".

$$\sigma_m = \frac{J_1}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3},$$
$$\bar{\sigma} = \sqrt{J_2^D} = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left[(\sigma_x - \sigma_m)^2 + (\sigma_y - \sigma_m)^2 + (\sigma_z - \sigma_m)^2\right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2} \tag{3.2}$$

Główną część powierzchni plastyczności tworzy powierzchnia stożkowa (rys.3.3) opisana w przestrzeni naprężeń równaniem:

$$F_1 = \bar{\sigma} + (3\alpha\sigma_m - \beta)\cdot Y(\kappa) = 0 \tag{3.3}$$

$Y(\kappa)$ jest funkcją wzmocnienia/osłabienia, a parametry α i β określają zależności:

- dla gruntu:

$$\alpha = \frac{2\sin\Phi}{\sqrt{3}(3-\sin\Phi)}, \quad \beta = \frac{6\cos\Phi}{\sqrt{3}(3-\sin\Phi)}c \tag{3.4}$$

- dla betonu:

$$\alpha = \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \beta = \frac{2f_c f_t}{\sqrt{3}(f_c + f_t)} \tag{3.5}$$

We wzorach tych Φ jest kątem tarcia wewnętrznego, c oznacza współczynnik kohezji, a f_c i f_t są wytrzymałościami betonu w jednoosiowym stanie naprężenia.

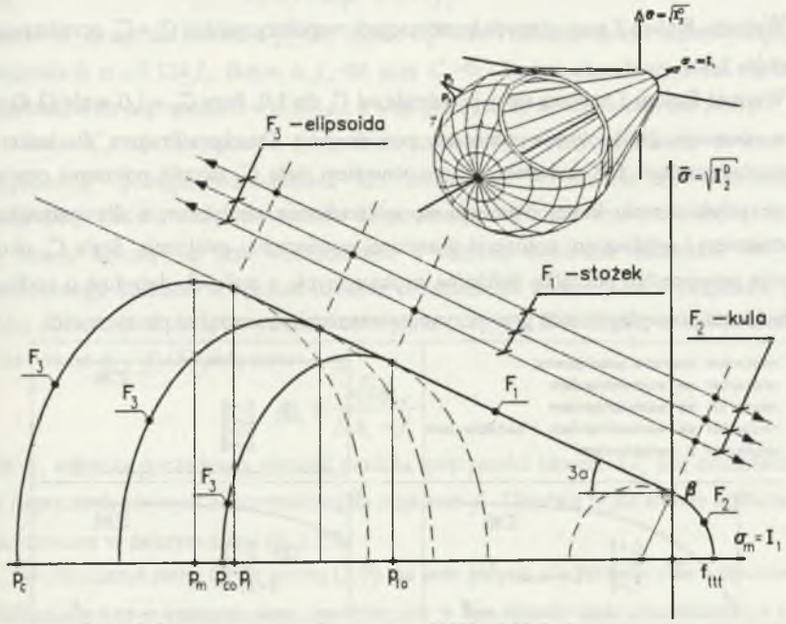
O rozwoju powierzchni plastyczności w przestrzeni naprężeń decyduje izotropowe prawo wzmocnienia/osłabienia. Ogólna postać założonej funkcji wzmocnienia/osłabienia dla części stożkowej przedstawia się następująco:

$$Y(\kappa) = C_4 + (1 - C_4)\left[1 - \exp(-C_1\kappa) + (C_2\kappa + C_3)\exp(1 - C_3 - C_2\kappa)\right] \tag{3.6}$$

Mimo założonego tu dążenia do unifikacji modelu materiałowego dla różnych materiałów współpracującego układu budynek-podłoże trudno utrzymać jednolity opis funkcji wzmocnienia/osłabienia ze względu na odmienne zachowanie gruntu i betonu w obszarze plastycznym. Stąd wynika dość złożona postać założonego prawa wzmocnienia, które przez odpowiedni dobór współczynników $C_1 \div C_4$ może to odmienne zachowanie różnych materiałów w sposób racjonalny opisać.

W szczególności dla większości gruntów właściwe byłoby uwzględnienie osłabienia materiałowego, którego efektem byłoby przesunięcie powierzchni plastyczności w początkowym obszarze ściskania ponad linię stanu krytycznego do potwierdzonej licznymi badaniami powierzchni Hvorsleva. W geotechnice wzmocnienie materiału uzależnia się zwykle od zmiany porowatości lub od plastycznej części odkształcenia objętościowego, chociaż znane są propozycje Prevosta i Hoega [154], których dwupowierzchniowy model nasadkowy ewoluuje zarówno w zależności od zmian plastycznej części odkształcenia objętościowego (stożkowa nasadka), jak i odkształcenia postaciowego (walcowa powierzchnia Hubera - von Missesa). Najprawdopodobniej słuszne byłoby uzależnienie ewolucji powierzchni plastyczności w tym obszarze zarówno od objętościowego, jak i od postaciowego odkształcenia plastycznego, jako że jest intuicyjnie wyczuwalne, że to ostatnie odgrywa istotną rolę w tym obszarze przestrzeni naprężeń. Przy tak uogólnionym prawie

wzmocnienia pojawią się jednak trudności z identyfikacją parametrów materiałowych, gdyż większość stosowanych obecnie modeli uzależnia wzmocnienie materiału jedynie od odkształcenia objętościowego. Z drugiej strony wypada tu stwierdzić, że modele z powierzchnią plastyczności w postaci stożka Druckera-Pragera są zawsze modelami idealnie plastycznymi. Nie jest to zapewne ich zaletą, ale nie uwzględniają one doświadczalnego faktu niegładkiej obwiedni granicznej złożonej ze zmiennej powierzchni Hvorsleva i nieruchomej powierzchni granicznej. Mając to wszystko na uwadze zdecydowano się na zachowanie sprężysto-idealnie-plastycznego modelu gruntu w obszarze rządzonym przez stożkową powierzchnię plastyczności. Wiąże się to z przyjęciem w równaniu (3.6) $C_4 = 1$ przy dowolnych wartościach pozostałych stałych (przyjmowano $C_1 = C_2 = C_3 = 0$).



Rys.3.3. Tworzące powierzchni plastyczności w płaszczyźnie izotropowej
Fig.3.3. Generating lines of the yield surface in the isotropic plane

Dla betonu z kolei jednym z najważniejszych efektów, które muszą zostać w możliwie zbliżony do rzeczywistości sposób opisane przez stożkową część powierzchni plastyczności i przyjęte dla niej prawo wzmocnienia/osłabienia, jest zarysowanie i związany z tym spadek naprężeń w elementach zarysowanych. Byłoby dobrze, gdyby przyjęte prawo pozwalało ujawnić pewne odkształcenia trwałe w obszarze uznawanym za sprężysty (niekoniecznie

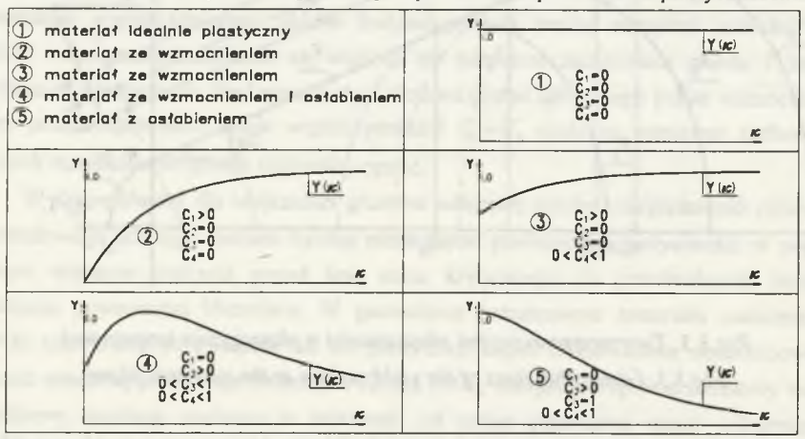
liniowo), a więc poniżej granicznej powierzchni Druckera-Pragera. Obydwa te wymagania dotyczą bardzo szerokiego zakresu pracy materiału - wyrażając to w kategoriach jednoosiowego stanu naprężenia - od osiowego rozciągania do takiegoż ściskania. Wydaje się, że parametrem, od którego można całokształt tych zjawisk uzależnić, będzie plastyczna część odkształcenia postaciowego.

W tej sytuacji jako parametr wzmocnienia/osłabienia przyjęto drugi niezmiennik dewiatora stanu odkształcenia, a ściśle pierwiastek z tego niezmiennika, który będzie w dalszym ciągu określany jako "intensywność odkształcenia" [2]

$$\kappa = \bar{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\left(J_2^D\right)^{pl}} = \sqrt{\frac{1}{3}\left\{\left(\varepsilon_x^{pl}-\varepsilon_y^{pl}\right)^2+\left(\varepsilon_y^{pl}-\varepsilon_z^{pl}\right)^2+\left(\varepsilon_z^{pl}-\varepsilon_x^{pl}\right)^2+\frac{3}{2}\left[\left(\gamma_{xy}^{pl}\right)^2+\left(\gamma_{yz}^{pl}\right)^2+\left(\gamma_{zx}^{pl}\right)^2\right]\right\}} \tag{3.7}$$

Wykresy funkcji Y przy różnych kombinacjach współczynników $C_1 \div C_4$ przedstawiono na rysunku 3.4.

Wartość funkcji Y zmienia się w przedziale od C_4 do 1.0. Przy $C_4 = 1.0$ wzór (3.6) daje Y=1, a równanie (3.3) określa graniczną powierzchnię Druckera-Pragera dla materiału idealme-plastycznego. Dla materiału ze wzmocnieniem stała C_4 określa położenie powierzchni, po przekroczeniu której pojawiają się odkształcenia plastyczne, a dla materiału ze wzmocnieniem i osłabieniem położenie granicznej powierzchni osłabienia. Stała C_3 określa położenie powierzchni początku defektów strukturalnych, a stała C_2 decyduje o szybkości przechodzenia pomiędzy trzema granicznymi położeniami powierzchni plastyczności.



Rys. 3.4. Wykresy funkcji wzmocnienia/osłabienia $Y(\kappa)$
Fig.3.4. Diagrams of the hardening/softening function $Y(\kappa)$

[2]Podobnie jak dla naprężenia, również i tu jako intensywność odkształcenia określa się zwykle wartość $\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}J_2^D}$, a nie wprost pierwiastek z tego niezmiennika.

Stałe C_i mogą zostać wyznaczone na drodze doświadczalnej. Możliwe też jest ich przyjęcie bez ryzyka popełnienia dużego błędu na podstawie analizy dostępnych badań, mimo że ich celem nie było wyznaczenie tych stałych. Przyjmowane w implementacji komputerowej wartości stałych $C_1 \div C_4$ dla gruntu podano wyżej. Dla betonu zakładano $C_1 = 0$ i niezerowe wartości pozostałych stałych (materiał ze wzmocnieniem i osłabieniem). Stałą C_4, która dla betonu (materiał z osłabieniem) określa położenie końcowej powierzchni osłabienia, przyjmowano na poziomie $C_4 = 0.1$, chcąc ze względów numerycznych zachować pewną resztkową sztywność elementów silnie uplastycznionych. Stała C_3 zależy od naprężenia, które można określić jako granicę sprężystości. W opisywanym modelu przyjęto:

$$C_3 = 1 - \exp(-0.014 f_c) \tag{3.8}$$

Oznacza to, że np. dla betonu o f_c=20, będzie C_3=0.24 i odkształcenia trwałe wystąpią przy naprężeniach $\sigma \geq 0.524 f_c$. Beton o f_c=86 przy C_3=0.7 będzie charakteryzował się liniową sprężystością do naprężenia $\sigma = 0.995 f_c$, a więc praktycznie w całym zakresie pracy.

Stała C_2 określa przede wszystkim zależność między wartością parametru κ a "szybkością" postępu wzmocnienia lub osłabienia. W modelu ze wzmocnieniem i następującym po nim osłabieniem stała C_2 powinna określić również wartość parametru κ, przy której kończy się faza wzmocnienia, a zaczyna osłabienie materiału. W próbie jednoosiowego ściskania ta wartość oznacza odkształcenie trwałe, jakie wystąpiłoby, gdyby próbkę odciążono w szczytowym punkcie wykresu (ε_c, f_c). Zakładając, że odkształcenie to będzie równe $\varepsilon_c - f_c/E_i$ obliczono:

$$C_2 = \frac{\sqrt{3}E_i}{E_i\varepsilon_c - f_c} \tag{3.9}$$

gdzie E_i oznacza początkową wartość modułu sprężystości betonu, a ε_c jest odkształceniem przy naprężeniu równym wytrzymałości na ściskanie f_c. Obydwa te parametry zostaną bliżej sprecyzowane w dalszym ciągu (p. 3.2.3).

Wyznaczenie stałej C_2 ze wzoru (3.9) ma sens jedynie dla materiału ze wzmocnieniem i osłabieniem i to z zastrzeżeniem, że obliczona w ten sposób stała charakteryzuje dobrze jedynie fazę wzmocnienia. Dla betonu osłabienie materiałowe związane np. z zarysowaniem postępuje na ogół szybciej, niż by to wynikało ze stałej C_2 obliczonej ze wzoru (3.9).

W obszarze, w którym naprężenia średnie przyjmują wartości dodatnie (rozciąganie), powierzchnia graniczna Druckera-Pragera jest zamknięta styczną do niej, kulistą nasadką (rys.3.3) określoną w przestrzeni naprężeń równaniem:

$$F_2 = \bar{\sigma}^2 + (\sigma_m - \delta)^2 - R^2 = 0 \tag{3.10}$$

Założono, że dla betonu $\delta = 0$, a dla gruntu nasadka kulista jest styczna do powierzchni stożkowej w punkcie $\sigma_m = 0$. Przy tych założeniach promień kuli oraz przesunięcie jej środka na osi naprężeń hydrostatycznych wynoszą:

$$R = \beta Y\left[\frac{C}{\sqrt{1+9\alpha^2Y^2}} + S\sqrt{1+9\alpha^2Y^2}\right], \tag{3.11}$$

$$\delta = 3S\alpha\beta Y^2, \tag{3.12}$$

przy czym dla betonu C=1, S=0, a dla gruntu C=0, S=1.

Punkt przecięcia nasadki kulistej z osią hydrostatyczną wyznacza wytrzymałość materiału w przypadku trójosiowego rozciągania:

$$f_{tt} = \beta Y\left[\frac{C}{\sqrt{1+9\alpha^2Y^2}} + S\left(\sqrt{1+9\alpha^2Y^2} - 3\alpha Y\right)\right] \tag{3.13}$$

Do pełnego opisu powierzchni plastyczności materiału niezbędne jest określenie jej zamknięcia od strony ściskanej. Ta nasadka musi być zdefiniowana osobno dla gruntu i betonu, jako że zachowanie tych materiałów różni się istotnie w obszarze wysokich, średnich naprężeń ściskających. Wspólnym dla wszystkich występujących w modelu materiałów jest kształt nasadki (elipsoida) oraz założenie, że powinna ona być styczna do stożkowej powierzchni Druckera-Pragera. O ile elipsoidalny kształt nasadki jest obecnie powszechnie przyjmowany w modelach tej grupy (modele nasadkowe, cap-models), o tyle założenie o styczności nasadki do powierzchni stożkowej zostało po raz pierwszy zaproponowane w pracy [130]. Punktem wyjścia dla tej propozycji było stwierdzenie, że nieciągłość pochodnej funkcji płynięcia w punkcie styku nie ma fizykalnego uzasadnienia. Uwzględniając wagę, jaką w modelach sprężysto-plastycznych odgrywa zasada normalności, można sądzić, że uzyskana dzięki styczności nasadki gładkość powierzchni plastyczności przyczyni się do usprawnienia algorytmu numerycznego i ujednolicenia jego zapisu.

Równanie elipsoidalnej nasadki określa ogólny wzór:

$$F_3 = \frac{(\sigma_m - c_o)^2}{a^2} + \frac{\overline{\sigma}^2}{b^2} - 1 = 0, \tag{3.14}$$

w którym a i b oznaczają półosie elipsy tworzącej, c_o zaś jest współrzędną jej środka na osi naprężenia średniego. Parametry te określono niezależnie dla gruntu i betonu.

Dla gruntu elipsoidalna nasadka powinna przecinać oś naprężenia średniego w punkcie $\sigma_m = -p_c$, gdzie p_c oznacza ciśnienie prekonsolidacji. Formułując równanie tej nasadki posłużono się analogią z modelem Modified-Cam-Clay, w którym powierzchnia graniczna jest elipsoidą przechodzącą przez początek układu. Zachowano wymiar półosi b elipsy (w kierunku intensywności naprężenia $\overline{\sigma}$) i zmniejszono drugą półoś tak, by nowa elipsa była styczna do tworzącej stożka. W ten sposób uzyskano równanie elipsoidalnej nasadki dla gruntu w postaci:

$$F_3 = \frac{4\overline{\sigma}^2}{(2\beta Y - 3\alpha Y p_c)^2} + \frac{[2\sigma_m - p_c(2-\gamma)]^2}{(p_c\gamma)^2} - 1 = 0, \tag{3.15}$$

$$\gamma = \frac{4\beta - 9p_c\alpha}{4\beta - 12p_c\alpha} \tag{3.16}$$

Obliczone ze wzoru (3.16) wartości γ mieszczą się w przedziale od 0.75 do 1, przy czym dla praktycznie realnych przypadków są bardzo zbliżone do dolnej granicy.

Określona w ten sposób elipsoidalna nasadka ma jedną niewątpliwą zaletę: jest bardzo podobna do odpowiedniej części uznanego w geotechnice modelu Roscoe-Burlanda.

Występująca we wzorze (3.15) funkcja Y ma ustaloną wcześniej wartość (dla gruntu Y=1.0 wobec założenia idealnej plastyczności), natomiast o ewentualnej ewolucji nasadki elipsoidalnej w przestrzeni naprężeń decyduje funkcja wzmocnienia, określająca aktualne naprężenie p_c. Również i tę funkcję przyjęto w postaci funkcji wykładniczej podobnej do stosowanej w modelu MCC:

$$p_c = \overline{p}_c \exp(-\lambda\kappa) \tag{3.17}$$

W tym wzorze λ jest parametrem materiałowym, $\overline{p}_c$ oznacza początkową wartość ciśnienia prekonsolidacji (dla κ=0), a parametrem wzmocnienia κ jest plastyczna część odkształcenia objętościowego.

$$\kappa = \varepsilon_v^{pl} = \frac{\varepsilon_x^{pl} + \varepsilon_y^{pl} + \varepsilon_z^{pl}}{3} \tag{3.18}$$

Jak podkreślono wcześniej, konieczne jest zdefiniowanie osobnego kryterium zniszczenia dla betonu w strefie wysokich, ściskających naprężeń hydrostatycznych. Podstawę stanowią tu dwu- i trójosiowe badania betonu [34],[47],[104],[105],[122],[123],[144],[180],[181],[135]. Trzeba stwierdzić, że wciąż brak jest wyczerpujących badań betonu przy bardzo wysokich naprężeniach tego typu, aczkolwiek w praktycznych analizach obszar ten ma raczej drugorzędne znaczenie. Dlatego przy definiowaniu powierzchni zniszczenia uwzględniono głównie wyniki badań betonu przy dwuosiowym ściskaniu.

Założono, że eliptyczna nasadka jest styczna do powierzchni stożkowej Druckera-Pragera w punkcie $\sigma_m = -f_c/3$, który odpowiada wytrzymałości betonu przy jednoosiowym ściskaniu. Tak więc w zakresie jednoosiowego ściskania wszystkie kryteria plastyczności dla betonu będą określane przez powierzchnię stożkową. Warunek styczności elipsy do tworzącej stożka w określonym punkcie dostarcza dwóch równań do określenia trzech parametrów w równaniu (3.14). Wprowadzono dodatkowy parametr ϑ (stosunek półosi elipsy) i obliczono położenie środka elipsy, wymiary półosi oraz współrzędną przecięcia elipsy z osią σ_m:

$$b = \frac{\sqrt{3\left[1+2\gamma+\gamma^2+3\vartheta^2Y^2\left(1-2\gamma+\gamma^2\right)\right]}}{3(1+\gamma)}Yf_c,$$

$$c_o = -\left[\frac{1}{3} + \frac{\vartheta^2Y^2(1-\gamma)}{1+\gamma}\right]f_c, \qquad \vartheta = \frac{a}{b}, \qquad \gamma = \frac{f_t}{f_c}, \tag{3.19}$$

$$p_c = c_o - \vartheta b = \frac{3\vartheta^2Y^2(\gamma-1) - \gamma - 1}{3(\gamma+1)}f_c - \frac{\sqrt{3}\vartheta Y\sqrt{3\vartheta^2Y^2\left(\gamma^2-2\gamma+1\right)+\gamma^2+2\gamma+1}}{3(\gamma+1)}f_c \tag{3.20}$$

Założono, że przy początkowej wartości $\vartheta=1$ wzory (3.19) i (3.20) określają parametry powierzchni początku zniszczeń strukturalnych (kula styczna do stożka Druckera-Pragera), po przebiciu której pojawiają się trwałe odkształcenia objętościowe. We wzorach tych występuje ustalona wcześniej wartość funkcji Y określającej aktualny stan wzmocnienia lub osłabienia materiału. Dla betonu wartość ta będzie w ogólności różna od jedności. Określona wzorem (3.6) funkcja wzmocnienia/osłabienia decyduje więc o ewolucji całej powierzchni plastyczności, a nie tylko jej stożkowej części. Sama natomiast nasadka elipsoidalna rozwija się dodatkowo zgodnie z prawem określonym równaniem (3.17), w którym parametrem jest plastyczne odkształcenie objętościowe (3.18), zachowując oczywiście styczność do powierzchni stożkowej. Wiąże się to niestety z dość złożoną procedurą obliczeniową obejmującą następujące kroki:

- przy znanej początkowej wartości $\vartheta=1$ oblicza się początkową wartość $\bar{p}_c$ ze wzoru (3.20),
- ze wzoru (3.17) wyznacza się nową wartość p_c w zależności od parametru wzmocnienia κ (wzór 3.18),
- oblicza się nową wartość ϑ odpowiadającą nowej wartości p_c,
- znajomość aktualnej wartości ϑ pozwala wyznaczyć skorygowane wartości półosi elipsy oraz położenie jej środka (wzory 3.19), co jednoznacznie określa kształt elipsoidalnej nasadki, a tym samym równanie nowej powierzchni plastyczności.

Potrzebny w tej procedurze nowy stosunek półosi elipsy ϑ wyznacza się z równania:

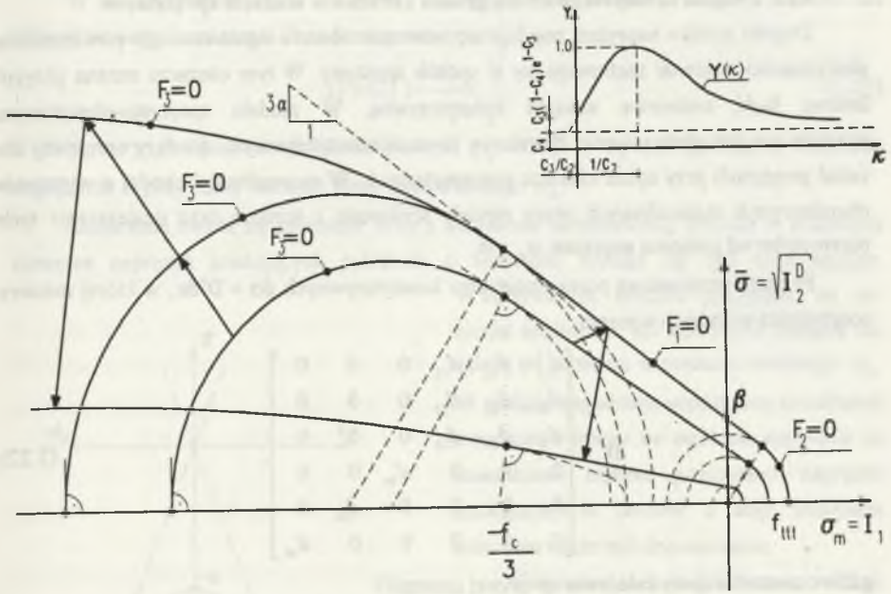
$$\sqrt{3}f_cY\vartheta\sqrt{3\vartheta^2Y^2(\gamma^2-2\gamma+1)+\gamma^2+2\gamma+1}-3\vartheta^2Y^2f_c(\gamma-1)+\gamma(f_c+3p_c)+f_c+3p_c=0 \qquad (3.21)$$

Można zaprogramować numeryczne rozwiązanie tego równania.

Złożony proces określania funkcji plastyczności dla betonu w obszarze elipsoidalnej nasadki nie ma istotnego wpływu na efektywność algorytmu, gdyż wzmocnienie lub osłabienie materiału w tym obszarze występuje jedynie w trójosiowym stanie naprężenia przy znacznych wartościach naprężeń ściskających oraz przy wyczerpaniu wytrzymałości materiału przy dwuosiowym ściskaniu, co w praktyce zdarza się wyjątkowo.

Graficzny obraz ewolucji powierzchni plastyczności betonu w płaszczyźnie izotropowej dla charakterystycznych ścieżek naprężenia przedstawiono na rysunku 3.5.

Tak więc nasadka określająca w przestrzeni naprężeń powierzchnię zniszczenia, w przypadku trójosiowego ściskania betonu rozwija się od początkowej powierzchni kulistej do teoretycznie nieskończenie dużej, ale coraz bardziej "płaskiej" elipsoidy. Powierzchnia ta reprezentuje kryterium zniszczenia dla przypadków dwu- i trójosiowego ściskania. W tablicy 3.1 zestawiono współrzędne elipsy tworzącej tak określoną powierzchnię graniczną w układzie osi $\sigma_m, \bar{\sigma}$, porównując je z proponowanymi aproksymacjami wyników badań betonu przy dwu- i trójosiowym ściskaniu.



Rys. 3.5. Ewolucja powierzchni plastyczności betonu

Fig. 3.5. The evolution of the yield surface of concrete

Tablica 3.1

Wartości $\bar{\sigma}/f_c$

$\sigma_m/f_c \Rightarrow$	0.333	0.544	0.966	2.000	5.514
Badania dwuosiowe [182] $\sigma_1=\left(1+\varsigma^{0.3}e^{-0.8\varsigma}\right)f_c,\ \sigma_2=\varsigma\sigma_1$	0.577	0.852	0.837	-	-
Badania trójosiowe [135] $\bar{\sigma}=0.4213f_c+0.5891\sigma_m$	0.618	0.742	0.990	1.600	3.670
Badania trójosiowe [182] $\bar{\sigma}=0.7214f_c+0.6209\sigma_m$	0.928	1.059	1.321	1.963	4.146
Badania trójosiowe: $\sigma_1=\left[1+3.7(\sigma_3/f_c)^{0.86}\right]f_c$	0.577		1.585		4.353
Elipsa (3.14) $\vartheta=1,\ \gamma=0.1$	0.577	0.796	0.984	-	-
Elipsa (3.14) $\vartheta=10,\ \gamma=0.1$	0.577	0.823	1.168	1.741	2.923

Zgodność przyjętego opisu z dość rozbieżnymi w tym zakresie wynikami badań nie jest zła.

3.2.2. Związki konstytutywne dla gruntu i betonu w stadium sprężystym

Dopóki ścieżka naprężeń znajduje się wewnątrz obszaru ograniczonego powierzchnią plastyczności, materiał zachowuje się w sposób sprężysty. W tym obszarze można przyjąć liniowe bądź nieliniowe związki konstytutywne. W modelu sprężysto-plastycznym uzasadnione jest dostosowanie charakteru równań konstytutywnych dla fazy sprężystej do zasad przyjętych przy opisie efektów pozasprężystych. W szczególności chodzi o wyrażenie charakterystyk materiałowych przez moduły ściśliwości i ścinania oraz uzależnienie tych parametrów od poziomu naprężeń σ_m i $\bar{\sigma}$.

Przyjęto przyrostową postać związków konstytutywnych $d\sigma = \mathbf{D}^e d\varepsilon$, w której macierz sprężystości wyrażono wzorem:

$$\mathbf{D}^e = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix}, \tag{3.22}$$

gdzie oznaczono (przy założeniu sprężystej izotropii):

$$d_{11} = d_{22} = d_{33} = \frac{3K+4G}{3}, \quad d_{12} = d_{13} = d_{23} = \frac{3K-2G}{3}, \quad d_{44} = d_{55} = d_{66} = G \tag{3.23}$$

Dla gruntu przyjęto wartość modułów ściśliwości i ścinania w postaci podobnej do proponowanej przez Duncana i Changa [59],[60], którzy rozwinęli zaproponowany przez Kondnera [99],[100] opis wyników badań trójosiowych za pomocą równania hiperboli, wykorzystując podane przez Janbu [86] zależności modułu sprężystości od minimalnego naprężenia głównego. W celu dostosowania wzorów do zapisu stosowanego w teorii plastyczności wprowadzono pewne modyfikacje. W szczególności stosowany przez Duncana moduł sprężystości E zastąpiono modułem ścinania G, uzależniając równocześnie charakterystyki odkształcalności od średniego naprężenia σ_m, a nie od ciśnienia w komorze aparatu trójosiowego ściskania, jak to ma miejsce we wzorach proponowanych przez Duncana i Changa. W ten sposób uzyskano następujące wyrażenia na moduł ściśliwości K i początkową wartość modułu ścinania G:

$$K = K_o p_a \left(\frac{\sigma_m}{p_a}\right)^m, \quad G_t = G_o p_a \left(\frac{\sigma_m}{p_a}\right)^n, \tag{3.24}$$

gdzie p_a jest ciśnieniem atmosferycznym, K_o i G_o bezwymiarowymi parametrami materiałowymi, a wykładniki m i n innymi parametrami określającymi charakter zależności modułów od naprężeń średnich.

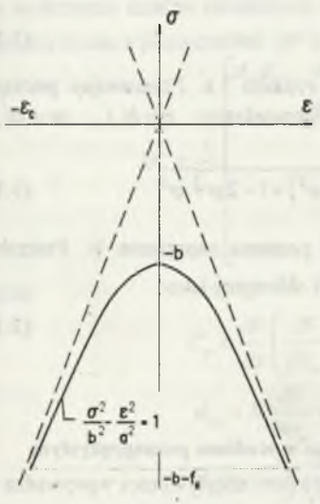
W macierzy sprężystości $\mathbf{D}^e$ (3.22) występuje styczna wartość modułu ścinania dla danego poziomu naprężenia $\bar{\sigma}$ obliczana ze wzoru:

$$G = G_t\left(1 - \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_f} r_f\right)^2, \tag{3.25}$$

w którym r_f jest parametrem materiałowym ($r_f < 1.0$), a σ_f jest graniczną wartością naprężenia $\bar{\sigma}$ przy danej wartości naprężenia średniego σ_m.

Generalnie uważa się zależność $\sigma \Leftrightarrow \varepsilon$ dla betonu za nieliniową, chociaż w znacznym obszarze naprężeń ściskających założenie o liniowości wydaje się być dopuszczalne. W opisywanym modelu założono, że ani moduł ściśliwości, ani też moduł ścinania nie zależą od poziomu naprężenia średniego σ_m. W analizie zagadnień współpracy konstrukcji z podłożem mamy na ogół do czynienia ze stosunkowo niskimi poziomami naprężeń ściskających w betonie, a więc powyższe założenie może być dopuszczalne.

Nieliniowe zachowanie betonu w fazie sprężystej będzie więc uzależnione od zmienności modułu ścinania G. Aby ją określić, wykorzystano zależność $\sigma \Leftrightarrow \varepsilon$ z jednoosiowej próby ściskania betonu, opisaną równaniem hiperboli (rys.3.6).



$$\sigma = -\frac{b}{a}\sqrt{a^2 + \varepsilon^2} \tag{3.26}$$

Rys.3.6. Hiperboliczny wykres $\sigma \Leftrightarrow \varepsilon$
Fig. 3.6. Hiperbolic strain-stress diagram

We wzorze tym a oznacza półoś urojoną (wzdłuż osi ε), b natomiast półoś rzeczywistą (wzdłuż osi σ). Półosie te wyznaczymy z dwóch warunków:

$$\text{dla } \varepsilon = -\varepsilon_c \quad \sigma = -(f_c + b), \quad \text{dla } \varepsilon = -\varepsilon_c \quad \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon} = E_t,$$

które po przekształceniach dają:

$$b = f_c \frac{E_t\varepsilon_c - f_c}{2f_c - E_t\varepsilon_c}, \quad a = \frac{f_c\varepsilon_c}{\sqrt{f_c(f_c + 2b)}} \frac{E_t\varepsilon_c - f_c}{2f_c - E_t\varepsilon_c} \tag{3.27}$$

Do dalszych analiz potrzebna będzie nie tyle sama zależność σ/ε, lecz jej pochodna wyznaczająca styczny moduł sprężystości E_t. Zauważmy, że parametry: E_t, f_c, i ε_c powinny

być tak ze sobą powiązane, by mianownik we wzorach (3.27) nigdy nie przyjmował wartości zerowej. Spełnienia tego warunku nie zapewnia przyjmowane często założenie o stałej wartości granicznego odkształcenia ε_c. W opisywanym modelu założono:

$$\varepsilon_c = 0.0022\left(1-\exp(-0.08 f_c)\right), \qquad E_t = 5020\sqrt{f_c}, \tag{3.28}$$

co nieźle aproksymuje wyniki badań, zapewniając równocześnie stale dodatnią wartość mianownika we wzorach (3.27).

W analizie sprężysto-plastycznej istotne znaczenie odgrywa przebieg ścieżki naprężeń w przestrzeni określonej niezmiennikami stanu naprężenia. Dlatego wygodnie będzie uzależnić styczną wartość modułu sprężystości od poziomu naprężenia. Różniczkując (3.26) uzyskamy po przekształceniach:

$$E_t = \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon} = -\frac{b}{a}\sqrt{1-\frac{b^2}{\sigma^2}}, \tag{3.29}$$

gdzie σ jest naprężeniem w układzie określonym na rysunku 3.6. Przesuwając początek układu współrzędnych do punktu $(-\varepsilon_c, -f_c - b)$ i wprowadzając: $\eta = b/f_c$, $\psi = \sigma/f_c$, otrzymamy:

$$E_t = \frac{f_c}{\varepsilon_c(\eta+1-\psi)}\sqrt{4\eta^2(1-\psi)+2\eta(2-3\psi+\psi^2)+1-2\psi+\psi^2} \tag{3.30}$$

Wzór (3.30) uzależnia styczny moduł sprężystości od poziomu naprężenia ψ. Potrzebny w macierzy sprężystości (3.22) styczny moduł ścinania G obliczymy jako:

$$G = \frac{3KE_t}{9K-E_t} \tag{3.31}$$

3.2.3. Związki konstytutywne dla gruntu i betonu w stadium pozasprężystym

Dla materiału sprężysto-plastycznego, zgodnie z prawem addytywności wprowadza się podział odkształcenia na część sprężystą (odwracalną) i plastyczną (nieodwracalną):

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \tag{3.32}$$

Yamada *i inni* [193] oraz Zienkiewicz *i inni* [202] sformułowali następującą zależność dla materiału sprężysto-plastycznego:

$$d\sigma = \mathbf{D}^{ep} d\varepsilon, \tag{3.33}$$

gdzie:

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^e - \mathbf{D}^p \tag{3.34}$$

Wobec przyjętego założenia o stowarzyszonym prawie płynięcia macierz plastyczności $\mathbf{D}^p$ określa wzór:

$$\mathbf{D}^p = \mathbf{D}\left\{\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right\}^T \mathbf{D}\left[A+\left\{\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right\}^T \mathbf{D}\left\{\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right\}\right]^{-1} \tag{3.35}$$

Parametr A zależy od przyjętego prawa wzmocnienia/osłabienia i przy stowarzyszonym prawie plastycznego płynięcia jest równy:

$$A = \frac{\partial F}{\partial\kappa}\sigma^T\frac{\partial F}{\partial\sigma} \tag{3.36}$$

W dwóch ostatnich wzorach występuje pochodna funkcji plastyczności względem wektora naprężeń określająca wektor prostopadły do powierzchni plastyczności. Pochodna ta wyrazi się wzorem:

$$\mathbf{a} = \frac{\partial F}{\partial\sigma} = \left\{a_x, a_y, a_z, a_{xy}, a_{yz}, a_{zx}\right\}^T,$$

$$a_\xi = \frac{1}{3}\frac{\partial F}{\partial\sigma_m} + \frac{\sigma_\xi - \sigma_m}{2\bar{\sigma}}\frac{\partial F}{\partial\sigma}, \quad a_{\xi\eta} = \frac{\tau_{zx}}{\bar{\sigma}}\frac{\partial F}{\partial\sigma} \tag{3.37}$$

przy: $\xi = x, y, z$ $\qquad \xi\eta = xy, yz, zx$

Po wykonaniu działań określonych wzorami (3.34) i (3.35) i przekształceniach zapiszemy wzór na macierz plastyczności $\mathbf{D}^p$ w postaci:

$$\mathbf{D}^p = \frac{1}{C_p}\begin{bmatrix} d_{xx}d_{xx} & d_{xx}d_{yy} & d_{xx}d_{zz} & d_{xx}d_{xy} & d_{xx}d_{yz} & d_{xx}d_{zx} \\ & d_{yy}d_{yy} & d_{yy}d_{zz} & d_{yy}d_{xy} & d_{yy}d_{yz} & d_{yy}d_{zx} \\ & & d_{zz}d_{zz} & d_{zz}d_{xy} & d_{zz}d_{yz} & d_{zz}d_{zx} \\ & & & d_{xy}d_{xy} & d_{xy}d_{yz} & d_{xy}d_{zx} \\ & & & & d_{yz}d_{yz} & d_{yz}d_{zx} \\ \text{sym.} & & & & & d_{zx}d_{zx} \end{bmatrix}, \tag{3.38}$$

gdzie:

$$C_p = \frac{\partial F}{\partial\kappa}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_m}\sigma_m + \frac{\partial F}{\partial\bar{\sigma}}\bar{\sigma}\right) + K\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_m}\right)^2 + G\left(\frac{\partial F}{\partial\bar{\sigma}}\right)^2, \tag{3.39}$$

$$d_{\xi\xi} = K\frac{\partial F}{\partial\sigma_m} + G\frac{\sigma_\xi - \sigma_m}{\bar{\sigma}}\frac{\partial F}{\partial\sigma}, \qquad \xi = x, y, z$$

$$d_{\xi\eta} = G\frac{\tau_{\xi\eta}}{\bar{\sigma}}\frac{\partial F}{\partial\sigma}, \qquad \xi\eta = xy, yz, zx \tag{3.40}$$

Wzory (3.38) - (3.40) pozwalają określić macierz $\mathbf{D}^p$, a tym samym również macierz $\mathbf{D}^{ep}$ dla dowolnej powierzchni plastyczności spełniającej przyjęte założenia. W szczególności ta podstawowa dla dalszej analizy macierz może być określona dla funkcji określonych w punkcie 3.2.1.

3.2.4. Materiał warstwy kontaktowej

Elementy kontaktowe są tworami, które w opisywanym modelu numerycznym układu budynek-podłoże reprezentują szczególną warstwę gruntu znajdującą się bezpośrednio pod fundamentem. W warstwie tej występują silne ścinania spowodowane różnicą w podatności gruntu i fundamentu, które w przypadku granicznym mogą doprowadzić do poślizgu w płaszczyźnie styku. Jest intuicyjnie oczywiste, że warstwa ta powinna pozwolić na odrywanie fundamentu od podłoża bez przekazywania rozciągających naprężeń normalnych między fundamentem a podłożem. W rzeczywistości nie istnieje "materiał warstwy

kontaktowej". Jest to raczej pewien zmodyfikowany rodzaj gruntu, o tak dobranych właściwościach, by wykonane z niego elementy możliwie wiernie reprezentowały w analizowanym ustroju te efekty, dla uwzględnienia których zostały wprowadzone. W tym miejscu zajmiemy się jedynie opisem tych właściwości i wynikającym z nich modelem materiałowym. Charakterystyka geometryczna elementów łącznikowych zostanie podana w punkcie 3.4.2.

