STUDIA INFORMATICA 2002
Volume 23 Number 4 (51)

Roman STAROSOLSKI
Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

ODWRÓCENIE KOLEJNOŚCI KODÓW W RODZINIE RICE'A

Streszczenie. Artykuł dotyczy adaptacyjnej kompresji obrazów z wykorzystaniem rodziny kodów Rice'a i modelu danych algorytmu FELICS. Artykuł prezentuje przesłanki przemawiające za odwróceniem kolejności kodów w rodzinie Rice'a oraz wyniki badań nad skutkami zastosowania takiej modyfikacji.

REVERSING THE ORDER OF CODES IN THE RICE FAMILY

Summary. This paper concerns adaptive image compression using the Rice family of codes and the data model of the FELICS algorithm. We show that reversing the order of codes in the Rice family may improve the image compression ratio and present experimental results of introducing this modification.

1. Wprowadzenie

Tematem niniejszego artykułu jest rodzina kodów Rice'a zastosowana do adaptacyjnej kompresji obrazów z wykorzystaniem modelu danych algorytmu FELICS.

W modelu danych algorytmu FELICS do kodowania wybiera się ten kod z zastosowanej rodziny kodów Rice'a, dla którego licznik sumarycznej długości kodu ma najmniejszą wartość. W przypadku gdy zgodnie z tym kryterium kilka kodów jest równie dobrych, to do kodowania spośród nich wybierany jest pierwszy, tj. znajdujący się najbliżej początku rodziny. Wybór ostatniego zamiast pierwszego z kodów równie dobrych według kryterium stosowanego w modelu danych algorytmu FELICS można osiągnąć poprzez zmianę kolejności przeglądania tablicy liczników sumarycznych długości kodu lub poprzez zastosowanie rodziny kodów zawierającej kody ułożone w kolejności odwrotnej niż w oryginalnej rodzinie Rice'a. Wydaje się, że w przypadku kodów Rice'a lepszy może być wybór ostatniego z kodów równie dobrych dla już przetworzonych danych. Rozważania zawarte w rozdziale 2 są przesłanką przemawiającą za takim przypuszczeniem.

Wprowadzenie do problematyki kompresji obrazów wykracza poza ramy niniejszego artykułu. Przegląd metod i standardów reprezentacji obrazów cyfrowych można znaleźć w monografiach [4, 5].

W kolejnych podrozdziałach omówione zostały: zastosowany w badaniach algorytm kompresji, rodzina kodów Rice'a i model danych algorytmu FELICS.

Badania opisywane w niniejszym artykule zrealizowano w Instytucie Informatyki Politechniki Śląskiej w ramach projektu badawczego nr BK-210/Rau2/2000.

1.1. Algorytm kompresji

Zastosowany algorytm kompresji oparty jest na prostym schemacie dekorelacja – kompresja statystyczna. W schemacie tym obraz jest przeglądany w kolejności rastra. Metoda ta polega na kompresji residuum algorytmem statystycznym. Residuum traktowane jest jako jednowymiarowy ciąg symboli. Kolejne symbole residuum wyznaczane są jako różnice pomiędzy rzeczywistą a przewidywaną jasnością piksela. Do przewidywania jasności danego piksela służy tzw. predyktor. Predyktor jest funkcją, do wyznaczenia wartości funkcji predyktora można wykorzystać wszystkie już przetworzone piksele (lub mniejszą ich liczbę). Proces wyznaczania residuum nazywamy dekorelacją.

Symbole residuum kodowane są za pomocą kodów z rodziny Rice'a. Aby zakodować dany symbol należy wybrać kod z rodziny kodów. Wybór ten następuje na podstawie informacji zgromadzonej w modelu danych. Model danych algorytmu FELICS jest modelem I rzędu. Kontekstem dla danego symbolu residuum jest symbol bezpośrednio go poprzedzający.

1.2. Rodzina kodów Rice'a

Kody Rice'a charakteryzowane są przez tylko jeden parametr. Parametrem tym jest nieujemna całkowita liczba k. Do kodowania symboli alfabetu zawierającego m symboli używa się kodów Rice'a o wartościach parametru k z zakresu $<0, N-1>$, gdzie N jest liczbą bitów wystarczającą do binarnego zakodowania m symboli ($N = \lceil \log_2(m) \rceil$).

