

Marcin BRODKA

Politechnika Śląska, Biblioteka Główna

## KOMPRESJA FALKOWA NA POTRZEBY TRANSMISJI SYGNAŁU

**Streszczenie.** Zasady działania wielu współczesnych układów i systemów elektronicznych oparte są na cyfrowym przetwarzaniu sygnałów (DSP- ang. Digital Signal Processing). Przykładowo, cyfrowe przetwarzanie sygnałów stosuje się powszechnie w systemach przetwarzania mowy, transmisji danych, sygnałów, obrazów z zastosowaniami w medycynie, diagnostyce technicznej, technice satelitarnej itp. Zastosowane tam algorytmy przetwarzania sygnałów mają różną postać. W artykule przedstawiona została nowa idea zastosowania falkowej kompresji do transmisji sygnału.

## WAVELET COMPRESSION FOR SIGNAL TRANSMISSION PURPOSES

**Summary.** Digital signal processing plays a central role of a truly enormous range of modern electronic systems. These include, for example, voice, data, and video communication and storage systems; medical imaging and diagnostic systems; radar, sonar and satellite remote sensing systems and automated manufacturing systems. Signal processing algorithms required for these kinds take many forms of applications. Efficient speech processing and recognition systems, for example require sophisticated signal analysis algorithms. By contrast, high-speed modems for data communication required not only powerful signal detection algorithms at the receiver, but efficient signal synthesis algorithms at the transmitter. On papers is shown novelty conception to applied wavelet compression of signal transmission.

### 1. Wprowadzenie

W dziedzinie przetwarzania sygnałów jednym z istotnych problemów jest przedstawienie analizowanego sygnału lub funkcji w postaci sumy pewnych prostszych składowych. Problem ten był rozpatrywany już w XVIII wieku, dopiero jednak na początku XIX wieku genialny Francuz – baron Jean Baptiste Joseph de Fourier (1768 – 1830) zaproponował nową teorię

rozkładu dowolnej funkcji okresowej w szereg (zwany później szeregiem Fouriera). Wywołało to początkowo sporą konsternację wśród współczesnych mu uczonych, ale już w niemal sto lat później fizyk lord Kelvin (1824 – 1907) wypowiedział taką oto opinię: „Twierdzenie Fouriera jest nie tylko jednym z najpiękniejszych wyników współczesnej analizy, ale można o nim powiedzieć, że dostarcza niezastąpionego instrumentu przy rozważaniu niemal każdego zawilego problemu w fizyce współczesnej” [1, 2, 3].

Szeregi Fouriera znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach nauki i stały się jednym z podstawowych narzędzi służących do analizy sygnałów. A zastosowanie ich w naszym życiu codziennym spowodowało, że cyfrowe przetwarzanie sygnałów (DSP – ang. Digital Signal Processing) stało się praktycznie wszechobecne. Rozszerzeniem teorii szeregów Fouriera jest przekształcenie (transformacja) Fouriera. Jak wiadomo, szeregi Fouriera służą do analizy sygnałów okresowych, przekształcenie Fouriera do analizy sygnałów nieokresowych, natomiast falki znajdują zastosowanie wszędzie tam, gdzie dokonywana jest analiza reprezentowanych przez sygnały procesów przejściowych, często będących wynikiem zmienności w czasie parametrów i nieliniowości charakteryzujących zjawiska fizyczne [4].

Do badania tych zjawisk konieczna jest analiza, nazywana analizą falkową (ang. Wavelet Analysis), ograniczona do zakresu częstotliwości istotnego dla reprezentacji interpretowanego zjawiska fizycznego [4].

Mówiąc inaczej, posługując się analizą falkową dokonuje się pewnej aproksymacji badanego zjawiska fizycznego, której celem jest uwypuklenie istotnych charakterystyk tego zjawiska, sprowadzające się do wyodrębnienia charakterystycznych elementów strukturalnych reprezentujących je sygnałów.