W styku fundamentu z gruntem można się spodziewać dwóch efektów trudnych do opisania za pomocą występujących tam elementów podłoża i budynku, a więc wymagających wprowadzenia elementów łącznikowych o specjalnych parametrach. Są to odrywanie fundamentu od podłoża oraz poślizg w płaszczyźnie styku. W zamierzonej tu analizie wpływu górniczych deformacji podłoża na budynek obydwa mogą odgrywać znaczącą rolę: pierwszy przy wpływie krzywizny terenu (jedynie przy bardzo sztywnym podłożu), a drugi przy odkształceniach poziomych.

Materiał warstwy kontaktowej powinien więc wykazywać zerową wytrzymałość na rozciąganie i ograniczoną, zależną od naprężeń normalnych w płaszczyźnie styku fundamentu z gruntem możliwość przenoszenia naprężeń ścinających. Przy wejściu ścieżki naprężeń w obszar rozciągania oraz po przekroczeniu granicznej wartości naprężeń ścinających w elemencie łącznikowym jego materiał powinien wykazywać cechy idealnej plastyczności. Wymagania te spełnia model materiałowy przedstawiony powyżej. W szczególności dla materiału elementów łącznikowych przyjęto:

- współczynniki α i β określające stożkową część powierzchni plastyczności (3.3) jak dla gruntu, a więc według wzorów (3.4), przy założeniu że współczynnik kohezji $c = 0$, co daje $\beta = 0$,
- funkcję wzmocnienia Y=1.0 (wzór 3.6) jak dla materiału idealnie plastycznego ($C_4 = 1$, $C_1 = C_2 = C_3 = 0$),
- elipsoidalną część powierzchni plastyczności jak dla gruntu (wzór 3.15), przy czym wobec $\beta = 0$ będzie $\gamma = 3/4$ (wzór 3.16),
- ciśnienie prekonsolidacji $\bar{p}_c$ oraz funkcję wzmocnienia w obszarze elipsoidalnej nasadki można przyjąć tak jak dla gruntu bądź też założyć na odpowiednio wysokim poziomie w celu zapewnienia sprężystej pracy elementów łącznikowych w obszarze dużych naprężeń ściskających,
- moduły K i G określające macierz sprężystości materiału według wzorów wyznaczających te parametry dla gruntu (3.24 i 3.25), przy założeniu K_o, m i n jak dla gruntu i G_o nie więcej niż dla gruntu bezpośrednio pod fundamentem.

Tak więc do opisu równań konstytutywnych dla materiału elementów łącznikowych zastosowano ten sam model materiałowy co do gruntu i betonu.

3.3. MODEL KONSTYTUTYWNY DLA ŻELBETU

3.3.1. Wprowadzenie

W zastosowaniach metody elementów skończonych do żelbetu występują zwykle dwa podejścia:

- wprowadzenie pewnego materiału zastępczego powstałego w wyniku równomiernego rozprowadzenia zbrojenia po powierzchni (objętości) elementu (smeared reinforcement),
- traktowanie zbrojenia jako elementów liniowych połączonych z ustrojem w węzłach.

Przy podejściu pierwszym własności anizotropowego materiału zastępczego są wypadkową cech betonu oraz zbrojenia, z uwzględnieniem jego intensywności oraz kierunku względem osi lokalnych elementu. Określenie tych własności jest na pewno związane z większym błędem niż wyznaczenie cech materiałów składowych, a więc betonu i stali zbrojeniowej. Z tego głównie względu w opisywanym modelu przyjęto rozwiązanie drugie. Przy ortogonalnej siatce elementów umożliwia ono uwzględnienie zbrojenia w jego rzeczywistym usytuowaniu.

Przy takim potraktowaniu żelbetu wszystkie elementy budynku będą elementami betonowymi. Dodatkowo trzeba zdefiniować model materiałowy zbrojenia.

3.3.2. Sprężysto-plastyczny model stali zbrojeniowej

Dla stali powszechnie przyjmuje się model ciała sprężysto-plastycznego o wzmocnieniu izotropowym z powierzchnią plastyczności Hubera-von Misesa określoną równaniem:

$$F = \sqrt{3}\bar{\sigma} - Y(\kappa) \tag{3.41}$$

Zakładając $Y(\kappa) = \text{const} = f_y$, gdzie f_y oznacza granicę plastyczności określoną w badaniach jednoosiowych, uzyskuje się model sprężysto-idealnie-plastyczny, często przyjmowany dla stali, zwłaszcza z wyraźnie zaznaczoną, dużą półką plastyczności. Bardziej racjonalne będzie przyjęcie pewnego prawa wzmocnienia, a również osłabienia, co pozwoli dokładniej opisać zachowanie materiału po przekroczeniu granicy plastyczności f_y.

W budowanym modelu wykorzystano zmodyfikowaną postać prawa wzmocnienia danego wzorem (3.6), a dokładniej tę jego część, która opisuje materiał ze wzmocnieniem i osłabieniem izotropowym. Po przekształceniach przyjętą funkcję wzmocnienia/osłabienia określają wzory:

dla $|\kappa| \le \varepsilon_y$ $\quad Y(\kappa) = f_y$,

dla $|\kappa| > \varepsilon_y$

$$Y(\kappa) = f_y\left[\frac{C_2(\kappa-\varepsilon_y)}{C_3}+1\right]\exp\left[-C_2(\kappa-\varepsilon_y)\right]-\frac{2C_5(\kappa-\varepsilon_y)}{\varepsilon_r-\varepsilon_y}\exp\left[1-\frac{2(\kappa-\varepsilon_y)}{\varepsilon_r-\varepsilon_r}\right], \tag{3.42}$$

We wzorach tych ε_y jest odkształceniem, od którego zaczyna się faza wzmocnienia (rys. 3.7).

Stałe C_2, C_3 i C_5 obliczymy z warunków:

$$\begin{aligned} &\text{dla } \kappa = \varepsilon_y \quad \rightarrow \quad \frac{\partial Y}{\partial \kappa} = 0, \\ &\text{dla } \kappa = \varepsilon_r \quad \rightarrow \quad Y = f_r, \quad \frac{\partial Y}{\partial \kappa} = 0 \end{aligned} \tag{3.43}$$

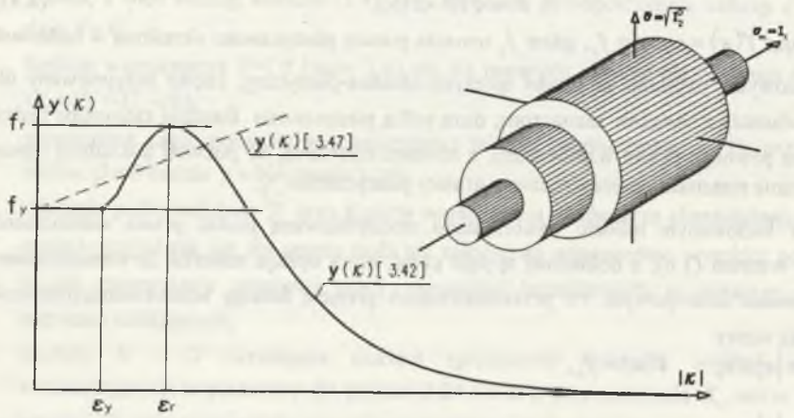
Dokładne rozwiązanie układu (3.43) nie wydaje się możliwe. W szczególności trudno jest obliczyć stałą C_2. Z wystarczającą dokładnością można jednak założyć:

$$C_2 = \frac{1}{\varepsilon_r - \varepsilon_y} \tag{3.44}$$

Pozwala to już bez trudności obliczyć z pierwszych dwóch warunków (3.43) pozostałe stałe. Otrzymamy w ten sposób:

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{C_2 f_y(\varepsilon_r - \varepsilon_y)\left[\exp(2 + C_2\varepsilon_y - \exp(C_2\varepsilon_r))\right]}{\exp(2)\left[f_r \exp(C_2\varepsilon_r) - f_y \exp(C_2\varepsilon_y)\right] - C_2 f_y(\varepsilon_r - \varepsilon_y)\exp(C_2\varepsilon_r)}, \\ C_5 &= \frac{C_2 f_y(\varepsilon_r - \varepsilon_y)(1 - C_3)}{2eC_3} \end{aligned} \tag{3.45}$$

Tak więc wszystkie stałe występujące w równaniu funkcji wzmocnienia/osłabienia zostały wyrażone za pomocą łatwych do określenia na drodze doświadczalnej parametrów materiałowych f_y, f_r, ε_y i ε_r. Wykres funkcji $Y(\kappa)$ dla zbrojenia wraz z poglądowym widokiem powierzchni plastyczności w różnych stadiach wzmocnienia i osłabienia przedstawiono na rysunku 3.7.



Rys. 3.7. Wykres funkcji $Y(\kappa)$ dla zbrojenia

Fig. 3.7. Hardening/softening law for reinforcement

3.4. UPROSZCZONY OPIS MATERIAŁÓW W ZASTĘPCZEJ BRYLE BUDYNKU

3.4.1. Materiał zastępczej bryły budynku

W punkcie 3.1.1 sformułowano pojęcie "zastępczej bryły budynku" (model **A** -rys.3.2). Konieczne jest sprecyzowanie związków konstytutywnych dla materiału tej bryły.

Generalnie uważa się, że będzie to materiał o cechach betonu. Jest to bliskie prawdy w tych elementach, które reprezentują np. płytę fundamentową czy strop. Dla elementów usytuowanych pomiędzy fundamentem a stropem, które opisują zachowanie układu ścian skrzyni fundamentowej trudno w ogóle mówić o jednorodnym materiale. Aproksymacja zachowania tego obszaru będzie z konieczności (w tym modelu) dość daleko idącym uproszczeniem.

Mając świadomość niedokładności opisu wynikającej z przyjętych zasad dyskretyzacji ustroju poczyniono pewne uproszczenia w równaniach konstytutywnych materiału. Traktując materiał zastępczej bryły budynku jako beton, zrezygnowano z dość pracochłonnej procedury określania stycznego modułu ścinania od poziomu naprężenia według wzorów (3.27), (3.30) i (3.31), zastępując ją znacznie prostszym, a dającym podobny efekt wzorem (3.24). Występujący w tym wzorze współczynnik r_f uzależniono od wytrzymałości f_c według zależności:

$$r_f = \exp(-0.023 f_c) \tag{3.46}$$

Daje to przykładowo dla betonu o $f_c = 10$ $r_f = 0.795$, co zapewnia zdecydowanie nieliniowe zachowanie, a dla betonu o $f_c = 80$ $r_f = 0.159$, przy którym materiał będzie pracował prawie liniowo sprężyście (przy $r_f = 0.0$ moduł ścinania nie zależy od poziomu naprężenia).

3.4.2. Zbrojenie

W punkcie 3.3.2 określono dość złożoną funkcję wzmocnienia/osłabienia, opisującą racjonalnie zachowanie stali stosowanych do zbrojenia betonu po osiągnięciu granicy plastyczności. W zbrojeniu umieszczanym w zastępczej bryle budynku, którego głównym celem jest zaznaczenie samego faktu istnienia zbrojenia w elementach konstrukcyjnych budynku, zastąpiono tę złożoną funkcję znacznie prostszym i często w opisie żelbetu stosowanym prawem wzmocnienia określonym wzorem:

$$\begin{aligned} Y(\kappa) &= f_y + C_6\kappa, \\ C_6 &= \frac{f_r - f_y}{2\varepsilon_r} \end{aligned} \tag{3.47}$$

We wzorze tym κ jest plastyczną częścią odkształcenia stali, f_r i f_y wytrzymałością i granicą plastyczności w badaniach jednoosiowych, a ε_r odkształceniem odpowiadającym wytrzymałości f_r (rys. 3.7).

3.5. CHARAKTERYSTYKA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH USTROJU

3.5.1. Elementy trójwymiarowe

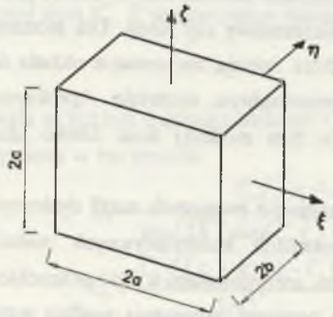
W podłożu, zastępczej bryle budynku, a także w elementach kontaktowych zastosowano proste kompleksy sześciościenne z węzłami w wierzchołkach (rys. 3.8). Funkcję kształtu dla węzła s elementu znormalizowanego wyraża zależność:

$$N_s = \frac{1}{8}(1+\xi\xi_s)(1+\eta\eta_s)(1+\zeta\zeta_s), \tag{3.48}$$

w której ξ, η, ζ są bezwymiarowymi współrzędnymi w układzie lokalnym elementu (rys.3.8):

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad \zeta = \frac{z}{c}, \tag{3.49}$$

gdzie a,b,c, są wymiarami połowy boków elementu.



Rys.3.8. Element prostopadłościenny

Fig.3.8. Cuboid element

Macierz **B**, określającą zależność między przemieszczeniami punktów węzłowych a odkształceniami w obrębie elementu można zapisać w postaci:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j, \mathbf{B}_k, \mathbf{B}_l, \mathbf{B}_m, \mathbf{B}_n, \mathbf{B}_o, \mathbf{B}_p], \tag{3.50}$$

gdzie:

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_s}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_s}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial x} & \frac{\partial N_s}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial y} & \frac{\partial N_s}{\partial x} \end{bmatrix}^T \tag{3.51}$$

dla $s = i,j,k,l,m,n,o,p$

Wykonując różniczkowanie zapiszemy:

$$\mathbf{B}_s = \frac{1}{8abc}\begin{bmatrix} bc\xi_s(1+\eta\eta_s)(1+\zeta\zeta_s) & 0 & 0 \\ 0 & ac\eta_s(1+\xi\xi_s)(1+\zeta\zeta_s) & 0 \\ 0 & 0 & ab\zeta_s(1+\xi\xi_s)(1+\eta\eta_s) \\ ac\eta_s(1+\xi\xi_s)(1+\zeta\zeta_s) & bc\xi_s(1+\eta\eta_s)(1+\zeta\zeta_s) & 0 \\ 0 & ab\zeta_s(1+\xi\xi_s)(1+\eta\eta_s) & ac\eta_s(1+\xi\xi_s)(1+\zeta\zeta_s) \\ ab\zeta_s(1+\xi\xi_s)(1+\eta\eta_s) & 0 & bc\xi_s(1+\eta\eta_s)(1+\zeta\zeta_s) \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

Podobnie jak macierz **B**, również macierz sztywności elementu można rozbić na podmacierze odpowiadające poszczególnym jego węzłom. Pozwala to zapisać wyrażenie na macierz sztywności elementu w postaci:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij} & \mathbf{K}_{ik} & \mathbf{K}_{il} & \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{in} & \mathbf{K}_{io} & \mathbf{K}_{ip} \\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_{jj} & \mathbf{K}_{jk} & \mathbf{K}_{jl} & \mathbf{K}_{jm} & \mathbf{K}_{jn} & \mathbf{K}_{jo} & \mathbf{K}_{jp} \\ \mathbf{K}_{ki} & \mathbf{K}_{kj} & \mathbf{K}_{kk} & \mathbf{K}_{kl} & \mathbf{K}_{km} & \mathbf{K}_{kn} & \mathbf{K}_{ko} & \mathbf{K}_{kp} \\ \mathbf{K}_{li} & \mathbf{K}_{lj} & \mathbf{K}_{lk} & \mathbf{K}_{ll} & \mathbf{K}_{lm} & \mathbf{K}_{ln} & \mathbf{K}_{lo} & \mathbf{K}_{lp} \\ \mathbf{K}_{mi} & \mathbf{K}_{mj} & \mathbf{K}_{mk} & \mathbf{K}_{ml} & \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{mn} & \mathbf{K}_{mo} & \mathbf{K}_{mp} \\ \mathbf{K}_{ni} & \mathbf{K}_{nj} & \mathbf{K}_{nk} & \mathbf{K}_{nl} & \mathbf{K}_{nm} & \mathbf{K}_{nn} & \mathbf{K}_{no} & \mathbf{K}_{np} \\ \mathbf{K}_{oi} & \mathbf{K}_{oj} & \mathbf{K}_{ok} & \mathbf{K}_{ol} & \mathbf{K}_{om} & \mathbf{K}_{on} & \mathbf{K}_{oo} & \mathbf{K}_{op} \\ \mathbf{K}_{pi} & \mathbf{K}_{pj} & \mathbf{K}_{pk} & \mathbf{K}_{pl} & \mathbf{K}_{pm} & \mathbf{K}_{pn} & \mathbf{K}_{po} & \mathbf{K}_{pp} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

Podmacierz $\mathbf{K}_{rs}$ odpowiadającą węzłom r i s elementu określa jeden z podstawowych wzorów MES:

$$\mathbf{K}_{rs} = \iiint_{vol} \mathbf{B}_r^T \mathbf{D} \mathbf{B}_s \, dvol, \tag{3.54}$$

gdzie r i s są kolejno równe i, j, k, l, m, n, o, p.

Całkowanie (3.54) wykonuje się zwykle za pomocą procedury numerycznej, wykorzystując wzory Gaussa-Legendre'a. Jest to konieczne przy bardziej złożonych elementach. Zastosowany tu prosty element sześciościenny z węzłami w wierzchołkach nie jest zapewne rozwiązaniem optymalnym z wielu względów, ma jednakże tę niezaprzeczalną zaletę, że jego macierz sztywności może być wyznaczona na drodze całkowania bezpośredniego. Prowadzi to wprawdzie do dość złożonych wzorów, stwarza jednakże szansę dokładniejszego i znacznie szybszego niż przy całkowaniu numerycznym obliczenia macierzy sztywności elementu. Uwzględniając wielokrotność tego obliczenia, zwłaszcza w modelu nieliniowym, można spodziewać się usprawnienia algorytmu obliczeń na tej drodze.

W całce (3.54) występuje iloczyn macierzowy, którego jednym z czynników jest macierz **D**. W stadium sprężystym macierz $\mathbf{D}^e$ (wzór 3.22) ma wprawdzie tylko 12 wyrazów niezerowych, co znacznie upraszcza występujący we wzorze (3.54) iloczyn macierzowy, jednakże zastępująca ją w stadium plastycznym macierz $\mathbf{D}^{ep}$ (wzory 3.34 i 3.38) ma, w ogólnym przypadku, wszystkie wyrazy niezerowe. Uwzględniając pełną macierz sprężystości jak dla materiału anizotropowego, wykonując mnożenie macierzy oraz całkowanie (3.54) otrzymamy ogólne wzory na wyraz $\mathbf{K}_{rs}$ macierzy sztywności elementu (3.53):

$$\mathbf{K}_{rs} = \frac{1}{72abc}\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{13} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{23} \\ \mathbf{K}_{31} & \mathbf{K}_{32} & \mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

Występujące we wzorze (3.55) podmacierze $\mathbf{K}_{ik}$ są dane wzorami:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{K}_{11} &= \psi_1 d_{11} + \psi_2 d_{44} + \psi_3 d_{66} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{14} + \xi_s\eta_r d_{14}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{16} + \xi_s\zeta_r d_{16}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{46} + \eta_s\zeta_r d_{46})\\
\mathbf{K}_{12} &= \psi_1 d_{14} + \psi_2 d_{24} + \psi_3 d_{56} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{12} + \xi_s\eta_r d_{44}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{15} + \xi_s\zeta_r d_{46}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{45} + \eta_s\zeta_r d_{26})\\
\mathbf{K}_{13} &= \psi_1 d_{16} + \psi_2 d_{45} + \psi_3 d_{36} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{15} + \xi_s\eta_r d_{46}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{13} + \xi_s\zeta_r d_{66}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{34} + \eta_s\zeta_r d_{56})\\
\mathbf{K}_{21} &= \psi_1 d_{14} + \psi_2 d_{24} + \psi_3 d_{56} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{44} + \xi_s\eta_r d_{12}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{46} + \xi_s\zeta_r d_{15}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{26} + \eta_s\zeta_r d_{45})\\
\mathbf{K}_{22} &= \psi_1 d_{44} + \psi_2 d_{22} + \psi_3 d_{55} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{24} + \xi_s\eta_r d_{24}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{45} + \xi_s\zeta_r d_{45}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{25} + \eta_s\zeta_r d_{25})\\
\mathbf{K}_{23} &= \psi_1 d_{46} + \psi_2 d_{25} + \psi_3 d_{35} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{45} + \xi_s\eta_r d_{26}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{34} + \xi_s\zeta_r d_{56}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{23} + \eta_s\zeta_r d_{55})\\
\mathbf{K}_{31} &= \psi_1 d_{16} + \psi_2 d_{45} + \psi_3 d_{36} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{46} + \xi_s\eta_r d_{15}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{66} + \xi_s\zeta_r d_{13}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{56} + \eta_s\zeta_r d_{34})\\
\mathbf{K}_{32} &= \psi_1 d_{46} + \psi_2 d_{25} + \psi_3 d_{35} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{26} + \xi_s\eta_r d_{45}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{56} + \xi_s\zeta_r d_{34}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{55} + \eta_s\zeta_r d_{23})\\
\mathbf{K}_{33} &= \psi_1 d_{55} + \psi_2 d_{66} + \psi_3 d_{33} + \psi_4(\xi_r\eta_s d_{56} + \xi_s\eta_r d_{56}) + \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{36} + \xi_s\zeta_r d_{36}) + \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{35} + \eta_s\zeta_r d_{35})
\end{aligned}
\tag{3.56}
$$

We wzorach tych:

$$
\begin{aligned}
\psi_1 &= b^2c^2\xi_r\xi_s(3+\eta_r\eta_s)(3+\zeta_r\zeta_s)\\
\psi_2 &= a^2c^2\eta_r\eta_s(3+\xi_r\xi_s)(3+\zeta_r\zeta_s)\\
\psi_3 &= a^2b^2\zeta_r\zeta_s(3+\xi_r\xi_s)(3+\eta_r\eta_s)\\
\psi_4 &= 3abc^2(3+\zeta_r\zeta_s)\\
\psi_5 &= 3ab^2c(3+\eta_r\eta_s)\\
\psi_6 &= 3a^2bc(3+\xi_r\xi_s)
\end{aligned}
\tag{3.57}
$$

zaś d_{ik} są wyrazami macierzy $\mathbf{D}^{ep}$.

Wzory (3.56) znacznie się upraszczają dla sprężystego stadium pracy, kiedy część wyrazów d_{ik} jest równa zeru. Uzyskamy wtedy:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{K}_{11} = \psi_1 d_{11} + \psi_2 d_{44} + \psi_3 d_{66}, \quad \mathbf{K}_{21} = \psi_4(\xi_r\eta_s d_{44} + \xi_s\eta_r d_{12}), \quad \mathbf{K}_{31} = \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{66} + \xi_s\zeta_r d_{13})\\
&\mathbf{K}_{12} = \psi_4(\xi_r\eta_s d_{12} + \xi_s\eta_r d_{44}), \quad \mathbf{K}_{22} = \psi_1 d_{44} + \psi_2 d_{22} + \psi_3 d_{55}, \quad \mathbf{K}_{32} = \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{55} + \eta_s\zeta_r d_{23})\\
&\mathbf{K}_{13} = \psi_5(\xi_r\zeta_s d_{13} + \xi_s\zeta_r d_{66}), \quad \mathbf{K}_{23} = \psi_6(\eta_r\zeta_s d_{23} + \eta_s\zeta_r d_{55}), \quad \mathbf{K}_{33} = \psi_1 d_{55} + \psi_2 d_{66} + \psi_3 d_{33}
\end{aligned}
\tag{3.58}
$$

3.5.2. Elementy kontaktowe

W zagadnieniach współpracy fundamentu z podłożem najczęściej stosowane są dwie koncepcje modelowania kontaktu:

- historycznie starsza, koncepcja elementów o zerowej grubości, zaproponowana przez Goodmana *i in.* [73],
- koncepcja elementów "cienkowarstwowych" (thin layer element), której autorem jest Desai *i in.* [48].

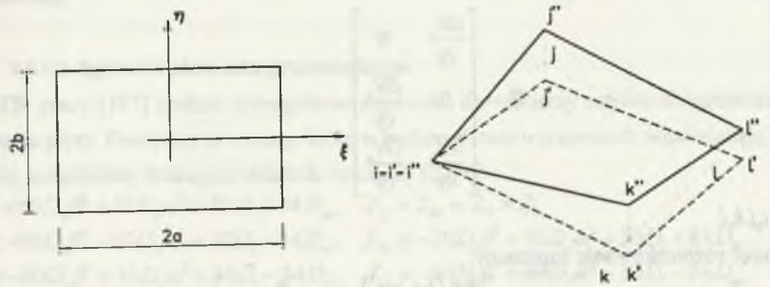
W propozycji Goodmana przy obliczaniu macierzy sztywności elementu zakłada się pewną jego grubość, ale wyrazy tej macierzy sprowadza się do wspólnych dla fundamentu i podłoża węzłów w płaszczyźnie styku. Zwykle przyjmowana jest bardzo duża sztywność elementów na działanie naprężeń normalnych oraz nieliniowo sprężyste lub sprężysto-plastyczne zachowanie przy ścinaniu. Uważa się, że element dobrze reprezentuje zachodzące w styku zjawiska, dopóki naprężenie normalne pozostaje ściskające.

Koncepcja elementów cienkowarstwowych wydaje się być lepiej uzasadniona fizykalnie, jako że o zachowaniu styku w rzeczywistości decyduje cienka warstwa bezpośrednio z nim sąsiadujących materiałów (głównie znacznie bardziej podatnego gruntu). Element kontaktowy jest więc elementem sześciościennym, którego wymiar w kierunku prostopadłym do płaszczyzny styku jest znacznie mniejszy niż pozostałe wymiary. Desai *i in.* [48] uzasadniają, że najlepszą reprezentację zachowania styku uzyskuje się przy grubości elementu zawartej w granicach $0.01l \le t \le 0.10l$, gdzie l jest wymiarem elementu w płaszczyźnie styku.

W opisywanym tu modelu przyjęto koncepcję cienkowarstwowych elementów sześciościennych o ośmiu węzłach. Zachowują więc ważność zasady obliczania sztywności przedstawione w poprzednim punkcie. Założono sprężysto-plastyczny model materiałowy, którego parametry wynikają głównie z własności gruntu (p.3.2.4).

3.5.3. Płaskie elementy tarczowe

W drugim etapie dokładnej analizy budynku (patrz p.3.1.1) poszczególne części jego ustroju nośnego (ściany, strop, fundamenty) podzielono na elementy prostokątne z węzłami w narożach. W każdym węźle elementu uwzględniono trzy stopnie swobody, odpowiadające przemieszczeniom w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach (rys.3.9).



Rys. 3.9. Prostokątny element tarczowy

Fig. 3.9. Ractangular flat element

Dwa z tych stopni swobody odpowiadają przemieszczeniom u i v w płaszczyźnie elementu, a więc wiążą się z jego tarczową pracą, czyli z przejściem ze stanu wyjściowego i-j-k-l do stanu i'-j'-k'-l' (rys.3.9). Przemieszczenie w prostopadłe do płaszczyzny elementu odpowiada jego zginaniu. Pominięto wpływ obrotów w węzłach, uważając go za drugorzędny dla celów prowadzonej analizy.

W macierzy sztywności tak określonego elementu wystąpią składniki związane z tarczową pracą elementu (T) i wyrazy związane z jego zginaniem (Z).

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix}\mathbf{k}_{ii} & \mathbf{k}_{ij} & \mathbf{k}_{ik} & \mathbf{k}_{il}\\ \mathbf{k}_{ji} & \mathbf{k}_{jj} & \mathbf{k}_{jk} & \mathbf{k}_{jl}\\ \mathbf{k}_{ki} & \mathbf{k}_{kj} & \mathbf{k}_{kk} & \mathbf{k}_{kl}\\ \mathbf{k}_{li} & \mathbf{k}_{lj} & \mathbf{k}_{lk} & \mathbf{k}_{ll}\end{bmatrix},\quad \mathbf{k}_{rs}=\begin{bmatrix}T & T & 0\\ T & T & 0\\ 0 & 0 & Z\end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Wyraz zerowy w macierzy (3.59) oznacza, że przemieszczenia u i v w płaszczyźnie elementu nie powodują żadnych sił węzłowych na kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny.

3.5.3.1. Tarczowa praca elementu

Funkcję kształtu dla węzła s elementu znormalizowanego wyraża zależność:

$$N_s=\frac{1}{4}(1+\xi\xi_s)(1+\eta\eta_s), \tag{3.60}$$

w której ξ i η są bezwymiarowymi współrzędnymi w układzie lokalnym elementu (rys.3.9) określonymi zależnościami (3.49), a i b zaś wymiarami połowy boków elementu.

Macierz **B**, określającą zależność między przemieszczeniami punktów węzłowych a odkształceniami w obrębie elementu można zapisać w postaci:

$$\mathbf{B}=\left[\mathbf{B}_i,\mathbf{B}_j,\mathbf{B}_k,\mathbf{B}_l\right], \tag{3.61}$$

gdzie:

$$\mathbf{B}_s=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_s}{\partial x} & 0\\ 0 & \dfrac{\partial N_s}{\partial y}\\ \dfrac{\partial N_s}{\partial y} & \dfrac{\partial N_s}{\partial y}\end{bmatrix} \tag{3.62}$$

dla $s=i,j,k,l$

Wykonując różniczkowanie zapiszemy:

$$\mathbf{B}_s=\frac{1}{4ab}\begin{bmatrix}b\xi_s(1+\eta\eta_s) & 0\\ 0 & a\eta_s(1+\xi\xi_s)\\ a\eta_s(1+\xi\xi_s) & b\xi_s(1+\eta\eta_s)\end{bmatrix} \tag{3.63}$$

Macierz sztywności elementu również można rozbić na podmacierze odpowiadające poszczególnym jego węzłom.

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij} & \mathbf{K}_{ik} & \mathbf{K}_{il}\\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_{jj} & \mathbf{K}_{jk} & \mathbf{K}_{jl}\\ \mathbf{K}_{ki} & \mathbf{K}_{kj} & \mathbf{K}_{kk} & \mathbf{K}_{kl}\\ \mathbf{K}_{li} & \mathbf{K}_{lj} & \mathbf{K}_{lk} & \mathbf{K}_{ll}\end{bmatrix} \tag{3.64}$$

W płaskim stanie naprężenia macierz $\mathbf{D}^{ep}$ wyrazi się wzorem:

$$\mathbf{D}^{ep}=\begin{bmatrix}d_{11} & d_{12} & d_{13}\\ d_{21} & d_{22} & d_{23}\\ d_{31} & d_{32} & d_{33}\end{bmatrix} \tag{3.65}$$

Podobnie jak dla elementów przestrzennych obliczono podmacierz $\mathbf{K}_{rs}$ poprzez całkowanie bezpośrednie (3.54), uzyskując dla ogólnego przypadku anizotropii materiału :

$$\mathbf{K}_{rs}=\frac{1}{12ab}\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12}\\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22}\end{bmatrix}, \tag{3.66}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{11}&=\psi_7 d_{11}+\psi_8 d_{33}+\psi_9(\xi_r\eta_s d_{13}+\xi_s\eta_r d_{13})\\ \mathbf{K}_{12}&=\psi_7 d_{13}+\psi_8 d_{23}+\psi_9(\xi_r\eta_s d_{12}+\xi_s\eta_r d_{33})\\ \mathbf{K}_{21}&=\psi_7 d_{13}+\psi_8 d_{23}+\psi_9(\xi_r\eta_s d_{33}+\xi_s\eta_r d_{12})\\ \mathbf{K}_{22}&=\psi_7 d_{33}+\psi_8 d_{22}+\psi_9(\xi_r\eta_s d_{23}+\xi_s\eta_r d_{23})\end{aligned}, \tag{3.67}$$

a współczynniki $\psi_7-\psi_9$ są równe:

$$\begin{aligned}\psi_7&=b^2 t\xi_r\xi_s(3+\eta_r\eta_s)\\ \psi_8&=a^2 t\eta_r\eta_s(3+\xi_r\xi_s)\\ \psi_9&=3abt\end{aligned} \tag{3.68}$$

We wzorach (3.68) t oznacza grubość elementu tarczowego.

W sprężystym stadium pracy wobec $d_{13}=d_{23}=d_{31}=d_{32}=0$ wzory (3.67) znacznie się upraszczają.

3.5.3.2. Zginanie elementu prostokątnego

W pracy [197] podano szczegółowe zależności dla macierzy sztywności prostokątnego elementu płyty. Pomijając te wyrazy, które w podanych tam wyrażeniach odpowiadają kątom obrotu, uzupełnimy brakujące składniki macierzy (3.59):

$$\begin{aligned}&Z_{ii}=+60D_x\beta^2+60D_y\alpha^2+30D_1+84D_{xy}, && Z_{jj}=Z_{kk}=Z_{ll}=Z_{ii}\\ &Z_{ij}=+30D_x\beta^2-60D_y\alpha^2+30D_1-84D_{xy}, && Z_{jk}=-30D_x\beta^2-30D_y\alpha^2+30D_1+84D_{xy}\\ &Z_{ik}=-60D_x\beta^2+30D_y\alpha^2-30D_1-84D_{xy}, && Z_{jl}=-60D_x\beta^2+30D_y\alpha^2-30D_1-84D_{xy}\\ &Z_{il}=-30D_x\beta^2-30D_y\alpha^2+30D_1+84D_{xy}, && Z_{kl}=+30D_x\beta^2-60D_y\alpha^2-30D_1-84D_{xy}\end{aligned} \tag{3.69}$$

przy czym:

$$\begin{aligned}D_x&=\frac{d_{11}t^3}{720ab}, & D_y&=\frac{d_{22}t^3}{720ab},\\ D_1&=\frac{d_{12}t^3}{720ab}, & D_{xy}&=\frac{d_{33}t^3}{720ab}\end{aligned} \tag{3.70}$$

Uwzględnienie tych wyrazów w macierzy (3.59) daje pewne przybliżenie odpowiedzi elementu prostokątnego na przemieszczenia wywołujące jego deplanację, trzeba jednak mieć świadomość, że nie jest to przybliżenie dobre wobec pominięcia istotnych dla zginania

elementów reprezentujących w macierzy sztywności kąty obrotu. Mając na uwadze fakt, że dla stawianych w niniejszej pracy celów istotne znaczenie ma tarczowa praca tych części konstrukcji, które są opisywane płaskimi elementami prostokątnymi, pominięto wpływ zginania, przyjmując bardzo duże wartości (10^{12}) dla wyrazów Z_{rr} (na głównej przekątnej) oraz zerowe dla pozostałych. Ten zabieg numeryczny sprowadza się do wyeliminowania przemieszczeń prostopadłych do płaszczyzny tarczy.

3.5.4. Elementy prętowe

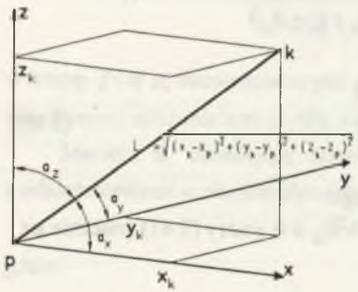
Zbrojenie opisano elementami liniowymi o sześciu stopniach swobody. (rys.3.10). Macierz sztywności tego elementu w globalnym układzie współrzędnych określa wzór:

$$\mathbf{K} = \frac{EA}{l}\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{J}} & -\bar{\mathbf{J}} \\ -\bar{\mathbf{J}} & \bar{\mathbf{J}} \end{bmatrix}, \tag{3.71}$$

gdzie:

$$\bar{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} c_x^2 & c_x c_y & c_x c_z \\ & c_y^2 & c_y c_z \\ \text{sym.} & & c_z^2 \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

W macierzy (3.72) występują cosinusy kątów między osią pręta a osiami układu globalnego.



Rys.3.10. Element prętowy
Fig.3.10. Linear element

$$\begin{aligned} c_x &= \cos\alpha_x, \\ c_y &= \cos\alpha_y, \\ c_z &= \cos\alpha_z \end{aligned} \tag{3.73}$$

4. IMPLEMENTACJA KOMPUTEROWA

4.1. SCHEMAT OPERACYJNY SYSTEMU

Dla przeprowadzenia analizy modelu opisanego w poprzednich rozdziałach opracowano system programów MAFEM złożony z trzech zasadniczych bloków:

1. Blok danych wejściowych: Utworzenie i opis modelu numerycznego

2. Blok obliczeniowy: Rozwiązanie nieliniowego zagadnienia MES

3. Blok wyjściowy: Przetwarzanie i prezentacja wyników

Wszystkie programy zostały opracowane na komputery kompatybilne ze standardem IBM-PC w języku FORTRAN, wersja Microsoft v. 5.0. Aktualna, stosowana do testowania i wstępnych analiz wersja programów umożliwia rozwiązanie przestrzennych zagadnień, w których liczba węzłów i elementów nie przekracza 600. Przy tym samym algorytmie obliczeń zarówno liczba węzłów, jak i elementów mogą być bez trudności zwiększone trzykrotnie.

4.2. UTWORZENIE I OPIS MODELU NUMERYCZNEGO

Bezbłędne utworzenie stosunkowo dużego modelu numerycznego jest praktycznie niemożliwe, a na pewno bardzo pracochłonne, bez specjalnego programu, który ten model generuje automatycznie, na podstawie pewnych przyjętych w programie zasad i minimalnej liczby wprowadzanych danych. W celu uniknięcia błędów wynikających z pomyłkowo wprowadzonych danych jest konieczne, by program ten zawierał w sobie elementy sprawdzające poprawność utworzonych zbiorów.

Program do generacji modelu spełnia następujące zadania:

- określa współrzędne węzłów ustroju w globalnym układzie współrzędnych [tablica wez(*we*,4), gdzie *we* oznacza liczbę węzłów],

- opisuje przestrzenne (budynek i podłoże) oraz liniowe (zbrojenie) elementy ustroju (tablice ele(*elem*,9) i elr(*elpr*,3), gdzie *elem* i *elpr* są odpowiednio liczbą elementów przestrzennych i liniowych),
- tworzy tablicę parametrów materiałowych dla poszczególnych "typów materiałowych" elementów (tablica typ(35,20), umożliwiająca wprowadzenie trzydziestu pięciu różniących się własnościami materiałowymi typów elementów),
- tworzy tablicę określającą najniższy i najwyższy numer elementu stykającego się z każdym węzłem ustroju [tablica fl(*we*,2)],
- wpisuje do czwartej kolumny tablicy wez(*we*,4) pionowe (równoległe do osi *z*) siły węzłowe od ciężaru własnego (obliczane automatycznie) i zadanego obciążenia ustroju,
- określa charakterystykę zadanych deformacji górniczych.

Dla utworzenia zbiorów danych wejściowych trzeba z klawiatury komputera wprowadzić:

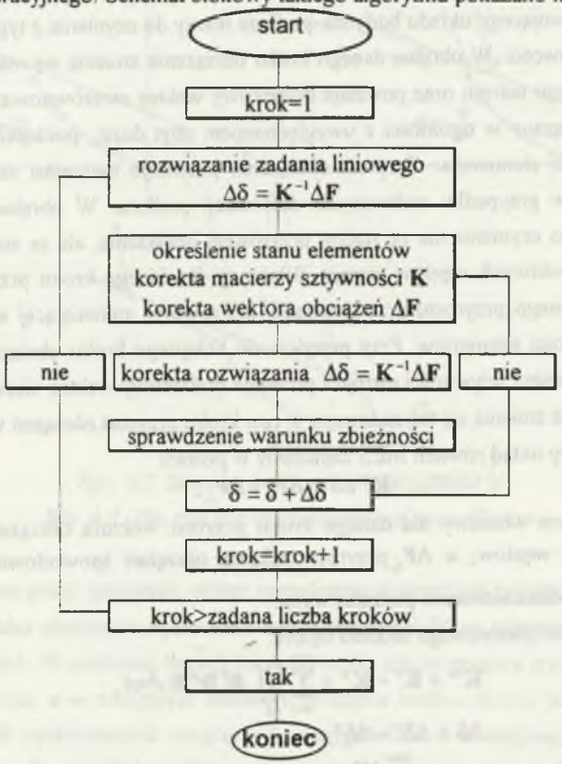
1. dane geometryczne:
   - *nx* - liczba elementów wzdłuż osi x,
   - *ny* - liczba elementów wzdłuż osi y,
   - *nz* - liczba elementów wzdłuż osi z,
   - *nkx*- liczba elementów budynku wzdłuż osi x,
   - *nky*- liczba elementów budynku wzdłuż osi y,
   - *nkz*- liczba elementów budynku wzdłuż osi z,
   - *dx(nx)* - tablica wymiarów elementów wzdłuż osi x,
   - *dy(ny)* - tablica wymiarów elementów wzdłuż osi x,
   - *dz(nz)* - tablica wymiarów elementów wzdłuż osi x.