Aby zakodować nieujemną, całkowitą liczbę i kodem Rice'a z parametrem k, najpierw kodujemy $\lfloor i / 2^k \rfloor$ unarnie, po czym kodujemy $i \bmod 2^k$ za pomocą kodu binarnego na k bitach. Przykład kodów z rodziny Rice'a dla alfabetu o 15 symbolach umieszczono w tab. 1; występujący w tabeli znak „•" nie jest częścią kodu, umieszczono go, by rozdzielić kodowany unarnie prefiks kodu liczby od sufiksu kodu.

Tabela 1

Kody z rodziny Rice'a

Liczba	Kod			
	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$i = 0$	0•	0•0	0•00	0•000
$i = 1$	10•	0•1	0•01	0•001
$i = 2$	110•	10•0	0•10	0•010
$i = 3$	1110•	10•1	0•11	0•011
$i = 4$	11110•	110•0	10•00	0•100
$i = 5$	111110•	110•1	10•01	0•101
$i = 6$	1111110•	1110•0	10•10	0•110
$i = 7$	11111110•	1110•1	10•11	0•111
$i = 8$	111111110•	11110•0	110•00	10•000
$i = 9$	1111111110•	11110•1	110•01	10•001
$i = 10$	11111111110•	111110•0	110•10	10•010
$i = 11$	111111111110•	111110•1	110•11	10•011
$i = 12$	1111111111110•	1111110•0	1110•00	10•100
$i = 13$	11111111111110•	1111110•1	1110•01	10•101
$i = 14$	111111111111110•	11111110•0	1110•10	10•110

1.3. Model danych algorytmu FELICS

Model danych algorytmu FELICS [1, 11] jest adaptacyjnym modelem danych I rzędu. Dla każdego kontekstu parametr kodowania wybierany jest przez model danych za pomocą prostego i szybkiego algorytmu. Dla każdego kontekstu model danych przechowuje tablicę liczników sumarycznej liczby bitów, jaką dałoby zastosowanie poszczególnych kodów z rodziny do kodowania symboli już przetworzonych. Do kodowania wybierany jest ten kod z rodziny, któremu odpowiada licznik o najmniejszej wartości. W przypadku gdy zgodnie z tym kryterium kilka kodów jest równie dobrych, to do kodowania spośród nich wybierany jest pierwszy, tj. znajdujący się najbliżej początku rodziny.

Okresowo, gdy dla danego kontekstu wartość minimalnego licznika przekroczy określony próg, wszystkie liczniki dla tego kontekstu są dzielone przez 2. Zabezpieczamy się w ten sposób przed przepełnieniem liczników i powodujemy, że na wybór parametru silniejszy wpływ mają ostatnio kompresowane symbole.

2. Uzasadnienie

Kodujemy symbole alfabetu $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2^N-1}\}$ składającego się z 2^N symboli, korzystając z rodziny N kodów Rice'a (parametry kodów w rodzinie to $0, 1, \dots, N-1$).

Niech R_p oznacza kod Rice'a o parametrze $k = p$. Porównajmy długości kodów symboli w kodach R_h i R_j, $h < j$. Dążymy do wyznaczenia długości kodów symboli, których kody w R_j

są dłuższe niż w R_h. Wyznaczamy zbiór wartości symboli $I = \{ i \in Z, 0 \le i < 2^N \}$, dla których

$$l_i^{R_h} < l_i^{R_j}, \tag{1}$$

gdzie l_i^K oznacza długość kodu symbolu s_i w kodzie K.

