ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

P 3341/80

AUTOMATYKA

Z. 51
GLIWICE
1980

SPIS TREŚCI

		Str.
1.	Wprowadzenie	3
2.	Struktura systemu produkcyjnego	10
3.	Funkcja celu operatywnego sterowania produkcją	43
4.	Operatywne zadania produkcyjne	48
5.	Ograniczenia techniczne operatywnego sterowania produkcją	61
6.	Optymalizacja dobowych planów produkcji i ekspedycji	65
7.	Operatywne sterowanie oddziałami produkcyjnymi	76
8.	Operatywne sterowanie ekspedycją produktów	91
9.	Schemat obiegu informacji w systemie operatywnego sterowania produkcją	94
10.	Przykład	96
11.	Wykaz literatury	106
12.	Skorowidz symboli	112

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 630

MIROSŁAW ZABOROWSKI

3341/80

METODA OPERATYWNEGO STEROWANIA PRODUKCJĄ W ZAKŁADACH PRZEMYSŁOWYCH O PROCESACH TECHNOLOGICZNYCH CIĄGŁYCH I OKRESOWO CIĄGŁYCH

PL ISSN 0434-0760

GLIWICE 1980

OPINIODAWCY

Prof. dr inż. Henryk Górecki

Doc. dr hab. inż. Franciszek Milkiewicz

REDAKTOR NACZELNY WYDAWNICTW UCZELNIANYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Jan Bandrowski

REDAKTOR DZIAŁU

Anna Skrzywan-Kosek

SEKRETARZ REDAKCJI

Wojciech Mikołajków

REDAKCJA

Elżbieta Stinzing

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Kujawska 2

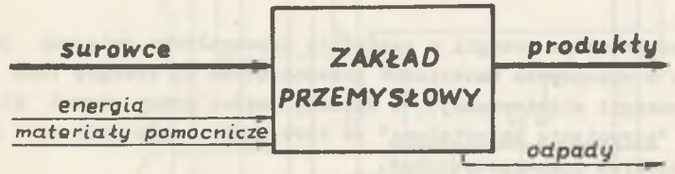
Nakł. 220+85 Ark. wyd. 7,25 Ark. druk. 7,5 Papier offsetowy kl. III 70x100 90. g
Oddano do druku 10.07.1979 Podpis. do druku 13.11.1979 Druk ukończ. w lutym 1980
Zam. 946/79 Cena zł 18,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

1. WPROWADZENIE

1.1. Podstawowe definicje. Zakres pracy

Proces produkcji w zakładzie przemysłowym jest to ogół działań zmierzających do przetworzenia surowców w produkty [121]. Oprócz surowców w procesie produkcji zużywana jest energia i materiały pomocnicze, natomiast na wyjściu zakładu przemysłowego poza produktami otrzymuje się odpady (rys. 1).



Rys. 1. Strumienie wejściowe i wyjściowe zakładu przemysłowego

Na proces produkcji składają się [6]:

1) proces technologiczny,
2) transport,
3) magazynowanie,
4) gospodarka materiałowa,
5) gospodarka energetyczna,
6) gospodarka wodno-ściekowa itd.

Proces technologiczny jest to część procesu produkcji związana bezpośrednio ze zmianą cech fizycznych i chemicznych przetwarzanych materiałów lub energii [6].

Z punktu widzenia operatywnego sterowania produkcją za podstawowe składowe procesu produkcji należy uznać proces technologiczny, transport i magazynowanie, ponieważ tym procesom podlegają przetwarzane materiały w swej wędrówce od wejścia do wyjścia zakładu przemysłowego (rys. 1). Pozostałe procesy składowe mają charakter pomocniczy, a sterowanie nimi powinno być podporządkowane sterowaniu procesami podstawowymi.