   Trzy ostatnie tablice mogą być, w przypadku ogólnym, wprowadzane z klawiatury bądź też, po wprowadzeniu wymiaru podstawowego dla danego kierunku, wypełniane zgodnie z przyjętą w programie generującym zasadą,
2. obciążenie równomiernie rozłożone na górnej powierzchni zastępczej bryły budynku,
3. parametry materiałowe,
4. charakterystykę zadanych deformacji górniczych:
   - promień zasięgu wpływów deformacji *r*,
   - maksymalne osiadanie pionowe *w*,
   - charakter zadanych deformacji poziomych (zero, obwiednia minimalna, odkształcenie średnie, obwiednia maksymalna),
   - charakter zadanej krzywizny terenu (jak wyżej),
5. parametry przyrostowego algorytmu obliczeń:
   - liczbę kroków dla obciążenia ustroju,
   - liczbę kroków w obrębie promienia zasięgu wpływów górniczych.

Elementem kontroli poprawności wprowadzenia danych jest głównie graficzna prezentacja siatki węzłów oraz elementów z zaznaczeniem wprowadzonego w danym elemencie typu materiału. Ten efekt działania programu do generacji modelu zostanie zaprezentowany w rozdziale piątym przy omówieniu przykładów obliczeniowych.

4.3. ALGORYTM ROZWIĄZANIA NIELINIOWEGO ZADANIA MES

W głównym bloku obliczeniowym do rozwiązania nieliniowego zadania MES zastosowano najbardziej popularny i w większości przypadków najlepszy algorytm przyrostowo-iteracyjny. Zakłada on podział obciążenia na kolejno zadawane przyrosty, linearyzację zadania w obrębie każdego przyrostu i korygowanie błędów powstających na skutek powstałych na poziomie danego przyrostu efektów nieliniowych, na drodze postępowania iteracyjnego. Schemat blokowy takiego algorytmu pokazano na rysunku 4.1.



Rys. 4.1. Typowy schemat blokowy algorytmu nieliniowego zadania MES
Fig. 4.1. Typical flow-chart of non-linear FEM solution

Ten prosty, ogólny schemat może się jednak różnić wieloma rozwiązaniami szczegółowymi, zależnymi od typu rozpatrywanego zagadnienia, a zwłaszcza od rodzaju powstających w trakcie rozwiązywania efektów nieliniowych. W podjętym tu zagadnieniu wpływu górniczych deformacji podłoża na budowle źródłem tych efektów są:

- nieliniowa sprężystość materiałów,
- wejście ścieżki naprężeń w pewnych obszarach ustroju w obszar plastyczny,
- nieciągłości w płaszczyźnie styku fundamentu z podłożem.

Pierwsze dwa mają charakter nieliniowości fizycznej (materiałowej), ostatni jest wprawdzie nieliniowością brzegową (kontaktową), ale dzięki zabiegowi polegającemu na wprowadzeniu elementów łącznikowych o specyficznych, sprężysto-plastycznych cechach został również sprowadzony do nieliniowości fizycznej. Istnieje jednakże pewna specyfika odróżniająca rozważane zagadnienie od klasycznego zadania nieliniowego w sensie fizycznym. Wiąże się to z charakterem obciążenia, którym - w przypadku deformacji podłoża - są przemieszczenia niektórych węzłów ustroju. Dopóki rozważa się wpływ obciążenia przyłożonego do budynku na stan współpracującego układu budynek-podłoże mamy do czynienia z typowym zadaniem fizycznej nieliniowości. W obrębie danego kroku obciążenia zmienia się macierz sztywności elementów i całego ustroju oraz powstaje dodatkowy wektor niezrównoważonych obciążeń węzłowych, związany w ogólności z uwzględnieniem zbyt dużej, początkowej dla danego kroku sztywności elementów. Przyrost obciążenia pozostaje natomiast stały. Ta sytuacja komplikuje się w przypadku zadawanych deformacji podłoża. W obrębie danego kroku mamy bowiem do czynienia nie ze stałym przyrostem obciążenia, ale ze stałym przyrostem przemieszczeń niektórych węzłów ustroju. Właściwy dla danego kroku przyrost obciążenia jest funkcją zadanego przyrostu przemieszczeń, ale również zmieniającej się w tym kroku macierzy sztywności elementów. Przy przejściu do kolejnego kroku obciążenia zmienia się więc nie tylko macierz sztywności ustroju i powstaje dodatkowy wektor niezrównoważonych sił węzłowych, ale zmienia się też zadawany w tym kroku przyrost obciążeń węzłowych.

Podstawowy układ równań MES zapiszemy w postaci:

$$\mathbf{K}^{ep}\Delta\delta = \Delta\mathbf{F}_o + \Delta\mathbf{F}_{\varepsilon_o}, \tag{4.1}$$

gdzie $\Delta\mathbf{F}_o$ oznacza właściwy dla danego kroku przyrost wektora obciążeń przyłożonych bezpośrednio do węzłów, a $\Delta\mathbf{F}_{\varepsilon_o}$ przyrost wektora obciążeń spowodowanych zadanymi w danym kroku odkształceniami początkowymi.

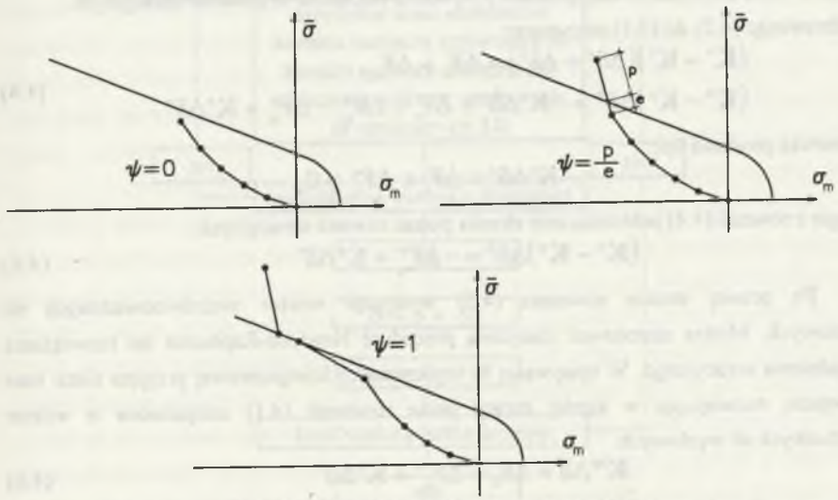
Dla sprężysto-plastycznego modelu będzie:

$$\begin{aligned} &\mathbf{K}^{ep} = \mathbf{K}^{e} - \mathbf{K}^{p} = \sum_{n=1}^{elem} \iiint_{vol} \mathbf{B}^T\mathbf{D}^{ep}\mathbf{B}\, dvol, \\ &\Delta\delta = \Delta\delta^{e} + \Delta\delta^{p}, \\ &\Delta\mathbf{F}^{\varepsilon_o} = \sum_{n=1}^{elem} \iiint_{vol} \varepsilon_o \mathbf{B}^T\mathbf{D}^{ep} dvol, \end{aligned} \tag{4.2}$$

gdzie **B** jest funkcją wymiarów i kształtu elementu. Funkcję tę dla stosowanych w modelu elementów określono w rozdziale siódmym. Pewnego uściślenia wymaga wyrażenie (3.34) określające macierz $\mathbf{D}^{ep}$, bowiem sposób jej obliczenia zależy od aktualnego położenia punktu na ścieżce naprężeń względem powierzchni plastyczności. W ogólnym przypadku wzór (3.34) zapiszemy w postaci:

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^{e} - \psi\mathbf{D}^{p} \tag{4.3}$$

Współczynnik ψ=0 w obszarze sprężystym i jest równy jedności na powierzchni plastyczności. W pewnym szczególnym momencie przyrostowego algorytmu obliczeń może wystąpić taki moment, że zadany akurat przyrost obciążenia przemieszcza ścieżkę naprężeń ponad powierzchnię plastyczności (rys. 4.2). W tym momencie współczynnik ψ przyjmuje wartość $0<\psi<1$, określając, jaka część przyrostu znalazła się w obszarze plastycznym (ponad powierzchnią plastyczności).



Rys. 4.2. Zasada określania współczynnika ψ

Fig. 4.2. The rule for determination of ψ coefficient

W obszarze pracy sprężystej, wobec uwzględnienia sprężystej nieliniowości oblicza się dla każdego kroku obciążenia styczną macierz sprężystości $\mathbf{D}^{e}$ w zależności od aktualnego poziomu naprężeń. W pierwszej iteracji każdego kroku jest to macierz styczna dla naprężeń na początku kroku, a w następnych średnia z początku kroku i końca poprzedniej iteracji w tym kroku. W opracowanych programach zrezygnowano z iteracyjnego wyrównywania niezrównoważonych naprężeń w obszarze sprężystym, ograniczając się do opisanej wyżej korekty macierzy sztywności.

Kiedy ścieżka naprężeń ma tendencję do wyjścia poza powierzchnię plastyczności, trzeba nie tylko poprawić macierz $\mathbf{D}^{ep}$, ale również iteracyjnie skorygować stan ustroju poprzez jego obciążenie w węzłach uplastycznionego elementu siłami wynikającymi z naprężeń $\Delta\sigma$, które w tym elemencie nie mogą wystąpić. Poprzez kolejne iteracje z każdorazowo korygowaną macierzą sztywności ustroju sprowadza się ścieżki naprężeń dla wszystkich jego elementów na właściwe dla nich powierzchnie plastyczności.

Odciążenie elementu powoduje wyzerowanie współczynnika ψ i przyjęcie macierzy $\mathbf{D}^{e}$ na poziomie właściwym dla odciążenia.

Zależność macierzy $\mathbf{D}^{ep}$ od wektora obciążeń δ jest przyczyną nieliniowości układu (4.1). W rozważanym zagadnieniu macierz ta występuje po obydwu stronach układu. To zadecydowało o przyjęciu algorytmu ze zmienianym nie tylko w każdym kroku, ale również w każdej iteracji układem równań. Przyjęcie takiego algorytmu wyklucza z kolei zastosowanie zmodyfikowanej procedury Newtona-Raphsona w procesie iteracyjnym.

Podstawiając (4.2) do (4.1) otrzymamy:

$$\begin{aligned}&(\mathbf{K}^{e}-\mathbf{K}^{p})(\Delta\delta^{e}+\Delta\delta^{p})=\Delta\mathbf{F}_{o}+\Delta\mathbf{F}_{\varepsilon_o},\\&(\mathbf{K}^{e}-\mathbf{K}^{p})\Delta\delta^{p}=-\mathbf{K}^{e}\Delta\delta^{e}+\Delta\mathbf{F}_{o}+\Delta\mathbf{F}^{e}_{\varepsilon_o}-\Delta\mathbf{F}^{p}_{\varepsilon_o}+\mathbf{K}^{p}\Delta\delta^{e}\end{aligned}\tag{4.4}$$

Ponieważ powinno być:

$$-\mathbf{K}^{e}\Delta\delta^{e}+\Delta\mathbf{F}_{o}+\Delta\mathbf{F}^{e}_{\varepsilon_o}=0,$$

drugie z równań (4.4) jednoznacznie określa postać równań iteracyjnych:

$$(\mathbf{K}^{e}-\mathbf{K}^{p})\Delta\delta^{p}=-\Delta\mathbf{F}^{p}_{\varepsilon_o}+\mathbf{K}^{p}\Delta\delta^{e}\tag{4.5}$$

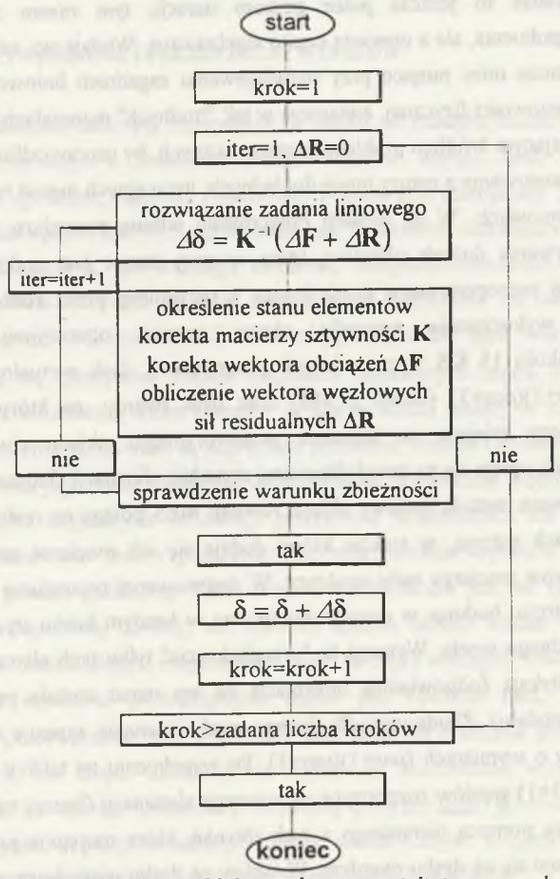
Po prawej stronie równania (4.5) występuje wektor niezrównoważonych sił węzłowych. Można zastosować klasyczną procedurę Newtona-Raphsona do rozwiązania zagadnienia iteracyjnego. W opisywanej tu implementacji komputerowej przyjęto nieco inne podejście, rozwiązując w każdej iteracji pełne równanie (4.1) uzupełnione o wektor residualnych sił węzłowych.

$$\mathbf{K}^{ep}\Delta\delta=\Delta\mathbf{F}_{o}+\Delta\mathbf{F}^{ep}_{\varepsilon_o}+\mathbf{K}^{p}\Delta\delta^{e}\tag{4.6}$$

Daje to możliwość uwzględnienia zmian wektora obciążenia (w jego części pochodzącej od zadawanych przemieszczeń węzłowych) spowodowanych nie tylko wejściem niektórych elementów w stan plastyczny, ale również zmianami stycznej macierzy sprężystości wynikającymi z założonej w obszarze sprężystym nieliniowości materiału podłoża. W pierwszej iteracji każdego kroku przyjmuje się oczywiście zerową wartość wektora $\Delta\delta^{e}$.

Opisany algorytm jest zapewne dość pracochłonny ze względu na konieczność budowy nowego układu równań nie tylko w każdym kroku, ale i w każdej iteracji. Zapewnia jednakże dobrą zbieżność nawet w trudnych warunkach związanych z wejściem w stan plastyczny dużej liczby elementów. Taka sytuacja występuje np. przy analizie wpływu poziomych deformacji terenu górniczego na budynki, kiedy dodatnie (rozciągające)

odkształcenia w obrębie podłoża powodują szybkie wejście gruntu w stan graniczny w znacznym obszarze analizowanego ustroju. Przyjęty ostatecznie schemat algorytmu obliczeń przedstawiono na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Przyjęty schemat blokowy algorytmu nieliniowego zadania MES
Fig. 4.3. Applied flow-chart of non-linear FEM solution

Z procedur numerycznych warto omówić zastosowaną w algorytmie oryginalną procedurę budowy i rozwiązywania stosunkowo dużego układu równań za pomocą pracującego w systemie DOS komputera o ograniczonej pamięci operacyjnej. W zagadnieniach przestrzennych mamy do czynienia z dużymi układami równań i szerokim półpasmem niezerowych wyrazów macierzy podstawowej. Ograniczając się nawet do dość skromnych rozmiarów zadań rozwiązywanych przez aktualną wersję programów (600

węzłów przy szerokości półpasma *pas*=300), trzeba zapamiętać 1800*301=541800 liczb rzeczywistych o podwójnej precyzji, co wymaga 4.3344 MB pamięci na sam tylko układ równań. Przekracza to możliwości sprzętu PC. Autorzy niektórych programów stosują zwykle w takim wypadku jedną z iteracyjnych metod rozwiązywania układów równań liniowych. Wprowadza to jeszcze jeden poziom iteracji, tym razem związany nie z nieliniowością zagadnienia, ale z operacją czysto algebraiczną. Wydaje się, że zastosowanie tego typu metod może mieć miejsce przy rozwiązywaniu zagadnień liniowo sprężystych. Uwzględnienie nieliniowości fizycznej, zwłaszcza w tak "trudnych" materiałach jak beton czy grunt, jest wystarczającym źródłem problemów numerycznych, by usprawiedliwione było ich mnożenie poprzez stosowanie z natury mniej dokładnych, iteracyjnych metod rozwiązywania układów równań liniowych. W tej sytuacji opracowano własną procedurę równoczesnej budowy i rozwiązywania dużych układów, która w swej istocie jest podobna do tzw. procedury frontalnej zaproponowanej przez Ironsa, a rozwiniętej przez Hintona i Owena [81]. Procedura wykorzystuje niewielki obszar pamięci operacyjnej komputera [min 48(*pas*+1) - około 15 KB w omawianych programach], dysk wirtualny (RamDisk) o pojemności 8(*pas*+1)(*pas*+3) (około 1 MB) oraz dysk twardy, na którym musi być 24*we*(*pas*+1) wolnego miejsca na zapisanie przetworzonego układu równań. Samo rozwiązywanie układu opiera się na zmodyfikowanej metodzie eliminacji Gaussa.

Zwykle stosowana metoda budowy układu równań MES polega na realizacji pętli po wszystkich elementach ustroju, w trakcie której dodaje się ich macierze sztywności do odpowiednich wyrazów macierzy całej struktury. W zastosowanej procedurze realizuje się pętlę po węzłach ustroju, budując w pamięci komputera w każdym kroku tej pętli jedynie trzy równania dla jednego węzła. Wymaga to "przeglądnięcia" tylko tych elementów, które z tym węzłem się stykają (odpowiednia informacja na ten temat została przygotowana w trakcie generacji modelu). Zbudowane dla danego węzła równania zapisuje się na dysku wirtualnym w tablicy o wymiarach (*pas*+3)(*pas*+1). Po wypełnieniu tej tablicy równaniami dla pierwszych (*pas*/3+1) węzłów rozpoczyna się operację eleminacji Gaussa na zapisanych w niej równaniach, za pomocą pierwszego z tych równań, które następnie już w postaci przekształconej zapisuje się na dysku twardym. W tablicy na dysku wirtualnym zwalniają się w ten sposób trzy wiersze, co umożliwia wpisanie do niej trzech równań dla kolejnego węzła. Po zakończeniu pętli po wszystkich węzłach na dysku twardym jest zapisany cały układ równań przekształcony do postaci trójkątnej. Wyznaczenie poszukiwanych w danym kroku przemieszczeń nie nastręcza już żadnych trudności.

Opisana procedura jest dość czasochłonna ze względu na ciągły kontakt z dyskiem, aczkolwiek wykorzystanie dysku wirtualnego oraz system Cashe-Memory znacznie przyspieszają wykonywane operacje. Mimo to ocenia się, że budowa układu równań, jego przekształcenie do postaci trójkątnej i zapisanie na dysku pochłania około 90% całego czasu

obliczeń. Niewątpliwą zaletą opisanej procedury jest natomiast możliwość rozwiązywania na sprzęcie klasy PC nawet bardzo dużych układów równań i to za pomocą bezpośredniej, a nie iteracyjnej metody.

4.4. PRZETWARZANIE I PREZENTACJA WYNIKÓW

Wynik obliczeń stanowią zapisywane na dysku po każdym kroku obciążenia zbiory, zawierające informacje o przemieszczeniach węzłów ustroju oraz stanie elementów przestrzennych (podłoże, łączniki i budynek) i liniowych (zbrojenie). Zbiór zawierający przemieszczenia węzłów nie wymaga komentarza. W zbiorze określającym stan elementów przestrzennych zawarto, dla każdego elementu, wszystkie składowe stanu naprężenia, wartości naprężenia średniego σ_m oraz intensywności naprężenia $\bar{\sigma}$, odkształcenie średnie ε_m, i intensywność odkształcenia $\bar{\varepsilon}$ oraz plastyczną część tych odkształceń. Ponadto zapamiętywane są plastyczne części wszystkich składowych stanu odkształcenia oraz zapisywana jest informacja, które elementy w danym kroku weszły w stan plastyczny. Dla elementów zbrojenia zapisywane są naprężenie normalne, średnie i intensywność naprężenia, odkształcenie oraz jego część plastyczna i przyjmowany do obliczeń moduł sprężystości.

Duża liczba uzyskanych informacji praktycznie uniemożliwia ich analizę w postaci liczbowej. Opracowano zestaw programów do przetwarzania wyników obliczeń oraz ich prezentacji w postaci graficznej. Taka wizualizacja wyników jest nie tylko nieodzownym warunkiem ich sprawnej analizy, ale również spełnia bardzo ważne funkcje kontrolne, ujawniając ewentualne błędy i miejsca, w których te błędy wystąpiły. Nie bez znaczenia dla wiarygodności wyników prowadzonych analiz jest również fakt, że automatyczne, komputerowe przetwarzanie tych wyników i taka sama ich graficzna prezentacja poważnie utrudnia, jeżeli nie wręcz uniemożliwia wybiórcze traktowanie wyników i takie ich przedstawianie, by dobrze uzasadniały wcześniej przyjęte tezy. W rozdziale piątym przy omawianiu wyników przeprowadzonych badań numerycznych przyjęto zasadę, że żadne wyniki nie są prezentowane w postaci ręcznie wykonanych wykresów.

Aktualnie opracowano następujące programy do graficznej prezentacji wyników obliczeń:

- program rysujący obraz zdeformowanej siatki elementów ustroju po każdym kroku obciążenia, z zaznaczeniem tych elementów, które weszły w stan plastyczny,
- program rysujący izolinie odkształceń poziomych ε_x w podłożu,
- program rysujący izolinie odkształceń objętościowych ε_v w podłożu,
- program rysujący wykresy naprężeń stycznych pod fundamentem,

- program rysujący przebieg ścieżki naprężeń w poszczególnych elementach na płaszczyźnie izotropowej, z zaznaczeniem śladu powierzchni plastyczności na tej płaszczyźnie,
- program rysujący wykresy siły osiowej i momentu zginającego w traktowanym jako pręt budynku, wykresy naprężeń normalnych pod fundamentem oraz wykresy zmienności sił osiowych, momentów zginających oraz efektywnej krzywizny budynku w trakcie przejścia pod nim niecki górniczej.

Wynik działania tych programów zostanie pokazany w przykładach w rozdziale 5.

5. ANALIZA PRZYKŁADOWEGO UKŁADU BUDYNEK-PODŁOŻE PODDANEGO WPŁYWOWI GÓRNICZYCH DEFORMACJI TERENU

5.1. WPROWADZENIE

Głównym celem przedstawionej w tym punkcie analizy jest prezentacja wyników obliczeń numerycznych i ich porównanie z dotychczasowym rozpoznaniem analizowanych zagadnień. Obliczenia zostały wykonane dla prostego układu złożonego ze skrzyni fundamentowej budynku współpracującej z wydzieloną bryłą gruntu i poddanego wpływowi poziomych deformacji terenu górniczego (p.5.3), jego krzywizny (p.5.4) oraz równoczesnemu wpływowi tych oddziaływań (p.5.5). Jest to więc z jednej strony **prezentacja możliwości, jakie dla analizy wpływów górniczych na budynki stwarza opracowany model**, a z drugiej **jego praktyczna weryfikacja, zgodnie z założonym we wstępie celem pracy.**

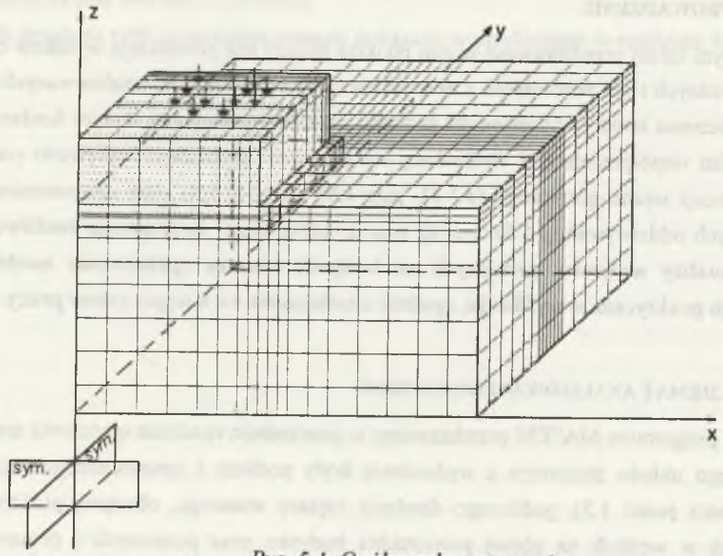
5.2. SCHEMAT ANALIZOWANEGO USTROJU

Pakiet programów MAFEM przedstawiony w poprzednim rozdziale umożliwia analizę przestrzennego układu złożonego z wydzielonej bryły podłoża i uproszczonego modelu budynku (patrz punkt 1.3), poddanego działaniu ciężaru własnego, obciążeń pionowych przyłożonych w węzłach na górnej powierzchni budynku oraz poziomych i pionowych deformacji terenu powstających w trakcie rozwoju górniczej niecki osiadania. Względy numeryczne związane głównie z czasem realizacji obliczeń na komputerach klasy PC zadecydowały o ograniczeniu analizy do ustroju symetrycznego względem płaszczyzn pionowych, przechodzących przez środkowy punkt budynku (rys.5.1).

Zastępcza bryła budynku (rys. 5.1) została ograniczona do jednej, najniższej kondygnacji złożonej z trzech warstw elementów, z których dolna reprezentuje fundament, górna strop, a środkowa układ ścian w kondygnacji tworzącej skrzynię fundamentową. W każdej warstwie mogą występować dwa rodzaje elementów różniące się parametrami materiałowymi, a ponadto elementy o sztywności prawie zerowej. Bryła budynku jest zagłębiona w gruncie na grubość elementów fundamentowych. Wzdłuż wszystkich osi tworzących siatkę elementów w budynku może być usytuowane zbrojenie.

Bryła podłoża wystaje poza obrys budynku na odległość równą 0.6 odpowiedniej jego długości (rys. 5.1). Grubość przyjętej do analizy warstwy podłoża jest równa 60% długości większego boku budynku. W literaturze brak jest jednoznacznych kryteriów przyjmowania

tych wymiarów, chociaż przyjmuje się zwykle wymiary większe. Założone wymiary modelu wynikają ze wstępnych testów numerycznych, w których kryterium stanowiły zmienność siły osiowej w budynku wywołanej poziomymi deformacjami terenu oraz z konieczności czas obliczeń. W obrębie podłoża mogą występować zróżnicowane rodzaje gruntu (3 typy), a ponadto mogą być zadane elementy o sztywności bliskiej zeru.



Rys. 5.1. Ogólny schemat ustroju

Fig. 5.1. The scheme of soil-structure system

Pod budynkiem i na jego obwodzie, pomiędzy fundamentem a podłożem usytuowane są elementy kontaktowe o zróżnicowanych cechach materiałowych.

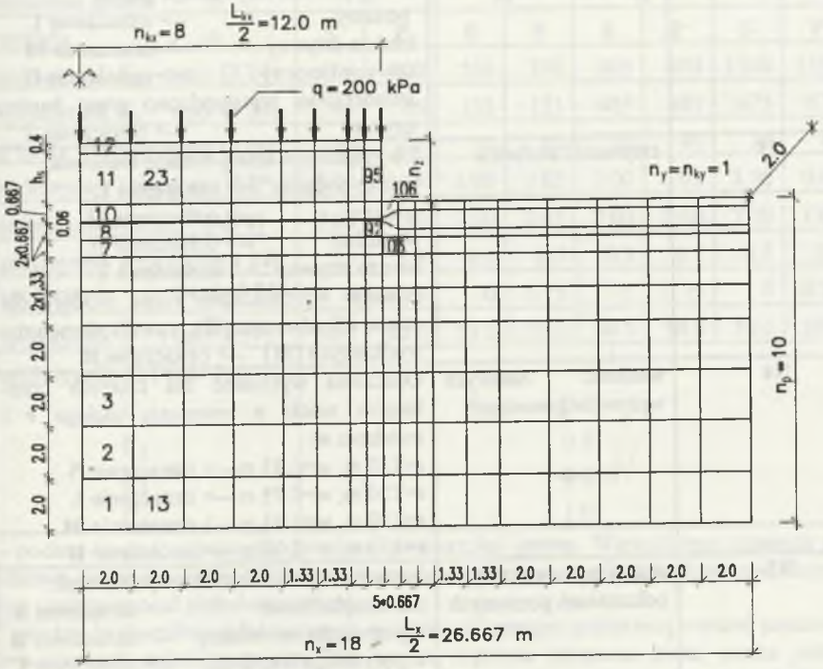
Ciężar własny gruntu i budynku jest automatycznie sprowadzany do sił w węzłach ustroju. Obciążenie budynku jest zadawane jako równomiernie rozłożone na górnej powierzchni budynku i sprowadzane do węzłów położonych na tej powierzchni. Górnicze deformacje terenu są uwzględniane jako przemieszczenia odpowiednich punktów węzłowych, obliczane w zależności od zadanego promienia zasięgu wpływów r, maksymalnego osiadania w oraz ewentualnych parametrów pozwalających wyznaczyć obwiednie odkształceń poziomych i krzywizn lokalnych według zasad określonych w punkcie 2.

Chociaż opracowany system programów umożliwia obliczenie opisanego wyżej układu przestrzennego, to jednak wszystkie prezentowane w dalszym ciągu analizy prowadzono na ustroju płaskim, powstałym przez przyjęcie n_y=1. Ten kolejny stopień uproszczenia analizowanego ustroju ma zarówno merytoryczne, jak i pragmatyczne uzasadnienie.

Uzasadnienie merytoryczne wynika w pierwszym rzędzie z założonego celu pracy, jakim jest między innymi weryfikacja modelu przez porównanie wyników analiz z dotychczasowym rozpoznaniem zagadnienia i aktualnymi metodami obliczania sił wywołanych górniczymi deformacjami terenu. Te metody dotyczą głównie ustrojów płaskich. Ponadto dla uzyskania jasnego obrazu analizowanego zjawiska celowe jest badanie ustroju możliwie najprostszego, z wyodrębnieniem poszczególnych wpływów.

Uzasadnienie pragmatyczne jest związane z czasem realizacji obliczeń na komputerach klasy PC, który dla zagadnień przestrzennych w przypadku przyrostowo-iteracyjnego algorytmu obliczeń jest bardzo długi.

Aby wyeliminować wpływ sposobu dyskretyzacji ustroju na wyniki, wszystkie prezentowane w punktach 5.3 do 5.5 obliczenia wykonano na identycznych modelach przedstawionych na rysunku 5.2.



Rys. 5.2. Widok i parametry analizowanego modelu

Fig. 5.2. General view and parameters of the analyzed model

Wymiary i parametry określone na rysunku 5.2 były wspólne dla wszystkich analizowanych modeli, pozostałe zmieniano w poszczególnych badanych modelach. Zmieniano również własności gruntu i materiału budynku oraz parametry charakteryzujące niecką osiadania. Część obliczeń wykonano dla sprężystego zakresu pracy.

Badanym modelom nadano sześcioliterowe oznaczenia (N1-N2-N3-N4-N5-N6), określające zmienne parametry badań. Znaczenie poszczególnych liter wyjaśnia tablica 5.1.

Tablica 5.1

Oznaczenia stosowane w symbolach modeli numerycznych

Litera oznaczenia	Charakteryzowany parametr	Opis
N1	model materiałowy	Obliczenia wykonano dla dwóch modeli materiałowych gruntu i budynku: liniowo sprężysty --> oznaczenie **S** sprężysto-plastyczny --> oznaczenie **P**
N2	rodzaj gruntu	Uwzględniono trzy rodzaje gruntu: podatny --> oznaczenie **L** średnio sztywny --> oznaczenie **M** sztywny i mocny --> oznaczenie **H** Jednorazowo wprowadzono grunt bardzo sztywny --> oznaczenie **T**
N3	sztywność budynku	Uwzględniono cztery rodzaje materiału : bardzo podatny --> oznaczenie **L** podatny --> oznaczenie **M** normalny --> oznaczenie **H** bardzo sztywny --> oznaczenie **T** Ponadto wprowadzano różne moduły dla stropu i fundamentu (**H**) oraz dla elementów środkowych (**M**) --> oznaczenie **R**
N4	wielkość zadanych wpływów górniczych	Obliczenia wykonano dla czterech przebiegów niecki o promieniu zasięgu r i osiadaniu w: r=150 m, w=0.35 m --> oznaczenie **N** r=150 m, w=0.75 m --> oznaczenie **L** r=150 m, w=1.45 m --> oznaczenie **M** r=150 m, w=2.00 m --> oznaczenie **H**
N5	rodzaj wprowadzanych odkształceń poziomych	Sposób zadania odkształceń poziomych: nie uwzględniono --> oznaczenie **A** wg obwiedni minimalnej --> oznaczenie **B** wg przebiegu średniego --> oznaczenie **C** wg obwiedni maksymalnej --> oznaczenie **D**
N6	rodzaj wprowadzanej krzywizny terenu	Sposób zadania krzywizny terenu: nie uwzględniono --> oznaczenie **A** wg obwiedni minimalnej --> oznaczenie **B** wg przebiegu średniego --> oznaczenie **C** wg obwiedni maksymalnej --> oznaczenie **D**

Przykładowo: oznaczenie **P-H-R-H-C-A** oznacza model sprężysto-plastyczny (**P**) z bardzo sztywnym gruntem (**H**), ze zróżnicowanym modułem sprężystości w środkowej i skrajnych warstwach elemetów budynku (**R**) poddany wpływowi deformacji poziomych charakteryzowanych wskaźnikiem ε_{max}= 8.4 mm/m (**H**), rozwijających się według średniego przebiegu niecki osiadania (**C**), z pominięciem wpływu deformacji pionowych (**A**).

We wszystkich modelach zastosowano identyczne zbrojenie poziome o F_a=10.0 cm^2 w budynku wzdłuż wszystkich osi jej podziału na elementy. Dla zbrojenia przyjęto:

- granica plastyczności f_y=250 MPa,
- współczynnik C_6=800 (wzór 3.47).

Szczegółowe zestawienie wprowadzanych do obliczeń parametrów materiałowych dla pozostałych materiałów modelu zamieszczono w tablicach 5.2 do 5.4.

Tablica 5.2

Właściwości gruntu

Oznaczenie gruntu ⇒	L		M		H		T	
w modelu: ⇒	S	P	S	P	S	P	S	P
Współczynnik K_o - wzór (3.24)	100	100	300	300	900	900	1500	1500
Współczynnik G_o - wzór (3.24)	45	45	135	135	405	405	675	675
Kąt tarcia wewnętrznego Φ [°]	30	25	30	40	30	40	30	40
Współczynnik kohezji c [MPa]	3.00	0.05	3.00	0.02	3.00	0.02	3.00	0.02
Ciśnienie erozyjne p_{eo}* [MPa]	7.00	0.30	7.00	0.45	7.00	0.60	7.00	1.00
Współczynnik m=n (wzór 3.24)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Współczynnik r_f (wzór 3.25)	0	0.75	0	0.75	0	0.75	0	0.75
Współczynnik λ** (wzór 3.17)	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0
Współczynniki C_i (wzór 3.6)								
C_1	0.0							
C_2	0.0							
C_3	0.0							
C_4	1.0							

* - podana wartość odnosi się do górnej powierzchni gruntu. Wartość tego ciśnienia jest podstawą do wyznaczenia ciśnienia prekonsolidacji dla poszczególnych elementów ustroju, które uzależniono od głębokości ich zalegania.

** - wobec braku odpowiednich danych w literaturze przyjęto jednakową wartość parametru dla wszystkich rodzajów gruntu. Nie jest to zapewne założenie ścisłe, trzeba jednak zaznaczyć, że jego wpływ na wyniki będzie mało istotny, gdyż uplastycznienie przy ściskaniu występowało w analizach sporadycznie i dotyczyło małych obszarów.

W dolnych elementach kontaktowych, w modelach sprężystych (**S**) przyjęto dokładnie takie same parametry jak w gruncie, a w modelach sprężysto-plastycznych (**P**) zmieniono jedynie współczynnik kohezji, przyjmując zawsze c=0.0 MPa.

Tablica 5.3

Właściwości materiału bocznych elementów kontaktowych

Oznaczenie gruntu ⇒	L		M		H		T	
w modelu: ⇒	S	P	S	P	S	P	S	P
Współczynnik K_o - wzór (3.24)	150	150	150	150	150	150	150	150
Współczynnik G_o - wzór (3.24)	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5
Kąt tarcia wewnętrznego Φ [°]	30	30	30	30	30	30	30	30
Współczynnik kohezji c [MPa]	3.00	0	3.00	0	3.00	0	3.00	0
Ciśnienie prekonsol. p_{co} [MPa]	7.00	0.30	7.00	0.45	7.00	0.60	7.00	1.00
Współczynnik $m=n$ (wzór 3.24)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Współczynnik r_f (wzór 3.25)	0	0.75	0	0.75	0	0.75	0	0.75
Współczynnik λ** (wzór 3.17)	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0	50.0
Współczynniki C_i (wzór 3.6)								
C_1	0.0							
C_2	0.0							
C_3	0.0							
C_4	1.0							

** - patrz uwaga do tablicy 5.2.

Tablica 5.4

Właściwości materiału konstrukcyjnego budynku

Oznaczenie materiału ⇒	L		M		H		T	
w modelu : ⇒	S	P	S	P	S	P	S	P
Moduł ściśliwości K [MPa]	1500	1500	4909	4909	8447	8447	18648	18648
Moduł ścinania G [MPa]	1286	1286	4207	4207	7240	7240	15983	15983
Wytrzymałość f_c [MPa]	55.20	0.77	55.20	3.82	55.20	11.32	55.20	55.20
Wytrzymałość f_t [MPa]	12.0	0.50	12.00	0.56	12.00	1.13	2.934	2.934
Ciśnienie prekonsol. p_{co} [MPa]	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Współczynnik $m=n$ (wzór 3.25)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Współczynnik r_f (wzór 3.24)*	0.0	0.982	0.0	0.915	0.0	0.708	0.0	0.281
Współczynnik λ (wzór 3.17)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Współczynniki C_i (wzór 3.6)								
C_1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
C_2	0.0	1000	0.0	1000	0.0	1000	0.0	1000
C_3 **	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0
C_4	1.0	0.1	1.0	0.1	1.0	0.1	1.0	0.1

* - Dość złożoną procedurę uzależnienia stycznego modułu ścinania od poziomu naprężenia dla betonu (wzory 3.27, 3.30 i 3.31) zastąpiono znacznie prostszym, a dającym podobny efekt wzorem (3.24), określając r_f według zależności (3.46).

** - Przyjęto jak dla materiału z osłabieniem, bez fazy wzmocnienia.

W pierwszym kroku przyrostowo-iteracyjnego algorytmu obliczeń wprowadzano zawsze ciężar własny gruntu. W kroku tym nie naliczano przemieszczeń, a jedynie naprężenia w elementach podłoża. W kolejnych pięciu krokach zadawano zawsze obciążenie pionowe budynku. Ostatnie 40-44 kroki obejmowały przejście pod analizowanym ustrojem pełnej niecki osiadania.

Jak już zaznaczono powyżej, w analizie złożonych zjawisk, których przebieg jest uzależniony od wielu parametrów, dla jasności obrazu jest celowe rozdzielenie ich wpływu. Dlatego przeprowadzono najpierw oddzielną analizę wpływu deformacji poziomych (punkt 5.3) oraz pionowych (punkt 5.4). Wyniki tych obliczeń mogą być porównywane z wynikami otrzymywanymi z aktualnie stosowanych metod. Badanie wpływu równoczesnego oddziaływania odkształceń poziomych i krzywizny terenu opisano w punkcie 5.5.