W wyniku *przekształcenia sygnału* za pomocą analizy falkowej otrzymuje się jego *nową reprezentację*, którą nazywa się *transformatą* sygnału, uwypuklającą jego istotne cechy charakterystyczne [5], a funkcja kompresji sygnału albo obrazu często jest nazywana w skrócie *kodowaniem*.

## 2. Nietypowe cechy struktury sygnału

Nietypowe cechy struktur sygnałów niosą często informacje ważne z punktu widzenia cyfrowego przetwarzania informacji [6]. Typowymi przykładami są sygnały radarowe i elektrokardiogramy (EKG), gdzie interesująca informacja zawarta jest w procesach przejściowych, takich jak impulsy. Przy przetwarzaniu obrazów miejsca gwałtownych zmian prowadzą do lokalizacji krawędzi ustalających granice między obiektem i otoczeniem. W szczególności zarysy konturów obiektu w różnych skalach i przy różnych rozdzielczościach

zostały uznane przez badaczy za podstawową reprezentację wykorzystywaną przez ludzki zmysł wzroku. Do badania tych zjawisk preferowanym narzędziem jest transformacja falkowa (ang. Wavelet Transformation) [7].

### 3. Rekonstrukcja sygnału za pomocą transformacji falkowej

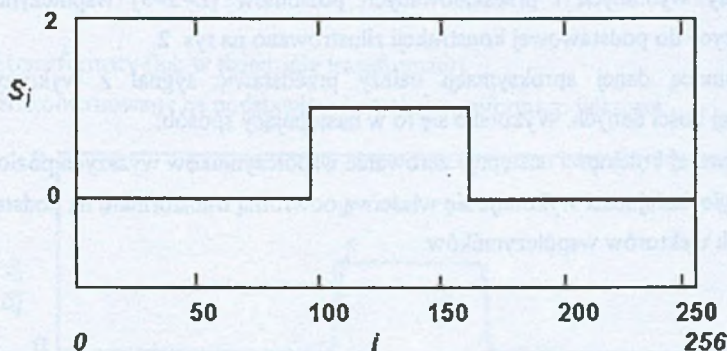
W dalszym ciągu omówiono zastosowanie transformacji falkowej na prostym przykładzie teoretycznym rekonstrukcji sygnału z użyciem najprostszej falki, gdzie zbocze narastania i opadania sygnału reprezentuje wartości typowo skrajne. Pojedynczy impuls prostokątny opisuje relacja (1) (patrz rys. 1):

$$N := 256 \quad S_{N-1} := 0 \quad (1)$$

$$n := \frac{3N}{8}, \frac{3N}{8} + 1, \dots, \frac{5N}{8} \quad S_n := 1 \quad i := 0, 1 \dots 255$$

gdzie:

- $N$  – liczba próbek,
- $S_{N-1}$  – wartość sygnału w chwili pobrania przedostatniej próbki,
- $n$  – aktualny numer próbki posiadający wartość 1,
- $i$  – indeksacja pobieranych próbek.



Rys.1. Przykład oryginalnego impulsu prostokątnego  
Fig. 1. Original square pulse example

Transformacja falkowa jest określona wzorem (2):

$$T_{WT} := wave(S) \quad (2)$$

Natomiast liczbę poziomów  $N_{levels}$  (ang. levels – poziomów) – zawartych w tej transformacji określa wzór (3):

$$N_{levels} := \frac{\log_2(N)}{\log_2(2)} \quad (3)$$

$$N_{levels} := 7 \quad \text{dla} \quad k := 1, 2, \dots, N$$

gdzie:

$N_{levels}$  – całkowita liczba poziomów,

$k$  – indeksacja liczby poziomów.