Materiały i energię przepływające w zakładzie przemysłowym można podzielić na:

- surowce podstawowe, tzn. materiały sprowadzane z zewnątrz, których przetworzenie jest celem procesu produkcji,

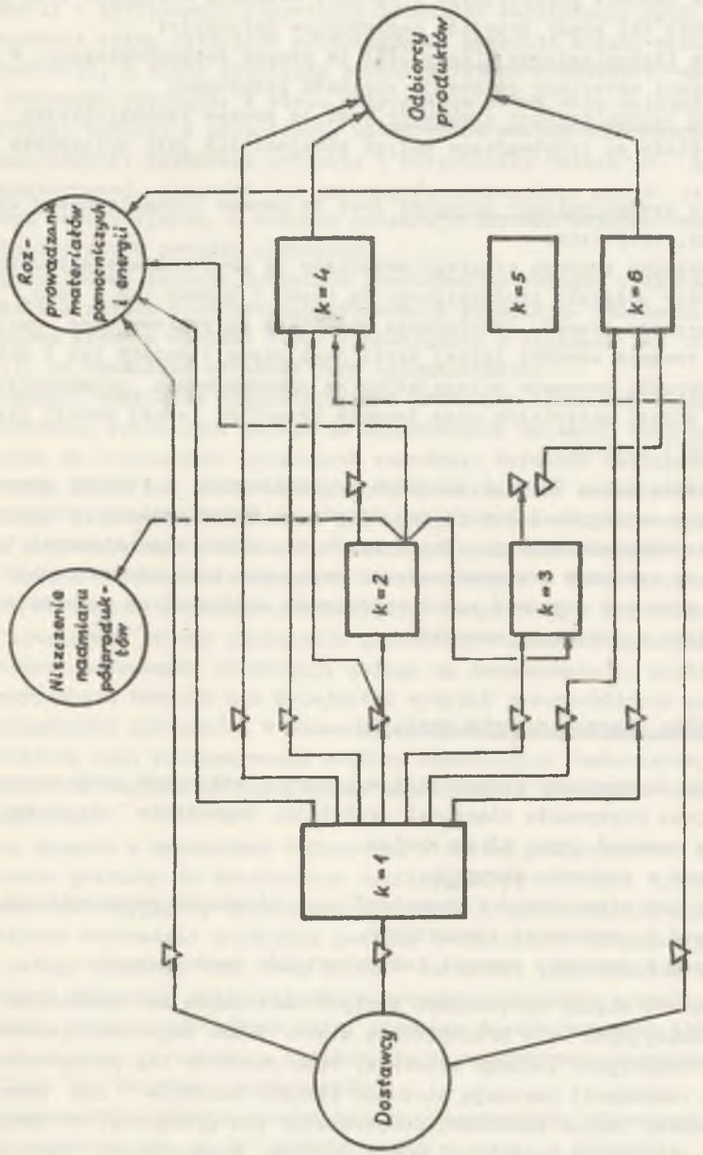
- produkty. tzn. materiały, których wytworzenie jest celem procesu produkcji,
- półprodukty podstawowe. tzn. materiały wytworzone w danym zakładzie przemysłowym i przeznaczone do dalszej przeróbki w tym samym zakładzie,
- półprodukty pomocnicze. tzn. energię i materiały pomocnicze wytworzone i przeznaczone do zużycia w danym zakładzie,
- surowce pomocnicze. tzn. takie materiały pomocnicze i energię sprowadzane z zewnątrz, które mogą zastępować się nawzajem lub są substytutami półproduktów pomocniczych, a także materiały pomocnicze o zapasach normatywnych na tyle małych, że zmiany poziomu zapasów tych materiałów mogą powodować zakłócenia w ciągłości produkcji,
- pozostałe materiały pomocnicze i formy przepływu energii występujące w danym zakładzie, ale nie uwzględniane w przedstawionym dalej modelu matematycznym systemu produkcyjnego,
- odpady.

