

Anna LIS, Marcin LIS
Politechnika Śląska, Gliwice

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA W INŻYNIERII JAKOŚCI

Streszczenie. W pracy przedstawiono i omówiono „cechę niepewności”, jaka ma miejsce przy podejmowaniu kluczowych decyzji w procesie produkcyjnym. Większość zjawisk w procesie zarządzania jakością to zjawiska tylko częściowo określone przez zadane warunki początkowe. Każde przedsięwzięcie empiryczne, doświadczalne w omawianej dziedzinie, należy rozważać jako doświadczenie losowe. Doświadczeniem losowym można określić proces produkcyjny, w którym nie ma pewności co do końcowego rezultatu mimo sprecyzowanych warunków determinujących jego przebieg. Rola czynników losowych w każdym procesie produkcyjnym jest ograniczona do niezbędnego minimum. Jest to jeden z podstawowych celów zapobiegających wadliwości całego procesu.

THE CALCULUS OF PROBABILITY IN QUALITY OF ENGINEERING

Summary. In this paper „stamp of the uncertainty” has been introduced and discussed, which is by taking a decision in the process of production. The majority of the occurrences in process of quality management, it is the occurrences which are only on beginning condition have been defined. All of the empirically enterprise in the quality management is of fate experience. The fate experience is the production process, in which is not certainty, which is the final result. The star of fate factors in the productions process is bounded. It is one of the basic aim which prevent defectiveness all the process.

1. Wstęp

W każdym przedsiębiorstwie produkcyjnym znaczna część pracy projektantów, technologów, a także organizatorów każdego procesu produkcyjnego, zwrócona jest zawsze na ograniczenie roli czynników losowych, sytuacji nieprzewidywanych. Jest to jeden z podstawowych celów działań zapobiegawczych podejmowanych w ramach sterowania jakością. Wszystko to jednak nie zmienia faktu, iż co pewien czas proces produkcyjny

przebiega w sposób nieoczekiwany, generując wadliwą jednostkę lub wadę produktu. Zjawiska te uzasadniają funkcjonowanie wadliwości i przeciętnej liczby wad w jednostce produktu jako standardowych miar jakości wykonania. Zidentyfikowanie powyższej sytuacji pozwala na efektywne rozwiązywanie wielu problemów z zakresu inżynierii jakości.

2. Miary jakości wykonania jako parametry rozkładów zmiennych decyzyjnych

2.1. Wadliwość jako parametr rozkładu dwupunktowego i rozkładów pochodnych

Wadliwość (p) jest jedynym parametrem dwupunktowego rozkładu prawdopodobieństwa zero-jedynkowego zmiennej losowej. W procesie zarządzania i sterowania jakością szczególnie często wykorzystywana jest zmienna losowa postaci:

$$G_n = \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.1)$$

będąca sumą n -elementowego ciągu zero-jedynkowych zmiennych losowych, jeśli jest spełniony warunek:

$$\forall_i p_i = p, \quad (2.2)$$

a więc, jeśli prawdopodobieństwo wygenerowania wadliwej jednostki produktu jest jednakowe w kolejnych powtórzeniach procesu, to zmienna G_n ma dwumianowy rozkład prawdopodobieństwa o parametrach p i n [1]. Fakt ten zapisujemy następująco:

$$G_n \sim W(p, n) \quad (2.3)$$

przy czym W oznacza klasę rozkładów dwumianowych. Zmienna losowa G_n znajduje bardzo szerokie zastosowanie w statystycznym sterowaniu procesami (SPC), a także w odbiorczych badaniach jakości. Nie wyczerpuje to jednak kręgu zastosowań rozkładu dwumianowego w inżynierii jakości. Znając wadliwość produktu, można wykorzystać ten rozkład prawdopodobieństwa do rozwiązywania innych problemów pojawiających się w zarządzaniu jakością.