5.3. ANALIZA PŁASKIEGO WYCINKA SKRZYNI FUNDAMENTOWEJ PODDANEGO WPŁYWOWI POZIOMYCH DEFORMACJI TERENU GÓRNICZEGO

5.3.1. Zakres badań

Badaniami objęto trzy zagadnienia:

- porównanie liniowo sprężystego i sprężysto-plastycznego modelu materiałowego,
- wpływ wielkości odkształceń poziomych (dla modelu sprężysto-plastycznego).
- wpływ własności gruntu (dla modelu sprężysto-plastycznego),

5.3.2. Porównanie liniowo sprężystego i sprężysto-plastycznego modelu gruntu i betonu

W jednym z dwóch identycznych modeli, przez odpowiednią zmianę niektórych parametrów gruntu i betonu, uzyskano liniowo sprężystą pracę podłoża i budynku w całym zakresie analizowanego przebiegu niecki osiadania. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów dla omawianych tu modeli zamieszczono w tablicy 5.5. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

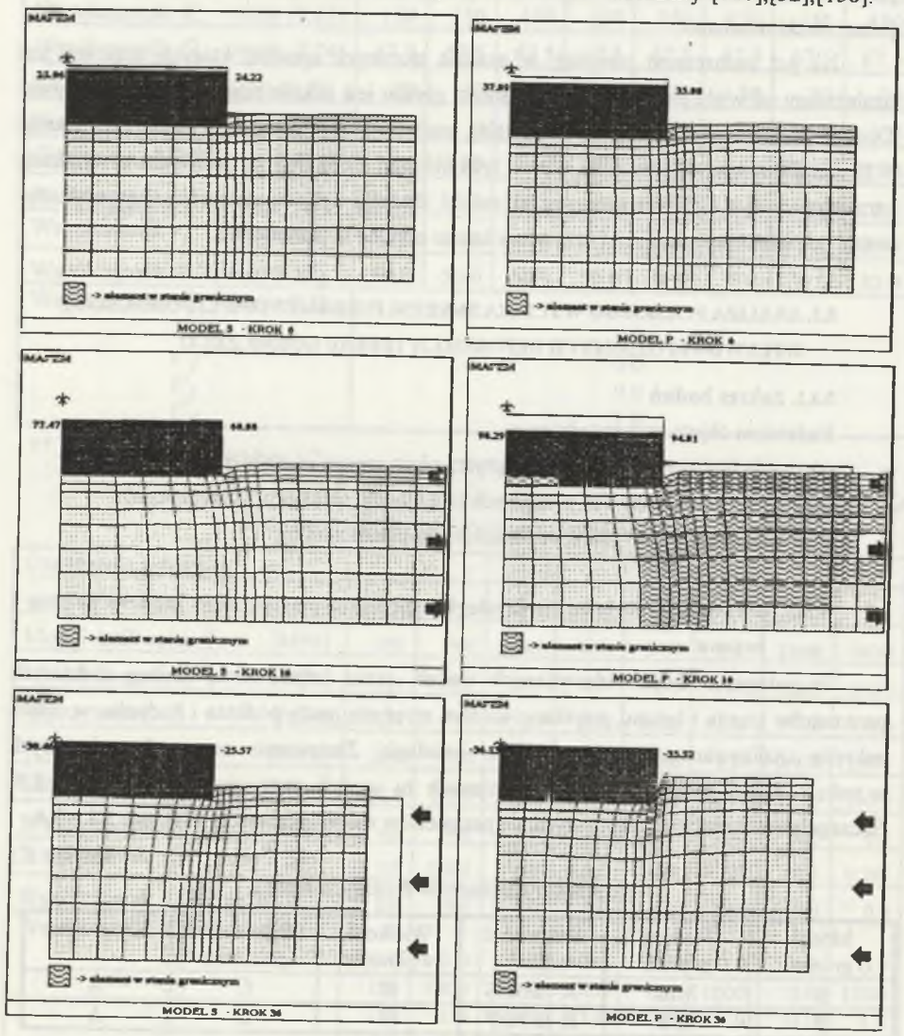
Tablica 5.5

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	Rodzaj gruntu	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
S	M/S	R-H/M/S	H	C	A
P	M/P	R-H/M/P	H	C	A

Obraz zdeformowanej siatki węzłów dla kroków obciążenia odpowiadających pełnemu obciążeniu budynku (krok 6) oraz ekstremalnym odkształceniom rozluźniającym (krok 16) i ściskającym (krok 36) dla obydwu modeli pokazano na rysunku 5.3.

W modelu sprężysto-plastycznym zaznaczono te elementy, które znalazły się w stanie pozasprężystym. Obszar uplastycznienia w fazie maksymalnych odkształceń rozluźniających jest bardzo znaczny. Jedynie pod budynkiem grunt pozostaje w sprężystej fazie pracy. Wynik ten stanowi potwierdzenie stanu określonego na drodze doświadczalnej. [116],[32],[158].



Rys. 5.3. Deformacja siatki węzłów w kolejnych fazach obciążenia

Fig. 5.3. The deformation of the nodal network in subsequent load phases

Przemieszczenie pionowe środkowego punktu budynku dla charakterystycznych pozycji osi środkowej budynku względem niecki osiadania zestawiono w tablicy 5.6.

Tablica 5.6

Przemieszczenia pionowe punktu środkowego

Model	Przemieszczenie pionowe [mm] przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
Liniowo sprężysty	25.9	79.8	-28.0	25.9
Sprężysto-plastyczny	37.9	98.5	-33.7	36.9

Analiza potwierdziła obserwowane w rzeczywistych budynkach [116],[111],[89],[90] oraz przewidywane przez niektórych badaczy [28],[31],[68],[69],[109] dodatkowe osiadanie w stadium rozluźnienia terenu oraz "wypychanie" budynku w fazie odkształceń ściskających. Zjawisko to obserwuje się zarówno w badaniach modelu sprężystego, jak i sprężysto-plastycznego. Zgodnie z intuicyjną oceną osiadanie pionowe w modelu sprężysto-plastycznym jest większe i to zarówno od samego obciążenia pionowego budynku, jak i od deformacji poziomych spowodowanych eksploatacją górniczą.

Bardzo interesujących obserwacji dostarcza analiza rozkładu odkształceń poziomych w obrębie analizowanej bryły podłoża. Gdyby na podłożu nie było budynku, to w trakcie przejścia niecki górniczej rozkład tych odkształceń byłby równomierny, a ich wielkość równa wartości zadanej w kolejnym kroku obciążenia. Inkluzja w postaci sztywnej bryły budynku powiązanej z podłożem za pomocą elementów kontaktowych zakłóca ten równomierny obraz sprawiając, że odkształcenia w elementach pod budynkiem będą mniejsze niż w tych, które są położone w znacznej od niego odległości. Bardzo dużych odkształceń można natomiast spodziewać się w elementach podłoża położonych bezpośrednio obok budynku. Ten intuicyjnie oczekiwany rozkład odkształceń znalazł potwierdzenie we wcześniejszych pracach teoretycznych Wasilkowskiego [186], w badaniach Rosikonia [158] i Kwiatka [104],[111],[116], jak również w obserwacjach rzeczywistych obiektów.

Analizy numeryczne zarówno modelu liniowo sprężystego, jak i sprężysto-plastycznego pozwoliły określić dokładny rozkład odkształceń poziomych w podłożu w sąsiedztwie budynku, przy przejściu pod nim poziomych deformacji pochodzenia górniczego. Uzyskane wyniki ilustrują rysunki 5.4 i 5.5, na których bardzo gęsto narysowane izolinie odkształceń poziomych pozwalają zaznaczyć strefy zmieniającej się intensywności tych odkształceń w stosunku do wartości średnich. Na rysunku 5.4 przedstawiono w ten sposób rozkłady odkształceń poziomych w obydwu modelach, w szesnastym kroku obciążenia odpowiadającym ekstremalnym wielkościom dodatnich deformacji terenu, a na rysunku 5.5 w kroku trzydziestym szóstym, odpowiadającym fazie ekstremalnego ściskania.

W obydwu badanych modelach, w położonej bezpośrednio pod budynkiem strefie ciemnoniebieskiej odkształcenia są mniejsze niż 0.25 wielkości wymuszonej w danym miejscu. Różne odcienie koloru niebieskiego zaznaczają powstały pod budynkiem klin zmniejszonych odkształceń. Jasny i ciemniejszy kolor zielony określają obszar, w którym odkształcenia są bliskie wielkościom zadanym. Odkształcenia bezwzględnie większe od zadanych występują w strefie zaznaczonej kolorem żółtym i czerwonym, a bezwzględnie największe w obszarze czarnym. Większość bryły podłoża zajmuje obszar zielony, w którym odkształcenia nie różnią się od wymuszanych więcej niż o 25%

Mimo generalnie podobnego charakteru obraz rozkładu odkształceń poziomych w podłożu uzyskany z analizy modelu sprężystego istotnie różni się od obrazu otrzymanego dla modelu sprężysto-plastycznego. Różnica dotyczy kształtu strefy zwiększonych odkształceń (rys. 5.4 i 5.5), wielkości odkształceń ekstremalnych, a przede wszystkim obserwowanej w modelu sprężysto-plastycznym trwałej strefy dodatnich (rozluźniających) odkształceń poziomych powstającej pod krawędzią budynku (rys. 5.5 - obszar fioletowy).

Zróżnicowanie wielkości odkształceń poziomych w podłożu w modelu sprężysto-plastycznym jest większe niż w modelu liniowo sprężystym. Ekstremalne odkształcenia w charakterystycznych położeniach niecki zestawiono w tablicy 5.7, podając w nawiasach numer elementu, w którym to odkształcenie wystąpiło (patrz rys. 5.2).

Tablica 5.7

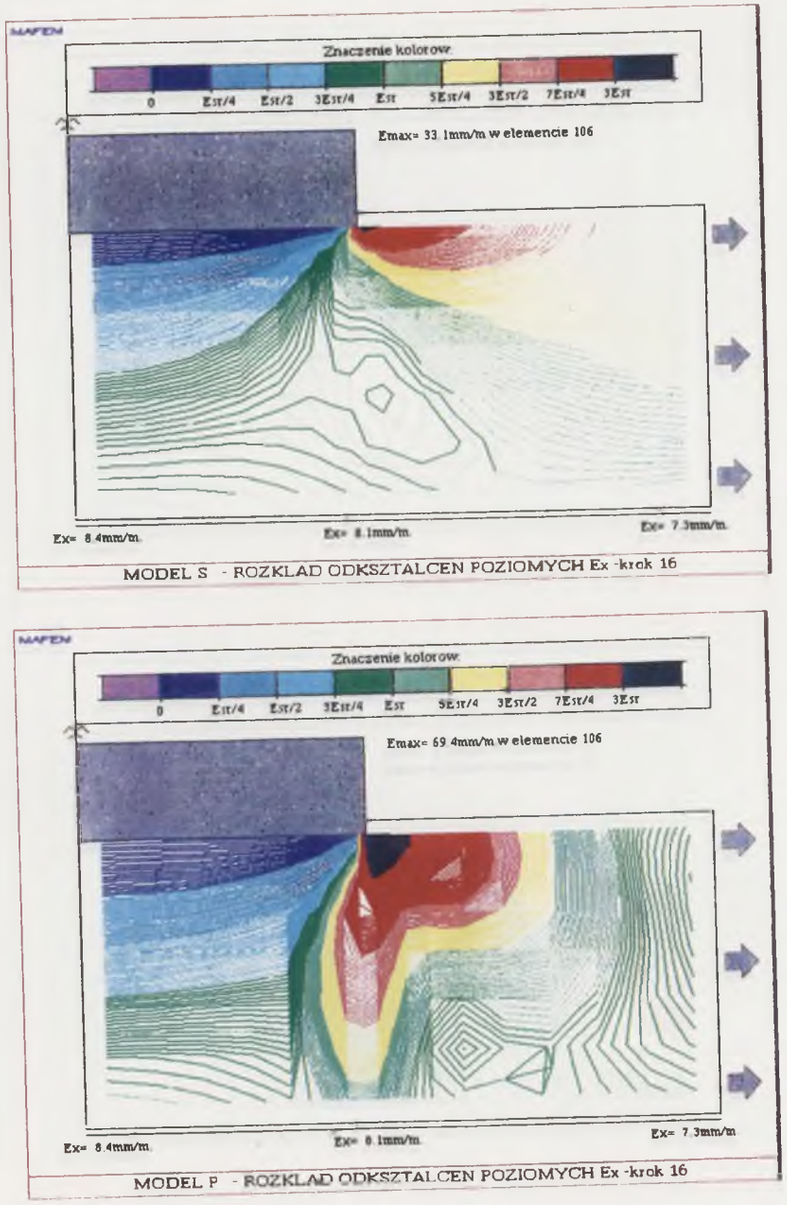
Ekstremalne odkształcenia poziome

Model	Ekstremalne odkształcenie poziome w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
Liniowo sprężysty - **S**	+33.1 (106) -	- -30.6 (106)
Sprężysto-plastyczny - **P**	+69.4 (106) -	+3.6 (103) -45.2 (116)

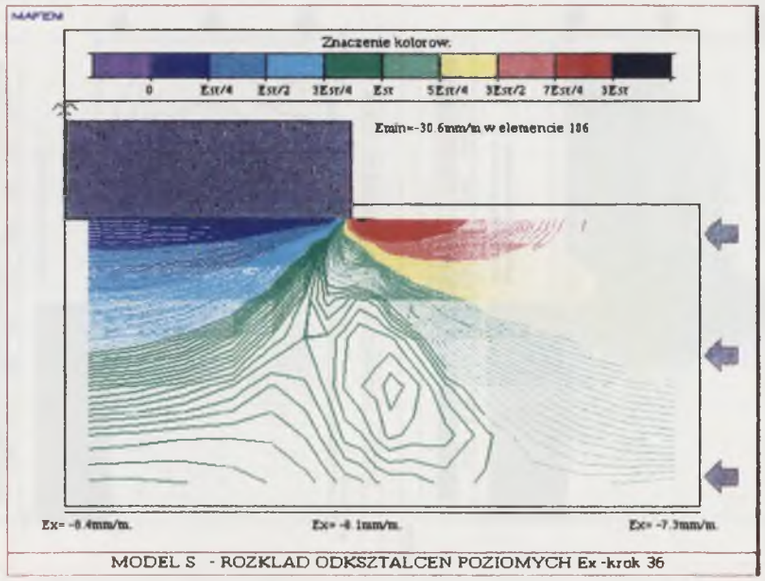
W modelu sprężystym odkształcenia ekstremalne przekraczają wielkości zadane (8.4mm/m) niespełna czterokrotnie, a w modelu sprężysto-plastycznym odpowiednie mnożniki wynoszą 5.38 w fazie ściskania i aż 8.26 w kroku odpowiadającym maksymalnym odkształceniom rozluźniającym. Jest to efekt uplastycznienia znacznych obszarów gruntu w fazie rozluźnienia.

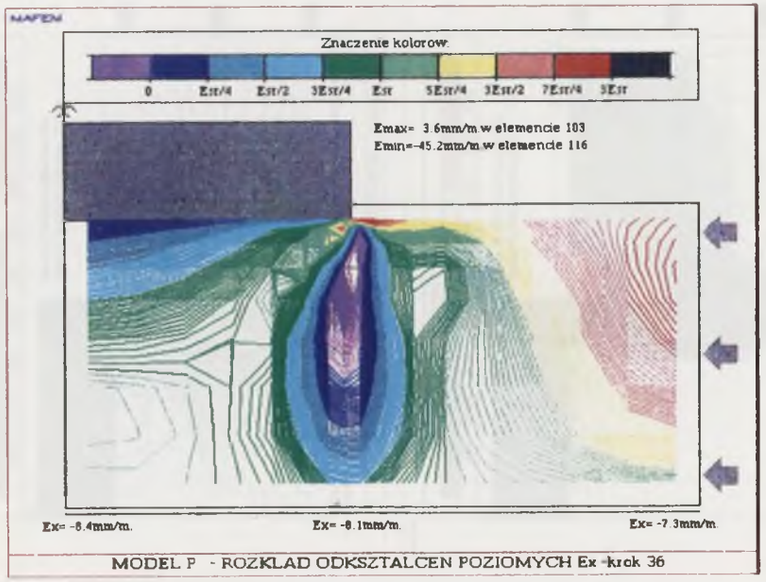
Ta sama przyczyna sprawia, że nawet w stadium ekstremalnego ściskania, w rejonie narożnika budynku pozostaje pewien obszar, w którym odkształcenia ε_x pozostają dodatnie (rys. 5.5). Ujawnienie tego efektu w modelu sprężystym jest niemożliwe.

Powyższa obserwacja skłania do bliższego przyglądnięcia się strukturze gruntu po przejściu niecki górniczej. Na rysunku 5.6 przedstawiono izolinie odkształceń objętościowych ε_v w podłożu w charakterystycznych położeniach tej niecki.

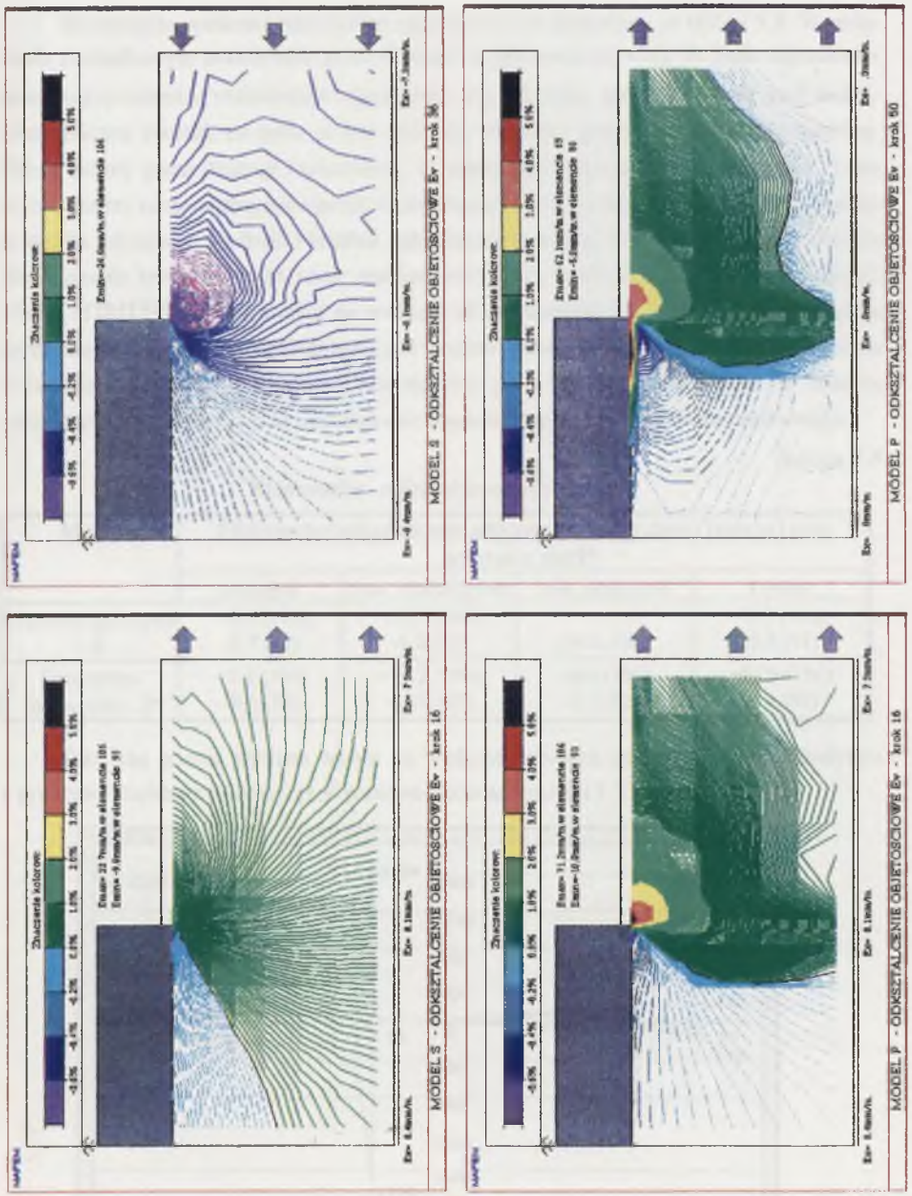


Rys. 5.4. Rozkłady odkształceń poziomych w podłożu w fazie rozluźnienia
Fig. 5.4. The distribution of subsoil horizontal strain in tensile phase





Rys. 5.5. Rozkłady odkształceń poziomych w podłożu w fazie ściskania
Fig. 5.5. The distribution of subsoil horizontal strain in compressive phase



Rys. 5.6. Izolinie odkształceń objętościowych w podłożu
Fig. 5.6. The isolines of subsoil volumetric strain

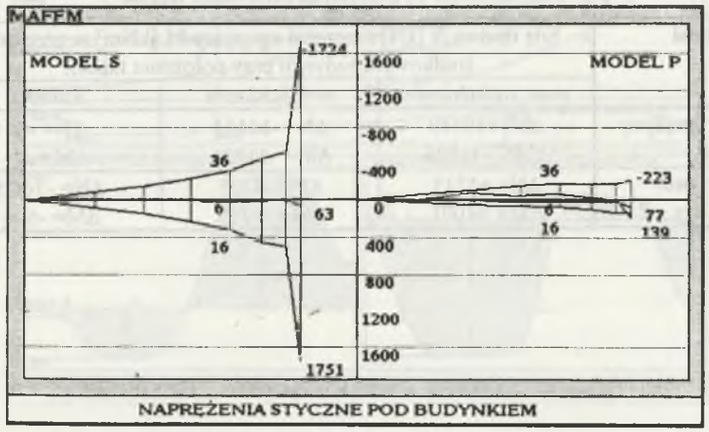
Ekstremalne wielkości odkształceń objętościowych zestawiono w tablicy 5.8. W położeniu początkowym prawie cały grunt doznaje zagęszczenia ($\varepsilon_v < 0$). W fazie odpowiadającej maksymalnemu rozluźnieniu zagęszczany jest już tylko niewielki obszar pod budynkiem. Można uważać, że tylko w tym obszarze własności gruntu pozostają niezmienione. Gdzie indziej grunt doznaje rozluźnienia, w niektórych miejscach dość znacznego. I ten wynik analizy numerycznej potwierdza wcześniejsze przewidywania [104],[116], ale również je uściśla, określając wielkość i rozkład odkształceń w obrębie bryły podłoża. Rozluźnienie nie pozostaje bez wpływu na cechy mechaniczne gruntu (patrz prace [12],[70],[96],[112], [113],[117],[119]), a tym samym na wielkość sił przekazywanych na budynek. W modelu sprężysto-plastycznym to rozluźnienie jest stanem nieodwracalnym i pozostaje zarówno w fazie ekstremalnych odkształceń ściskających, jak i po przejściu niecki. W modelu sprężystym po przejściu niecki odkształcenie objętościowe wraca do stanu początkowego.

Tablica 5.8

Ekstremalne odkształcenia objętościowe

Model	Ekstremalne odkształcenie objętościowe w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
Liniowo sprężysty - **S**	+0.3 (146) -5.7 (93)	+22.7 (106) -9.0 (93)	- -24.6 (106)	+0.3 (146) -5.8 (93)
Sprężysto-plastyczny - **P**	+0.3 (106) -9.6 (93)	+71.2 (106) -10.0 (93)	+6.5 (106) -5.7 (92)	+8.29 (106) -5.1 (80)

Taki stan gruntu wywiera wpływ na wielkość naprężeń stycznych w styku budynku z gruntem. Rozkłady tych naprężeń przedstawiono na rysunku 5.7.



Rys. 5.7. Rozkłady naprężeń stycznych w elementach kontaktowych

Fig. 5.7. The distribution of shear stress in interface elements

Naprężenia obliczone w stadium pracy sprężystej są wielokrotnie większe od tych, jakie wyznaczono przy uwzględnieniu sprężysto-plastycznej pracy ustroju. Jest to zgodne zarówno z intuicją, jak i z wcześniejszym rozpoznaniem zagadnienia [116],[32],[196],[111], [104]. Nie potwierdza się natomiast równomierny rozkład tych naprężeń pod budynkiem.

Efektem naprężeń stycznych w płaszczyźnie kontaktu budynku z podłożem są siły wewnętrzne w zastępczej bryle budynku. Siły te sprowadzono do poziomej siły osiowej i momentu obliczonego względem osi obojętnej bryły określonej dla stadium sprężystego przy początkowych wartościach modułów sprężystości. Wykresy tak określonych sił przedstawiono na rysunkach 5.8 (dla modelu sprężystego) i 5.9 (dla modelu sprężysto-plastycznego). Ekstremalne wielkości w charakterystycznych położeniach niecki górniczej dla obydwu modeli zestawiono w tablicy 5.9, a przyrosty tych sił spowodowane samymi deformacjami poziomymi terenu w tablicy 5.10.

Tablica 5.9

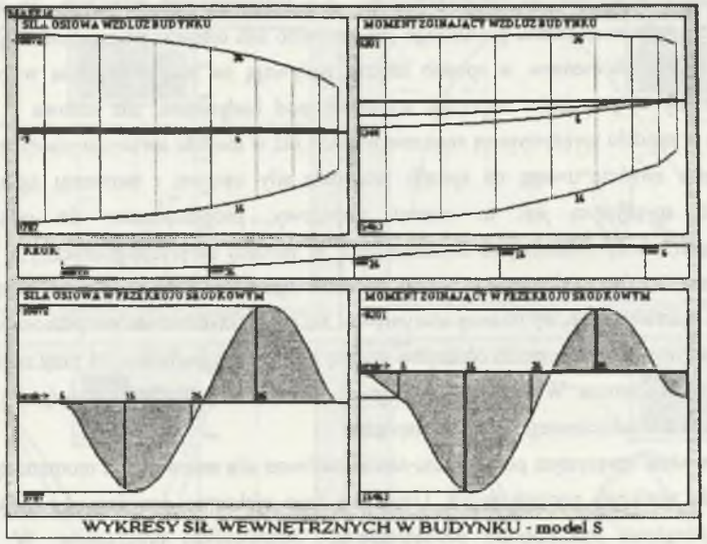
Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Siła osiowa **N** [kN] i moment zginający **M** [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
Liniowo sprężysty - **S**	N= -9 M= +3344	N= +10140 M= +15270	N= -10160 M= -8581	N= -12 M= +3340
Sprężysto-plastyczny - **P**	N= +260 M= +3100	N= +1575 M= +4101	N= -4465 M= -665	N= -1440 M= +2494

Tablica 5.10

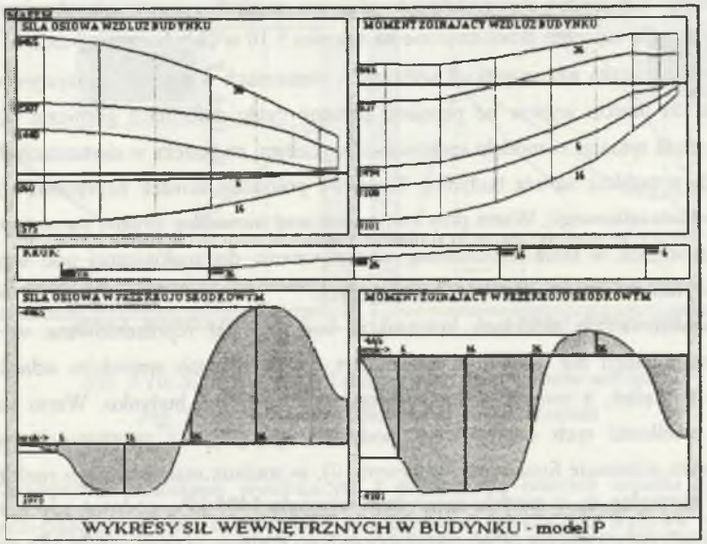
Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki od poziomych deformacji terenu

Model	Siła osiowa **N** [kN] i moment zginający **M** [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:		
	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
Liniowo sprężysty **S**	ΔN=+10149 ΔM= +11926	ΔN= -10151 ΔM= -11925	ΔN= -3 ΔM= -4
Sprężysto-plastyczny - **P**	ΔN= +1315 ΔM= +1001	ΔN= -4725 ΔM= -3765	ΔN= -1660 ΔM= -606



Rys. 5.8. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego - model sprężysty

Fig. 5.8. Diagrams of axial force and of bending moment - elastic model



Rys. 5.9. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego - model sprężysto-plastyczny

Fig. 5.9. Diagrams of axial force and of bending moment - elasto-plastic model

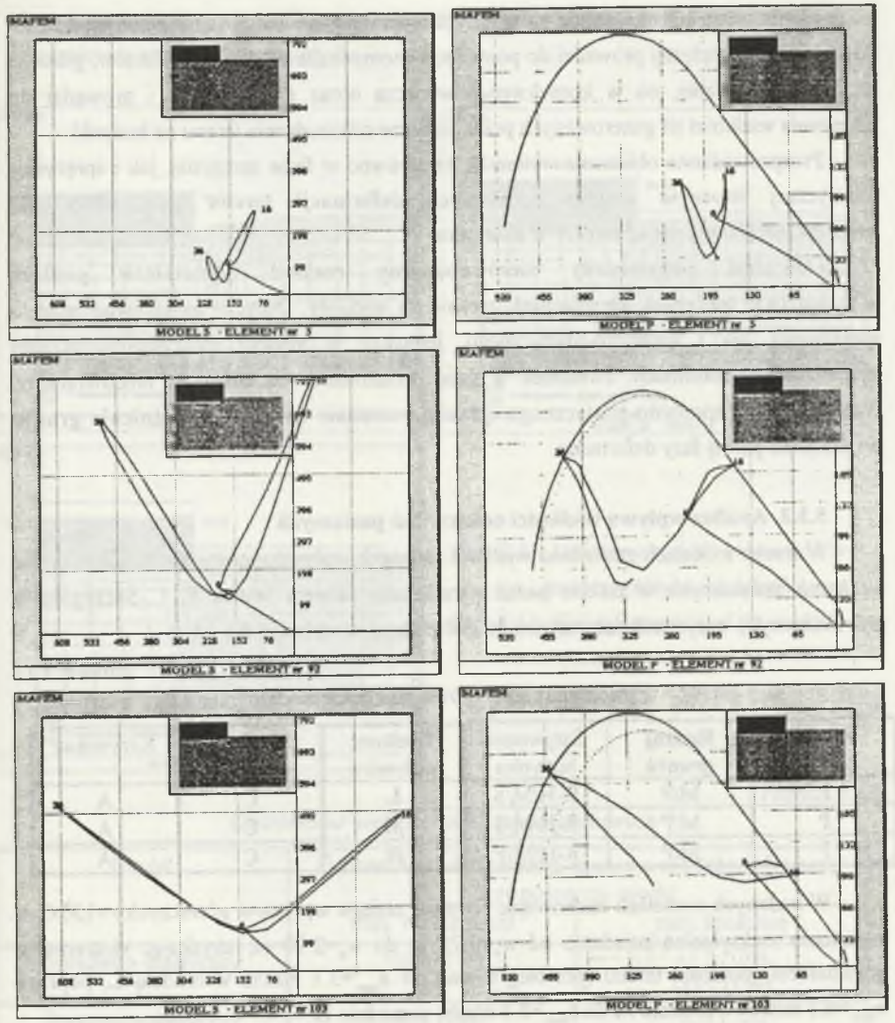
Analiza wykresów na rysunkach 5.8 i 5.9 jednoznacznie wskazuje, że skutkiem poziomych deformacji terenu górniczego jest zarówno siła osiowa, jak i moment zginający. Duże wielkości momentów w sposób istotny wpływają na stan naprężenia w budynku. Podobnie jak w przypadku naprężeń stycznych pod budynkiem, siła osiowa i moment zginający w modelu sprężystym są znacznie większe niż w modelu sprężysto-plastycznym.

Warto zwrócić uwagę na sposób przyrostu siły osiowej i momentu zginającego. W modelu sprężystym jest to wzrost stopniowy, proporcjonalny do odkształceń występujących bezpośrednio pod fundamentem. W modelu sprężysto-plastycznym, w fazie rozluźnienia, zarówno siła osiowa, jak i moment zginający dość szybko zbliżają się do wielkości ekstremalnych, by później utrzymywać się na praktycznie stałym poziomie. Jest to efekt uplastycznienia znacznych obszarów gruntu pod i obok budynku już przy niewielkich odkształceniach terenu. W obszarach tych grunt doznaje dużych odkształceń (patrz rysunki 5.5 i 5.6), bez równoczesnego wzrostu naprężeń.

W modelu sprężystym po przejściu niecki zarówno siła osiowa, jak i moment zginający wracają do wielkości początkowych. Uzyskanie tego efektu po przejściu skomplikowanej ścieżki obciążenia jest dobrym potwierdzeniem poprawności programów. W modelu sprężysto-plastycznym jako trwały efekt pełnej fazy odkształceń poziomych pozostaje pewna ściskająca siła osiowa i ujemny moment zginający. Jest to kolejny efekt uwzględnienia plastycznych własności materiałów. Ten efekt globalny, obserwowany w skali całego ustroju jest wynikiem sumowania się podobnych efektów w skali poszczególnych elementów. Ilustrują to ścieżki naprężeń przedstawione na rysunku 5.10 w układzie osi $\sigma_m \Leftrightarrow \overline{\sigma}$.

Ścieżki naprężeń we wszystkich wybranych elementach w modelu sprężystym wracają praktycznie do punktu wyjścia po przejściu pełnego cyklu deformacji górniczej. Zupełnie inaczej wygląda sytuacja w modelu sprężysto-plastycznym, zwłaszcza w elementach 92 i 103 położonych w pobliżu naroża budynku. Końcowe położenie ścieżek naprężenia różni się znacznie od początkowego. Warto przy tym odnotować niewielkie zmiany stanu naprężenia w tych elementach w fazie rozluźnienia, w porównaniu do analogicznej pod względem zadanego wymuszenia fazy odkształceń ściskających.

W analizowanych modelach konstrukcja budynku jest reprezentowana w sposób uproszczony, dlatego nie można wyciągać zbyt daleko idących wniosków odnośnie do rozkładów naprężeń, a zwłaszcza ich wielkości w elementach budynku. Warto jednakże porównać wielkości tych naprężeń w modelach sprężystym i sprężysto-plastycznym. W środkowym elemencie fundamentu (element 10), w stadium maksymalnego rozluźnienia, naprężenie normalne σ_x w modelu sprężystym wyniosło 5485 kPa, podczas gdy w modelu sprężysto-plastycznym jeszcze przed osiągnięciem tego stadium, przy σ_x=1074 kPa nastąpiło zarysowanie elementu. Niemożność dalszego wzrostu naprężenia w tym elemencie nie pozostała bez wpływu na końcową wielkość sił wewnętrznych w zastępczej bryle budynku.



Rys. 5.10. Ścieżki naprężeń dla wybranych elementów ustroju
Fig. 5.10. The stress pathes for selected elements

Zasadniczym wnioskiem wynikającym z porównania obliczeń modelu sprężystego i sprężysto-plastycznego jest stwierdzenie, że specyficzne **zagadnienie wpływu poziomych deformacji terenu górniczego na budynki powinno być analizowane z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych własności materiałów.** Wniosek ten potwierdza wcześniejsze rozpoznanie doświadczalne [106],[32],[111],[196], po raz pierwszy jednak został uzyskany

na drodze analizy konsekwentnie sprężysto-plastycznego modelu. Ograniczenie analizy do stadium pracy sprężystej prowadzi do pominięcia istotnych dla zagadnienia efektów, głównie w fazie rozluźnienia, co w konsekwencji wypacza obraz pracy ustroju i prowadzi do zawyżenia wielkości sił generowanych przez poziome odkształcenia terenu na budynki.

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że zarówno w fazie sprężystej, jak i sprężysto-plastycznej **istotnym efektem poziomych deformacji terenu jest, obok siły rozciągającej, moment zginający w budynku.**

Obliczenia **potwierdziły nierównomierny rozkład odkształceń podłoża w sąsiedztwie budynku, ale również istotnie go uściśliły**. Dotyczy to zarówno modelu sprężystego, jak i sprężysto-plastycznego, jednakże w modelu sprężysto-plastycznym znaczna część deformacji, zwłaszcza w fazie rozluźnienia, ma charakter nieodwracalny. Analiza modelu sprężysto-plastycznego ujawniła powstanie **trwałego rozluźnienia gruntu** po przejściu pełnej fazy deformacji.

5.3.3. Analiza wpływu wielkości odkształceń poziomych

W trzech modelach zmieniono wielkość zadanych wpływów górniczych. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.11. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

Tablica 5.11

Oznaczenia parametrów badanych modeli

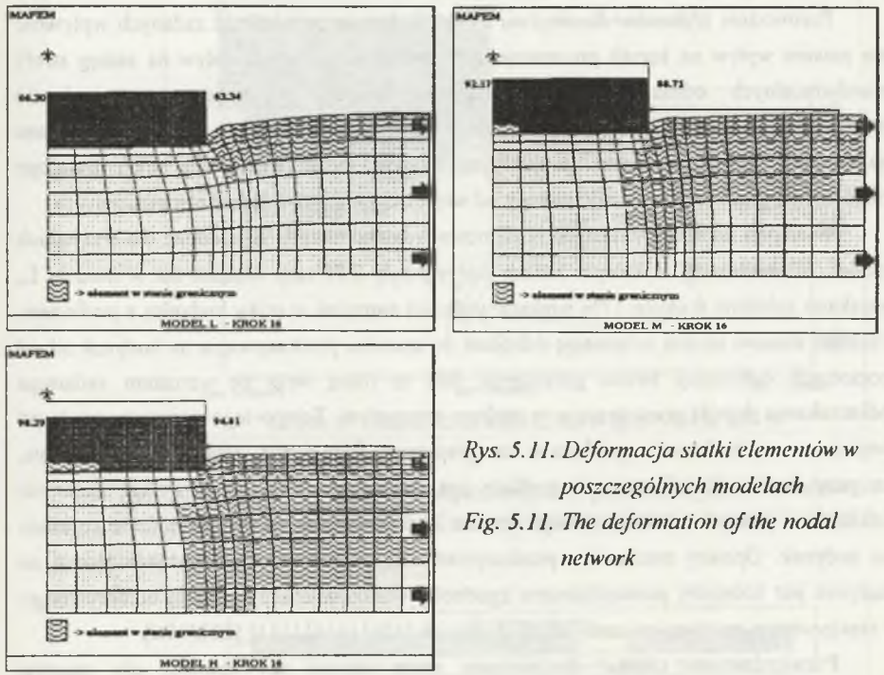
Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
P	M/P	R-H/M/S	**L**	C	A
P	M/P	R-H/M/S	**M**	C	A
P	M/P	R-H/M/P	**H**	C	A

W badanych modelach zachowując promień zasięgu wpływów górniczych r=150.0 m zmieniano maksymalne osiadanie od w_o=0.75 m do w_o=2.00 m, uzyskując ekstremalne odkształcenia poziome terenu (przebieg średni) od ε_{max}=3.1 mm/m w modelu **L**, poprzez ε_{max}=6.1 mm/m w modelu **M** do ε_{max}=8.4 mm/m w modelu **H**.

Jest oczywiste, że zasięg obszaru uplastycznienia w poszczególnych modelach jest różny. Na rysunku 5.11 przedstawiono obraz zdeformowanej siatki elementów dla szesnastego kroku obciążenia, odpowiadającego fazie ekstremalnego rozluźnienia, zaznaczając ciemniejszym odcieniem te elementy, które weszły w stan plastyczny.

Największy obszar uplastycznienia występuje w modelu **H** (największe zadane wpływy), a najmniejszy w modelu **L**, gdzie uplastycznienie koncentruje się w strefie położonej bezpośrednio za krawędzią budynku, w warstwach przypowierzchniowych. Wielkości ekstremalnych odkształceń poziomych w charakterystycznych położeniach niecki

zestawiono w tablicy 5.12. W nawiasach podano numer elementu, w którym ekstremalne odkształcenie w danej fazie wystąpiło.



Rys. 5.11. Deformacja siatki elementów w poszczególnych modelach

Fig. 5.11. The deformation of the nodal network

Tablica 5.12

Ekstremalne wielkości odkształceń poziomych

Model	Ekstremalne odkształcenie poziome w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
Sprężysto-plastyczny **L**	+24.8 (106) -	+1.7 (103) -13.1 (116)
Sprężysto-plastyczny **M**	+46.8 (106) -	+2.7 (103) -27.6 (116)
Sprężysto-plastyczny **H**	+69.4 (106) -	+3.6 (103) -45.2 (116)

Ekstremalne odkształcenia poziome w poszczególnych modelach są podobne i kształtują się na poziomie około pięciokrotnej wielkości odkształceń zadanych w fazie ściskania i około ośmiokrotnej w kroku odpowiadającym maksymalnym odkształceniom rozluźniającym.