Ponieważ przepływ energii w zakładzie przemysłowym związany jest prawie zawsze z przepływem materiałów przenoszących tę energię (nie dotyczy to tylko energii elektrycznej), w dalszej części pracy używać się będzie wyrażenia "strumienie materiałowe" na określenie wszystkich ww. strumieni materiałowych i energetycznych.

Praca dotyczy głównie sterowania przepływem materiałów podstawowych. Półprodukty pomocnicze uwzględnia się w celu zamknięcia bilansu materiałów podstawowych. Surowce pomocnicze bierze się pod uwagę bądź z tego samego powodu, bądź dlatego, że zmiany ich dopływu mogą powodować zakłócenia w ciągłości produkcji, lub dlatego, że ich zużycie nie jest jednoznacznie określone przez przepływ materiałów podstawowych. Pozostałe materiały pomocnicze i energię oraz odpady pomija się w schemacie przepływu materiałów zakładu przemysłowego, sporządzonym dla potrzeb operatywnego sterowania produkcją.

Przetwarzanie surowców w produkty realizowane jest etapami, w poszczególnych oddziałach produkcyjnych zakładu. Między nimi, jak również na wejściu i wyjściu zakładu przemysłowego mogą wystąpić magazyny buforowe. Systemem produkcyjnym nazywa się zbiór oddziałów produkcyjnych i magazynów buforowych oraz innych elementów zakładu przemysłowego związanych z przepływem strumieni materiałowych, wzajemnie na siebie oddziałujących poprzez zmiany natężeń przepływu i parametrów jakości materiałów przepływających między nimi (rys. 2). Ponieważ liczba oddziałów produkcyjnych w systemie produkcyjnym jest skończona, można je ponumerować, do czego w niniejszej pracy użyto indeksu k (k=1,...N).

W celu uproszczenia terminologii w dalszej części pracy używa się wyrażenia "proces technologiczny" na określenie każdej jego fazy realizowanej w pojedynczym oddziale produkcyjnym.



Rys. 2. Jedna z możliwych struktur przykładowego systemu produkcyjnego

Procesy technologiczne można podzielić na ciągłe i dyskretne, przy czym brak jest obecnie precyzyjnych i ogólnie uznanych definicji tych procesów. Dla potrzeb tej pracy przyjęto następujące definicje:

Proces technologiczny ciągły jest to proces technologiczny, w którym przetwarzane materiały zachowują ciągłość przepływu.

Proces technologiczny dyskretny jest to proces technologiczny, w którym materiały są przetwarzane małymi porcjami lub jako pojedyncze elementy.

Proces technologiczny okresowy jest to proces technologiczny ciągły lub dyskretny, przy czym:

a) w przypadku procesu ciągłego materiały są przetwarzane okresowo, a czasy pracy oddziału produkcyjnego są rzędu 1 zmiany lub 1 doby,
b) w przypadku procesu dyskretnego materiały są przetwarzane seriami, a czas trwania obróbki jednej serii jest rzędu 1 zmiany lub 1 doby,
c) w przypadku procesów polegających na przetwarzaniu pojedynczych, dużych porcji materiałów czas trwania przeróbki jednej porcji jest większy od 1 godziny.

Niniejsza praca dotyczy zakładów przemysłowych, w których procesy technologiczne są ciągłe lub okresowo ciągłe, a celem procesu produkcji nie jest przetwarzanie energii. Jej wyników nie można więc stosować bezpośrednio np. do zakładów przemysłu maszynowego, hut i elektrowni, choć wydaje się, że może ona stanowić punkt wyjścia do uogólnień na wszystkie zakłady przemysłowe o produkcji masowej.

1.2. Ogólna charakterystyka problemu

W celu zapewnienia harmonijnej współpracy oddziałów produkcyjnych niezbędne jest utrzymanie ciągłości produkcji. Zagrożenie ciągłości produkcji może powstać (rys. 2) na skutek

- zakłóceń w dostawie surowców,
- awarii lub niesprawności poszczególnych oddziałów produkcyjnych,
- zakłóceń w ekspedycji produktów,
- zakłóceń w dostawie energii lub materiałów pomocniczych.