Przykład 1

Założenie: poprodukcyjna wadliwość wyrobu wynosi $p=0,01$ (1%) i nie można jej obniżyć bez kosztownych inwestycji, na które producent nie ma środków. Produkt

sprzedawany jest w opakowaniach zbiorczych po 10 sztuk i występują pewne objawy spadku popytu. Jedną z możliwych przyczyn tego zjawiska może być fakt, że przy $n=10$ i $p=0,01$ przeciętnie nieco częściej niż w 4 przypadkach na 1000 zakupione opakowanie będzie zawierać więcej niż jedną sztukę wadliwą. Wynika to z następującego rozumowania:

$$\begin{aligned} P\{G_n > 1\} &= 1 - P\{G_n \leq 1\} = 1 - [P\{G_n = 0\} + P\{G_n = 1\}] = \\ &= 1 - 0,90438 - 0,09135 = 0,00427 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Producent przypuszcza, że zmniejszenie prawdopodobieństwa zdarzenia losowego ($G_n > 1$) do poziomu nie przekraczającego 0,001 korzystnie wpłynie na opinię klientów o produkcie. Przy złożonych ograniczeniach można to osiągnąć tylko przez zmniejszenie opakowania. W celu rozwiązania tego problemu obliczono wartości dystrybuanty w punkcie $x=1$, przy stałej wadliwości $p=0,01$ i dla kilku rosnących wartości n , odpowiadających pojemności opakowania. Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości dystrybuanty w punkcie $x=1$, przy stałej wadliwości $p=0,01$

n	$P\{G_n \leq 1\}$	$P\{G_n > 1\}$	n	$P\{G_n \leq 1\}$	$P\{G_n > 1\}$
2	0,99990	0,00010	4	0,99941	0,00059
3	0,99970	0,00030	5	0,99902	0,00098
			6	0,99854	0,00146

Źródło: literatura [2]

Obliczenia przerwano przy $n=6$, gdyż jest to najmniejsza pojemność opakowania, przy której nie jest już spełniony warunek:

$$P\{G_n > 1\} \leq 0,001 \quad (2.5)$$

Zbiór dopuszczalnych rozwiązań to: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Ze względu na to, iż jednostkowy koszt opakowania jest tym mniejszy, im jest ono większe, producent powinien wybrać wartość $n=5$ [2].

Wnioskując, należy przyjąć, iż paczkowany towar pochodzi ze strumienia bieżąco wytwarzanego produktu. Takie założenie pozwala przyjąć, że w każdym kroku postępowania wadliwość jest taka sama, a więc spełniony jest warunek (2.2). Należy również zaznaczyć, że gdyby sztuki produktu były pobierane do paczkowania nie ze strumienia, lecz z wcześniej wytworzonego zasobu o liczności N i wadliwości p , to warunek (2.2) nie zostałby spełniony. Tylko przed pobraniem pierwszej sztuki zasób miałby wadliwość p , ale już przed pobraniem

drugiej i wszystkich kolejnych sztuk wadliwość zależałaby od historii procesu, a więc od tego, czy wcześniej pobrane sztuki produktu były dobre, czy też wadliwe. W takiej sytuacji zmienna losowa G_n , zdefiniowana wzorem (2.1), ma rozkład hipergeometryczny [1]. Można to zapisać następująco:

$$G_n \sim H(N, p, n) \quad (2.6)$$

przy czym H oznacza klasę rozkładów hipergeometrycznych. Zmienna ta opisuje własności probabilistyczne następującego modelu:

1. Dany jest zbiór jednostek produktu o licznosci N ,
2. W zbiorze tym znajduje się M jednostek wadliwych ($X=1$) i $N-M$ jednostek wolnych od wad ($X=0$),
3. Ze wzoru bazowego pobierane są losowo n -elementowe podzbiory, przy czym jest to losowanie bez zwracania [2].

Należy zaznaczyć, iż $p=M/N$, zgodnie z klasyczną definicją prawdopodobieństwa, czego rezultatem jest:

$$M = pN \quad (2.7)$$

W takiej sytuacji zbiór wartości omawianej zmiennej ograniczony jest od góry przez liczbę M , albo n , gdyż w wylosowanym podzbiorku o licznosci n nie może się znaleźć więcej elementów wadliwych, niż zawiera zbiór bazowy, ani też więcej, niż wynosi licznosc pobranego podzbiorku [1].