Na rysunkach 5.4 i 5.5 przedstawiono rozkłady odkształceń poziomych ε_x w podłożu w modelu z największymi zadanymi wpływami (**H**). Podobne wykresy dla modelu **L** (najmniejsze wpływy) przedstawiono na rysunku 5.12.

Porównanie wykresów dla obydwu modeli wskazuje, że wielkość zadanych wpływów ma pewien wpływ na kształt prezentowanych izolinii oraz istotny wpływ na zasięg strefy nieodwracalnych odkształceń rozluźniających. Wnioski te znajdują potwierdzenie w rozkładach odkształceń objętościowych w podłożu, które dla modelu **H** zostały pokazane na rysunku 5.6 (oznaczanym na tym rysunku jako model **P**). Zasięg strefy trwałego rozluźnienia gruntu jest wyraźnie zależny od wielkości zadanych odkształceń poziomych.

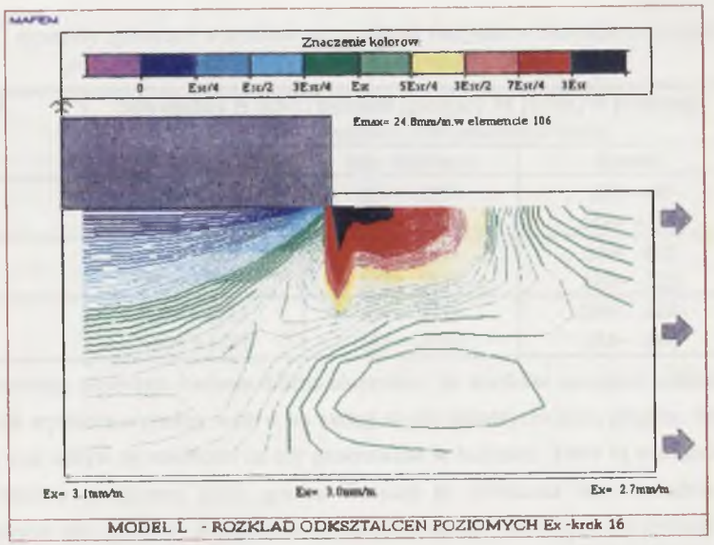
Wielkości naprężeń stycznych w elementach kontaktowych są podobne dla wszystkich modeli. W modelu **H**, w którym zadane wpływy były 2.71 razy większe niż w modelu **L**, uzyskano zaledwie o około 17% większe wielkości naprężeń w styku budynku z podłożem. Fakt ten stanowi istotną informację odnośnie do sposobu przekazywania na budynek sił od poziomych deformacji terenu górniczego. Siły te rosną wraz ze wzrostem zadanego odkształcenia dopóki grunt pracuje w stadium sprężystym. Tempo tego przyrostu spada po wejściu pewnych obszarów podłoża w stan plastyczny. Przy dużym zasięgu uplastycznienia, co przy dodatnich deformacjach podłoża jest zjawiskiem normalnym, wzrost zadanych odkształceń praktycznie nie powoduje wzrostu sił przekazywanych w płaszczyźnie kontaktu na budynek. Opisany mechanizm przekazywania sił od poziomych deformacji terenu na budynek jest kolejnym potwierdzeniem zgodności wyników analizy modelu numerycznego z rzeczywistym przebiegiem zachodzących zjawisk [106],[116],[111],[32],[196].

Potwierdzeniem takiego mechanizmu pracy ustroju są wielkości siły osiowej i momentu zginającego w przekroju środkowym zastępczej bryły budynku w charakterystycznych położeniach niecki górniczej, zestawione w tablicy 5.13. Przyrosty tych sił wywołane poziomymi deformacjami podłoża podano w tablicy 5.14.

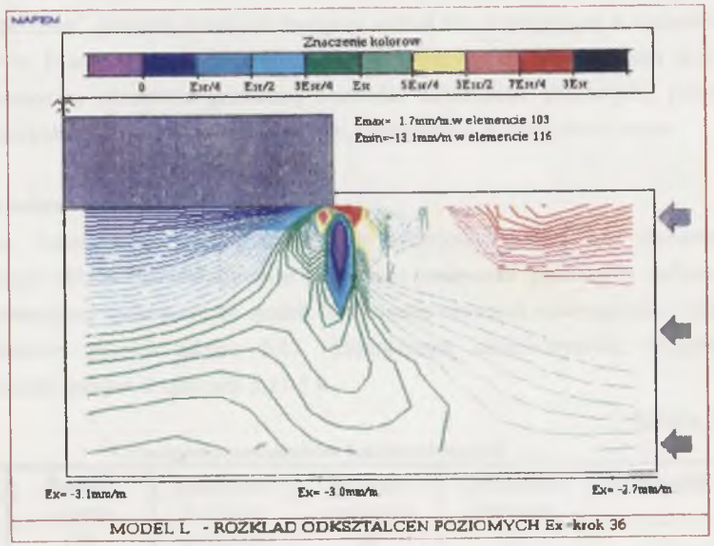
Tablica 5.13

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Siła osiowa **N** [kN] i moment zginający **M** [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	N= +260 M= +3100	N= +1226 M= +3827	N= -1997 M= +1327	N= -220 M= +3319
M	N= +260 M= +3100	N= +1460 M= +4050	N= -3761 M= +285	N= -665 M= +2778
H	N= +260 M= +3100	N= +1575 M= +4101	N= -4465 M= -665	N= -1440 M= +2494



Rys. 5.12. Rozkłady odkształceń poziomych w podłożu w fazie rozluźnienia
Fig. 5.12. The distribution of subsoil hotizontal strain in tensile phase



Rys. 5.13. Rozkłady odkształceń poziomych w podłożu w fazie ściskania
Fig. 5.13. The distribution of subsoil hotizontal strain in compressive phase

Tablica 5.14

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki od poziomych deformacji terenu

Model	Siła osiowa **N** [kN] i moment zginający **M** [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:		
	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	ΔN=+966 ΔM= +727	ΔN= -2257 ΔM= -1773	ΔN= -40 ΔM= +219
M	ΔN=+1200 ΔM= +950	ΔN= -3501 ΔM= -2815	ΔN= -405 ΔM= -322
H	ΔN= +1315 ΔM= +1001	ΔN= -4725 ΔM= -3765	ΔN= -1660 ΔM= -606

Podsumowując powyższe badania można stwierdzić, że **wielkość** zadanych **odkształceń poziomych wywiera wyraźny wpływ na zasięg strefy uplastycznienia gruntu**. Mniej jednoznaczny jest wpływ tej wielkości na siły generowane w budynku, które są uzależnione od zakresu obszaru plastycznej pracy gruntu. Dotyczy to zwłaszcza fazy rozluźnienia, w której ten obszar jest znaczny. Jego zakres zależy od wielkości wpływów, ale również od własności gruntu. Przykładowo w modelu **H**, w którym zadane wpływy były 2.71 razy większe niż w modelu **L**, uzyskano zaledwie o 36% większą wielkość siły osiowej. Jest to kolejne potwierdzenie zgodności wyników analizy numerycznej z doświadczeniem. W obszernych badaniach prowadzonych w GIG [32],[111],[104],[196] określono graniczną wielkość "rozpełzania", powyżej której nie następuje wzrost siły rozciągającej w budynku na około 3.0 mm/m. Przeprowadzona tu analiza potwierdza mechanizm zachodzących zjawisk, chociaż jednoznaczne określenie granicznej wielkości odkształceń poziomych, powyżej której siły w budynku będą rosły wolniej lub wcale, wymagałoby poszerzonych badań.

5.3.4. Analiza wpływu podatności gruntu

W celu rozpoznania wpływu niektórych własności gruntu na zachowanie współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływowi poziomych deformacji terenu przeprowadzono badania trzech modeli. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.15. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

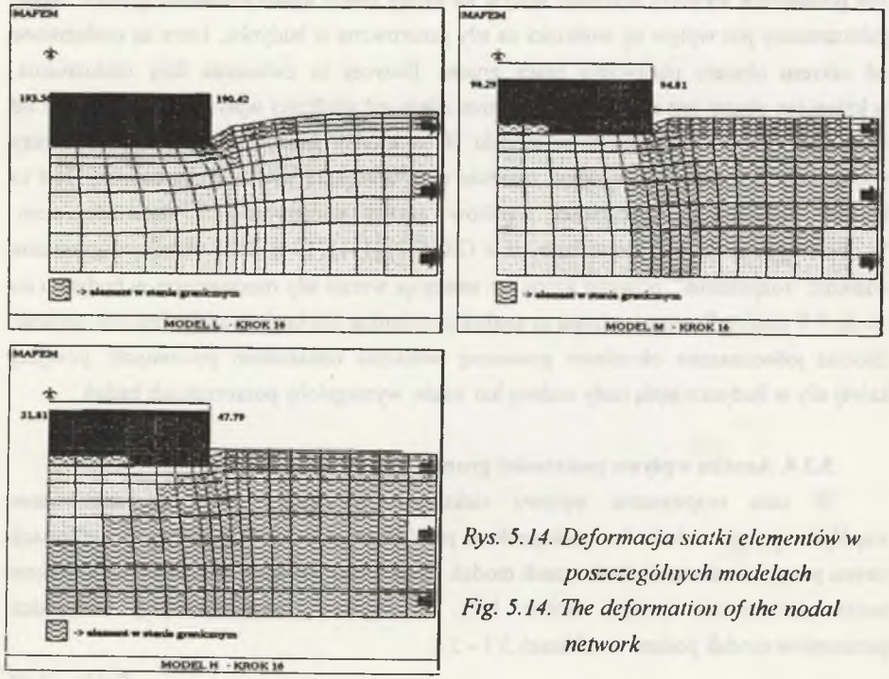
Tablica 5.15

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
P	**L/P**	R-H/M/S	H	C	A
P	**M/P**	R-H/M/S	H	C	A
P	**H/P**	R-H/M/P	H	C	A

W badanych modelach zmieniano głównie parametry decydujące o podatności gruntu w fazie sprężystej, wprowadzając podłoże podatne (**L**), średnie (**M**) i bardzo sztywne (**H**). W modelu z najbardziej podatnym gruntem zmieniono dodatkowo parametry decydujące o kształcie powierzchni plastyczności tak, że określają one słaby i podatny grunt spoisty.

Jest oczywiste, że poszczególne modele różnią się wielkościami pionowych przemieszczeń i to zarówno tych, które są skutkiem obciążenia budynku, jak i dodatkowych przemieszczeń generowanych w trakcie przechodzenia pod budynkiem niecki górniczej. Ciekawe natomiast jest, że zasięg obszaru uplastycznienia w poszczególnych modelach jest różny. Na rysunku 5.14 przedstawiono obraz zdeformowanej siatki elementów dla kroku szesnastego odpowiadającego fazie ekstremalnego rozluźnienia, zaznaczając ciemniejszym kolorem te elementy, które weszły w stan plastyczny.



Rys. 5.14. Deformacja siatki elementów w poszczególnych modelach

Fig. 5.14. The deformation of the nodal network

Największy obszar uplastycznienia występuje w modelu **H** z najsztywniejszym podłożem, gdzie tylko bezpośrednio pod budynkiem grunt pozostaje w stadium sprężystym w całym cyklu obciążenia. W modelu z najbardziej podatnym gruntem (**L**) uplastycznienie koncentruje się w strefie położonej bezpośrednio za krawędzią budynku i w górnej części bryły gruntu. Ta sytuacja znajduje wytłumaczenie w koncentracji odkształceń w tych elementach, które pierwsze weszły w stan plastyczny. Obraz odkształconej siatki elementów

(rys. 5.14) oraz zestawione w tablicy 5.16 ekstremalne wielkości odkształceń poziomych w poszczególnych modelach wskazują na bardzo duże deformacje elementów położonych bezpośrednio poza krawędzią budynku i swego rodzaju nieciągłość ("pęknięcie") gruntu w tym miejscu. Przypomnijmy, że grunt w modelu **L** był podatnym gruntem spoistym. Dla takiego gruntu w badaniach prowadzonych w Głównym Instytucie Górnictwa [116],[70] stwierdzono możliwość występowania tego rodzaju nieciągłości, jak również określono graniczną wielkość odkształceń powodujących stan krytyczny na 6-9 mm/m, a więc więcej niż w omawianym badaniu numerycznym.

Tablica 5.16

Ekstremalne odkształcenia poziome

Model	Ekstremalne odkształcenie poziome w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
Sprężysto-plastyczny **L**	+129.7 (106) -	+62.7 (106) -62.4 (116)
Sprężysto-plastyczny **M**	+69.4 (106) -	+3.6 (103) -45.2 (116)
Sprężysto-plastyczny **H**	+75.0 (106) -	+3.8 (91) -42.0 (116)

Rozkłady naprężeń stycznych w elementach kontaktowych są podobne dla wszystkich modeli (rys. 5.7), przy czym w modelu z najsłabszym gruntem (**L**) wielkości są nieco niższe.

W tablicy 5.17 zestawiono siły osiowe i momenty zginające w zastępczej bryle budynku w charakterystycznych położeniach niecki górniczej, a w tablicy 5.18 przyrosty tych sił wywołane deformacjami poziomymi podłoża.

Tablica 5.17

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Siła osiowa N [kN] i moment zginający M [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	N= +220 M= +3402	N= +1336 M= +4008	N= -1665 M= +1712	N= +101 M= +3510
M	N= +260 M= +3100	N= +1575 M= +4101	N= -4465 M= -665	N= -1440 M= +2494
H	N= +150 M= +2668	N= +1605 M= +4336	N= -5551 M= -1014	brak wyniku

Istnieje zależność między podatnością gruntu a wielkością sił generowanych w budynku przez poziome deformacje terenu górniczego. W przypadku odkształceń ściskających jest ona wyraźna, natomiast dla fazy rozluźnienia jej wpływ jest redukowany przez silne uplastycznienie gruntu.

Tablica 5.18

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki od poziomych deformacji terenu

Model	Siła osiowa N [kN] i moment zginający M [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:		
	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	ΔN=+1116 ΔM= +606	ΔN= -1885 ΔM= -1690	ΔN= -119 ΔM= +108
M	ΔN= +1315 ΔM= +1001	ΔN= -4725 ΔM= -3765	ΔN= -1660 ΔM= -606
H	ΔN= +1455 ΔM= +1668	ΔN= -5701 ΔM= -3682	brak wyniku

W podsumowaniu niniejszego punktu można stwierdzić, że analiza potwierdziła istotny wpływ własności gruntu na zachowanie współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływowi poziomych deformacji terenu górniczego. Poza oczywistą zależnością wielkości przemieszczeń i odkształceń od podatności podłoża stwierdzono, że **w podatnych gruntach spoistych uplastycznienie ma charakter bardziej lokalny i może się manifestować nieciągłym obrazem deformacji gruntu (pęknięcia)**. Bardzo silnemu uplastycznieniu niewielkiego obszaru towarzyszy sprężysta praca znacznej części podłoża (w objętym badaniem obszarze deformacji poziomych terenu $\varepsilon \leq 6$ mm/m). Z kolei **w gruntach niespoistych o dużej sztywności już przy odkształceniach rzędu 3 mm/m obserwuje się wejście w stan krytyczny praktycznie całego podłoża, poza niewielkim klinem położonym bezpośrednio pod budynkiem**. Jak już zaznaczono wyżej, **uzyskany wynik nie jest sprzeczny z doświadczeniem i dowodzi, że opracowany model pozwala na drodze analizy numerycznej ujawniać nawet tak specyficzne efekty górniczych deformacji terenu**.

Taki stan uplastycznienia podłoża sprawia, że **chociaż w modelu ze sztywniejszym gruntem są generowane większe siły wewnętrzne w budynku, to jednak wzrost ten nie jest proporcjonalny do modułów charakteryzujących podatność gruntu**, szczególnie w fazie odkształceń rozluźniających. W badanych modelach **przy dziewięciokrotnym wzroście sztywności gruntu uzyskano wzrost osiowej siły rozciągającej zaledwie o 30%**. Wynika to z bardzo dużego zasięgu uplastycznienia gruntu o większej sztywności.

5.3.5. Analiza wpływu sztywności materiału budynku

W celu rozpoznania wpływu sztywności budynku na zachowanie układu budynek-podłoże poddanego wpływowi poziomych deformacji terenu przeprowadzono badania trzech modeli. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.19. Charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

W badanych modelach zmieniano wytrzymałość na ściskanie, od której uzależnione są pozostałe parametry materiału budynku. Poszczególne modele będą dalej określane jako model z materiałem bardzo podatnym (**L**), średnio podatnym (**M**) i normalnym (**H**) (patrz tablice 5.1 i 5.4). W modelu określanym jako bardzo podatny materiał budynku jest jednak wielokrotnie sztywniejszy od podłoża.

Tablica 5.19

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
P	M/P	**L**	H	C	A
P	M/P	**M**	H	C	A
P	M/P	**H**	H	C	A

Wbrew wcześniejszym oczekiwaniom, ale zgodnie z utrwalonym na ten temat poglądem okazało się, że w objętym badaniami zakresie sztywność materiału budynku nie ma istotnego wpływu na większość zjawisk zachodzących w układzie budynek-podłoże. Zakres uplastycznienia w modelach **L** i **M** jest prawie taki sam jak w modelu **H** (rys. 5.3). Również prawie identyczne są rozkłady odkształceń poziomych i objętościowych w podłożu (rys. 5.4 - 5.6), chociaż ekstremalne wielkości tych odkształceń w modelach z bardziej podatnym materiałem budynku są nieco większe (tablice 5.20 i 5.21).

Tablica 5.20

Ekstremalne odkształcenia poziome

Model	Ekstremalne odkształcenie poziome w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
Sprężysto-plastyczny **L**	+82.1 (106) -	+4.2 (103) -47.8 (116)
Sprężysto-plastyczny **M**	+72.6 (106) -	+3.9 (103) -46.4 (116)
Sprężysto-plastyczny **H**	+69.1 (106) -	+3.5 (103) -45.1 (116)

Tablica 5.21

Ekstremalne odkształcenia objętościowe

Model	Ekstremalne odkształcenie objętościowe w podłożu [mm/m] przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
Sprężysto-plastyczny **L**	+0.3 (126) -7.1 (93)	+86.7 (106) -7.3 (93)	+45.0 (105) -7.0 (93)	+47.8 (105) -6.7 (93)
Sprężysto-plastyczny **M**	+0.3 (126) -8.0 (93)	+80.2 (106) -8.7 (93)	+25.5 (106) -7.5 (93)	+28.2 (106) -6.4 (93)
Sprężysto-plastyczny **H**	+0.3 (106) -9.6 (93)	+71.2 (106) -10.0 (93)	+6.5 (106) -8.0 (93)	+8.27 (106) -9.0 (93)

Finalnym efektem obliczeń są siły wewnętrzne w budynku. Wielkości tych sił obliczone dla charakterystycznych położeń niecki względem budynku zestawiono w tablicy 5.22. W tablicy 5.23 zestawiono natomiast przyrosty siły osiowej i momentu zginającego w budynku w stosunku do wielkości początkowej, a więc wywołane przejściem poziomych deformacji terenu górniczego.

Tablica 5.22

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Siła osiowa N [kN] i moment zginający M [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:			
	początek	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	N= +195 M= +2150	N= +1560 M= +2578	N= -4662 M= -1132	N= -1893 M= +389
M	N= +225 M= +2583	N= +1545 M= +3364	N= -4400 M= -1110	N= -1755 M= +1283
H	N= +260 M= +3100	N= +1575 M= +4101	N= -4465 M= -665	N= -1440 M= +2494

Tablica 5.23

Siły osiowe i momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki od poziomych deformacji terenu

Model	Siła osiowa N [kN] i moment zginający M [kNm] w przekroju środkowym budynku przy położeniu niecki:		
	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
L	ΔN=+1365 ΔM= +428	ΔN= -4857 ΔM= -3282	ΔN= -2088 ΔM= -1761
M	ΔN= +1320 ΔM= +781	ΔN= -4625 ΔM= -3693	ΔN= -1980 ΔM= -1300
H	ΔN= +1315 ΔM= +1001	ΔN= -4725 ΔM= -3765	ΔN= -1660 ΔM= -606

Praktycznie niezauważalne są różnice sił osiowych pomiędzy poszczególnymi modelami. **Jedynym parametrem, który w istotny sposób zależy od sztywności budynku, jest moment zginający**. Dotyczy to zwłaszcza fazy rozluźnienia, w której poziome deformacje terenu generują w modelu najsztywniejszym (**H**) ponad dwukrotnie (2.34) większy moment zginający. W fazie ściskania różnica ta jest mniejsza i wynosi około 15%.

5.4. ANALIZA PŁASKIEGO WYCINKA SKRZYNI FUNDAMENTOWEJ PODDANEGO WPŁYWOWI KRZYWIZNY TERENU GÓRNICZEGO

5.4.1. Zakres badań

Badaniami objęto cztery zagadnienia:

- wpływ sztywności podłoża (dla modelu liniowo sprężystego),
- wpływ sztywności budynku (dla modelu liniowo sprężystego),
- porównanie liniowo sprężystego i sprężysto-plastycznego modelu materiałowego gruntu i budynku (model liniowo sprężysty i sprężysto-plastyczny),
- wpływ wielkości zadanej krzywizny terenu (dla modelu sprężysto-plastycznego).

5.4.2. Analiza wpływu sztywności podłoża w modelu liniowo sprężystym

Przeprowadzono badania czterech modeli. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.24. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

Tablica 5.24

Oznaczenia parametrów badanych modeli

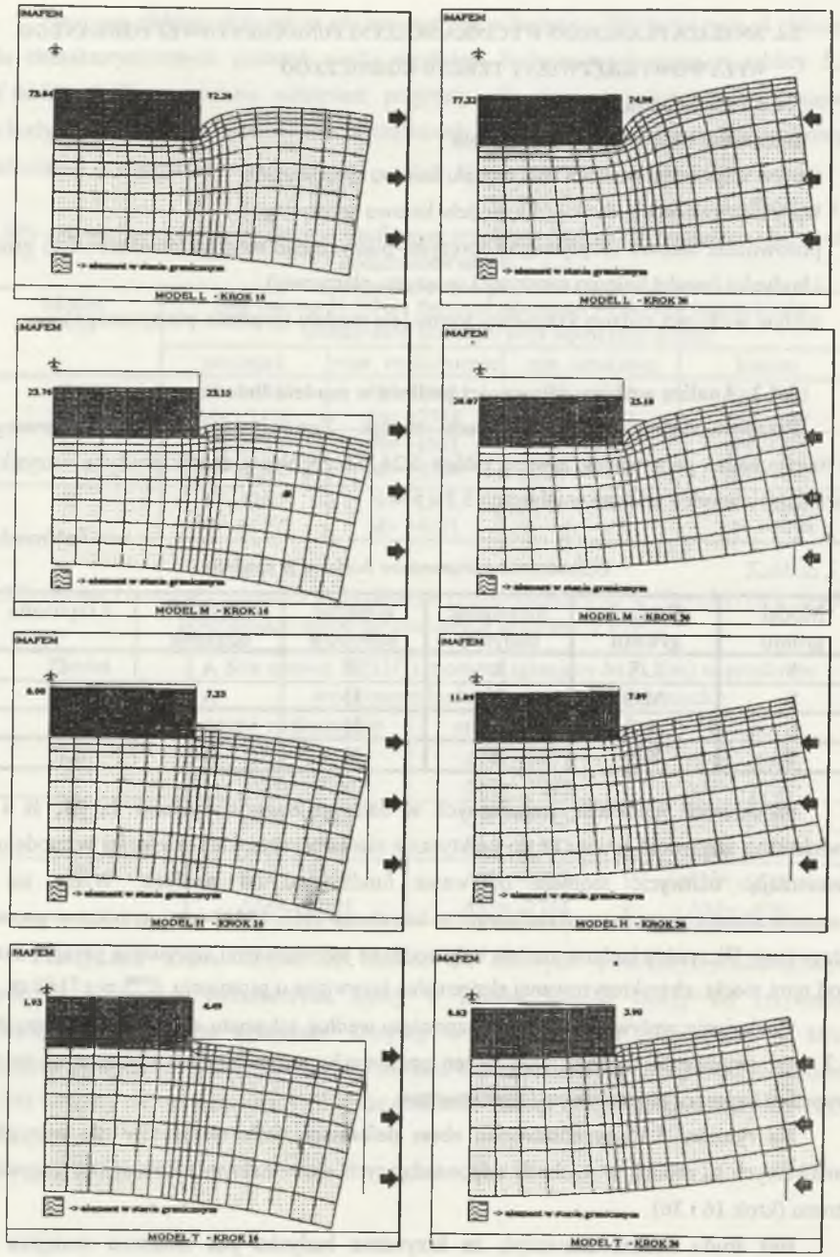
Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
S	**L/S**	R	H	A	C
S	**M/S**	R	H	A	C
S	**H/S**	R	H	A	C
S	**T/S**	R	H	A	C

W czterech modelach, oznaczanych w dalszym ciągu symbolami **L, M, H** i **T**, zwiększano sztywność gruntu aż do praktycznie nierealnie wysokich wielkości w modelu **T**, zamierzając uchwycić moment oderwania fundamentu od podłoża. Wiąże się to z wyznaczeniem parametru określanego w literaturze [26], [153] jako graniczny promień krzywizny. Wszystkie badane modele były poddane jednakowemu wpływowi przechodzącej pod nimi niecki, charakteryzowanej ekstremalną krzywizną o promieniu $R_{min}^{max} = \pm 7162$ m.

Omówienie wpływu krzywizny rozpoczęto według schematu stosowanego w punkcie 5.3 przy omówieniu wpływu odkształceń poziomych, z pominięciem nieistotnych w tym wypadku naprężeń stycznych pod fundamentem.

Na rysunku 5.15 przedstawiono obraz deformacji siatki elementów dla wszystkich omawianych tu modeli w krokach odpowiadających ekstremalnym wielkościom krzywizny terenu (krok 16 i 36).

Bez trudu można zauważyć, że krzywizna budynku jest znacznie mniejsza niż krzywizna zadana na dolnej krawędzi podłoża. Uważna obserwacja, a zwłaszcza porównanie podanych na rysunku 5.15 wielkości pionowych przemieszczeń środkowego i skrajnego



Rys. 5.15. Deformacja siatki elementów przy ekstremalnych krzywiznach

Fig. 5.15. The deformation of the nodal network corresponding with extreme curvatures

punktu budynku wskazuje na różnice między poszczególnymi modelami. Zgodnie z oczekiwaniami bardziej sztywny grunt jest w stanie wymusić większą krzywiznę niż grunt podatny. Do problemu tego powrócimy w dalszym ciągu niniejszego punktu.

Przy analizie wpływu poziomych deformacji terenu na współpracujący układ budynek-podłoże najbardziej spektakularnych zmian doznawały poziome i objętościowe odkształcenia w podłożu (porównaj rysunki 5.4, 5.5, 5.6, 5.12, 5.13,). Zmiany tych odkształceń w układzie budynek-podłoże poddanym wpływowi krzywizny są praktycznie niezauważalne. Już ta obserwacja sugeruje, że praca tak obciążonego układu będzie znacznie bliższa stadium liniowo sprężystego niż w przypadku działania deformacji poziomych terenu.

W układzie budynek-podłoże poddanym wpływowi krzywizny terenu interesująca jest obserwacja następujących wielkości:

- naprężeń normalnych w styku fundamentu z podłożem,
- efektywnej krzywizny wymuszanej na dolnej powierzchni budynku,
- momentu zginającego w budynku.

Wykresy tych wielkości dla wszystkich badanych modeli przedstawiono na rysunkach 5.16 - 5.19. W tablicy 5.25 zestawiono wielkości naprężeń normalnych pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku.

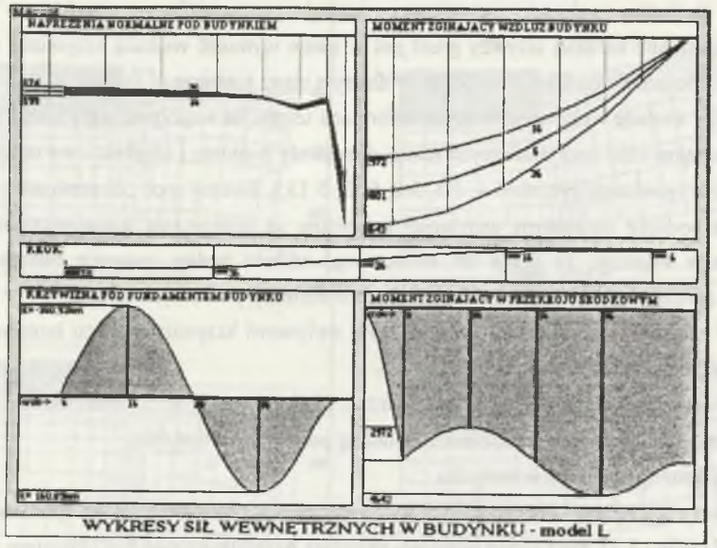
Tablica 5.25

Naprężenia normalne pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Naprężenia normalne pod fundamentem [kPa] w środku (σ_o) i na krawędzi budynku (σ_k)			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
L	σ_o =-186 σ_k =-549	σ_o =-199 σ_k =-496	σ_o =-174 σ_k =-602	σ_o =-186 σ_k =-549
M	σ_o =-192 σ_k =-554	σ_o =-227 σ_k =-400	σ_o =-157 σ_k =-709	σ_o =-192 σ_k =-554
H	σ_o =-202 σ_k =-530	σ_o =-290 σ_k =-140	σ_o =-118 σ_k =-922	σ_o =-201 σ_k =-530
T	σ_o =-207 σ_k =-505	σ_o =-333 σ_k =+52	σ_o =-88 σ_k =-1058	σ_o =-201 σ_k =-507

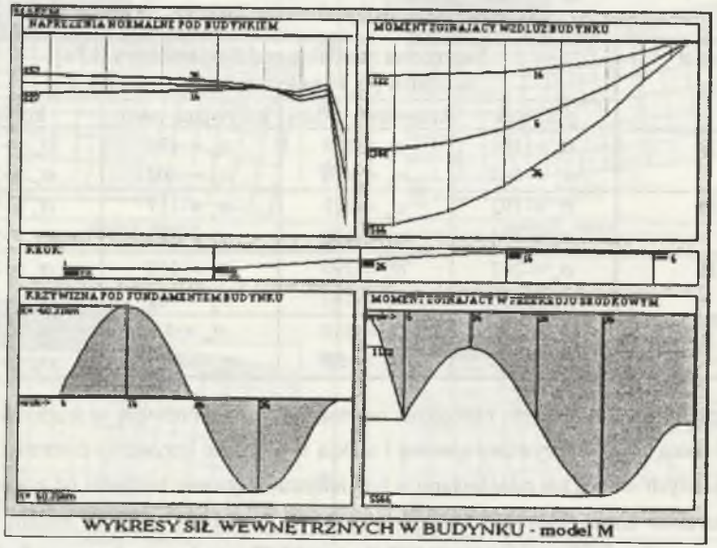
Zgodnie z oczekiwaniem naprężenia normalne pod fundamentem w środkowej części budynku rosną w fazie krzywizny ujemnej i maleją w obszarze krzywizny dodatniej. W żadnym z badanych modeli nie odnotowano w tym miejscu oderwania budynku od podłoża.

Charakter zmian naprężeń krawędziowych jest przeciwny, a same zmiany bardziej zdecydowane. Przy najsztywniejszym podłożu (model **T**) uzyskano oderwanie fundamentu od podłoża na krawędzi budynku w obszarze krzywizny ujemnej.



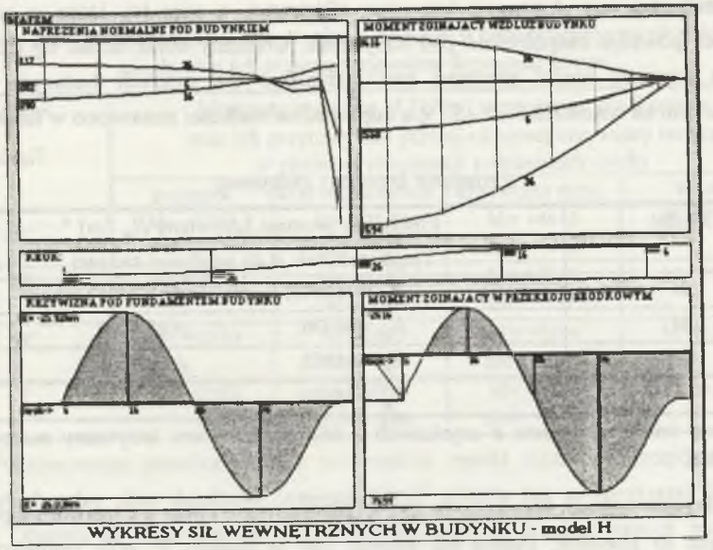
Rys. 5.16. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.16. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature



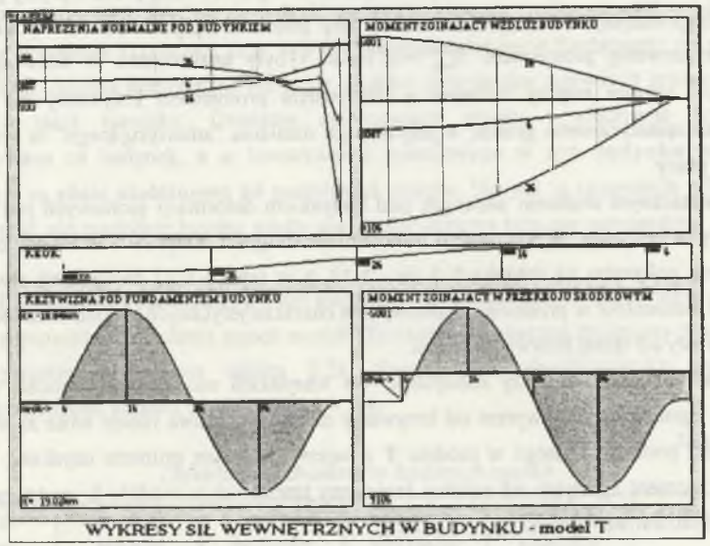
Rys. 5.17. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.17. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature



Rys. 5.18. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.18. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature



Rys. 5.19. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.19. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature

Interesująca jest obserwacja krzywizny efektywnej, a więc tej, która w zadanych warunkach powstaje bezpośrednio pod budynkiem. Graficzny obraz zmian tej krzywizny w trakcie przejścia niecki górniczej pod budynkiem dla czterech badanych modeli przedstawiono na rysunkach 5.16 - 5.19, a odpowiednie wielkości zestawiono w tablicy 5.26.

Tablica 5.26

Promienie krzywizny efektywnej

Model	Efektywny promień krzywizny R_{ef} [m] * i jego stosunek ρ do wielkości zadanej	
L	R_{ef} =160910,	ρ=0.0445
M	R_{ef} =60330,	ρ=0.1187
H	R_{ef} =25975,	ρ=0.2758
T	R_{ef} =18930,	ρ=0.3783

* - podano wielkości średnie z uzyskanych z obliczeń promieni krzywizny maksymalnej i minimalnej.

Efektywny promień krzywizny w sposób zdecydowany zależy od sztywności podłoża, chociaż jest to zależność słabsza niż liniowa. Np. w modelu **T**, przy piętnastokrotnie większym module ściśliwości niż w modelu **L**, krzywizna jest większa 8.5 razy. Warto ponadto zauważyć, że przy praktycznie realnych podatnościach gruntów efektywny promień krzywizny nie przekroczy kilkunastu procent wielkości generowanej przez wpływy górnicze.

Przypomnijmy, że wszystkie modele były poddane wpływowi niecki o krzywiźnie charakteryzowanej promieniem $R_{min}^{max} = \pm 7162$m i były analizowane w fazie sprężystej. Wykazane różnice między zadanym a efektywnym promieniem krzywizny nie są więc wynikiem uplastycznienia gruntu, a jedynie jego działania "amortyzującego" w sprężystym stadium pracy.

Ostatecznym skutkiem zadanych pod budynkiem deformacji pionowych jest moment zginający w budynku. Wykresy tego momentu na długości budynku i w kolejnych fazach obciążenia pokazano na rysunkach 5.16 - 5.19, a w tablicy 5.27 zestawiono ekstremalne wartości momentów w przekroju środkowym w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty od samej krzywizny terenu.

Jest oczywiste, że przy identycznej we wszystkich modelach sztywności budynku moment zginający zależy wprost od krzywizny efektywnej, która rośnie wraz ze wzrostem sztywności podłoża. Dlatego w modelu **T** z najsztywniejszym gruntem uzyskano 8.5 razy większy moment zginający od zadanej krzywizny terenu niż w modelu **L**, w którym grunt charakteryzował się największą podatnością.

Tablica 5.27

Momenty zginających w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane krzywizną terenu

Model	Momenty zginające M [kNm] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔM [kNm] od samej krzywizny terenu w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
L	M= +3801	M= +2978 ΔM= -829	M= +4643 ΔM= +842	M= +3802
M	M= +3344	M= +1122 ΔM= -2222	M= +5566 ΔM= +2222	M= +3342
H	M= +2550	M= -2616 ΔM= -5166	M= +7694 ΔM= +5144	M= +2557
T	M= +2087	M= -5001 ΔM= -7088	M= +9106 ΔM= +7019	M= +2103

Podsumowując przedstawione w tym punkcie wyniki można stwierdzić, że analiza wykazała **bardzo silne działanie "amortyzujące" gruntu już w sprężystej fazie jego pracy**. Objawia się to znacznym zmniejszeniem krzywizn przekazywanych na budynek w porównaniu z krzywiznami zadanymi. Taki stan jest znany z wcześniejszych opracowań bazujących na prostszych modelach obliczeniowych (podłoże Winklera), w których wyznaczano strzałkę wygięcia budynku mniejszą od wielkości wynikającej z zadanej krzywizny terenu [26]. Wydaje się jednak, że wyznaczane na podstawie tych modeli tzw. graniczne promienie krzywizny, przy których następuje oderwanie fundamentu od podłoża, są zbyt duże. Analiza numeryczna wskazuje, że tylko przy bardzo sztywnych gruntach może zachodzić takie zjawisko. Działanie amortyzujące gruntu i efektywna krzywizna przekazywana na budynek, a w konsekwencji **generowane w** tym **budynku momenty zginające, są silnie uzależnione od podatności gruntu**. Nie jest to oczywiście odkrywcze stwierdzenie, ale niedobrze byłoby, gdyby analiza numeryczna tego nie potwierdziła.

5.4.3. Analiza wpływu sztywności budynku w modelu liniowo sprężystym

Przeprowadzono badania trzech modeli. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.28. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

Tablica 5.28

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
S	M/S	**L**	H	A	C
S	M/S	**H**	H	A	C
S	M/S	**T**	H	A	C

W modelach, oznaczanych w dalszym ciągu symbolami **L**, **H** i **T**, zwiększano sztywność materiału budynku jednakową we wszystkich jego warstwach. Moduły ściśliwości i ścinania tego materiału odpowiadały modułom betonu o wytrzymałości f_c poniżej 1.0 MPa w modelu **L** do ponad 55 MPa w modelu **T** (patrz tablica 5.4).

Pominięto prezentację odkształconej siatki elementów, chociaż widoczne na niej są różnice w wygięciu budynków o różnych sztywnościach. Pominięto również nic w tym wypadku nie wnoszące do analizy izolinie odkształceń w podłożu, przechodząc do zasadniczych wyników, jakimi są rozkłady naprężeń normalnych pod fundamentem, momentów zginających w budynku oraz zmienności efektywnego promienia krzywizny i momentów zginających w trakcie pochodu niecki górniczej. Wykresy tych wielkości dla modeli **L** i **T** są przedstawione na rysunkach 5.20 i 5.21. W tablicy 5.29 zestawiono wielkości naprężeń normalnych pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku.