Proporcje między natężeniami dopływu materiałów do niektórych oddziałów produkcyjnych są w przybliżeniu stałe. Wobec tego zmniejszenie zdolności produkcyjnej jednego oddziału, brak surowców lub przejściowe zablokowanie ekspedycji powodują niedobór pewnych surowców lub półproduktów oraz nadmiar innych surowców, półproduktów lub produktów, co stwarza trudności w sterowaniu produkcją całego zakładu. Najprostszym sposobem zrównoważenia bilansu materiałowego zakładu jest proporcjonalne obniżenie obciążeń wszystkich oddziałów produkcyjnych współpracujących z oddziałem, którego zdolność produkcyjna najbardziej odbiega od wartości nominalnej.

Bezpośrednim skutkiem takiego działania jest spadek produkcji, a w przypadku awarii - zatrzymanie wszystkich oddziałów współpracujących.

Zatrzymanie kilku oddziałów produkcyjnych powoduje straty wynikające z braku produkcji, a także dodatkowe straty związane z kosztami przeprowadzenia ponownego rozruchu. W wielu przypadkach można tego uniknąć, ponieważ brakujące surowce i półprodukty można przez pewien czas czerpać z rezerw magazynowych, natomiast produkty i półprodukty będące w nadmiarze można zmagazynować, sprzedać lub zniszczyć, ewentualnie zużyć je w tych oddziałach produkcyjnych, w których proporcje natężeń dopływu materiałów mogą zmieniać się w pewnych granicach.

Ww przykładowe decyzje dotyczące przepływu materiałów w zakładzie są podejmowane w ramach operatywnego sterowania produkcją. Sterowanie operatywne wpływa więc na wartość strat wynikających z zakłóceń w ciągłości produkcji, co uzasadnia celowość jego optymalizacji.

W przypadku oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych ciągłych sterowanie operatywne polega na odpowiednich zmianach obciążeń chwilowych oraz na przesuwaniu ustalonych wcześniej terminów zatrzymania, rozruchu, zmian wsadu lub zmian asortymentu wytwarzanych materiałów. Celem operatywnego sterowania oddziałami pracującymi okresowo jest wyznaczanie momentów rozpoczynania i kończenia poszczególnych okresów pracy oraz rodzaju i ilości materiałów zużywanych i wytwarzanych w tych okresach. Ponadto dla obu typów oddziałów produkcyjnych możliwe są w niektórych przypadkach operatywne zmiany parametrów jakości wytwarzanych materiałów.

Operatywne sterowanie ekspedycją polega na decydowaniu o wielkościach partii wysyłanych towarów i o kolejności wysyłki poszczególnych produktów do poszczególnych odbiorców. W ramach operatywnego sterowania odbiorem surowców możliwe jest wstrzymywanie odbioru zamówionych materiałów, jeśli to konieczne ze względu na przejściowe zmniejszenie zdolności produkcyjnej zakładu.

Poziom zapasów w magazynach buforowych i ilości półproduktów kierowanych w razie potrzeby do zniszczenia wynikają ze sterowania operatywnego oddziałami produkcyjnymi, ekspedycją produktów i odbiorem surowców.

Operatywne sterowanie produkcją powinno uwzględniać aktualną sytuację ruchową całego zakładu, tzn. stan zapasów surowców, półproduktów i produktów, stopień wykonania zadań planowych, remonty oddziałów produkcyjnych i przewidywane terminy ich zakończenia, prognozę dostaw surowców itd. Warunek ten tak bardzo komplikuje problem, że jego efektywne rozwiązanie nie jest możliwe bez istotnych uproszczeń.