Celem pokazania znaczenia względnej ważności każdego poziomu  $L$  dokonujemy rozwinięcia współczynników w następujący sposób (4a) i (4b):

$$W(L) := \text{podmacierz}(W, 2^L, 2^{L+1} \quad 1, 0, 0) \quad (4a)$$

$$W_{ik} = W(k) ENT \begin{bmatrix} i \\ N \\ 2^k \end{bmatrix} \quad (4b)$$

gdzie:

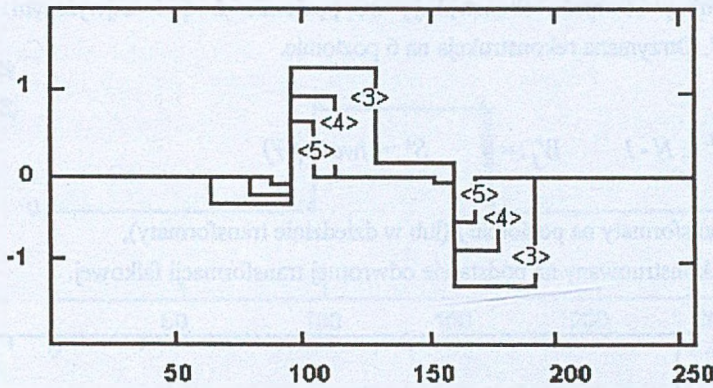
$L$  – poziom aproksymacji,

$W(L)$  – współczynnik transformacji dla danego poziomu  $L$ .

Wykresy wybranych i przeskalowanych poziomów ( $L=3 \div 5$ ) współczynników Haara prowadzących do podstawowej konstrukcji zilustrowano na rys. 2.

Za pomocą danej aproksymacji należy przedstawić sygnał z wykorzystaniem jak najmniejszej ilości danych. Wykonuje się to w następujący sposób:

- W pierwszej kolejności następuje zerowanie współczynników wyższych poziomów.
- W drugiej kolejności wykonuje się właściwą odwrotną transformatę na podstawie wartości nowych wektorów współczynników.



Rys. 2. Różne poziomy  $L$  wybranych i przeskalowanych współczynników ortogonalnej transformaty Haara <3> – współczynnik  $(W^3)_{256}$ , <4> – współczynnik  $(W^4)_{256}$ , <5> – współczynnik  $(W^5)_{256}$

Fig. 2. Different levels  $L$  of chosen and calibrated orthogonal Haar transformation <3> – coefficient  $(W^3)_{256}$ , <4> – coefficient  $(W^4)_{256}$ , <5> – coefficient  $(W^5)_{256}$

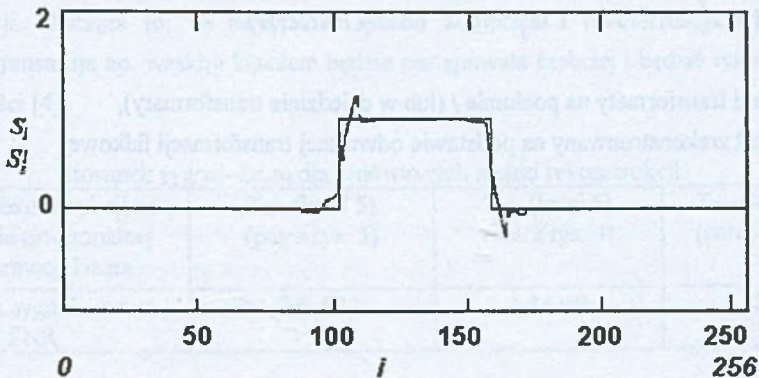
Pokażmy przykładowo, jak otrzymać rekonstrukcję aproksymacji przebiegu na 5 poziomie  $L=5$  ( $L \leq 7$ , może się zmieniać)

$$L := 5$$

$$j := 2^L \dots N-1 \quad W_j := 0 \quad S' := iwave(W) \quad (5)$$

$W_j$  – próbki transformaty (lub w dziedzinie transformaty),

$S'$  – sygnał zrekonstruowany na podstawie odwrotnej transformacji falkowej.