Dla kodu R_k zachodzi $l_i^{R_k} = \left\lfloor \frac{i}{2^k} \right\rfloor + 1 + k$, więc (1) przyjmuje postać

$$\left\lfloor \frac{i}{2^h} \right\rfloor + 1 + h < \left\lfloor \frac{i}{2^j} \right\rfloor + 1 + j.$$

Niech $c = j - h$, wówczas mamy

$$\left\lfloor \frac{i}{2^{j-c}} \right\rfloor + 1 + j - c < \left\lfloor \frac{i}{2^j} \right\rfloor + 1 + j,$$

$$\left\lfloor \frac{i}{2^{j-c}} \right\rfloor - c < \left\lfloor \frac{i}{2^j} \right\rfloor.$$

Ograniczmy rozważania do wartości i_l będących całkowitymi wielokrotnościami 2^j, czyli $i_l \in I$ oraz $i_l = n \cdot 2^j$, dla $n \in Z$. Wtedy spełnione są zależności:

$$\left\lfloor \frac{i_l}{2^{j-c}} \right\rfloor - c < \left\lfloor \frac{i_l}{2^j} \right\rfloor,$$

$$\left\lfloor \frac{n \cdot 2^j}{2^{j-c}} \right\rfloor - c < \left\lfloor \frac{n \cdot 2^j}{2^j} \right\rfloor,$$

$$\lfloor n \cdot 2^c \rfloor - c < \lfloor n \rfloor. \tag{2}$$

Ponieważ $j \in Z, h \in Z, c = j - h$, to $c \in Z$.

Dla $c \in Z, c = j - h, j > h$ zachodzi $c \ge 1$.

Ponieważ $c \in Z$ oraz $c \ge 1$, to $2^c \in Z$.

Dla $n \in Z$, $2^c \in Z$ spełnione jest $n \cdot 2^c \in Z$.

Zarówno $n \in Z$, jak i $n \cdot 2^c \in Z$, a więc nierówność (2) jest równoważna następującym:

$$n \cdot 2^c - c < n,$$

$$n < \frac{c}{2^c - 1}.$$

Dla $a \in Z, b \in R$ zachodzi: $a < b$ jest równoważne $a < \lceil b \rceil$ i wówczas mamy:

$$n < \left\lceil \frac{c}{2^c - 1} \right\rceil,$$

$$n \le \left\lceil \frac{c}{2^c - 1} \right\rceil - 1,$$

$$\frac{i_l}{2^j} \le \left\lceil \frac{c}{2^c - 1} \right\rceil - 1,$$

$$i_l \le 2^j \left(\left\lceil \frac{c}{2^c - 1} \right\rceil - 1 \right).$$

Dla $c \ge 1$ prawdziwe jest $0 < \frac{c}{2^c - 1} \le 1$, a więc

$$i_l \le 2^j (1 - 1),$$

$$i_l \le 0.$$

i_l jest wartością z zakresu <0, $2^N - 1$>, zatem $i_l = 0$.

s_0 jest jedynym symbolem s_{i_l}, $i_l = n \cdot 2^j$, dla którego $l_{i_l}^{R_h} < l_{i_l}^{R_j}$.

Rozważmy nierówność dla symboli s_i, $i_l \le i < i_l + 2^j$, gdzie $i_l = n \cdot 2^j$, $n \in Z$. Dla d spełniającego $0 < d < 2^j$ zachodzi $l_{i_l}^{R_j} = l_{i_l+d}^{R_j}$ oraz $l_{i_l}^{R_h} \le l_{i_l+d}^{R_h}$, więc $l_{i_l}^{R_h} \ge l_{i_l}^{R_j}$ implikuje $l_{i_l+d}^{R_h} \ge l_{i_l+d}^{R_j}$. Z tego, że dana wartość i_l, $i_l = n \cdot 2^j$ nie spełnia nierówności $l_{i_l}^{R_h} < l_{i_l}^{R_j}$, wynika, że dla i spełniającego $i_l \le i < i_l + 2^j$ nierówność $l_i^{R_h} < l_i^{R_j}$ również nie będzie prawdziwa. Nierówność $l_i^{R_h} < l_i^{R_j}$ może być prawdziwa jedynie dla wartości i, dla których zachodzi $i_l \le i < i_l + 2^j$ oraz $i_l = n \cdot 2^j$ oraz $l_{i_l}^{R_h} < l_{i_l}^{R_j}$, czyli dla $i < 2^j$.