Dla uproszczenia zadania optymalizacji operatywnego sterowania całym zakładem proponuje się m.in. dyskretyzację w czasie z długością elementarnego przedziału czasowego Δt na tyle dużą, by można było zaniedbać dynamikę poszczególnych oddziałów produkcyjnych. Dlatego w modelu matematycznym systemu produkcyjnego, który zostanie przedstawiony w rozdz. 2, uwzględnia się dynamikę tylko magazynów buforowych. Obserwacje przeprowa-

dzone w kilku zakładach przemysłu chemicznego wskazują, że praktycznie wystarczy w tym celu przyjąć $\Delta t = 1$ doba. Wydłużanie Δt jest zresztą korzystne również ze względu na wiążący się z tym spadek trudności obliczeniowych optymalizacji.

Optymalny plan produkcji i ekspedycji obliczony przy powyższym uproszczeniu uwzględnia sytuację ruchową całego zakładu i prognozy jej rozwoju w najbliższym czasie, lecz jest zbyt ogólny, bo nie zawiera ww konkretnych decyzji podejmowanych w ramach operatywnego sterowania poszczególnymi oddziałami produkcyjnymi i ekspedycją.

W obliczeniach zmierzających do wyznaczenia tych decyzji (rozdz. 7) stosuje się czas ciągły τ, mierzony w jednostkach $\Delta\tau$ odpowiadających częstości zmian obciążeń dokonywanych w praktyce (np. $\Delta\tau = 1$ godz.). Natomiast w rozdz. 2, do opisu zmian struktur oddziałów produkcyjnych w ciągu okresu Δt, używać się będzie dwóch czasów dyskretnych t, τ , przy czym:

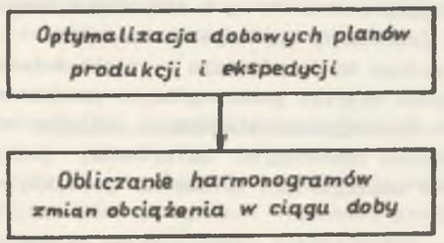
$t = 0,1,...T$ - czas dyskretny używany w zadaniu optymalizacji,

$\tau = 0,1,...cT$ - czas dyskretny o długości elementarnego przedziału $\Delta\tau$,

$c = \frac{\Delta t}{\Delta\tau}$,

T - horyzont optymalizacji.

Dla ustalenia uwagi przyjmuje się $\Delta t = 1$ doba, $\Delta\tau = 1$ godz., $c = 24$. Oczywiście taki wybór Δt, $\Delta\tau$, c nie jest jedynym możliwym.



Rys. 3. Ogólna koncepcja podziału zadań w systemie operatywnego sterowania produkcją

Z przedstawionych wyżej uwag wynika koncepcja dwupoziomowego systemu operatywnego sterowania produkcją (rys. 3). Na wyższym poziomie obliczane są optymalne dobowe plany produkcji i ekspedycji dla całego systemu produkcyjnego i dla wszystkich dni objętych horyzontem optymalizacji. Na poziomie niższym oblicza się harmonogramy zmian obciążenia w ciągu najbliższej doby, dla każdego oddziału produkcyjnego i urządzenia ekspedycyjnego oddzielnie. Natężenia przepływu materiałów w systemie produkcyjnym nie muszą być stałe w ciągu doby, lecz ilości tych materiałów przepływające w ciągu całej doby powinny być zgodne z planem optymalnym.

Operatywne sterowanie w ciągu doby zależy od stanu systemu produkcyjnego na początku tej doby, a z drugiej strony kształtuje stan systemu na jej końcu. Z kolei od tego stanu zależy sterowanie w dniu następnym itd. Dlatego sterowanie operatywne powinno uwzględniać przyszłe skutki aktualnych decyzji, co można osiągnąć planując wartości dobowej produkcji i ekspedycji dla odpowiednio dużej liczby dni. Z drugiej strony planowanie to

musi opierać się na prognozach dostaw surowców i na prognozach sprawności poszczególnych oddziałów produkcyjnych w tych dniach. Im większe jest wyprzedzenie, z którym się planuje, tym mniej pewne są prognozy i tym mniejszy jest wpływ aktualnych decyzji na stan systemu produkcyjnego pod koniec okresu planowania [23]. Dlatego horyzont optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji nie powinien być zbyt długi. Ważnym argumentem przeciwko zwiększaniu horyzontu optymalizacji jest szybki wzrost trudności obliczeniowych w miarę wzrostu liczby dni objętych planowaniem.