Rys. 3. Falkowa rekonstrukcja sygnału na poziomie  $L=5$

Fig. 3. Wavelet signal reconstruction on level  $L=5$

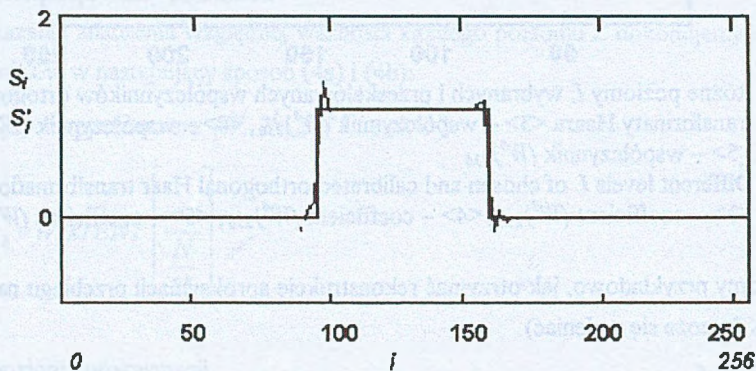
Zaprezentujemy również rekonstrukcję na poziomie  $L=6$  i najwyższym dostępnym poziomie  $L=7$ . Otrzymana rekonstrukcja na 6 poziomie.

$$L:=6 \quad (6)$$

$$j:=2^L \dots N-1 \quad W_j:=0 \quad S' := \text{wave}(W)$$

$W_j$  – próbki transformaty na poziomie  $j$  (lub w dziedzinie transformaty),

$S'$  – sygnał zrekonstruowany na podstawie odwrotnej transformacji falkowej.



Rys. 4. Falkowa rekonstrukcja sygnału na poziomie  $L=6$

Fig. 4. Wavelet signal reconstruction on level  $L=6$

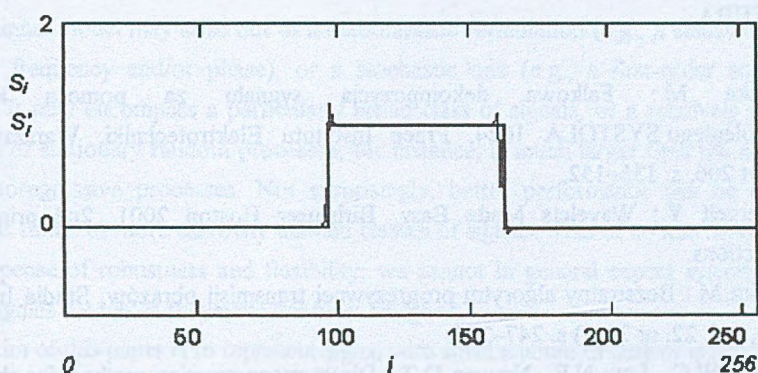
Rekonstrukcję najwyższego poziomu 7 sygnału określimy następująco

$$L:=7 \quad (7)$$

$$j:=2^L \dots N-1 \quad W_j:=0 \quad S' := \text{wave}(W)$$

$W_j$  – próbki transformaty na poziomie  $j$  (lub w dziedzinie transformaty),

$S'$  – sygnał zrekonstruowany na podstawie odwrotnej transformacji falkowej.

Rys. 5. Falkowa rekonstrukcja sygnału na poziomie  $L=7$ Fig. 5. Wavelet signal reconstruction on level  $L=7$ 

#### 4. Ocena dokładności falkowej rekonstrukcji sygnału

W tabelicy 1 przedstawiono wartości współczynnika nazywanego stosunkiem sygnał – szum przedstawionych rekonstrukcji sygnału na podstawie współczynników ortogonalnej transformacji Haar a definiowanej jako  $SNR = 10 \log_{10} \sigma' / \sigma_s$ . Gdzie  $\sigma_s$  i  $\sigma'$  to pola pod przebiegiem sygnału zrekonstruowanego i oryginalnego prostokątnego sygnału. W tabelicy 1 widać, że następuje znaczna poprawa właściwości szumopodobnych, a w stosunku do rozwiązania ostatniego uzyskano znaczną poprawę (rekonstrukcja sygnału na 7 poziomie)(patrz rys. 3–5). Ogólnie uzyskano spadek wartości mieszczący się poniżej klasycznej granicy 3 dB, mającej ogromne znaczenie dla obiektywnej oceny prezentowanej rekonstrukcji. Oznacza to, że otrzymano sposób kompresji i rekonstrukcji wysyłanego sygnału, a transmisja np. wąskim kanałem będzie następowała szybciej i będzie rekonstrukcją dobrej jakości [4].