2.2. Przeciętna liczba wad w jednostce produktu jako parametr rozkładu Poissona

Zmienna losowa G_m , opisująca liczbę wad w jednostce produktu, ma postać:

$$G_m = \sum_{i=1}^m Y_{m,i} \quad (2.8)$$

gdzie:

$Y_{m,i}$ jest następującą, zero-jedynkową zmienną losową:

$Y_{m,i} = 0$ - gdy nie stwierdzono wady ze względu na obserwowaną zmienną diagnostyczną,

$Y_{m,i} = 1$ - gdy stwierdzono wadę ze względu na tę zmienną. (2.9)

U podstaw zmiennej G_m leży więc dychotomiczne rozróżnienie stanów pożądaných i niepożądaných, analogicznie jak w przypadku zmiennej G_n , zdefiniowanej wzorem (2.1).

O ile jednak w przypadku zmiennej G_m ową dychotomię odnosi się do sztuki produktu traktowanej jako całość, o tyle przy definiowaniu G_m dopuszcza się istnienie dużej liczby wad w pojedynczej jednostce produktu. Dlatego też zakres sumowania we wzorze (2.8) nie jest ograniczony od góry. Zmienne losowe G_m postaci (2.8) podlegają najczęściej rozkładowi Poissona [1]. W konsekwencji przeciętna liczba wad w jednostce produktu (λ_m) może być interpretowana jako jedyny parametr tego rozkładu. Mamy więc:

$$G_m \sim P(\lambda_m) \quad (2.10)$$

gdzie P oznacza klasę rozkładów Poissona. Podstawowe charakterystyki tej zmiennej losowej mają szerokie zastosowanie do rozwiązywania problemów z zakresu inżynierii jakości [2].

Przykład 2

Założenie: do fabryki dostarczany jest przewód energetyczny w postaci odcinków o długości 1000 m. Przeciętna liczba defektów izolacji przewodu wynosi $\lambda_{1000} = 2,5$. W procesie technologicznym badana jest dielektryczna wytrzymałość izolacji przewodu, a następnie jest on rozcinany na odcinki, które przyłączane są do produkowanych w fabryce urządzeń. Każde wykryte przebicie izolacji przewodu doprowadza do zatrzymania procesu rozcinania przewodu, w wyniku czego powstają straty.

Problem: Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w czasie rozcinania jednego odcinka przewodu proces zostanie zatrzymany co najwyżej jeden raz?

$$P\{G_m \leq 1\} = P\{G_m = 0\} + P\{G_m = 1\} = (1 + 2,5) e^{-2,5} = 3,5 \cdot 0,0821 = 0,287 \quad (2.11)$$

Wnioskując, przeciętnie tylko w 287 przypadkach na 1000 proces zostanie zatrzymany co najwyżej jeden raz, w 713 przypadkach natomiast na 1000 proces będzie zatrzymywany dwa razy lub częściej [1].

3. Zakończenie

Zjawiska występujące w procesie zarządzania jakością są w małym stopniu kompletnie określone, w wielu przypadkach występuje element ryzyka, niepewności przy podejmowaniu działań organizujących proces produkcyjny. W wielu przypadkach występuje element losowy trudny do przewidzenia we wstępnej fazie projektowania procesu.

W pracy przedstawiono dwie wybrane miary jakości wykonania jako parametry rozkładów zmiennych decyzyjnych, tj. wadliwość jako parametr rozkładu dwupunktowego i rozkładów pochodnych oraz przeciętna liczba wad w jednostce produktu jako parametr rozkładu Poissona.

W każdym przedsiębiorstwie produkcyjnym znaczna część kadry projektującej, a także kadry organizującej proces produkcyjny, powinna być zwrócona na zbadanie oraz w znacznym stopniu wyeliminowanie czynników losowych.

LITERATURA

1. Czermiński J.B., Iwasiewicz A., Paszek Z., Sikorki A., 1973: Metody statystyczne dla chemików. PWE, Warszawa.
2. Iwasiewicz A., 1999: Zarządzanie jakością. Podstawowe problemy i metody. PWN, Warszawa-Kraków.

Recenzent: Dr Jan Szczepanik

Abstract

The occurrences which are coming out on process of quality management, they are not define, in many chance come out the component of venture, come out the component of uncertainty by the organization in process of production. In many chance the majority of the occurrences in process of quality management, it is the occurrences which are only on beginning condition have been defined. All of the empirically enterprise in the quality management is of fate experience. The fate experience is the production process, in which is not certainty, which is the final result.

In a point of company managements view market of building materials very specific and the customers bahave different on this market then the customer's market, that is why it must be taken to create strategy.

After including all propose changes in private limited company it is real chance to become a lider on producer's building materials.