Ze względu na niepewność prognoz należy stosować planowanie kroczące. Oznacza to, że plany dobowej produkcji i ekspedycji dla wszystkich dni objętych horyzontem optymalizacji trzeba sporządzać codziennie, lecz realizować należy tylko plan dla najbliższej doby.

2. STRUKTURA SYSTEMU PRODUKCYJNEGO

2.1. Podział zakładu przemysłowego na oddziały produkcyjne

Wielkość produkcji dobowej w każdym oddziale produkcyjnym, jak również dobowe zużycie energii i materiałów pomocniczych, są w przybliżeniu określone przez obciążenie dobowe, tzn. zbiór dobowych natężeń przepływu materiałów dopływających do danego oddziału w strumieniach wiodących. Dla potrzeb planowania dobowej produkcji i ekspedycji można założyć, że wiodące (tzn. niezależne od innych) są natężenia przepływu materiałów w strumieniach wybranych spośród strumieni dopływających do danego oddziału produkcyjnego, chociażby nawet w rzeczywistości sterowanie obciążeniem chwilowym odbywało się przez oddziaływanie na odpływ lub na jakikolwiek przepływ wewnętrzny.

W modelu matematycznym systemu produkcyjnego należy uwzględnić wszystkie strumienie materiałowe przepływające między oddziałami produkcyjnymi. Dlatego liczba zmiennych oraz liczba ograniczeń problemu optymalizacji operatywnego sterowania produkcją zależą istotnie od przyjętego podziału zakładu przemysłowego.

Z punktu widzenia sterowania operatywnego najważniejszą cechą oddziału produkcyjnego jest niezależność obciążenia dobowego od obciążeń dobowych oddziałów współpracujących. Dlatego tę właściwość należy wykorzystywać jako kryterium podziału zakładu przemysłowego przy sporządzaniu modelu matematycznego jego systemu produkcyjnego. Może się zdarzyć, że podział według tego kryterium nie będzie pokrywał się z podziałem organizacyjnym. Jeśli np. wydział zakładu składa się z kilku równoległych, jednakowych "nitek" produkcyjnych, to oddziałem produkcyjnym jest każda z tych nitek, a nie cały wydział.

Powyższe kryterium podziału dopuszcza pewną dowolność interpretacji. Jeżeli np. jeden z oddziałów produkcyjnych reprezentuje dwie instalacje, między którymi znajdują się zbiorniki buforowe umożliwiające normalną pracę każdej z nich mimo kilkunastogodzinnej awarii drugiej instalacji, to obciążenia dobowe tych instalacji są praktycznie niezależne. Pominięcie tych zbiorników jest równoważne założeniu, że ich pojemność nie będzie brana pod uwagę przy optymalizacji sterowania operatywnego całym systemem produkcyjnym, choć mogą one być wykorzystane do operatywnego sterowania tymi instalacjami. Założenie to zmniejsza swobodę sterowania systemem produkcyjnym, lecz za to równocześnie zmniejsza liczbę zmiennych i równań jego modelu matematycznego. Ponieważ trudności obliczeniowe optymalizacji rosną bardzo szybko ze wzrostem liczby ograniczeń, tego typu strukturalne uproszczenia systemu produkcyjnego mogą być w wielu przypadkach konieczne.