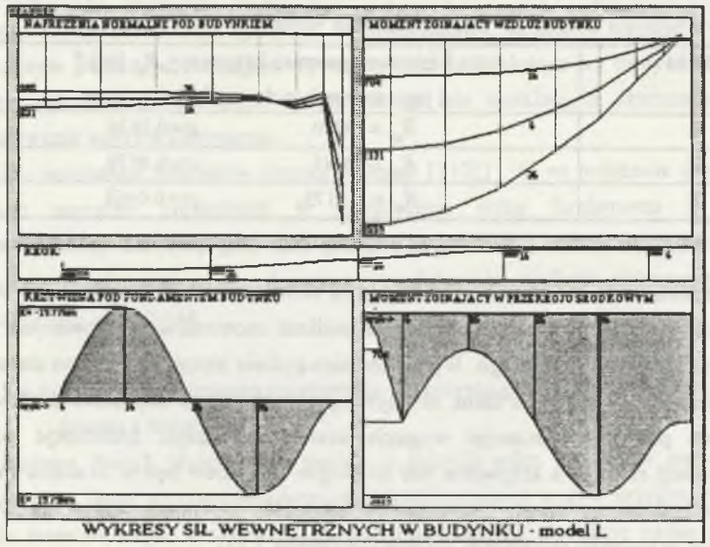
Tablica 5.29

Naprężenia normalne pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Naprężenia normalne pod fundamentem [kPa] w środku (σ_o) i na krawędzi budynku (σ_k)			
	początek	krzywizna minim	krzywizna maxi	koniec
L	σ_o =-206 σ_k =-485	σ_o =-231 σ_k =-376	σ_o =-180 σ_k =-595	σ_o =-206 σ_k =-485
H	σ_o =-191 σ_k =-560	σ_o =-227 σ_k =-402	σ_o =-155 σ_k =-718	σ_o =-191 σ_k =-560
T	σ_o =-188 σ_k =-574	σ_o =-226 σ_k =-407	σ_o =-150 σ_k =-741	σ_o =-187 σ_k =-573

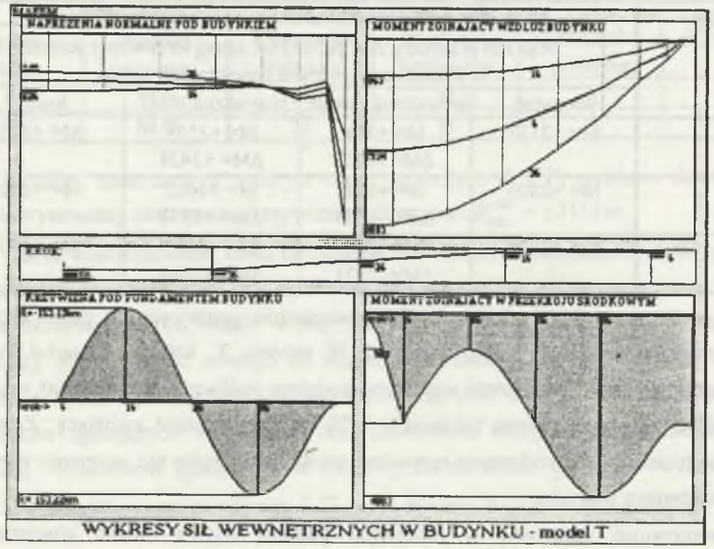
Zróżnicowanie naprężeń w środku i na krawędzi rośnie wraz ze sztywnością budynku zarówno przy obciążeniu budynku (kolumna "początek"), jak i w trakcie przechodzenia pod budynkiem niecki górniczej. W żadnym z analizowanych modeli nie nastąpiło oderwanie budynku od podłoża. Obserwując zmienność ekstremalnych naprężeń krawędziowych oraz naprężeń w środkowej części budynku można sądzić, że przy założonej podatności gruntu (tablica 5.2) oraz przyjętej w obliczeniach wysokości budynku i jego obciążeniu praktycznie nie istnieje możliwość wystąpienia tego zjawiska.

Zgodnie z przewidywaniem bardzo mocno uzależniony od sztywności budynku jest efektywny promień krzywizny. Ekstremalne wielkości tego promienia i jego stosunków do promienia zadanego dla poszczególnych modeli przedstawiono w tablicy 5.30.



Rys. 5.20. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.20. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature



Rys. 5.21. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna

Fig. 5.21. Normal stress beneath the foundation, bending moment effective curvature

Tablica 5.30

Promienie krzywizny efektywnej

Model	Efektywny promień krzywizny R_{ef} [m] * i jego stosunek ρ do wielkości zadanej	
L	R_{ef} =19780,	ρ=0.3624
H	R_{ef} =73845,	ρ=0.0970
T	R_{ef} =153175,	ρ=0.0468

* - podano wielkości średnie z obliczonych promieni krzywizny maksymalnej i minimalnej.

Dane zestawione w tablicy 5.30 zasługują na komentarz. Zwykło się bowiem uważać, że sztywność budynku zasadniczo wpływa na wielkość momentów generowanych w nim przez krzywiznę terenu górniczego. Wpływ ten niewątpliwie istnieje, ale jest on słabszy, niż się na ogół uważa. Wynika to z faktu, że sztywniejszy budynek nie dopuszcza do powstania bezpośrednio pod nim znacznego wygięcia terenu, wymuszając deformacje podłoża. W konsekwencji efektywna krzywizna pod sztywnym budynkiem będzie znacznie mniejsza niż pod budynkiem podatnym (patrz tablica 5.30). Ma to istotny wpływ na wielkość powstających w budynku momentów zginających (tablica 5.31).

Tablica 5.31

Momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane krzywizną terenu

Model	Momenty zginające M [kNm] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔM [kNm] od samej krzywizny terenu w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
L	M= +2131	M= +704 ΔM= -1427	M= +3559 ΔM= +1428	M= +2132
H	M= +2805	M= +931 ΔM= -1874	M= +4682 ΔM= +1877	M= +2804
T	M= +2934	M= +963 ΔM= -1971	M= +4883 ΔM= +1949	M= +2934

Wpływ sztywności budynku na wielkość momentów generowanych przez krzywiznę terenu górniczego jest zaskakująco niewielki. W modelu **T**, którego materiał budynku charakteryzuje się ponad 12-krotnie większym modułem ściśliwości niż materiał w modelu **L**, powstał od krzywizny terenu zaledwie o 37% większy moment zginający. Zauważmy ponadto, że momenty spowodowane krzywizną terenu są mniejsze niż momenty wywołane samym obciążeniem budynku.

Podsumowując omawiane w niniejszym punkcie wyniki można stwierdzić, że przeprowadzone obliczenia wykazały, że **sztywność budynku wpływa na wielkość momentów generowanych przez krzywiznę terenu w znacznie mniejszym stopniu, niż by to wynikało z prostego porównania sztywności**. Jest to efekt nakładania się dwóch

przeciwstawnych tendencji: z jednej strony wygięcie sztywniejszego budynku musi powodować większy moment zginający, ale równocześnie, **na skutek współpracy budynku z podatnym podłożem, zmniejsza się efektywna, oddziałująca na budynek krzywizna**. Analiza wykazała, że ten drugi wpływ jest na tyle wyraźny, iż skutecznie ogranicza oddziaływanie wpływu pierwszego.

Do podobnych wniosków doszedł Kwiatek [110],[116] na podstawie prostej analizy rozkładu naprężeń normalnych w płaszczyźnie styku fundamentu z podłożem, przeprowadzonej dla sprężystej fazy pracy. Uwzględnienie przez tego samego autora reologicznych własności gruntu dodatkowo zredukowało wielkość efektywnej krzywizny przekazywanej na budynek.

5.4.4. Porównanie liniowo sprężystego i sprężysto-plastycznego modelu gruntu i betonu

Badania dwóch identycznych modeli, z których jeden pracuje w stadium liniowo sprężystym, a drugi sprężysto-plastycznym pozwolą ujawnić wpływ przyjętego w analizie modelu materiałowego. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.32. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

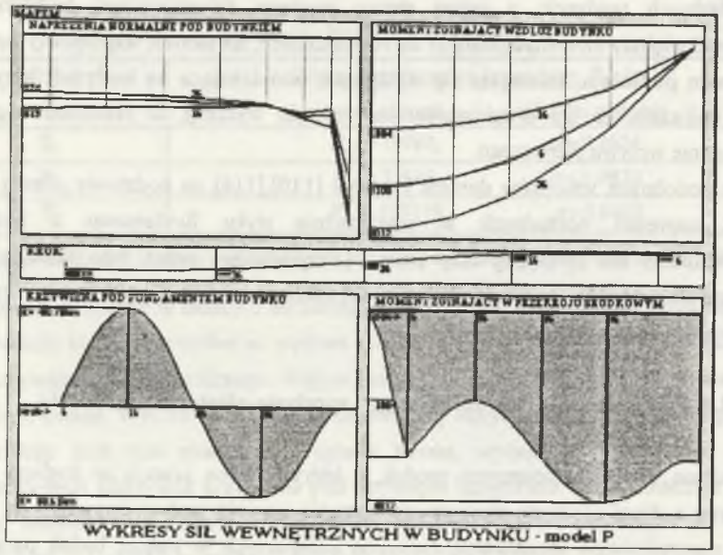
Tablica 5.32

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
S	**M/S**	H	H	A	C
P	**M/P**	H	H	A	C

Modele, oznaczane w dalszym ciągu symbolami **S** i **P**, poddano działaniu niecki charakteryzowanej ekstremalną krzywizną o promieniu R_{min}^{max} = ±7162m.

Obraz zdeformowanej siatki elementów dla modelu **S** przedstawiono na rysunku 5.15 (oznaczenie - model **M**). Dla modelu **P** obraz ten jest bardzo podobny i poza odnotowaniem trzech elementów, które weszły w stan plastyczny (skrajny kontakt i dwa obok krawędzi budynku), nie wnosi nic nowego do rozpoznania zachowania tego modelu. Interesujące natomiast może być porównanie wykresów naprężeń normalnych pod fundamentem, momentów zginających w budynku oraz zmienności efektywnego promienia krzywizny budynku i momentów zginających w trakcie pochodu niecki górniczej. Wykresy takie dla modelu **P** przedstawiono na rysunku 5.22, a dla modelu **S** wcześniej, na rysunku 5.17.



Rys. 5.22. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna
Fig. 5.22. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature

W tablicy 5.33 zestawiono wielkości naprężeń normalnych pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku.

Tablica 5.33

Naprężenia normalne pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Naprężenia normalne pod fundamentem [kPa] w środku (σ_o) i na krawędzi budynku (σ_k)			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
S	σ_o =-192 σ_k =-554	σ_o =-227 σ_k =-400	σ_o =-157 σ_k =-709	σ_o =-192 σ_k =-554
P	σ_o =-194 σ_k =-542	σ_o =-203 σ_k =-507	σ_o =-191 σ_k =-557	σ_o =-191 σ_k =-541

Różnice między naprężeniem pod środkową częścią budynku i na krawędzi w modelu sprężysto-plastycznym są mniejsze niż w modelu liniowo sprężystym zarówno od samego obciążenia budynku (kolumna 1 - "początek"), jak i od przechodzącej pod budynkiem niecki górniczej (kolumny 2 i 3). W modelu sprężysto-plastycznym nastąpiło pewne "złagodzenie" rozkładów naprężeń pod fundamentem. Jest ono głównie efektem uwzględnienia sprężystej nieliniowości wobec niewielkiego obszar uplastycznienia, jaki zanotowano w modelu **P**.

Ekstremalne wielkości efektywnego promienia krzywizny i jego stosunków do promienia zadanego dla poszczególnych modeli przedstawiono w tablicy 5.34.

Tablica 5.34

Promienie krzywizny efektywnej

Model	Efektywny promień krzywizny R_{ef} [m] i jego stosunek ρ do wielkości zadanej		
	max. rozluźnienie	min. ściskanie	koniec
S	R_{ef} =60330,	ρ=0.1187	–
P	R_{ef} = -80780, ρ=0.0887	R_{ef} = +88610, ρ=0.0808	minimalna krzywizna dodatnia

Zgodnie z intuicyjną oceną, efektywna krzywizna w modelu sprężysto-plastycznym jest mniejsza niż w modelu liniowo sprężystym. Jak już podkreślono wyżej, jest to - przy zadanych parametrach gruntu - głównie efektem uwzględnienia nieliniowej sprężystości. Warto również odnotować niewielką różnicę w krzywiźnie dodatniej i ujemnej w modelu sprężysto-plastycznym.

Uzyskane w obliczeniach wielkości ekstremalnych momentów zginających w przekroju środkowym budynku zestawiono w tablicy 5.35.

Tablica 5.35

Momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane krzywizną terenu

Model	Momenty zginające M [kNm] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔM [kNm] od samej krzywizny terenu w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
S	M= +3344	M= +1122 ΔM= -2222	M= +5566 ΔM= +2222	M= +3342
P	M= +3100	M= +1884 ΔM= -1216	M= +4012 ΔM= +912	M= +3113 ΔM= +13

Podobnie jak w przypadku wyżej omawianych wielkości, również momenty ekstremalne w modelu sprężysto-plastycznym doznały pewnego "złagodzenia" w porównaniu z modelem liniowo sprężystym. Zmniejszenie momentów generowanych przez krzywiznę terenu jest znaczne mimo podkreślanego już wyżej niewielkiego zakresu obszaru plastycznego w modelu **P**.

Podsumowując omawiane w niniejszym punkcie wyniki można stwierdzić, że w przeciwieństwie do poziomych deformacji terenu, jego **krzywizna nie powoduje wejścia gruntu w plastyczny obszar pracy, poza niewielkim obszarem w rejonie krawędzi budynku. Nawet niewielkie uplastycznienie oraz uwzględnienie sprężystej nieliniowości przyczynia się do znacznej redukcji momentów generowanych przez krzywiznę.**

Rozwój stref uplastycznienia gruntu pod budynkiem analizował Kwiatek [110], zakładając liniowo sprężystą pracę gruntu do momentu osiągnięcia kryterium zniszczenia St. Venanta (największego naprężenia stycznego). Na tej podstawie przewidział powstanie dwóch stref uplastycznienia pod krawędziami budynku w stadium krzywizny dodatniej oraz jednej strefy w stadium krzywizny ujemnej. Analiza numeryczna również ujawniła obszary uplastycznienia w rejonie krawędzi, natomiast nie potwierdziła (przy przyjętych parametrach gruntu i materiału budynku) uplastycznienia w stadium krzywizny ujemnej.

5.4.5. Analiza wpływu wielkości krzywizny w modelu sprężysto-plastycznym

W trzech badanych modelach sprężysto-plastycznych o identycznych parametrach materiałowych zmieniano wielkość zadawanej krzywizny terenu. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.36. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

Tablica 5.36

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
P	**M/P**	R	**N**	A	C
P	**M/P**	R	**L**	A	C
P	**M/P**	R	**H**	A	C

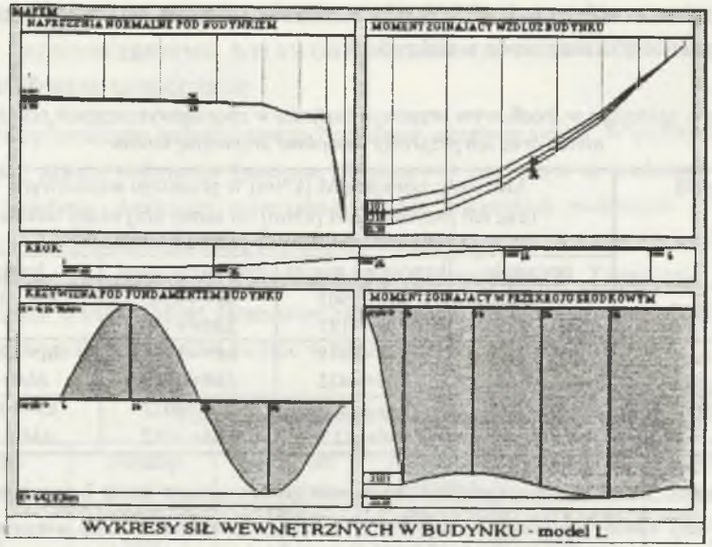
Krzywizna niecki w modelu oznaczanym dalej jako **N** miała promień ekstremalny $R_{min}^{max} = \pm 40925$m, w modelu **L** $R_{min}^{max} = \pm 19099$m, a w modelu **H** $R_{min}^{max} = \pm 7162$m.

Graficzną interpretację wyników przedstawiają rysunki 5.22 dla modelu **H** (oznaczonym tam jako **P**) i 5.23 dla modelu **L**. W tablicy 5.37 podano wielkości naprężeń normalnych pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku.

Tablica 5.37

Naprężenia normalne pod fundamentem w środku i na krawędzi budynku w charakterystycznych położeniach niecki

Model	Naprężenia normalne pod fundamentem [kPa] w środku (σ_o) i na krawędzi budynku (σ_k)			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
I	σ_o =-195 σ_k =-542	σ_o =-199 σ_k =-526	σ_o =-191 σ_k =-557	σ_o =-195 σ_k =-541
L	σ_o =-195 σ_k =-542	σ_o =-204 σ_k =-507	σ_o =-187 σ_k =-560	σ_o =-195 σ_k =-528
H	σ_o =-195 σ_k =-542	σ_o =-220 σ_k =-444	σ_o =-174 σ_k =-579	σ_o =-195 σ_k =-500



Rys. 5.23. Naprężenia pod budynkiem, moment zginający oraz krzywizna efektywna
Fig. 5.23. Normal stress beneath the foundation, bending moment and effective curvature

Jednakowe początkowo dla wszystkich modeli różnice między naprężeniem pod środkową częścią budynku i na krawędzi doznają zmian tym większych, im większa jest zadana w danym modelu krzywizna.

Ekstremalne wielkości efektywnego promienia krzywizny i jego stosunków do promienia zadanego dla poszczególnych modeli przedstawiono w tablicy 5.38.

Tablica 5.38

Promienie krzywizny efektywnej

Model	Efektywny promień krzywizny R_{ef} [m] i jego stosunek ρ do wielkości zadanej	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
I	R_{ef} = -475872, ρ=0.0860	R_{ef} = +480012, ρ=0.0853
L	R_{ef} = -218980, ρ=0.0872	R_{ef} = +228710, ρ=0.0835
H	R_{ef} = -80780, ρ=0.0887	R_{ef} = +88610, ρ=0.0808

Efektywna krzywizna prawie liniowo zależy od krzywizny zadanej. Świadczy o tym prawie jednakowa wartość współczynnika ρ dla poszczególnych modeli.

Uzyskane w obliczeniach wielkości ekstremalnych momentów zginających w przekroju środkowym budynku zestawiono w tablicy 5.39.

Tablica 5.39

Momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane krzywizną terenu

Model	Momenty zginające M [kNm] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔM [kNm] od samej krzywizny terenu w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
I	M= +3100	M= +2903 ΔM= -197	M= +3280 ΔM= +180	M= +3100
L	M= +3100	M= +2678 ΔM= -422	M= +3482 ΔM= +382	M= +3104 ΔM= +4
H	M= +3100	M= +1884 ΔM= -1216	M= +4012 ΔM= +912	M= +3113 ΔM= +13

Zgodnie z oczekiwaniem **wielkość momentu generowanego przez krzywiznę terenu jest od niej silnie uzależniona**. Wynika to z faktu, **że rozpatrywany niezależnie od deformacji poziomych wpływ krzywizny terenu nie powoduje znaczącego uplastycznienia gruntu.** Można by stąd wyciągnąć wniosek, że nie popełnia się istotnych błędów, badając wpływ samej krzywizny na modelu sprężystym (nieliniowo). Ponieważ jednak krzywiźnie terenu górniczego zawsze towarzyszą deformacje poziome, z którymi związane jest silne uplastycznienie gruntu, wniosek ten jest czysto teoretyczny, gdyż ograniczony do nieistniejącego w praktyce przypadku. Można się spodziewać, że momenty zginające generowane przez krzywiznę terenu w silnie uplastycznionym na skutek deformacji poziomych gruncie będą zupełnie inne (mniejsze). Temu zagadnieniu będzie poświęcony ostatni punkt niniejszego rozdziału.

5.5. ANALIZA PLASKIEGO WYCINKA SKRZYNI FUNDAMENTOWEJ PODDANEGO RÓWNOCZESNEMU WPLYWOWI DEFORMACJI POZIOMYCH I KRZYWIZNY TERENU GÓRNICZEGO

Przeprowadzono badania jednego z opisanych wcześniej modeli. W punktach 5.3 i 5.4 zadawano zawsze deformacje (poziome lub pionowe) wynikające ze średniego przebiegu niecki osiadania. Analizując równoczesny wpływ odkształceń poziomych i krzywizny zadawano deformacje wynikające z obwiedni maksymalnych lub minimalnych wielkości tych parametrów, określonych w sposób opisany w rozdziale 2. Zestawienie oznaczeń zmienianych w trakcie badań parametrów zawiera tablica 5.40. Szczegółową charakterystykę wszystkich parametrów modeli podano w tablicach 5.1 - 5.4.

Tablica 5.40

Oznaczenia parametrów badanych modeli

Model gruntu	**Rodzaj gruntu**	Sztywność budynku	Wielkość wpływów	Odkształc. poziome	Krzywizna
P	M/P	R	H	**C**	**A**
P	M/P	R	H	**A**	**C**
P	M/P	R	H	**C**	**C**
P	M/P	R	H	**B**	**B**
P	M/P	R	H	**B**	**D**
P	M/P	R	H	**D**	**B**
P	M/P	R	H	**D**	**D**

W pierwszych dwóch wierszach tablicy 5.40 umieszczono dwa wcześniej opisane modele (modele P z punktów 5.3.2 i 5.4.4). Były one analizowane na niezależne oddziaływanie odkształceń poziomych terenu i jego krzywizny. Interesujące będzie porównanie ich zachowania z modelami poddanymi wpływowi kompletnych deformacji.

Prezentację wyników obliczeń zaczniemy od obrazu zdeformowanych siatek elementów w modelach C-C, D-B i D-D. Pierwszy z nich był analizowany przy średnim przebiegu niecki i wynikających z tego przebiegu deformacjach poziomych i pionowych. Z dwóch pozostałych, przy jednakowych deformacjach poziomych wynikających z obwiedni maksymalnej, pierwszy był poddany działaniu minimalnej, a drugi maksymalnej krzywizny lokalnej. Na rysunku 5.24 pokazano obrazy deformacji obydwu modeli. Przemieszczenia węzłów spowodowane samym obciążeniem ustroju prezentowano wcześniej (rys. 5.3).

Widoczne jest wygięcie całego układu wypukłością ku górze w kroku szesnastym i ku dołowi w kroku trzydziestym szóstym. W modelu C-C, poddanym działaniu niecki średniej wygięcie to jest symetryczne. W modelach D-B i D-D, pod którymi zadano obwiednie ekstremalnych krzywizn lokalnych, wygięcie jest wyraźnie różne, a po przejściu całej niecki pozostaje pewna krzywizna resztkowa (patrz rozdział 2).

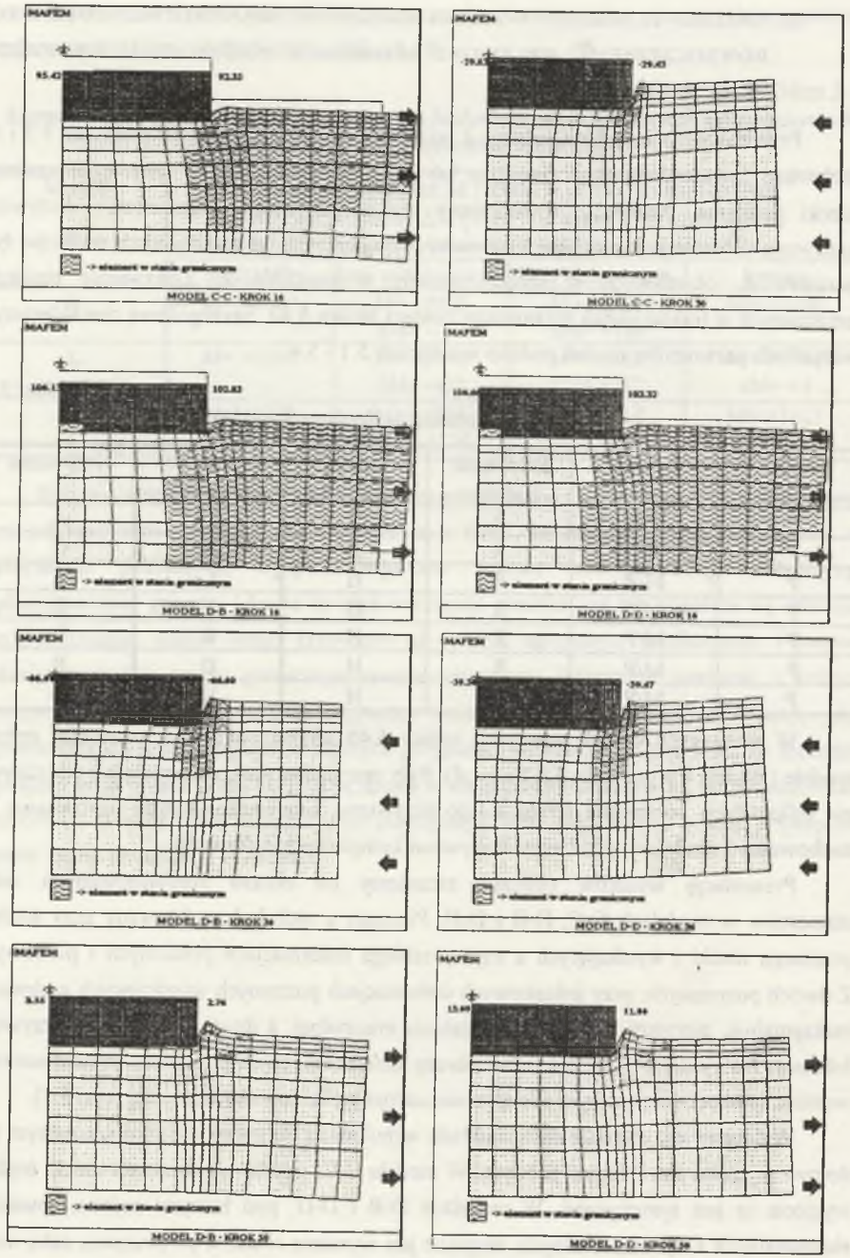
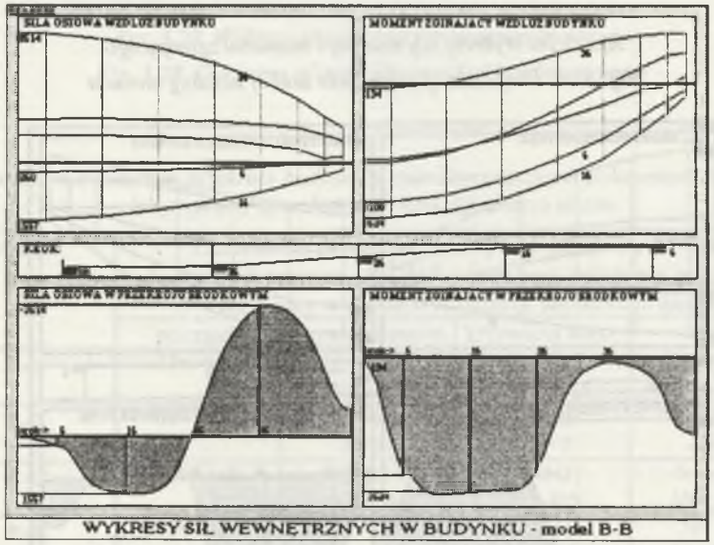


Fig. 5.24. The deformation of the nodal network

Na rysunku 5.24 zaciemniono te elementy, które weszły w stan plastyczny w danej fazie obciążenia. Zakres uplastycznienia jest podobny do tego, jaki dla takiego samego modelu uzyskano od samych deformacji poziomych. Zgodnie z oczekiwaniem uwzględnienie równoczesnego wpływu odkształceń poziomych i krzywizny nie wpływa w istotny sposób na zasięg strefy uplastycznionej gruntu.

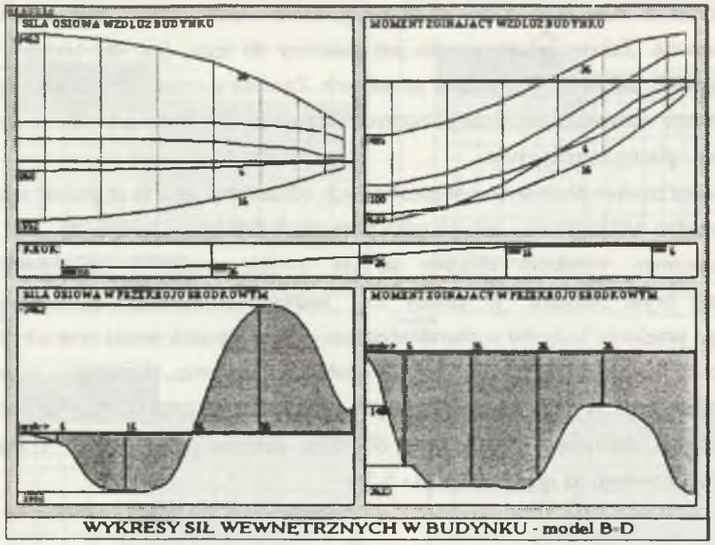
Również izolinie poziomych i objętościowych odkształceń gruntu są prawie takie same jak w przypadku oddziaływania samych tylko poziomych deformacji terenu (rys. 5.4 i 5.5).

Ostatecznym wynikiem obliczeń są jak zwykle wielkości sił wewnętrznych w zastępczej bryle budynku. W tablicy 5.41 zestawiono wielkości sił osiowych dla środkowego przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty od samych tylko deformacji górniczych. Podobne zestawienie momentów zginających zawiera tablica 5.42. Wykresy sił wewnętrznych w budynku dla czterech modeli poddanych równoczesnemu działaniu ekstremalnych obwiedni deformacji poziomych i krzywizny lokalnej przedstawiono na rysunkach 5.25 - 5.28.



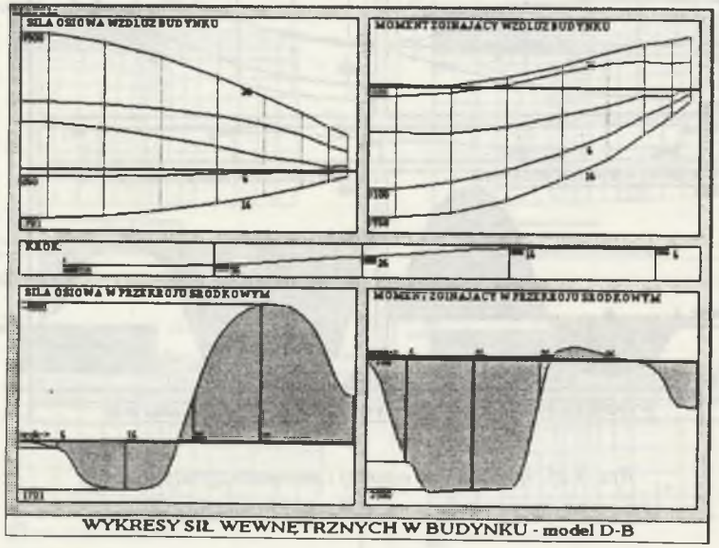
Rys. 5.25. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego

Fig. 5.25. Diagrams of axial force and of bending moment



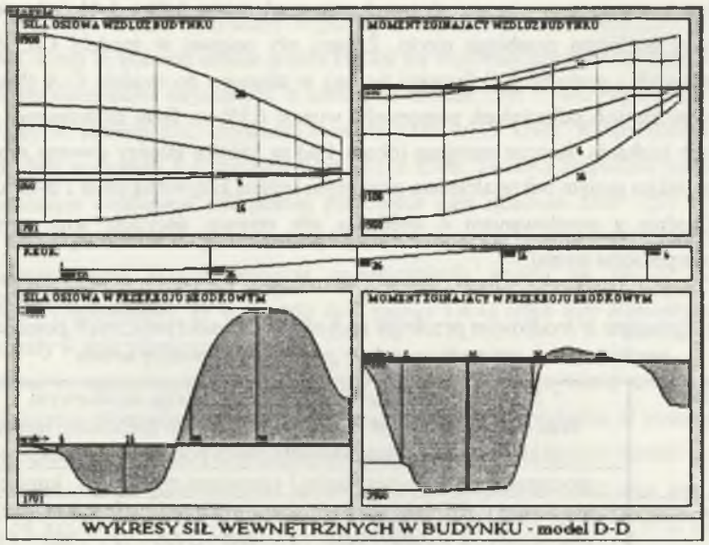
Rys. 5.26. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego

Fig. 5.26. Diagrams of axial force and of bending moment



Rys. 5.27. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego

Fig. 5.27. Diagrams of axial force and of bending moment



Rys. 5.28. Wykresy siły osiowej i momentu zginającego

Fig. 5.28. Diagrams of axial force and of bending moment

Tablica 5.41

Siły osiowe w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane górniczą deformacją terenu

Model	Ekstremalne siły osiowe N [kN] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔN [kN] od poziomej deformacji terenu i krzywizny w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
C-A	N= +260	N= +1575 ΔN= +1315	N= -4465 ΔN= -4725	N= -1440 ΔN= -1700
A-C	N= +260	N= +260 ΔN= 0	N= +260 ΔN= 0	N= +260 ΔN= 0
C-C	N= +260	N= +1665 ΔN= +1405	N= -4431 ΔN= -4691	N= -1279 ΔN= -1539
B-B	N= +260	N= +1557 ΔN= +1297	N= -3514 ΔN= -3776	N= -755 ΔN= -1035
B-D	N= +260	N= +1552 ΔN= +1292	N= -3462 ΔN= -3722	N= -628 ΔN= -888
D-B	N= +260	N= +1701 ΔN= +1440	N= -4900 ΔN= -5160	N= -1700 ΔN= -1960
D-D	N= +260	N= +1684 ΔN= +1424	N= -4939 ΔN= -5199	N= -1503 ΔN= -1763

Modele zestawione w pierwszych trzech wierszach tablic 5.40 i 5.41 były poddane oddziaływaniu średniego przebiegu niecki. Zmiana siły osiowej w modelu C-C (łączny wpływ pionowych i poziomych deformacji terenu) w stosunku do modelu C-A (badanego pod wpływem samych odkształceń poziomych) wynosi 6.8% w fazie rozluźnienia i tylko 2.0% w fazie ściskania. Jeszcze mniejsze (około 1%) są różnice między dwoma modelami obciążonymi takim samym odkształceniem poziomym i różną krzywizną (B-B i B-D lub D-B i D-D). Zgodnie z oczekiwaniem o wielkości siły osiowej decyduje więc wyłącznie odkształcenie poziome terenu.

Tablica 5.42

Momenty zginające w środkowym przekroju budynku w charakterystycznych położeniach niecki oraz ich przyrosty wywołane górniczą deformacją terenu

Model	Momenty zginające M [kNm] w przekroju środkowym oraz ich przyrosty ΔM [kNm] od poziomych deformacji terenu i krzywizny w charakterystycznych położeniach niecki			
	początek	krzywizna minim.	krzywizna maxi.	koniec
C-A	M= +3100	M= +4101 ΔM= +1001	M= -665 ΔM= -3765	M= +2494 ΔM= -616
A-C	M= +3100	M= +1884 ΔM= -1216	M= +4012 ΔM= +912	M= +3113 ΔM= +13
C-C	M= +3100	M= +3810 ΔM= +710	M= +241 ΔM= -2859	M= +2733 ΔM= -367
B-B	M= +3100	M= +3524 ΔM= +424	M= +134 ΔM= -2996	M= +1884 ΔM= -1216
B-D	M= +3100	M= +3623 ΔM= +523	M= +1485 ΔM= -1615	M= +3820 ΔM= +720
D-B	M= +3100	M= +3950 ΔM= +850	M= -132 ΔM= -3232	M= +1402 ΔM= -1698
D-D	M= +3100	M= +3989 ΔM= +889	M= +336 ΔM= -2764	M= +3066 ΔM= -34

Wszystkie dotychczas przeprowadzone porównania zdają się sugerować, że analiza uwzględniająca kompletne deformacje generowane przez przechodzącą pod budynkiem nieckę górniczą nie wnosi nic nowego w porównaniu z oddzielną analizą wpływu deformacji poziomych i krzywizny. Dopiero dane zestawione w tablicy 5.42 zdecydowanie takiej sugestii zaprzeczają.

Porównajmy najpierw wyniki trzech pierwszych modeli. Gdyby zastosować wykorzystywaną w analizach liniowo sprężystych zasadę superpozycji, to suma sił z pierwszych dwóch modeli powinna dać siłę w modelu trzecim. Tak jest w przypadku momentu w fazie krzywizny wklęsłej i odkształceń ściskających (ΔM= -3765+912= -2853 wobec -2859 kNm w modelu C-C). Niewielki zasięg uplastycznienia zlokalizowany w rejonie naroża budynku nie wpływa decydująco na wielkość momentu w tej fazie. Zupełnie inaczej

wygląda sytuacja w fazie krzywizny wypukłej i dodatnich (rozluźniających) deformacji poziomych, kiedy to znaczny obszar gruntu znalazł się w pozasprężystym stadium pracy (rys. 5.24). Suma momentów uzyskanych z obliczenia modeli C-A i A-C wynosi ΔM= -215, podczas gdy w modelu C-C uzyskano moment ΔM= +712 kNm. Rozpatrywana osobno krzywizna dała w modelu A-C moment ΔM= -1216 kNm. Ta sama krzywizna rozpatrywana z równoczesnym działaniem odkształceń poziomych dała zaledwie ΔM= -291 kNm. Tak znaczna redukcja momentu generowanego przez krzywiznę znajduje wytłumaczenie we wspomnianym wyżej dużym obszarze uplastycznienia gruntu na skutek deformacji poziomych. Przypomnijmy, że w modelu A-C (punkt 5.4.4) tylko trzy elementy w rejonie naroża weszły w stan plastyczny.

Zaobserwowana redukcja momentu generowanego przez krzywiznę terenu skłania do przeanalizowania efektywnych krzywizn na dolnej powierzchni budynku w poszczególnych fazach przechodzenia niecki. Już w punkcie 5.4 poświęconym badaniom modeli poddanych samemu wpływowi krzywizny terenu stwierdzono, że krzywizna efektywna jest znacznie mniejsza od zadanej, a więc tej, która jest określana w prognozach górniczych deformacji terenu. Można sądzić, że uplastycznienie gruntu na skutek poziomych deformacji terenu jeszcze bardziej osłabi wpływ krzywizny na budynek. Efektywne promienie krzywizny w poszczególnych fazach deformacji górniczej dla badanych modeli zestawiono w tablicy 5.43.

Tablica 5.43

Promienie krzywizny efektywnej

Model	Efektywny promień krzywizny R_{ef} [m]	
	max. rozluźnienie	min. ściskanie
C-A	R_{ef} = +49910	R_{ef} = -27210
A-C	R_{ef} = -80780	R_{ef} = +88610
C-C	R_{ef} = +70010	R_{ef} = -32710
B-B	R_{ef} = +101180	R_{ef} = -32920
B-D	R_{ef} = +83720	R_{ef} = -50070
D-B	R_{ef} = +57780	R_{ef} = -29450
D-D	R_{ef} = +55540	R_{ef} = -32280,

Jest charakterystyczne, że znak krzywizny przy równoczesnym uwzględnieniu poziomych i pionowych deformacji terenu jest zawsze przeciwny do znaku krzywizny zadanej (model A-C). Świadczy to o znikomym wpływie, jaki wywiera sama krzywizna terenu przy silnie uplastycznionym, na skutek deformacji poziomych, gruncie. O efektywnym promieniu krzywizny, a co za tym idzie o momencie zginającym w budynku, decydują głównie odkształcenia poziome, a powstająca w trakcie przechodzenia niecki krzywizna terenu wpływ tych odkształceń jedynie nieco łagodzi.

Omawiane w tym punkcie badania objęły różne kombinacje minimalnych (B), średnich (C) i maksymalnych (D) odkształceń poziomych i krzywizny. Dla lepszej orientacji w kierunkach zmian sił wewnętrznych w budynku generowanych przez te kombinacje zestawiono w tablicach 5.44 i 5.45 wielkości tych sił w charakterystycznych położeniach niecki, w nieco innym niż w tablicach 5.41 i 5.42 układzie.