Tabelica 1

Stosunek sygnał–szum dla omówionych metod rekonstrukcji

Metoda rekonstrukcji na podstawie ortogonalnej transformacji Haara	$T_{WT}$ (level 5) (patrz rys. 3)	$T_{WT}$ (level 6) (patrz rys. 4)	$T_{WT}$ (level 7) (patrz rys. 5)
Stosunek sygnał – szum SNR	2,8 dB	1,34 dB	1,13 dB

**LITERATURA**

1. Kosicka M.: Falkowa dekompozycja sygnału za pomocą komputera równoległego SYSTOLA 1024. Prace Instytutu Elektrotechniki. Warszawa 2000, Zeszyt 206, s. 135–152.
2. Nievergelt Y.: Wavelets Made Easy. Birhäuser Boston 2001, 2nd printing with corrections.
3. Brodka M.: Bezstratny algorytm progresywnej transmisji obrazów. Studia Informatica 2001, vol. 22, nr 3(45) s. 247–256.
4. Liew A.W.C., Law N.F., Nguyen D.T.: Direct reconstruction method for the wavelet transform extrema representation., IEEE Proceedings Vision. Image and sign. proc., s. 193–198.
5. Brodka M.: Zastosowanie transformacji falkowej do rekonstrukcji sygnału prostokątnego. Elektronizacja, 2001, 11 s. 2–3.
6. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. PA, SIAM, 1992.
7. Brodka M.: Algorytm typu FFT o szczególnie małym nakładzie obliczeniowym. Elektronizacja, 2001, 3 s. 9–11.
8. Wornell G.W.: Signal Processing with Fractals. A Wavelet-Based Approach. Prentice Hall PTR. Upper Saddle River, NJ 07458, 1996.

Recenzent: Dr inż. Ewa Starzewska-Karwan

Wpłynęło do Redakcji 25 marca 2002 r.

**Abstract**

Whenever we construct algorithms for signal synthesis, analysis or processing, we invariably exploit some model for the signals of interest. In some instances this model is implicit. For example, spline-based strategies are often used in signal interpolation problems even when there is no quantitative model for the signal. In such cases, there is an implicit assumption that the signal is smooth at least in some qualitative sense. In other instances the model is explicit. For example, bandlimited interpolation algorithms are designed for a specific and well-defined class of signals whose frequency content is zero except within some known bandwidth.



The signal model may arise out of a deterministic formulation (e.g., a sinusoid of possibly unknown frequency and/or phase), or a stochastic one (e.g., a first-order autoregressive process). It may encompass a particularly broad class of signals, or a relatively narrow one. The class of stationary random processes, for instance, is much larger than the class of first-order autoregressive processes. Not surprisingly, better performance can be expected of algorithms tuned to more narrowly defined classes of signals. This of course inevitably comes at the expense of robustness and flexibility: we cannot in general expect systems to behave well on signals for which they have not been designed.

The aim of this paper is to represent signal with small amount of data as is shown on Fig 3, 4, and in addition – on top level (Fig. 5). On the first level coefficients of reconstruction are set to zero. Each other coefficient ( $L \leq 7$ ) may be varied. Transformed signal on levels 5 – 6 and 7 is shown in this paper respectively. To achieve the reliable comparison method, the signal to noise coefficient (SNR) has been applied and results depicted in table 1. Assuming that proposed method is acceptable, it offers direct way of compressing data, needed to signal transmission.