Kod R_j symbolu s_i dla $i < 2^j$ ma długość $l_i^{R_j} = j + 1$, zatem

$$l_i^{R_h} < l_i^{R_j} \text{ implikuje } l_i^{R_j} = \mathrm{j} + 1.$$

Symbolom s_i, których kody w R_j są dłuższe niż w R_h, $h < j$, kod R_j przyporządkowuje słowa kodowe o długości $j + 1$. Jeżeli dla alfabetu o rozmiarze 2^N i rodziny N kodów Rice'a wśród kodów poprzedzających kod R_j w rodzinie istnieje kod R_h ($h < j$), który symbolowi s_i przyporządkowuje słowo kodowe krótsze niż $l_i^{R_j}$, to zastosowanie R_j do kodowania symbolu s_i nie spowoduje ekspansji danych. W najgorszym przypadku (dla $j = N - 1$) kodując symbol s_i nie uzyskamy również kompresji, gdyż w tym przypadku

$l_i^{R_j} = N$. Jeżeli $j < N - 1$, to współczynnik kompresji dla symbolu s_i zakodowanego za pomocą R_j będzie gorszy niż możliwy do uzyskania przez wykorzystanie kodu R_h.

Powyższe własności kodów Rice'a można dowieść również w inny sposób. Bardziej zwarty dowód zaproponował prof. W. Skarbek [6].

Jeżeli natomiast użyjemy kodu R_h do zakodowania symbolu s_i, dla którego słowo kodowe krótsze od $l_i^{R_h}$ przyporządkowuje kod R_j znajdujący się w rodzinie Rice'a po kodzie R_h ($h < j$), to może nastąpić znaczna ekspansja danych.

Można wykazać, że dla $h < j, c = j - h$ zachodzi

$$l_i^{R_h} > l_i^{R_j} \text{ jest równoważne } i \geq 2^h\left(\left\lfloor \frac{c \cdot 2^c}{2^c - 1} \right\rfloor + 1\right).$$

W najgorszym przypadku (dla $i = 2^N - 1$, $h = 0$) długość słowa kodowego dla symbolu s_i w kodzie R_h będzie $l_i^{R_h} = 2^N$.

Odwrócenie kolejności kodów w rodzinie kodów Rice'a spowoduje wybieranie przez model kodu bezpieczniejszego spośród kodów dla już przetworzonych danych równie dobrych. W sytuacjach gdy w modelu można wybrać niewłaściwy kod, czyli na przykład na początku kompresji lub gdy charakterystyka kompresowanych danych zmienia się, odwrócenie kolejności kodów może zaowocować polepszeniem współczynnika kompresji.

3. Badania

Przeprowadzono badania stosując oryginalną rodzinę kodów Rice'a, użyto również zmodyfikowaną rodzinę kodów Rice'a stosowaną w algorytmie JPEG-LS [2,10] oraz kilka wariantów rodziny kodów opracowanej w trakcie realizacji wcześniejszych badań nad szybkim, bezstratnym oraz adaptacyjnym algorytmem kompresji obrazów [7]. Parametry modelu danych algorytmu FELICS przyjęto takie jak w systemie MG [11] — podział liczników dla wszystkich wartości parametru k w danym kontekście następował, gdy najmniejszy z nich przekraczał próg o wartości 1000 bitów. Dekorelację obrazów z użyciem domyślnego predyktora algorytmu Lossless JPEG [3] przeprowadzono w sposób opisany w [8]. Współczynnik kompresji wyrażano w bitach na piksel [bpp]:

$$\frac{8 \cdot \text{rozmiar skompresowanego obrazu}}{\text{liczba pikseli obrazu}}$$

3.1. Zbiór danych testowych

Do badań wykorzystano obszerny zbiór danych testowych, opisany pełniej w [9]. Zestaw składa się z obrazów w odcieniach szarości o głębi jasności 8 bitów. W zbiorze wyróżniono kilka rozłącznych grup obrazów oraz kilka obrazów nie należących do żadnej grupy.

funet – dobrze znane i często stosowane w publikacjach dotyczących kompresji danych, 9 obrazów („lena", „bridge", „boats" etc.) o rozmiarze: 64–405 kB.