Tablica 5.44

Siły osiowe [kN] od łącznego działania deformacji poziomych i krzywizny

Faza	max. rozluźnianie			min. ściskanie			koniec		
krzywizna ⇒ ⇓ odkszt. poziome	B	C	D	B	C	D	B	C	D
B	+1297		+1292	-3776		-3722	-1035		-888
C		+1405			-4691			-1559	
D	+1440		+1424	-5160		-5199	-1960		-1763

Tablica 5.45

Momenty zginające [kNm] od łącznego działania deformacji poziomych i krzywizny

Faza	max. rozluźnienie			min. ściskanie			koniec		
krzywizna ⇒ ⇓ odkszt. poziome	B	C	D	B	C	D	B	C	D
B	+424		+523	-2996		-1615	-1216		+720
C		+710			-2859			-367	
D	+850		+889	-3232		-2764	-1698		-34

Analiza wielkości zestawionych w tablicach 5.44 i 5.45 sugeruje, że najniekorzystniejsze siły wewnętrzne w budynku uzyskuje się przy następujących przebiegach niecki górniczej:

- obwiednia maksymalnych odkształceń poziomych (D) wraz z obwiednią minimalnej krzywizny lokalnej (B) - model D-B,
- obwiednia maksymalnych odkształceń poziomych (D) wraz z obwiednią maksymalnej krzywizny lokalnej (D) - model D-D,
- obwiednia minimalnych odkształceń poziomych (B) wraz z obwiednią maksymalnej krzywizny lokalnej (D) - model B-D.

Kombinacja B-B wydaje się zawsze dawać wielkości pośrednie. Mimo to należałoby być ostrożnym z formułowaniem jednoznacznego wniosku, że wymienione wyżej kombinacje odkształceń poziomych i krzywizny terenu są zawsze kombinacjami najniekorzystniejszymi. Niejednokrotnie podkreślano, a przedstawione w niniejszym rozdziale badania w pełni to potwierdziły, że tak wiele czynników wywiera swój wpływ na wielkości sił generowanych

przez górnicze deformacje podłoża, że formułowanie prostych wniosków typu: *jeżeli A to B* nie wydaje się być w tym zakresie w ogóle możliwe. Problem wymaga poszerzonych analiz i ich konfrontacji z obserwacjami rzeczywistych obiektów.

W podsumowaniu relacjonowanych w tym punkcie badań możliwe natomiast jest stwierdzenie, że o ile nawet **nie popełnia się większego błędu, wyznaczając siły osiowe w budynku od samych tylko odkształceń poziomych, to prawidłowa ocena generowanego przez wpływy górnicze momentu zginającego wymaga uwzględnienia równoczesnego oddziaływania deformacji poziomych i krzywizny. W szczególności całkowicie błędne jest wyznaczanie momentu zginającego od samego tylko wpływu krzywizny, nawet jeżeli ten moment wyznacza się na podstawie analizy modelu sprężysto-plastycznego. Uplastycznienie znacznych obszarów gruntu, które prawie zawsze towarzyszy odkształceniom poziomym, istotnie zmienia własności podłoża, wpływając przez to zasadniczo na momenty wywoływane przez krzywiznę.**

Jak większość prezentowanych w tym rozdziale wniosków, również i ten nie jest sprzeczny z dotychczasowymi poglądami [116], co z jednej strony stanowi weryfikację skuteczności opracowanego modelu numerycznego, a z drugiej dobrze udokumentowane teoretycznie potwierdzenie słuszności tych poglądów oraz szansę ich pogłębionej analizy.

6. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I ZAKOŃCZENIE

W rozdziale 1 (punkt 1.3) określono cel i zakres pracy w formie odpowiedzi na trzy pytania (co zamierza się zrobić ? co zamierza się przez to osiągnąć ? jak zamierza się podjęty cel zrealizować ?). Zachowując podobną konwencję, w zakończeniu pracy przedstawiono odpowiedź na kolejne, nawiązujące do tamtych, pytania:

- Co zostało zrobione ? (punkt 6.1 - podsumowanie).
- Co przez to osiągnięto ? (punkt 6.2 - wnioski).
- Jakie są możliwości dalszego wykorzystania i rozwoju podjętej w pracy problematyki ? (punkt 6.3 - perspektywy).

6.1. PODSUMOWANIE

Praca składa się z dwóch części. W części pierwszej obejmującej rozdziały 2 i 3 sformułowa teoretyczne podstawy numerycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże. W rozdziale 2 określono obciążenia, jakie dla budynku stanowią górnicze deformacje terenu, uwzględniając ich losowy charakter oraz skorelowane ze sobą oddziaływanie odkształceń poziomych i krzywizny. Rozwinięto zaproponowane wcześniej w pracy [1] pojęcie krzywizny lokalnej, podając wzory na obwiednie tej krzywizny. Głównym trzonem części teoretycznej jest rozdział trzeci, w którym wykorzystując zasady teorii plastyczności zaproponowano oryginalny, wspólny dla gruntu, betonu i strefy kontaktowej model sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem/osłabieniem izotropowym. Model należy do tzw. "modeli nasadkowych" (cap-models), jednakże w przeciwieństwie do znanych modeli tej grupy charakteryzuje się gładką powierzchnią plastyczności oraz sprecyzowanym zamknięciem tej powierzchni od strony rozciąganej. Określono zachowanie modelu w sprężystej i pozasprężystej fazie pracy, wykorzystując wcześniejsze propozycje literaturowe (hiposprężysty model Duncana-Changa dla gruntu [59],[60]), lub wyprowadzając własne zależności (zależność $\sigma \Leftrightarrow \varepsilon$ dla betonu, izotropowe prawo wzmocnienia/osłabienia dla gruntu, betonu i zbrojenia). W tymże rozdziale trzecim, wykorzystując metodę elementów skończonych, sformułowano zasady budowy numerycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże. Wyprowadzono wzory na obliczenie macierzy sztywności przestrzennych elementów sześciościennych i płaskich

elementów prostokątnych dla stadium sprężysto-plastycznego (z pełną, symetryczną macierzą sprężysto-plastyczności $\mathbf{D}^{ep}$), będące wynikiem bezpośredniego całkowania i zastępujące stosowaną zwykle, pracochłonną procedurę całkowania numerycznego.

Druga część pracy to praktyczne analizy opracowanego modelu numerycznego, których wyniki przedstawiono w rozdziale 5. Symulacja komputerowa przejścia górniczej niecki osiadania pod współpracującym układem budynek-podłoże pozwoliła rozpoznać wpływ różnorodnych czynników na zachowanie tego układu w pełnym cyklu deformacji związanych z przechodzeniem pod budynkiem niecki górniczej. Badano płaski wycinek skrzyni fundamentowej poddany początkowo osobnemu działaniu deformacji poziomych i krzywizny terenu, a następnie równoczesnemu działaniu różnych kombinacji ekstremalnych obwiedni odkształceń poziomych i krzywizny lokalnej. Zmieniano wielkość zadawanych wpływów oraz parametry decydujące o sztywności budynku i podatności gruntu. Przeprowadzono porównawcze badania na modelach liniowo sprężystych i sprężysto-plastycznych.

Pomostem między teoretyczną a praktyczną częścią pracy jest rozdział czwarty, w którym omówiono algorytm obliczeń oraz pewne aspekty implementacji komputerowej, której efektem jest zalążek systemu nieliniowej (sprężysto-plastycznej) analizy współpracującego układu budynek-podłoże określonego akronimem MAFEM. Oryginalnym elementem algorytmu jest procedura równoczesnej budowy i rozwiązania dużych układów równań liniowych za pomocą bezpośredniej metody eliminacji Gaussa.

6.2. WNIOSKI

Głównym celem pracy było stworzenie numerycznego modelu współpracującego układu budynek-podłoże oraz jego weryfikacja w warunkach deformacji wywołanych wpływami pochodzenia górniczego. Przyjęcie takiego kierunku analiz wynikało z braku tego typu narzędzia w tej ważnej dziedzinie, na co wskazywano w rozdziale pierwszym, ale również z wyjątkowych trudności, jakie wpływy deformacji górniczych stwarzają dla analizy numerycznej. To "upodobanie" do trudności jest w tym wypadku usprawiedliwione przekonaniem, że jeżeli model sprawdzi się w tak trudnych warunkach, to powinien być użyteczny również w prostszych zagadnieniach dotyczących współpracy konstrukcji z podłożem. **Pierwsza grupa wniosków dotyczy** więc samego **modelu**.

1. Usprawiedliwione wydaje się stwierdzenie, że zaproponowany tu sprężysto-plastyczny model numeryczny okazał się sprawnym narzędziem do analizy zagadnień współpracy konstrukcji z podłożem i to nawet w bardzo trudnych warunkach podjętego zagadnienia wpływu deformacji górniczych. Mimo dużego zasięgu obszaru, w którym ujawniały się silne efekty nieliniowe uzyskano zbieżność rozwiązania i racjonalne wyniki analizy. Podstawę dla tego stwierdzenia stanowi wielokrotnie podkreślana w rozdziale piątym zgodność uzyskiwanych wyników z dotychczasowym rozpoznaniem analizowanych zjawisk.
2. Przyjęty model materiałowy zapewnia realistyczny opis zachowania gruntu, betonu i strefy kontaktu budowli z podłożem. Możliwy oczywiście jest dokładniejszy opis zachowania każdego z tych materiałów, jednakże ujednolicenie związków konstytutywnych na pewno przyczynia się do usprawnienia procesu numerycznego, a sprężysto-plastyczny model zapewnia lepszą reprezentację rzeczywistości niż opis liniowo sprężysty.
3. Jeżeli dwa poprzednie wnioski są poprawne, to można uważać, że opracowany model oraz oparta na nim komputerowa symulacja współpracy konstrukcji z podłożem staną się cennym narzędziem analiz, również w zagadnieniach dotyczących wpływów górniczych na budowle. Tego typu system symulacyjny może być wykorzystany w orzecznictwie, jako uzupełnienie badań laboratoryjnych i uściślenie ich wyników, a nawet w złożonych i odpowiedzialnych zadaniach projektowych.

Na pytanie "co osiągnięto" można więc odpowiedzieć: zbudowano sprawne narzędzie do analizy zagadnień z zakresu współpracy konstrukcji z podłożem. Narzędzie to może i powinno być doskonalone, ale już obecnie daje realistyczny opis nawet bardzo złożonych zjawisk.

Obszerny rozdział pracy poświęcono analizie oddziaływania górniczych deformacji terenu na budynek. Wynikające z niej wnioski były przedstawiane w rozdziale piątym przy omawianiu wpływu poszczególnych badanych czynników. Zanim zostanie przedstawione syntetyczne zestawienie wniosków dotyczących wpływu deformacji górniczych na współpracujący układ budynek-podłoże, celowe będzie porównanie wyników uzyskanych z analiz numerycznych z wynikami obliczeń według aktualnie stosowanych metod. Porównanie ograniczono do sił wewnętrznych generowanych w budynku przez górnicze deformacje podłoża, gdyż tylko te wielkości są obecnie określane. Wstępnym elementem tego porównania powinno jednak być stwierdzenie, że badania numeryczne dostarczyły znacznie szerszych informacji na temat zachowania budynku i podłoża gruntowego. Określa się nie tylko ekstremalne wielkości sił od ekstremalnych wielkości zadanych wpływów, ale ich rozkład na długości budynku i zmienność w trakcie rozwoju niecki. Dlatego tylko niektóre wyniki analiz numerycznych mogą być porównane z odpowiadającymi im wynikami obliczeń wykonanych aktualnie stosowanymi metodami.

W analizach numerycznych zmieniano charakterystyki gruntu, materiału budynku oraz wielkość i sposób przebiegu zadawanych wpływów górniczych (przebieg średni lub wielkości wynikające z obwiedni wartości ekstremalnych). We wszystkich badanych

zagadnieniach występował model z gruntem oznaczanym jako **M** (tablica 5.1 i 5.2) i budynkiem o wysokości środkowej warstwy elementów $h_s = 3.0$ m (rys. 5.2) z materiałów oznaczanych jako **R** (tablica 5.1 i 5.4). Dla takiego ustroju obliczono wielkości siły od poziomych deformacji terenu i momentów od jego krzywizny według stosowanych obecnie metod. Siły poziome obliczono według instrukcji ITB [85] oraz według wzorów (1.1) i (1.2) proponowanych przez Wasilkowskiego [186]. W obliczeniach wg Wasilkowskiego trzeba założyć moduł sprężystości gruntu, który to parametr w modelu sprężysto-plastycznym nie występuje, a charakteryzujące podatność podłoża moduły ściśliwości i ścinania nie mają stałych wartości, lecz nawet w sprężystym stadium pracy są uzależnione od naprężenia średniego σ_m. Aby uzyskać możliwość porównywania wyników, określono moduł sprężystości gruntu stosowanego w badaniach numerycznych w następujący sposób:

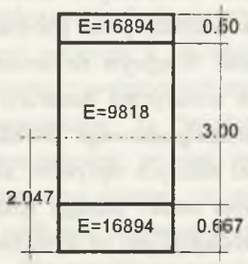
- Bezpośrednio pod fundamentem znaleziono element, w który pionowe naprężenie normalne $\sigma_z = \sigma_{sr} = 233.38$ kPa (σ_{sr} jest średnim naciskiem budynku na grunt). W tym elemencie naprężenie średnie $\sigma_m = 177.3$ kPa.
- Przy takim naprężeniu σ_m obliczono moduły ściśliwości i ścinania, uzyskując K=69.95MPa i G=27.56MPa.
- Moduł sprężystości i współczynnik Poissona gruntu obliczono jako:

$$E = \frac{9KG}{3K+G} = 73.08 \text{ MPa}, \quad \nu = \frac{3K-2G}{2(3K+G)} = 0.326$$

Przy obliczaniu momentów wywołanych krzywizną terenu górniczego [85] aktualnie stosowane metody operują współczynnikiem podatności C. Jego wartość obliczono według [85], uzyskując:

$$C = 2\omega\frac{E}{b} = 2\cdot 0.271\cdot\frac{73.08}{1.0} = 39.61 \text{MN}/m^3$$

Potrzebną sztywność budynku na zginanie EI wyznaczono dla przekroju poprzecznego pokazanego na rysunku 6.1.



Po podstawieniu uzyskano EI=116502 MNm^2.

Jeżeli uwzględnić proponowaną przez instrukcję [85] redukcję sztywności budynku o 50% na skutek możliwego zarysowania, to będzie: EI=58255 MNm^2.

Przy obliczaniu momentu instrukcja [85] zaleca zwiększenie krzywizny obliczeniowej, co w rozważanych warunkach sprowadza się do przemnożenia krzywizny zadanej przez 1.3.

Rys. 6.1. Przekrój budynku

Fig. 6.1. Cross-section of the building

Wielkości sił i momentów w budynku obliczonych według obecnie stosowanych wzorów i według analizy modeli numerycznych zestawiono w tablicy 6.1. Trudno nie zauważyć, że różnice są znaczne i dotyczą nie tylko wielkości obliczanych sił, ale w przypadku momentu również znaku.

Tablica 6.1

Porównanie sił i momentów według obliczeń numerycznych i według tradycyjnych metod obliczeniowych

Rodzaj deformacji	Metoda obliczeń	faza rozciągania		faza ściskania		po przejściu niecki	
		N[kN]	M[kNm]	N[kN]	M[kNm]	N[kN]	M[kNm]
odkształcenie poziome	wg Instrukcji [85]	***+3024***	*	*	*	0	0
	wg Wasilkowskiego [186] przy ε_{max} = 8.4 mm/m i warstwie amortyzacyjnej:		*	*	*	0	0
	a=1.0 m	+3812					
	a=3.0 m	+2830					
	a=6.0 m	+1365					
	a=9.0 m	+608					
	model sprężysty **S** {p.5.3.2} ε_{max} = 8.4 mm/m	+10149	+11926	-10151	-11925	-3 (0)	-4 (0)
	model sprężysto-plastyczny **L** {p.5.3.3} ε_{max} = 3.1 mm/m	+966	+727	-2257	-1773	-40	+219
	model sprężysto-plastyczny **M** {p.5.3.3} ε_{max} = 6.1 mm/m	+1200	+950	-3501	-2815	-405	-322
	model sprężysto-plastyczny **H** {p.5.3.3} ε_{max} = 8.4 mm/m	+1315	+1001	-4725	-3765	-1660	-606
krzywizna	wg Instrukcji [85] R = 7162m, R_o = 5509m	0	***-4342***	0	***+4342***	0	0
	model sprężysty **S** {p.5.4.4} R = 7162m	0	-2222	0	+2222	0	0
	model sprężysto-plastyczny **P** {p.5.4.4} R = 7162m	0	-1216	0	+912	0	+13
równoczesny wpływ odkształceń poziomych i krzywizny	modele sprężysto-plastyczne {p.5.5}: model **B-B**	+1297	**+424**	-3776	-2996	-1035	-1216
	model **B-D**	**+1292**	+523	**-3722**	**-1615**	**-888**	+720
	model **C-C**	+1405	+710	-4691	-2859	-1559	-367
	model **D-B**	**+1440**	+850	-5160	**-3232**	**-1960**	**-1698**
	model **D-D**	+1424	**+889**	**-5199**	-2764	-1763	-34

* - nie oblicza się.

W początkowej fazie niecki górniczej przy dodatnich (rozciągających) odkształceniach poziomych i ujemnej (wypukłej) krzywiźnie z obliczeń numerycznych nigdy nie uzyskano większej siły osiowej niż 1440 kN, podczas gdy obliczenie wg Instrukcji [85] daje wartość ponad dwukrotnie większą (3024 kN). Można tak dobrać grubość warstwy amortyzacyjnej we wzorach Wasilkowskiego, by uzyskać wartość zgodną z wynikiem obliczeń na modelach numerycznych. Zwracają uwagę niewielkie zmiany wielkości siły osiowej przy zmieniających się deformacjach poziomych zarówno przy obliczeniu na same te deformacje, jak i na równoczesne działanie odkształceń poziomych i krzywizny terenu. Taki obraz jest zgodny z aktualnym rozpoznaniem doświadczalnym oraz obliczeniowym (wg [85] wielkość odkształceń nie wpływa na wartość siły). Komentarza wymaga natomiast znaczna różnica w wielkościach wyznaczonych sił.

Pierwszą przyczyną tej różnicy jest odmienne potraktowanie własności podłoża. Obliczenia wg Instrukcji [85] biorą pod uwagę jedynie kąt tarcia wewnętrznego gruntu i współczynnik kohezji, pomijają natomiast parametry decydujące o jego odkształcalności. Te ostatnie są uwzględniane dość dokładnie w modelu numerycznym. W szczególności uwzględnia się anizotropię gruntu, uzależniając jego podatność od głębokości zalegania oraz od poziomu naprężenia. Mniejsza sztywność gruntu w obszarach przypowierzchniowych i w strefie nieobciążonej na pewno wpływa na zmniejszenie sił przekazywanych na budynek.

Drugą, zapewne główną przyczyną odmiennych wartości siły osiowej w budynku według obliczeń numerycznych i tradycyjnych jest przyjmowany w tych ostatnich równomierny rozkład naprężeń stycznych na całej długości budynku. Obliczenia numeryczne takiego rozkładu nie potwierdziły, wykazując raczej rozkłady zbliżone do trójkątnych. Jeżeli w obliczeniach wykonywanych wg Instrukcji [85] przyjmie się taki rozkład naprężeń stycznych pod fundamentem, to otrzyma się siłę zmniejszoną do połowy wartości podanej w tablicy. Jest to wartość zaskakująco zbieżna z wynikiem analizy numerycznej. Tak więc problemem wymagającym dalszych analiz jest rzeczywisty rozkład naprężeń ścinających w płaszczyźnie styku fundamentu z podłożem.

Moment zginający w początkowej fazie niecki jest obecnie wyznaczany jedynie od wpływu krzywizny. Jest to moment ujemny. Obliczenia numeryczne dają od samej krzywizny moment takiego samego znaku, ale mniejszy co do wartości bezwzględnej. Wynika to ze znacznego zmniejszenia efektywnej krzywizny budynku w stosunku do krzywizny prognozowanej na skutek uwzględnienia amortyzującego działania gruntu w sprężysto-plastycznym modelu numerycznym. W analizie numerycznej uwzględniono również moment wywoływany odkształceniami poziomymi, który w tej fazie niecki jest momentem dodatnim. Równoczesne działanie kompletnych deformacji terenu w tej fazie niecki wywołuje w budynku dodatni moment zginający. Przy przyjętych w obliczeniach parametrach modelu

zmienia się on w granicach od +424 kNm do +889 kNm. Są to wartości niewielkie, znacznie mniejsze od tych, jakie w budynku wywołuje samo obciążenie pionowe.

W końcowym stadium niecki górniczej, przy ujemnych odkształceniach poziomych i dodatniej (wklęsłej) krzywiźnie obecnie nie oblicza się siły osiowej w budynku. Obliczenia numeryczne wykazały w tym stadium ściskającą siłę osiową w granicach od 3722 kN do 5199 kN. Zapewne nie będzie to siła niebezpieczna dla konstrukcji budynku, chociaż co do bezwzględnej wartości jest ona większa niż siła rozciągająca w początkowej fazie niecki.

Z momentem zginającym w końcowej fazie niecki jest sytuacja podobna jak w fazie początkowej. Mimo że krzywizna wywołuje w tej fazie moment dodatni, to łączne działanie deformacji poziomych i krzywizny daje ujemny moment zginający w budynku. Możliwe wartości tego momentu są zawarte w przedziale od -1615 kNm do - 3232 kNm.

Obecnie nie określa się jakichkolwiek sił wewnętrznych w budynku po przejściu niecki górniczej. Analiza numeryczna modelu sprężysto-plastycznego ujawnia w tej fazie zarówno siłę osiową, jak i moment zginający, zwłaszcza przy uwzględnieniu równoczesnego działania ekstremalnych deformacji poziomych i maksymalnych lub minimalnych krzywizn lokalnych. Wielkość ściskającej siły osiowej zmienia się w tej fazie od -888 kN do -1960 kN, a momentu zginającego od +720 kNm do -1698 kNm. Wydaje się, że wynik analizy numerycznej bardziej realistycznie ocenia rzeczywistość, chociaż relaksacja naprężeń związana z własnościami reologicznymi gruntu na pewno zredukuje wielkości wyznaczonych sił.

Wnioski wynikające z analizy numerycznej wpływu deformacji górniczych terenu na współpracujący układ budynek-podłoże **można podzielić na dwie grupy, umieszczając w pierwszej z nich te, które potwierdzając aktualne rozpoznanie zagadnienia, świadczą o wiarygodności zaproponowanego modelu obliczeniowego, a w drugiej te, które wnoszą nowe elementy do istniejącego stanu wiedzy**. W pierwszej grupie z konieczności znajdzie się wiele stwierdzeń oczywistych, byłoby jednakże niedobrze, gdyby takie stwierdzenia z analizy numerycznej nie wynikały. Elementy nowe nie burzą istniejącego stanu wiedzy, bazującego głównie na badaniach laboratoryjnych i obserwacjach rzeczywistych obiektów, lecz z jednej strony stanowią teoretyczno-analityczne potwierdzenie tego stanu, a z drugiej go uzupełniają i znacznie uściślają. **Trzy kolejne wnioski obejmą więc syntetyczne zestawienie wyników potwierdzających obecne rozpoznanie (p.4), omówienie efektów, których ujawnienie stało się możliwe dzięki analizie numerycznej (p.5) oraz ukazanie obszarów, w których analiza ta umożliwiła uściślenie rozpoznania zachodzących zjawisk (p.6). Ostatni wniosek (p.7) trudno jednoznacznie zakwalifikować do którejkolwiek z tych grup.**

4. Analizy numeryczne potwierdziły istniejący stan wiedzy głównie w zakresie jakościowej, a częściowo również ilościowej oceny zachodzących zjawisk. Żaden wynik tych analiz

nie okazał się sprzeczny z dotychczasowym rozpoznaniem zagadnienia. Pomijając stwierdzenia oczywiste warto zwrócić uwagę na te wyniki, które stanowią potwierdzenie pewnych szczegółowych badań i obserwacji. Należą tu:

- ujawnienie faktu, że siła rozciągająca generowana przez poziome deformacje terenu zależy od ich wielkości tylko przy bardzo małych deformacjach i pozostaje praktycznie stała po przekroczeniu pewnej granicznej wartości (około 3 mm/m) - (patrz p.5.3.3),
- ujawnienie dodatkowych przemieszczeń pionowych budynku wywołanych wyłącznie przez poziome deformacje terenu górniczego - (patrz p.5.3),
- wyznaczenie znacznie większej bezwzględnie siły od poziomych deformacji w fazie ściskania niż w fazie poziomych deformacji rozluźniających - (patrz p.5.3 i tab. 6.1),
- określenie silnie zróżnicowanych odkształceń poziomych gruntu w rejonie zakłócenia wywołanego obecnością sztywnej bryły budynku (rys.5.4, 5.5, 5.12 i 5.13),
- wejście znacznych obszarów gruntu w stan krytyczny w fazie poziomych deformacji rozluźniających i silny wpływ, jaki to zjawisko wywiera na wielkość sił generowanych przez te deformacje w budynku - (patrz p.5.3),
- ujawnienie silnego działania "amortyzującego" gruntu przy przekazywaniu na budynek wpływu krzywizny terenu - (patrz p.5.4). Przeprowadzone obliczenia potwierdziły przekonanie, że efektywna krzywizna budynku jest wielokrotnie mniejsza od krzywizny zadanej. W znacznym stopniu zależy ona od parametrów decydujących o podatności gruntu. W praktycznie realnych przedziałach tej podatności (z wykluczeniem podłoży skalistych) efektywna krzywizna, do jakiej wyginany jest budynek, nie przekracza 20% krzywizny prognozowanej,
- potwierdzenie faktu, że w realnych zakresach sztywności budynku praktycznie nie wpływa ona na wielkość sił osiowych wywołanych przez deformacje poziome, ma natomiast wpływ na wielkość momentów od krzywizny terenu (patrz p.5.3.5 i 5.4.3).

5. Analiza numeryczna ujawniła dwa aspekty rozważanego zagadnienia, które były wprawdzie przewidywane intuicyjnie, jednak w żaden sposób nie zostały dotychczas określone ani na drodze analitycznej, ani też doświadczalnej. Są to:
   - nieodwracalne rozluźnienie gruntu w obszarze położonym w rejonie krawędzi budynku, powstające w fazie działania poziomych deformacji rozluźniających i pozostające trwale po przejściu całego cyklu tych deformacji - (patrz rys. 5.6),
   - residualna siła osiowa i moment zginający w budynku, pozostające trwale po przejściu całego cyklu deformacji górniczych - (patrz dwie ostatnie kolumny tablicy 6.1 i punkty 5.3, 5.4 i 5.5).

Ujawnienie tych efektów stało się możliwe dzięki wprowadzeniu konsekwentnie sprężysto-plastycznego modelu materiałowego, który umożliwia wyznaczenie nieodwracalnej części odkształceń. Pozwoliło to wykazać, że stan układu budynek-podłoże po przejściu pełnego cyklu znoszących się wzajemnie oddziaływań (takie same co do wartości, lecz przeciwne co do znaku deformacje poziome i krzywizny), różni się istotnie od jego stanu wyjściowego (przed obciążeniem).

6. Jak już zaznaczono wyżej, wkład zaproponowanego tu modelu numerycznego w istniejący stan wiedzy w zakresie wpływów deformacji górniczych na budynki nie polega na wprowadzeniu zasadniczych zmian do tej wiedzy, lecz sprowadza się głównie do możliwości teoretyczno-analitycznego potwierdzenie zjawisk rozpoznanych doświadczalnie oraz do znacznego uściślenia tego rozpoznania. Dotyczy to wszystkich analizowanych zagadnień i wyznaczanych wartości. I tak przykładowo:
   - Istnieje możliwość obliczenia siły osiowej w budynku, wywoływanej przez poziome deformacje terenu, jednakże badanie modelu numerycznego dostarcza w tym względzie znacznie dokładniejszych informacji. Można określić nie tylko ekstremalną wartość tej siły, ale również jej rozkład na długości budynku, zmienność w trakcie przechodzenia pod budynkiem niecki osiadania oraz wartość, jaka pozostaje po zakończeniu pełnego cyklu oddziaływań - (patrz p. 5.3 i 5.5).
   - Istnieje świadomość, że poziome deformacje terenu powodują powstanie momentu zginającego w budynku, jednakże moment ten nie jest obecnie wyznaczany. Podobnie jak w przypadku siły osiowej analiza numeryczna dostarcza wyczerpujących informacji na temat wielkości, rozkładu i zmienności tego momentu - (patrz p. 5.3).
   - Przeprowadzono badania modelowe określające rozkład odkształceń poziomych w gruncie w obszarze sąsiadującym z budynkiem. Analiza numeryczna również w tym zakresie dostarcza pełnej informacji nie tylko jakościowej, ale również ilościowej (patrz rys. 5.4, 5.5, 5.6, 5.12, 5.13) i umożliwia badanie wpływu różnych parametrów na charakter tego rozkładu i jego wpływ na wielkość sił przekazywanych na budynek.
   - Obecne metody obliczeniowe zakładają praktycznie bezpośrednią zależność momentu zginającego generowanego przez krzywiznę terenu od sztywności budynku, mimo że przeprowadzono badania, które takiej zależności nie potwierdzają. Analiza numeryczna (p.5.4.3) wykazała, że budynek bardziej sztywny w trakcie wyginania podłoża wymusza deformacje gruntu, najpierw sprężyste, a następnie plastyczne i przez to sam doznaje znacznie mniejszego wygięcia. W tej sytuacji zależność między sztywnością budynku a momentem wywoływanym przez krzywiznę terenu nie jest bezpośrednia. Przy większej sztywności budynku można się spodziewać większego momentu od samej krzywizny terenu, jednakże nie na tyle większego, jak by to wynikało z prostego porównania sztywności. Ten efekt jest zwielokrotniony przy

rozpatrywaniu wpływu krzywizny łącznie z wpływem deformacji poziomych terenu na skutek towarzyszącego zwykle tym deformacjom silnego uplastycznienia gruntu.

- Przedstawione w rozdziale piątym analizy numeryczne dotyczyły prostego przypadku płaskiego wycinka skrzyni fundamentowej wraz z przylegającą do niej bryłą podłoża. Istniejące metody obliczeniowe również dotyczą tak uproszczonych modeli. Analiza modelu numerycznego stwarza możliwość badania znacznie bardziej złożonych przypadków.
- Model numeryczny daje możliwość prowadzenia analizy parametrycznej i określania wpływu zmian różnych parametrów (w zakresie wielkości i charakteru oddziaływań, geometrii ustroju oraz własności fizycznych tworzących ten ustrój materiałów) na stan ustroju, wielkość sił wewnętrznych oraz składowych stanu naprężenia i odkształcenia. Przy zagadnieniu uzależnionym od wielu parametrów, z jakim mamy do czynienia przy analizie wpływów górniczych na budynki, jest to możliwość szczególnie cenna, gdyż istniejące tu zależności są zwykle bardzo złożone. Przykładowo w punkcie 5.3.4 analizowano wpływ podatności gruntu na wielkość sił powodowanych w budynku przez poziome deformacje terenu. Przy sztywniejszym gruncie można by się spodziewać większych sił. Obliczenia wykazały, że jeżeli wzrostowi sztywności gruntu nie towarzyszy taki sam wzrost parametrów decydujących o kształcie jego powierzchni plastyczności (kąt tarcia wewnętrznego i współczynnik kohezji), to wzrost sił przekazywanych na budynek wynikający ze zwiększonej sztywności podłoża jest skutecznie redukowany przez rosnący zasięg obszaru uplastycznienia gruntu.

7. Porównawcze obliczenia wykonane na modelach liniowo sprężystych i sprężysto-plastycznych wykazały, że specyficzne zagadnienie wpływu deformacji terenu górniczego na budynki, powinno być analizowane z uwzględnieniem współpracy budynku z podłożem, przy zastosowaniu możliwie dokładnego modelu materiałowego. Powinien to być model sprężysto-plastyczny lub sprężysto-lepko-plastyczny. Wbrew pozorom stwierdzenie powyższe nie jest całkowicie oczywiste. Nie zawsze bowiem stosowanie dokładniejszych, a zarazem bardziej złożonych modeli obliczeniowych jest warunkiem koniecznym dokładnej analizy. Istnieje wiele zagadnień, które z powodzeniem mogą być analizowane w stadium sprężystym, często z zachowaniem warunku liniowości. Nawet w zakresie podejmowanych tu wpływów górniczych wykazano (patrz p. 5.4.4), że wpływ krzywizny rozpatrywany niezależnie od deformacji poziomych może być z wystarczającą dokładnością analizowany przy założeniu sprężystego (nieliniowo) modelu materiałowego. Jednoznaczne sformułowanie wniosku o konieczności analizy zagadnień związanych z wpływem deformacji górniczych

na budynki, z uwzględnieniem fazy pozasprężystej, wynika z dużego zakresu uplastycznienia gruntu, jakie zawsze towarzyszy poziomym deformacjom rozluźniającym. Rezygnacja z liniowo sprężystego opisu zachowania materiałów ma swoje konsekwencje w podejściu do obciążenia budowli. Niemożliwe staje się niezależne traktowanie poszczególnych wpływów i sumowanie uzyskanych z nich sił (zasada superpozycji), gdyż stan analizowanego ustroju jest uzależniony od historii obciążenia i przebiegu ścieżek naprężenia. W szczególności, dla rozważanego tu zagadnienia wpływu górniczych deformacji podłoża na budynki, konieczne jest równoczesne traktowanie odkształceń poziomych i krzywizny terenu. Przeprowadzone obliczenia jednoznacznie ten fakt potwierdziły. W punkcie 5.5 wykazano np., że moment zginający generowany przez niezależnie traktowaną krzywiznę terenu jest znacznie większy (przy parametrach przyjętych do obliczeń w punkcie 5.5 ponad czterokrotnie) od momentu, jaki wywołuje ta sama krzywizna rozpatrywana równocześnie z deformacjami poziomymi. Uplastycznienie znacznych obszarów gruntu, które prawie zawsze towarzyszy odkształceniom poziomym, istotnie zmienia własności podłoza, wpływając przez to zasadniczo na momenty wywoływane przez krzywiznę.

6.3. PERSPEKTYWY

Każde poznanie rodzi nowe pytania, każda metoda analizy może być udoskonalona. Niniejsze opracowanie stanowi opis pewnego stanu badań podjętego zagadnienia, ale na długo przed jego ostatecznym zredagowaniem narastał konflikt między zamiarem zamknięcia pewnego etapu a dążeniem do usprawnienia stosowanej metody i poszerzenia zakresu badań. W przekonaniu, że zauważone możliwości zmian oraz kierunki dalszych analiz również stanowią wnioski z prowadzonych rozważań, przedstawiono krótkie ich omówienie.

Pierwsza grupa tego typu wniosków dotyczy samego narzędzia analizy, jakim jest numeryczny model współpracującego ustroju budynek-podłoże. Niezależnie od wyrażonego w punkcie 6.2 poglądu, że model ten spełnił swoje zadanie, zapewniając realistyczny opis zachowania analizowanego ustroju, trzeba tu zwrócić uwagę na możliwości jego udoskonalenia. W zakresie modelu materiałowego dotyczą one następujących elementów:

- Takiego uściślenia prawa wzmocnienia/osłabienia dla gruntu, które pozwoliłoby na odejście od sprężysto-idealnie-plastycznego opisu w stożkowej części powierzchni plastyczności oraz uzależnienie ewolucji tej powierzchni nie tylko od plastycznej części intensywności odkształcenia, ale również zagęszczenia lub rozluźnienia gruntu, wyrażonego plastyczną częścią odkształcenia objętościowego. Wymaga to jednak doświadczalnego określenia parametrów materiałowych.

- Uzależnienie kształtu i ewolucji powierzchni plastyczności dla betonu od kąta między aktualnym kierunkiem maksymalnego naprężenia (lub odkształcenia) głównego a takim samym kierunkiem w chwili zarysowania. Zależność ta powinna skutkować silnym osłabieniem materiałowym w tych przypadkach, kiedy po zarysowaniu kierunek maksymalnego odkształcenia głównego jest taki sam jak w momencie zarysowania i brakiem osłabienia, kiedy w kierunku prostopadłym do zaistniałej rysy występują odkształcenia ściskające.
- Uwzględnieniu chociażby w uproszczonej formie własności reologicznych gruntu i parametru czasu. Takie rozwiązania były wcześniej podejmowane przez Kwiatka [106],[110],[116] i współpracowników [70]. Nie ma merytorycznych trudności z wprowadzeniem modeli reologicznych do opisanego tu modelu, chociaż z całą pewnością wydłuży to czas obliczeń.

W zakresie konstrukcji samego modelu numerycznego wskazane byłoby rozszerzenie biblioteki elementów tak, by możliwe było sprawniejsze zagęszczanie siatki węzłów bez niepotrzebnego zwiększania ich liczby, co przy obecnej skromnej bibliotece elementów jest nieuniknione. Konieczne będzie wprowadzenie elementów izoparametrycznych.

W zakresie zdefiniowania oddziaływań konieczna jest szeroka analiza wyników pomiarów geodezyjnych w rejonie zachodzących deformacji górniczych w celu określenia miarodajnych dla pozasprężystych analiz, wzajemnie skorelowanych przebiegów deformacji poziomych i krzywizny terenu. Dotyczy to nie tylko ich wielkości, ale również zmienności w czasie i przestrzeni.

Już obecna wersja modelu stwarza możliwość realistycznej analizy szerokiego wachlarza zagadnień dotyczących współpracy budowli z podłożem. Można zaryzykować twierdzenie, że model, który się sprawdził przy analizie trudnego numerycznie problemu, jakim jest wpływ dodatnich (rozciągających) deformacji w podłożu, powinien zapewnić sprawną analizę wielu innych zagadnień kontaktowych. Po wprowadzeniu określonych wyżej uzupełnień model mógłby stanowić podstawę do budowy komputerowego systemu symulacyjnego dla szeroko rozumianych zagadnień współpracy budowli z podłożem.

Zakres badań numerycznych przedstawiony w niniejszej pracy objął analizę wpływu najważniejszych elementów decydujących o zachowaniu współpracującego układu budynek--podłoże poddanego wpływowi górniczych deformacji terenu, przeprowadzoną na najprostszych modelach tego układu. Pozostaje pewien niedosyt spowodowany brakiem analizy ustrojów przestrzennych przy różnych kierunkach pochodu niecki górniczej. Zaproponowany tu model stwarza możliwość takiej analizy, jednakże dla jej efektywnej realizacji konieczna jest implementacja na większe systemy komputerowe.

Z całą pewnością podjęta tematyka nie została wyczerpana, a wskazane kierunki dalszych prac stwarzają dobre perspektywy dla jej kontynuacji i rozwoju.

BIBLIOGRAFIA*

1. Ajdukiewicz A., Majewski S.: Próba statystycznej oceny wskaźników deformacji terenu górniczego do celów racjonalnego zabezpieczania budynków. Materiały VI Naukowo-Technicznej Konferencji nt. "Budownictwo na terenach górniczych" w Kamieniu, 1992, s.26-34.
2. Ajdukiewicz A., Majewski S.: Analysis of reinforced concrete wall structures with regard to nonlinearity of structure/subsoil system. Proceedings of the International Conference on "Analytical Models and New Concepts in Mechanics of Structural Concrete", Białystok 1993, pp.9-26.
3. Ajdukiewicz A., Majewski S.: Nonlinear Analysis of Building-Subsoil System Subjected to Deformations due to Mining Subsidence. Archiwum Inżynierii Lądowej, nr 3-4, 1994.
4. Andermann F.: Obliczanie sześciennego ustroju skrzyniowego obciążonego w płaszczyznach ścian. Archiwum Inżynierii Lądowej, t.XVII, z.1, 1971.
5. Andermann F.: Analiza statyczna budynków o monolitycznej konstrukcji ścianowej poddanych wpływowi symetrycznej krzywizny terenu metodą superelementów tarczowych. Konferencja Naukowo-Techniczna ITB pt. "Problemy budownictwa na terenach górniczych", Gliwice 1978.
6. Andermann F., Fedorowicz J., Fedorowicz L.: Obliczanie budynków o konstrukcji ścianowej zginanych na terenie górniczym. Ochrona Terenów Górniczych, nr 78/86.
7. Andermann F., Fedorowicz J., Fedorowicz L.: Przegląd badań teoretycznych nad pracą statyczną budynków zginanych na terenie górniczym - modele przestrzenne i płaskie. Ochrona Terenów Górniczych, vol.XXI, nr 79/1, 1987, s.30-38.
8. Argyris J.H., Faust G.,Willam K.J.: Limit Load Analysis of Thick-Walled Concrete Structures - A Finite Element Approach to Fracture. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.8, North-Holland Co., 1976, pp.215-243.
9. Argyris J.H., Faust G.,Willam K.J.: Finite Element Modelling of Reinforced Concrete Structures. Introductory Report, IABSE Colloquium on "Advanced Mechanics of Reinforced Concrete", Delft, 1981.
10. Argyris J.H., Pister K.S., Szimmat K., Willam K.J.: Unified Concepts for Constitutive Modelling and Numerical Solution Methods for Concrete Creep Problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.16, 1978, pp.199-246.