corel – 8 obrazów o rozmiarze: 384 kB, pochodzących z biblioteki Selected Photos – Corel Professional Photos.

i_300 – 3 skanowane fotografie o rozmiarze: 1994 kB oraz 2 obrazy zbudowane z obrazów z grupy *corel* o rozmiarze: 3072 kB.

i_150 – obrazy z grupy *i_300* pomniejszone dwukrotnie, rozmiar: 486–768 kB.

i_75 – obrazy z grupy *i_150* pomniejszone dwukrotnie, rozmiar: 121–192 kB.

i_37 – obrazy z grupy *i_75* pomniejszone dwukrotnie, rozmiar: 30–48 kB.

i_18 – obrazy z grupy *i_37* pomniejszone dwukrotnie, rozmiar: 7 kB – 12 kB.

szum – 8 zaszumionych obrazów uzyskanych z dwu obrazów z grupy *i_150* (big_150 i ph2_150) poprzez dodanie liczb pseudolosowych o rozkładzie normalnym (wariancje: 1, 4, 16 i 64).

„b_smok" – zeskanowana biała kartka papieru, rozmiar: 4247 kB.

„b_szum" – sztucznie wygenerowany obraz zawierający piksele o równomiernym rozkładzie jasności, rozmiar: 4247 kB.

Zestaw jest obszerny, by w badaniach można było analizować uśrednione wyniki dla całej grupy obrazów a nie, zawsze dyskusyjne, wyniki dla pojedynczego obrazu. W całym zestawie wyróżniono dodatkowo grupę obrazów „typowych": *typowe*. W skład grupy *typowe* weszły obrazy z: *funet*, *corel*, *i_300*, *i_150* i *i_75*.

3.2. Wyniki

Na 52 przebadane obrazy odwrócenie kolejności kodów spowodowało polepszenie współczynnika kompresji dla wszystkich obrazów i dla wszystkich przebadanych rodzin. Ponieważ dla wszystkich grup obrazów z wyjątkiem obrazów zaszumionych zmiana współczynnika kompresji po odwróceniu kolejności kodów była dla niezmodyfikowanej rodziny Rice'a około 3 razy większa niż dla pozostałych rodzin, których wyniki były zbliżone do siebie, ograniczono się do omówienia wyników dla jednej tylko rodziny: niezmodyfikowanego kodu Rice'a (tab. 2). Zmiana średniego współczynnika kompresji dla typowych obrazów (grupa *typowe*) wynosiła 0.86%. Polepszenie współczynnika kompresji po odwróceniu kolejności kodów zależało bardzo wyraźnie od rozmiaru obrazu – dla nietypowych, bardzo małych obrazów (obrazy o rozmiarze 7.6 – 12 kB z grupy *i_18*) średni współczynnik kompresji zmalał o 12.5%, a dla największych obrazów (rozmiar 1.9 – 3 MB, grupa *i_300*) zmalał o 0.06%. Porównano również rozmiary poszczególnych obrazów po kompresji. Okazało się, że po odwróceniu kolejności kodów średni spadek rozmiaru skompresowanych obrazów jest bardzo podobny dla większości grup obrazów i wynosi około 1000 bajtów (większy zysk zaobserwowano dla obrazów zaszumionych i obrazu „b_szum" zawierającego niekompresowalny szum, mniejszy dla największych obrazów).

Tabela 2

Wyniki kompresji po odwróceniu kolejności kodów w rodzinie Rice'a

Grupa (obraz)	Średni rozmiar obrazu [kB]	Współczynnik kompresji			
		Rice [bpp]	odwrócony Rice [bpp]	zmiana [‰]	zmiana [bajty]
funet	225.1	5.002	4.932	-14.1	-1148.3
corel	384.0	3.532	3.510	-6.2	-1071.6
i_18	9.4	6.324	5.530	-125.7	-911.4
i_37	37.4	5.210	4.995	-41.3	-1018.8
i_75	149.7	4.483	4.434	-11.1	-964.2
i_150	598.8	3.800	3.790	-2.7	-879.6
i_300	2395.2	3.300	3.298	-0.6	-775.8
szum	627.0	6.001	5.981	-3.2	-1522.0
„b_szum"	4247.3	8.508	8.500	-0.9	-4222.0
typowe	650.5	4.100	4.065	-8.6	-1000.2

4. Wnioski

Uzyskane wyniki potwierdzają przypuszczenie, że odwrócenie kolejności kodów w rodzinie Rice'a wpływa na polepszenie współczynników kompresji obrazów. Liczba obszarów obrazu, w których następuje zmiana jego charakterystyki, jest podobna dla danego obrazu i dla jego pomniejszonej wersji. Dla wszystkich obrazów kompresor na początku kompresji musi się zaadaptować do charakterystyki przetwarzanych danych. Dlatego też zysk z odwrócenia kolejności kodów, wyrażony jako bezwzględna zmiana rozmiaru skompresowanego obrazu, może bardziej zależeć od treści niż od rozmiaru obrazu.

LITERATURA

1. Howard P. G., Vitter J. S.: Fast and efficient lossless image compression. Proceedings DCC '93. Data Compression Conference, IEEE Comput. Soc. Press Los Alamitos, CA, USA 1992, pp. 351-60.
2. ISO/IEC JTC 1/SC 29/WG 1 FCD 14495: Lossless and near-lossless compression of continuous-tone still images (JPEG-LS). ISO Working Document ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 N522, 1997.
3. Langdon G., Gulati A., Seiler E.: On the JPEG model for lossless image compression. Proceedings DCC '92. Data Compression Conference, IEEE Comput. Soc. Press Los Alamitos, CA, USA 1992, pp. 172-80.
4. Skarbek W.: Metody reprezentacji obrazów cyfrowych. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 1993.
5. Skarbek W.: Multimedia algorytmy i standardy kompresji. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 1998.
6. Skarbek W.: A Note on Rice Code Properties. Warszawa 2002.
7. Starosolski R.: Fast, robust and adaptive lossless image compression. Machine Graphics and Vision, Vol. 8, No. 1 pp. 95-116, Warszawa 1999.
8. Starosolski R.: Szybkie, bezstratne oraz adaptacyjne metody kompresji obrazów w odcieniach szarości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Informatyka, z. 37, ss. 121-45, Gliwice 1999.
9. Starosolski R.: Fast and adaptive lossless grayscale image compression using the LZW algorithm. Archiwum Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Tom 11 (1999), z.2, pp. 171-93, Katowice 1999.
10. Weinberger M. J., Seroussi G., Sapiro G.: LOCO-I: A low complexity, context-based, lossless image compression algorithm. Proceedings DCC '96. Data Compression Conference, IEEE Comput. Soc. Press Los Alamitos, CA, USA 1996.
11. Witten I. H., Moffat A., Bell T. C.: Managing Gigabytes. Van Nostrand Reinhold, USA 1994.

Recenzent: Dr hab. inż. Władysław Skarbek Prof. Pol. Warszawskiej

Wpłynęło do Redakcji 10 stycznia 2001 r.

Abstract

The data model of the FELICS algorithm is used to select a code from the Rice parametric family of codes. The codes in the Rice family are characterized by a single parameter *k*. If there are some codes equally good for encoding a specific symbol *s* according to the criterion used in the data model then the code of the smallest parameter *k* is selected.

We show that using the Rice code of greater parameter k_j for encoding the symbol *s* when there is a code of smaller parameter k_h that assigns a shorter codeword to the symbol *s* does not lead to the expansion of *s*. In the opposite case (if we encode *s* using Rice code of parameter k_h and there is a code of greater parameter k_j that assigns *s* a shorter codeword than the code of parameter k_h) the data expansion may be significant. Therefore it is presumably better to select the last code of all the codes equally good.

In order to make the data model select the code of the greatest value of the parameter *k* instead of the one of the smallest *k* form among all the equally good codes we may reverse the order of codes in the Rice family. The effect of introducing such modification was verified experimentally. It was found that reversing the order of Rice codes improves the image compression ratio.