* zamieszczono wyłącznie pozycje cytowane w tekście.

11. Baladi G.Y., Rohani B.: Elastic-Plastic Model for Saturated Sand. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol.105, No.GT4, April 1979, pp.465-480.
12. Barycz S.: Wyznaczanie modułu ściśliwości gruntu zmienionego wpływem podziemnej eksploatacji górniczej w postaci poziomych odkształceń właściwych "pełzania". Dysertacja doktorska, Politechnika Krakowska, 1965.
13. Barycz S.: Obliczanie dodatkowych osiadań budowli wywołanych rozpełzaniem podłoża górniczego. Archiwum Hydrotechniki, t.XVII, z.2,1970.
14. Bažant Z.P.: Advanced topics in in-elasticity and failure of concrete, Cement-och Betonginstitutet GBI, Gotab, Stockholm, 1979
15. Bažant Z.P: Endochronic elasticity and incremental plasticity. International Journal of Solid Structures, No 14, 1978, pp. 691-714.
16. Bažant Z.P.: Theory of Creep and Shrinkage of Concrete Structures: A Precis of Recent Developments. Mechanics Today, Pergamon Press, vol.2, 1975, pp.1-93.
17. Bažant Z.P., Cedolin L.: Fracture Mechanics of Reinforced Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, Procee dings, ASCE, vol. 106, EM6, December 1980, 1287-1306.
18. Bažant Z.P., Kim S.S.: Plastic-Fracturing Theory for Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.105 (106), June 1979, pp.407-428.
19. Bažant Z.P., Panula L.: Practical Prediction of Creep and Shrinkage of Concrete. Materials and Structures, parts I & II, vol.11, No.68, 1978, parts III & IV, vol.11, No.69, 1978, parts V & VI, vol.12, No.72, 1979.
20. Bažant Z.P., Shieh C.L.: Hysteretic-fracturing endochronic theory for concrete Journal of the Engineering Mechanical Division, Proceedings ASCE, No 106, EM5, October 1980, pp.929-950.
21. Biernatowski K.: Prace z dziedziny fundamentowania na I Konferencji Naukowej Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, Komunikat nr 18, Wrocław 1972.
22. Biernatowski K.: Praktyczny sposób określania naprężeń kontaktowych sztywnego fundamentu z podłożem gruntowym z uwzględnieniem obszaru uplastycznienia. Prace Instytutu Geotechniki Polit. Wrocławskiej, nr 10, Konferencje nr 1, Wrocław 1972.
23. Biernatowski K.: Praca układu budowla-podłoże w ujęciu stochastycznym. Prace Naukowe Instytutu Geot. Pol. Wrocławskiej, nr 24, K. nr 7, Wrocław 1977 s. 29-40.
24. Błaszczyk M., Kwiatek J.: Parcie gruntu sypkiego poziomo zagęszczonego na ściany oporowe. Ochrona Terenów Górniczych nr 55, WUG Katowice 1981.
25. Budryk W., Knothe S.: Wpływ eksploatacji podziemnej na powierzchnię z punktu widzenia zabezpieczenia obiektów. Przegląd Górniczy, nr 11, 1950.
26. Budzianowski Z.: Działanie wygiętego podłoża na sztywną budowlę znajdującą się w obszarze wpływów eksploatacji górniczej. Inżynieria i Budownictwo, nr 6 i 7, 1964.

27. Budzianowski Z.: Zginanie niskich budowli na zboczu niecki górniczej. Inżynieria i Budownictwo, nr 7, 1965.
28. Budzianowski Z., Lessaer S.: O osiadaniach fundamentów posadowionych na sypkim gruncie podlegającym rozpełzaniu w czasie eksploatacji górniczej. Archiwum Inżynierii Lądowej, Warszawa 1966.
29. Budzianowski Z., Lessaer S.: O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływom eksploatacji górniczej w zakresie potrzeb budownictwa. Archiwum Inżynierii Lądowej, t.14, nr 3, 1968.
30. Budzianowski Z., Lessaer S.: Zmiany naprężeń w niskich budynkach przy równoczesnym działaniu sił od pełzania gruntu i ugięcia podłoża. Inżynieria i Bud., nr 7, 1969.
31. Budzyński H.: Wpływ deformacji podłoża na krzywiznę budynków. Materiały Konferencji nt."Budownictwo na terenach górniczych o dużych deformacjach powierzchni". Komisja Ochrony Terenów Górniczych, PAN Oddział w Katowicach, 1976.
32. Budzyński H.: Wpływ rozpełzania podłoża górniczego na wiotkie ławy fundamentowe usytuowane równolegle do kierunku rozpełzania. Rozprawa doktorska, GIG, Katowice 1974.
33. Buyukozturk O.: Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures. Computers and Structures,vol.7, 1977, pp.149-156.
34. Cedolin L., Crutzen Y.R.J., Dei Poli S.: Triaxial Stress-Strain Relationship for Concrete. Journal of the Eng. Mech. Div. ASCE, vol.103, EM3, June 1977, pp.423-439.
35. Chen A.C.T., Chen W.F.: Constitutive Relations for Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.101, EM4, August 1975, pp.405-481.
36. Chen W.F.: Plasticity in Reinforced Concrete. McGraw-Hill, New York 1982.
37. Chen W.F., Baladi G.Y.: Soil plasticity. Theory and Implementation. Elsevier, Amsterdam 1985.
38. Chen W.F., Saleb A.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials. vol.2 Plasticity and Modelling. Wiley Interscience, New York 1986.
39. Chen W.F., Ting E.C.: Constitutive Models for Concrete Structures. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 106, EM1, February 1980, pp. 1-19.
40. Chou Y.T., Huang Y.H.: A finite element method for concrete pavements. Proceedings of the International Conference on F.E.M. Shanghai, 1982, pp.348-353.
41. Clough R.W., Woodword R.J.: Analysis of Embankment Stresses and Deformations. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, v.93, no SM4, 1967, p.529.
42. Crisfield M.A.: Solution precedures for non-linear structural problems. In "Recent advances in nonlinear computational mechanics" (ed.: E.Hinton, D.R.J.Owen, C.Taylor), Pineridge Press, Swansea 1982.

43. Crisfield M.A.: Nonlinear finite element analysis of solids and structures vol.1: essentials. Wiley, Chichester 1991.
44. Dafalias Y.F., Herrman L.R..: A bounding surface soil plasticity model. Int. Symp. on Soils under Cyclic and Transient Loading. Swansea, 1980, Eds G.N. Pande, O.C. Zienkiewicz, pp.335-345.
45. Damjanic F.: A Finite Element Formulation for Analysis of Reinforced Concrete Structures. Proceedings of the International Conference on Finite Elements in Computational Mechanics, Bombay, December 1985, pp.413-422.
46. Damjanic F., Owen D.R.J.: Practical Cosiderations for Modelling of Post-Cracking Concrete Behaviour for Finite Element Analysis of R-C Structures. Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Analysis of Concrete Structures, Split, September 1984, 693-707.
47. Darwin D., Pecknold D.A.: Non-linear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.103, No EM2, April 1977, pp.229-241.
48. Desai C.S., Zaman M.M., Lightner J.G., Siriwardane H.J.: Thin Layer Element for Interfaces and Joints. International Journal for Numerical and Analitical Methods in Geomechanics, vol.8, 1984, pp.19-43.
49. Desai C.S.: Constitutive laws for geologic media. Numerical Methods in Geotechnical Emgineering. McGraw-Hill, New York 1977, pp.65-115.
50. Desai C.S.: Constitutive Laws for Engineering Materials. Prentice-Hall, N York 1984.
51. DiMaggio F.L., Sandler I.S.: Material models for granular soils. Journal of Engineering and Mechanics Division, ASCE, vol.97, No EM3, 1971, pp.935-950.
52. Dougil J.W.: On stable progressively fracturing solids, Journal of Applied Mathematics and Physics, ZAMP, 27, 1976, pp.423-437.
53. Dragon A.: On phenomenological description of rock-like material with account for kinetics of brittle fracture, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 28,1,1976, pp.13-30
54. Dragon A., Mróz Z.: A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete, International Journal of Engineering Sciences, 17,1979, pp.121-137.
55. Drucker D.C.: A more fundamental approach to plastic stress-strain solutions. Proceedings of the 1st U.S. National Congress on Applied Mechanics, 1951, pp.487-491.
56. Drucker D.C., Gibson R.E., Henkel D.J.: Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity. Transactions, ASCE, vol.122, 1957, pp.238-346.
57. Drucker D.C., Prager W.: Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quartarly Journal of Applied Mathematics, No 10, 1952, pp.157-165.
58. Drzęźla B.: Opis programów prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., s. Górnictwo, z.165, Gliwice 1989.

59. Duncan J.M.: Hyperbolic Stress-Strain Relationships. Proceedings of the Workshop on "Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering". McGill University, May 1980, ASCE, New York.
60. Duncan J.M., Chang C.Y.: Nonlinear analysis of stress and strain in soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol.96, No SM5, Sept. 1970.
61. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Obliczanie ścianowych układów quasi-przestrzennych metodą sztywnych elementów skończonych. Inżynieria i Bud., nr 7/1987, ss.221-225.
62. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Wpływ sztywności monolitycznej kondygnacji piwnicznej na wartości sił osiowych w ławach rusztu fundamentowego przy poziomym rozluźnieniu terenu. Ochrona Terenów Górniczych, 88, 1989, ss.14-23.
63. Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Wall Structures Affected by the Static Effects of Mining Operations. Proceedings of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1991, paper no. 23.
64. Geddes J.D.: The Effect of Horizontal Grount Movements on Structures. Proceedings of the International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1977, pp.623-646.
65. Geddes J.D.:Subgrade Restraint and Shearing Force Effects due to Moving Ground. Proceedings of the 2nd International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1980, pp.286-306.
66. Geddes J.D.: Mining Ground Movements and Tied Portal Frames. Proceedings of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1991, pp.623-646.
67. Geddes J.D., Kennedy D.: Structural Implications of Horizontal Ground Strains. Proceedings of the 3rd International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1985, pp.610-629.
68. Gil-Kleczeńska B.: Wpływ rozpełzania podłoża gruntowego na osiadanie budowli o fundamentach płytowych. Dysertacja doktorska, GIG, Katowice 1978.
69. Gil-Kleczeńska B.: Dodatkowe osiadania i pochylenia budowli na terenach górniczych. Materiały V Krajowej Konferencji Mechaniki Gruntów i Fundamentowania, Katowice 1978, s.252-259.
70. Glinko H.: Rozpełzanie gruntu w świetle jego reologicznych własności. Rozprawa doktorska, GIG, Katowice 1973.
71. Glinko H.: Przebieg procesu rozluźnienia gruntów spoistych na terenach górniczych w świetle badań wytrzymałościowych i mikrostrukturalnych. Politechnika Lubelska, Wydawnictwo Uczelniane, Lublin 1984.
72. Godycki-Ćwirko T.: Mechanika betonu. Arkady, Warszawa 1982.

73. Goodman R.E., Taylor R.L., Brekke T.L.: A model for the mechanics of jointed rocks. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 94, (SM3), 1968.
74. Gorbunow-Posadow. Obliczanie konstrukcji na podłożu sprężystym. Budownictwo i Archtektura, Warszawa 1956.
75. Gryczmański M.: Sprężysto-lepko-plastyczne modele szkieletu gruntowego. Wyd. WSI Opole, Studia i monografie, z.2, 1983.
76. Gryczmański M.: Reologiczny model o wzmocnieniu anizotropowym dla szkieletu gruntowego. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, nr 91, seria Budownictwo, z.20, Opole 1983.
77. Gryczmański M.: Metoda elementów skończonych w analizie podłoża budowli. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, seria Budownictwo, z.2, Opole 1975.
78. Gryczmański M.: Zastosowanie metody elementów skończonych do określania naprężeń w podłożu budowli na terenach górniczych. Konferencja PAN "Budownictwo na terenach górniczych o dużych deformacjach ". Katowice 1976, s.128-139.
79. Gryczmański M.: O konstytutywnych modelach gruntu. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/1985, s.78-84.
80. Gryczmanski M.: Analiza statyczna układu "konstrukcja sprężysta-podłoże górnicze" mieszaną metodą elementów skończonych i brzegowych. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej "Komputerowe metody projektowania budowli na terenach górniczych", Katowice 1981, s.103-121.
81. Hinton E., Owen D.R.J.: Finite Element Programming. Academia Press, London 1977.
82. Hinton E. (Editor): NAFEMS. Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. NAFEMS, Glasgow 1992.
83. Houlsby G.T.: A study of plasticity theories and their appicability to soils. PhD thesis, University of Cambridge, 1981.
84. Hu H.T., Schnobrich W.C.: Nonlinear analysis of cracked reinforced concrete. ACI Structural Journal, vol.87, no.2, March-April 1990, pp. 199-207.
85. Instrukcja Nr 286 Instytutu Techniki Budowlanej pt. "Wytyczne projektowania budynków o ścianowym układzie nośnym podlegającym wpływom eksploatacji górniczej. Warszawa 1989.
86. Janbu, N.: Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests. European Conf. on :Soil Mech. and Found. Eng.", Wissbaden 1963, vol.1, pp.19-25.
87. Kantarek T.: O reakcji normalnej podłoża górniczego w zagadnieniach budownictwa. Rozprawa doktorska, AGH, Kraków 1958.

88. Kantarek T.: O reakcji stycznej podłoża górniczego. Zeszyty Naukowe AGH, Rozprawy nr 29, Kraków 1965.
89. Kawulok M.: Identyfikacja warunków pracy budynku wielkopłytowego podlegającego wpływom eksploatacji górniczej. Praca doktorska, Pol. Śląska, Gliwice 1980.
90. Kawulok M.: Niektóre wyniki badań wpływu eksploatacji górniczej na budynek mieszkalny. Ochrona Terenów Górniczych, nr 56, 1981.
91. Kisiel I. Zarys reologii gruntów. Arkady, Warszawa 1966.
92. Kisiel I.: Zastosowanie reologicznego modelu M/V w mechanice gruntów. Ossolineum, Wrocław 1967.
93. Kisiel I., Dmitruk S., Lysik B.: Zarys reologii gruntów. Nośność i stateczność gruntów. Arkady, Warszawa 1969.
94. Kleiber M., Woźniak C.: Nonlinear Mechanics of Structures. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/PWN, 1990.
95. Klepikow S.I., Kisil A.I., Markow A.I.: Riezultaty analiticzeskogo issledowanii naprjazennogo sostojanija konstrukcji panelnogo zdanija pri deformacijonnych wozdejstwach osnowanija. Stroitelnyje konstrukcji, wyp.XXXVI, Budiewielnik, Kijew 1983.
96. Kłosek K.: Wpływ odkształceń podłoża górniczego na współpracę podtorza z nawierzchnią dróg kolejowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z.66, nr 929 Gliwice 1988.
97. Kochmański T.: Całkowa teoria ruchów górotworu nad eksploatacją złoża pokładowego na podstawie pomiarów geodezyjnych. Geodezja i Kartografia, t.4, z.2 1955.
98. Kochmański T.: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. PWN, Warszawa 1956.
99. Kondner R.L.: Hiperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol.89, No SM1, Feb. 1963, pp.115-143.
100. Kondner R.L., Zelasko J.S.: A Hyperbolic Stress-Strain Formulation of Sands. Proceedings of the 2nd Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, vol.1, 1963, p.289.
101. Kowal Z.: Losowa nośność graniczna i niezawodność konstrukcji przestrzennych posadowionych na losowym podłożu. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, nr 24, Konferencje 9, Wrocław 1977, s. 41-52.
102. Król A. D.: Dystrybucja odkształceń budynku pochodzących od krzywizn terenu z uwzględnieniem przestrzennej współpracy fundamentu z podłożem. Ochrona Terenów Górniczych, vol.17, nr 65, 1983.
103. Kubik J.: Reologia kontaktu konstrukcji z górotworem. Zeszyty naukowe WSI w Opolu, Opole 1982.

104. Kupfer H.B., Gerstle K.H.: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.99, No EM4, Proc.Paper 9917, August 1973, pp. 892-896.
105. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H.: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. Journal of the American Concrete Institute, vol.66, No.5 August 1969, pp. 656-666.
106. Kwiatek J.: Wpływ rozpełzania podłoża na siły rozciągające w fundamencie budowli. Praca doktorska, GIG, Katowice 1965, oraz Prace GIG, 1967, Komunikat nr 430.
107. Kwiatek J.: O naprężeniach stycznych pod fundamentem budowli na podłożu rozpełzającym. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1967.
108. Kwiatek J.: Obliczanie sił rozciągających fundamenty budowli na podłożu rozpełzającym. Inżynieria i Budownictwo, nr 6, 1967.
109. Kwiatek J.: Wpływ rozpełzania podłoża pod budowlami na jego krzywiznę. Inżynieria i Budownictwo, nr 9, 1967.
110. Kwiatek J.: O działaniu budowli na podłoże górnicze. Rozprawa habilitacyjna. Prace GIG, seria dodatkowa, Katowice 1969.
111. Kwiatek J. i inni: Badania terenowe wpływu podziemnej eksploatacji górniczej na budowle eksperymentalne. Prace GIG, Komunikat nr 620, Katowice 1974.
112. Kwiatek J.: Wpływ poziomego rozluźnienia podłoża na budowle. Ochrona Terenów Górniczych, nr 35, 1976.
113. Kwiatek J.: Pionowe oddziaływania między budowlą a podłożem górniczym poziomo rozluźnionym. Ochrona Terenów Górniczych, nr 36, 1976.
114. Kwiatek J.: Niesprężyste winklerowskie podłoże górnicze. Ochrona Terenów Górniczych, nr 49, 1979.
115. Kwiatek J.: Ława fundamentowa na częściowo sprężystym podłożu w rejonie eksploatacji górniczej. Inżynieria i Budownictwo, nr 8, 1981.
116. Kwiatek J.: Wybrane problemy geotechniki terenów górniczych. Wyd. PAN, 1984.
117. Kwiatek J.: Zachowanie się podłoża budowli pod wpływem wielokrotnych eksploatacji górniczych. Ochrona Terenów Górniczych, nr 70, 1984.
118. Kwiatek J., Glinko H.: O własnościach reologicznych gruntu. Prace GIG, Katowice 1970, Komunikat nr 484.
119. Kwiatek J., Glinko H., Zawora J.: Stany graniczne w gruncie na terenach objętych wpływami podziemnej eksploatacji górniczej. Prace GIG, nr 532, Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1972.
120. Lewiński P.M.: Nieliniowa analiza płyt i tarcz żelbetowych metodą elementów skończonych. PWN, Warszawa 1990.
121. Litwiniszyn J.: An Application of the Random Walk Argument to the Mechanics of Granular Media. Proc. REMESO, Grenoble 1964, Springer, Berlin 1966, s. 82.

122. Liu T.C.Y., Nilson A.H., Slate F.O.: Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compresion. Journal of the American Concrete Institute, vol.69, No 5 May 1972, pp. 291-295.
123. Liu T.C.Y., Nilson A.H., Slate F.O.: Biaxial Stress-Strain Relations for Concrete. Journal of the Structural Division ASCE, vol.98, No ST5 1972, pp.1025-1034.
124. Majewski S.: Model przestrzennej konstrukcji tarczowej. Materiały XXXVI Konf. Nauk KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1990
125. Majewski S.: Fizycznie nieliniowy model podłoża górniczego współpracującego ze sprężystą konstrukcją budynku. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Mechanika, z.103, nr 1112, Gliwice 1991, s. 149-152.
126. Majewski S.: Numeryczna analiza interaktywnego układu budynek-podłoże poddanego działaniu poziomych deformacji terenu górniczego. Inżynieria i Budownictwo, 1992, nr 8, s.288-293.
127. Majewski S.: Numeryczna analiza fizycznie nieliniowego układu budynek-podłoże w warunkach poziomych deformacji górniczych. Materiały XXXVII Konferencji KIL PAN i KN PZITB w Krynicy, tom: konstrukcje betonowe, 1991, s.79-84.
128. Majewski S.: Analiza żelbetowej ściany poddanej wpływowi poziomych i pionowych deformacji górniczych. Materiały XXXVIII Konferencji Naukowej KIL PAN i KN PZITB w Krynicy, tom konstrukcje betonowe, 1992, s. 91-96.
129. Majewski S.: Nonlinear model of building/subsoil interactive system. Proceedings of the International Conference on Computational Methods in Engineering. Singapore, 1992, pp.257-262.
130. Majewski S.: Elasto-Plastic Double-Cap-Model for Structure-Subsoil Interaction Problems. Archiwum Inżynierii Lądowej, nr 3-4,1994.
131. Majewski S.: Sprężysto-plastyczny model betonu. Materiały XV Konferencji Naukowej KIL PAN i KN PZITB w Krynicy, tom konstrukcje betonowe, 1994.
132. Majid K.I.: An investigation into the behaviour of complete structures resting on clay. Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich 1982, pp.703-710.
133. Mautner K.W.: Beitrag zur Frage der Gebaude Sicherung in Bergbausenkungsgebiete. Bauingenieur, nr 5, 1920.
134. Miedziałowski C.: Dyskretny model złożonych konstrukcji ścianowych budynków uwzględniający współpracę podłoża gruntowego. Białystok 1994
135. Mills, Laddie I., Zimmerman Th., Roger M.: Compresive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. ACI Journal, v.67, No.10, October 1970.
136. Mróz Z.: Modele gruntów. Zastosowanie metody elementów skończonych w geotechnice. PAN Ossolineum, Wrocław 1980, s. 11-58.

137. Mróz Z.: Mathemathical Models of In-elastic Concrete Behaviour. In-elasticity and Non-Linearity in Structural Concrete. M.Z. Cohn (ed.), University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, Canada, Study No. 8, 1972, pp.47-72.
138. Mróz Z., Drescher A.: Podstawy teorii plastyczności ośrodków rozdrobnionych. Ossolineum, Wrocław 1972.
139. Mróz Z., Norris V.A., Zienkiewicz O.C.: Application of isotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deform. of soils. Geotechnique 29, No.1, 1979, pp.1-34.
140. Mróz Z., Norris V.A., Zienkiewicz O.C.: An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, No.2, 1978, pp.203-221.
141. Mróz Z., Shrwastava H.P., Dubey R.N.: A Non-linear Hardening Model and its application to cyclic loading. Acta Mechanica, 25, 1976, pp.51-61.
142. Nayak G.C., Zienkiewicz O.C.: Elasto-plastic stress analysis. A generalization for various constitutive relations including strain softening. International Journal of Numerical Methods in Engineering, No 5 1972, pp. 113-135.
143. Nayak G.C., Zienkiewicz O.C.: Convenient forms of stress in variants for plasticity. Proceedings of the American Society of C. E., No 98 ST4 1972, pp. 949-953.
144. Nelisen L.J.M.: Biaxial Testing of Normal Concrete. Heron, the Netherlands, vol.18, No 1, 1972.
145. New B.M., O'Reilly M.P.: Tunneling induced ground movements; Predicting their magnitude and effects. Proceedings of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1991, paper no. 14
146. Nilson A.H. (Chairman) et al.: State-of-the-Art Report on Finite Elements Analysis of Reinforced Concrete. American Society of Civil Engineers, 1982.
147. Owen D.R.J., Onate E., Hinton E. (Editors): Computational Plasticity Models and Applications. vol.I, II, Pineridge Press CIMNE, 1992.
148. Owen D.R.J., Peric D.:Recent developments in the application of Finite Element Methods to non-linear problems. Proceedings of the International Conference on Computational Methods in Engi neering. Singapore, 1992, pp.3-14.
149. Popiołek E.: Ochrona terenów górniczych. Skrypt AGH. Wydawnictwo AGH, Kraków 1989.
150. Poulos H.G.: Soil-Structure Interaction - General Raport. Proceedings of the 10th Int. Conference on Soil Mechanics & Foundation Engineering, Stockholm, 1982, ed. Balkema Roterdam, pp.307-334.
151. Praca zbiorowa: Zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa w geomechanice. Ossolineum, Wrocław 1982.

152. Praca zbiorowa: Zastosowanie metody elementów skończonych w geomechanice. Ossolineum, Wrocław 1980.
153. Praca zbiorowa : Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. Śląsk, Katowice 1980.
154. Prevost J.H., Hoeg K.: Effective Stress-Strain-Strength Model for Soils. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol.101, No.GT3, Apr. 1975, pp.259-278.
155. Prevost J.H., Hoeg K.: Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening. Geotechnique 25, No.2, 1975, pp.279-297.
156. Rakowski G. (Kierownik Zespołu Autorskiego): Mechanika Budowli. Ujęcie Komputerowe. t.1, Arkady, Warszawa 1991.
157. Rosikoń A.: Wyznaczenie parametrów gruntowych przy długotrwałych ruchach górniczych terenu. Biuletyn 27/59, 34/60, 45/61, PAN Komitet ds. GOP,
158. Rosikoń A.: Badania modelowe odkształceń i naprężeń w podłożu ławy rozciąganym lub ściskanym osiowo. Archiwum Imżynierii Lądowej t.XVI,z.2, Warszawa 1970.
159. Roscoe K.H.: The influence of strain in soil mechanics. Geotechnique 20, No.2, 1970, pp.129-170.
160. Roscoe K.H., Burland J.B.: On the Generalized Stress-Strain Behaviour of "wet" clay. Engineering Plasticity, Cambridge Uni versity Press, Cambridge 1968, p.535-609.
161. Roscoe K.H., Schofield A,N., Thurairajah A.: Yielding of clays in state wetter than critical, Geotechnique 13, No.3, 1963, pp.221-240.
162. Roscoe K.H., Schofield A,N., Wroth C.P.: On the yielding of soils. Geotechnique 8, No.1, 1958, pp.22-53.
163. Sandler I.S.,Baron M.L.: Recent developments in the constitutive modeling of geological materials. Proceedings of the International Conference on Numerical Methodes in Geotechnics, 1979, pp. 363-376.
164. Sandler I.S., Baron M.L.: Material Models of Geological Materials in Ground Shock. Numerical Methods in Geomechanics, ASCE, 1976, pp. 219-231.
165. Sandler.I., Baron M.: Numerical Models for Dynamic Loading in Mechanics of Geomaterials (editor Z. Bažant), Wiley & Sons, 1985.
166. Sandler I.S., DiMaggio F.L., Baladi G.Y.: Generalized Cap Models for Geological Materials. Journal of Geotechnical Eng. Division, ASCE, vol.102 1976, pp. 683-699.
167. Sandler I.S., DiMaggio F., Baron M.: An extension of the cap-model for the inclusion of pore pressure effects and kinematic hardening in a cap-model representation of an anisotropic wet clay. Mechanics of Engineering Materials, John Wiley, 1983.
168. Sandler I.S., Rubin D.: Adaptation of a simple cap model, in Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils (editors Saada & Bianchini), Balkema, Roterdam 1988, pp.615-628.

169. Sarniak W.: Współpraca sztywnego stempla z półpłaszczyzną sprężystą poddaną wymuszonej deformacji. Rozprawa doktorska. Pol. Wrocławska, Wrocław 1975.
170. Selvadurai A.P.S.: Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction. In Developments in Geotechnical Engineering, vol.17, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
171. Shield R.T.: On Coulomb's law of failure in soils. Journal of Mech. & Physics of Solids, 1,1955, pp.10-16.
172. Shunchen Y., Jishou Z.: The establishment and analysis of three dimensional finite element model of brick building against surface ground deformation due to mining. Proceedings of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1991, paper no. 24.
173. Subsidence Engineers' Handbook, National Coal Board, Mining Departement, London, England, 1975.
174. Schofield A., Wroth P.: Critical State Soil Mechanics. McGraw Hill, 1968.
175. Sobczyk K.: O stochastycznych modelach ośrodków niejednorodnych. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, nr 24, Konferencje 9, Wrocław 1977 s. 17-28.
176. Szefer G.: Nonlinear problems of Consolidation Theory. Symposium Fronco-Polonais "Problems Non Linear de Mecanique". Cracovie 1977, PWN, Varsovie 1980, pp. 585-604.
177. Szefer G.: Procesy konsolidacji gruntów w świetle mechaniki ośrodków porowatych. Konf. SMGSF KILiW PAN "Konsolidacja gruntów. Aktualne problemy badawcze", Janowice 1980 s. 4-57.
178. Szmelter J.: Metody komputerowe w mechanice. Biblioteka Naukowa Inżyniera, Warszawa 1980.
179. Szmelter J., Dacko M., Dobrociński S., Wieczorek M.: Metoda elementów skończonych w statyce konstrukcji. Arkady, Warszawa 1979.
180. Tasuji M.E., Slate F.O., Nilson A.H.: Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading. Journal of the American Concrete Institute, vol.75, No 7, July 1978, pp.306 312.
181. Tasuji M.E., Slate F.O., Nilson A.H.: Biaxial Stress-Strain Relationships for Concrete. Magazine of Concrete Research, London, vol.31, No 109,.Dec. 1979, pp.217-224.
182. Wang Chuan-zhi, Guo Zhen-hai, Zhang Xiu-qin : Experimental Investigation of Bi- & Tri-axial Compressive Concrete Strength. ACI Materials Journal, Mar.-Apr. 1987.
183. Wasilkowski F.: Posadowienie budynków na terenach górniczych. Inżynieria i Budownictwo, nr 5 1950.
184. Wasilkowski F.: Zabezpieczenie budowli przed pełzaniem gruntu na terenach górniczych. Inżynieria i Budownictwo, nr 3 1954.

185. Wasilkowski F.: Pełne zabezpieczenie budowli przed szkodami górniczymi. Inżynieria i Budownictwo, nr 7-8 1951, nr 4 1952, nr 3 1953, nr 2 1955.
186. Wasilkowski F.: Wpływ rozpełzania podłoża na fundamenty budowli posadowionych na terenach górniczych. Inżynieria i Budownictwo, nr 7 1966, nr 10 1966.
187. Wasilkowski F.: Obliczanie budynków mieszkalnych posadowionych na terenach górniczych. Inżynieria i Budownictwo, cz.I nr 1 1969, cz.II 2 1962.
188. Wilde P. i inni.: Sprężysto-plastyczne modele ośrodków rozdrobnionych. PAN, Ossolineum, Wrocław 1980.
189. Wilde P.: Two invariants-dependent models of granular media. Archiwum Mechaniki Stosowanej, 1979, 29, s.799-809.
190. Winkler E.: Die Lehre von der Elastizitaet und Festgkeit. Praga 1867.
191. Wood D.M.: Yielding in soft clay at Backebol, Sweden. Geotechnique 30, No.1, 1980, pp.49-65.
192. Wroth C.P., Houlsby G.T.: A critical-state model for predicting the behaviour of clays. Proceedings of the Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering, Mc Gill University, Montreal 1980, pp.592-627.
193. Yamada Y., Yishimura N., Sakurai T.:Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problems by the Finite Element Method. International Journal of Mechanical Sciences, No 10 1968, pp. 343-354.
194. Yokel F.Y., Salomone L.A., Gray R.E.: Housing construction in areas of mine subsidence. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol.108, No.GT9, September 1982, pp.1133-1149.
195. Zadroga B.: Analiza stosowania wybranych modeli ciał sprężystych i sprężysto-plastycznych w geomechanice. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 366, Budownictwo wodne, Z.XXV, Gdańsk 1983.
196. Zawora J.: Wpływ poziomych odkształceń podłoża na ławy fundamentowe usytuowane poprzecznie do kierunku tych odkształceń. Rozprawa doktorska. GIG, Katowice 1974.
197. Zienkiewicz O.C.: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.
198. Zienkiewicz O.C., Cheung Y.K.: Buttress Dams on Complex rock foundations. Water Power 16, 1964, p.193.
199. Zienkiewicz O.C., Cheung Y.K.: Stresses in Buttress Dams. Water Power 17, 1965, p.69.
200. Zienkiewicz O.C., Taylor R.I.: The Finite Element Method. vol.1 Basic Formulation and Linear Problems, McGraw-Hill, 4th edition, 1988.

201. Zienkiewicz O.C., Taylor R.I.: The Finite Element Method. vol.2 Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-Linearity, McGraw Hill, 4th edition 1991.
202. Zienkiewicz O.C., Vallippan S., King I.P.: Elasto-plastic solutions of engineering problems. Initial-stress finite element approach. International Journal of Numerical Methods, No 11069, pp.75-100.
203. Zhang Jian, Liu Monglin: Computer program for the aid of designing masonry buildings in subsidence region. Proc. of the 4th International Conference on Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Pentech Press, 1991, paper no.20.

SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNY MODEL WSPÓŁPRACUJĄCEGO UKŁADU BUDYNEK-PODŁOŻE PODDANEGO WPŁYWOM GÓRNICZYCH DEFORMACJI TERENU

STRESZCZENIE

W pracy podjęto zagadnienie współpracy budowli z podłożem poddanym wpływom deformacji spowodowanych eksploatacją górniczą. Zbudowano sprężysto-plastyczny, numeryczny model układu budynek-podłoże, wykorzystując do tego celu metodę elementów skończonych. Omówiono obciążenia, jakimi dla budynku są górnicze deformacje terenu, uwzględniając ich losowy charakter. Zaproponowano oryginalny, wspólny dla gruntu, betonu i strefy kontaktowej model sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem/osłabieniem izotropowym. Model należy do tzw. "modeli nasadkowych" (cap-models), jednakże w przeciwieństwie do znanych modeli tej grupy charakteryzuje się gładką powierzchnią plastyczności oraz sprecyzowanym zamknięciem tej powierzchni od strony rozciąganej. Określono zachowanie modelu w sprężystej i pozasprężystej fazie pracy. Sformułowano zasady dyskretyzacji ustroju. Dla stosowanych w modelu przestrzennych elementów sześciościennych i płaskich elementów prostokątnych, dla stadium sprężysto-plastycznego, podano wzory na obliczenie macierzy sztywności, będące wynikiem bezpośredniego całkowania i zastępujące stosowaną zwykle procedurę całkowania numerycznego.

Efektem implementacji komputerowej jest system programów MAFEM do nieliniowej (sprężysto-plastycznej) analizy współpracujących układu budynek-podłoże. Oryginalnym elementem algorytmu jest procedura równoczesnej budowy i rozwiązania dużych układów równań liniowych za pomocą bezpośredniej metody eliminacji Gaussa.

Opracowany model wykorzystano do analizy wpływu górniczych deformacji terenu na budynek. Symulacja komputerowa przejścia górniczej niecki osiadania pod współpracującym układem budynek-podłoże pozwoliła rozpoznać wpływ różnorodnych czynników na zachowanie modelu, w pełnym cyklu deformacji związanych z przechodzeniem pod budynkiem niecki górniczej. Badano wycinek skrzyni fundamentowej poddany początkowo osobnemu działaniu deformacji poziomych i krzywizny terenu, a następnie równoczesnemu działaniu różnych kombinacji ekstremalnych obwiedni odkształceń poziomych i krzywizny lokalnej. Porównanie wyników analizy z dotychczasowym rozpoznaniem zagadnienia wykazało, że model numeryczny dobrze reprezentuje złożone zjawiska wywołane deformacją górniczą terenu.

Słowa kluczowe: Modelowanie numeryczne; model sprężysto-plastyczny; plastyczność; metoda elementów skończonych; współpraca konstrukcji z podłożem; deformacje górnicze terenu.

THE ELASTO-PLASTIC MODEL OF A SOIL-STRUCTURE INTERACTIVE SYSTEM SUBJECTED TO THE MINING SUBSIDENCE

SUMMARY

In the paper the problem of soil-structure interaction in specific conditions of ground subsidence due to the mining activity has been discussed. For the analysis of this problem the numerical model of soil-structure interactive system has been developed in the Finite Elements Method. Actions caused by mining subsidence has been discussed with respect to it's random character. Basing on the theory of plasticity the original unified elasto-plastic model with isotropic strain hardening/softening rule for soil, concrete and interface area has been proposed. This model belongs to the group of cap-models, but in contrary to classical models of this group it is characterised by smooth yield surface closed by caps both in compressive and in tensile zone. The behaviour of this model in elastic and post-elastic stadium has been determined by appropriate constitutive relations. For solid and rectangular elements the formulae for stiffness matrix have been derived from direct integration instead of popular but labour-consuming numerical integration methods.

The original computer system MAFEM has been developed specially for the analysis of building structure subjected to the mining subsidence. Computational simulation of the shift of mining subsidence trough beneath the building enabled the evaluation of the influence of different parameters for the behaviour of the interactive system.

A section of basement subjected first to separate influence of horizontal deformation and ground curvature and finally to the joint action of complete deformations caused by mining subsidence has been tested. Tests proved successful conformability of numeric results with the real behaviour of soil-structure system subjected to the mining subsidence.

Keywords: Numerical modelling; elasto-plastic-model; plasticity; finite-elements-method; soil-structure-interaction; mining-subsidence.

DAS ELASTISCH-PLASTISCHES MODELL DES ZUSAMMENWIRKENDES GEBÄUDE-UNTERLAGE-SYSTEMS UNTERWORFEN DEN EINFLÜSSEN DER BERGBAUDEFORMATION DES GELÄNDES

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wurde das Problem der Zusammenwirkung des Bauwerkes und der Unterlage, die den Einflüssen der Bergbaudeformation unterworfen sind übernommen. Zur Analyse dieses Problems wurde mit Ausnutzung der Finite-Elemente-Methode (FEM) ein numerisches Modell des Gebäude-Unterlage-Systems aufgebaut. Es wurden (unter Beachtung ihrer Zufallscharakters) die durch die Bergbaudeformationen des Geländes verursachte Belastungen der Gebäude besprochen. Mit Benutzung der Regeln von Plastizitätstheorie hat man ein originelles, gemeinsames für den Grund, Beton und die Kontaktzone elastisch-plastiches Modell mit isotroper Verfestigung/Abschwächung vorgeschlagen. Das Modell gehört zur Gruppe sog. "Aufsatzmodelle", jedoch im Gegensatz zu bekannten Modellen dieser Gruppe zeichnet es sich durch eine glatte Plastizitätsfläche und genau bestimmte Schliessung dieser Fläche von der Zugseite aus. Es wurde das Verhalten des Modells in der elastischer und außerelastischer Arbeitsphase bestimmt. Die Prinzipien der Digitalisierung der Konstruktion wurden formuliert. Für die im Modell verwendete räumliche kubische Elemente und ebene rechteckige Elemente, für das elastisch-plastisches Stadium wurden die Formeln zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix angegeben. Sie sind das Ergebnis direkter Integration und ersetzen die in der Regel verwendete sehr arbeitsaufwendige numerische Integration.

Das Ergebnis der Computerimplementierung ist ein eigenartiges Programmsystem MAFEM zur nichtlinearer Analyse der Zusammenwirkung des Gebäude-Unterlage-Systems. Ein originelles Element des Algorithmus ist eine Prozedur zur gleichzeitiger Bildung und Lösung großer linearer Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußalgorithmus.

Das bearbeitete Modell wurde zur Analyse des Einflusses der Bergbaudefor-mationen auf das Bauwerk benutzt. Die Computersimmulation des Überganges der Senkungsmulde unter dem zusammenwirkenden Gebäude-Unterlage-System erlaubte den Einfluss von verschiedenen Faktoren auf das Verhalten dieses Systems in einem vollen Zyklus von Deformationen die durch den Übergang der Senkungsmulde verursacht worden sind zu erkennen. Es wurde ein Auschnitt des Fundamentkastens untersucht, das zunächst separater Wirkung von Horizontaldeformationen und Geländekrümmung und dann gleichzeitiger Wirkung von verschiedenen Kombinationen extremaler Hüllkurven der Querdehnung und lokaler Krümmung unterzogen wurde. Die gewonnenen Ergebnisse wurden mit den nach aktuell verwendeten Methoden durchgeführten Berechnungen verglichen. Es wurde gezeigt, daß die genauere Untersuchung des zusammenwirkendes Gebäude-Unterlage-Systems mit

Berücksichtigung von nichtlinear-elastischen und plastischen Grund- und Betoneigenschaften zur wesentlicher Reduzierung der Innenkraftgrößen in der Gebäude führt und erlaubt mehr realistisch als übliche Methoden ihre Zerlegung und Änderung während des Überganges der Senkungsmulde einzuschätzen.