2.2. Definicja struktury systemu produkcyjnego

Struktura systemu produkcyjnego jest to graf skierowany[1)]

$$\Gamma = (W, \mathcal{L}), \tag{2.2-1}$$

w którym

$$W = W_O \cup W_V \cup W_W \cup W_J \cup W_K \cup W_L \cup W_M \cup \{w_r\} \cup \{w_s\} \cup \{w_g\} \cup \{w_p\}, \tag{2.2-2}$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_r \cup \mathcal{L}_\xi \cup \mathcal{L}_u \cup \mathcal{L}_e \cup \mathcal{L}_y \cup \mathcal{L}_\zeta \cup \mathcal{L}_s \cup \mathcal{L}_p \cup \mathcal{L}_\varepsilon \cup \mathcal{L}_\sigma \cup \mathcal{L}_\eta \cup \mathcal{L}_\varphi \cup \mathcal{L}_\mu \cup \mathcal{L}_\psi \tag{2.2-3}$$

przy czym:

W_O - zbiór oddziałów produkcyjnych,
W_V - zbiór magazynów buferowych surowców podstawowych,
W_W - zbiór magazynów buferowych produktów i półproduktów,
W_J - zbiór magazynów buferowych surowców pomocniczych,
W_K - zbiór punktów rozpływu surowców podstawowych,
W_L - zbiór punktów rozpływu produktów i półproduktów,
W_M - zbiór punktów rozpływu surowców pomocniczych.

Pozostałe wierzchołki grafu Γ reprezentują:

w_r - dostawców surowców,
w_s - odbiorców produktów,
w_g - sieć rozprowadzającą energię i materiały pomocnicze w zakładzie,
w_p - odbiór półproduktów skierowanych do zniszczenia.

Na zbiór Ł łuków grafu Γ składają się zbiory strumieni:

$\mathcal{L}_r$ - surowców podstawowych dopływających do systemu produkcyjnego,

---

[1)] Graf skierowany $\Gamma = (W, \mathcal{L})$ jest to para zbiorów $W, \mathcal{L}$ takich, że każdemu elementowi ł zbioru Ł jest przyporządkowana uporządkowana para (W', W'') elementów zbioru W[71]. Elementy zbioru W nazywane są wierzchołkami grafu, natomiast elementy zbioru Ł - łukami grafu. Pierwszy element pary (W', W'') odpowiadającej łukowi ł nazywa się jego początkiem, a drugi - końcem.

$Ł_{\zeta}$ - surowców podstawowych odpływających z magazynów buforowych,
$Ł_u$ - surowców podstawowych dopływających do oddziałów produkcyjnych,
$Ł_e$ - półproduktów podstawowych dopływających do oddziałów produkcyjnych,
$Ł_y$ - produktów i półproduktów odpływających z oddziałów produkcyjnych,
$Ł_{\xi}$ - produktów i półproduktów odpływających z magazynów buforowych,
$Ł_s$ - produktów odpływających z systemu produkcyjnego do odbiorców,
$Ł_p$ - półproduktów będących w nadmiarze i kierowanych do zniszczenia,
$Ł_{\varepsilon}$ - półproduktów pomocniczych dopływających do sieci rozprowadzającej energię i materiały pomocnicze,
$Ł_{\delta}$ - surowców podstawowych kierowanych do sprzedaży bez przetworzenia w zakładzie,
$Ł_{\psi}$ - surowców pomocniczych dopływających do systemu produkcyjnego,
$Ł_{\varphi}$ - surowców pomocniczych odpływających z magazynów buforowych,
$Ł_u$ - surowców pomocniczych dopływających do sieci rozprowadzającej energię i materiały pomocnicze,
$Ł_{\phi}$ - surowców pomocniczych kierowanych do sprzedaży bez wykorzystania w zakładzie.

Schemat przepływu materiałów w systemie produkcyjnym (rys. 2) można uważać za graficzny obraz jego struktury, tzn. określonego wyżej grafu Γ.

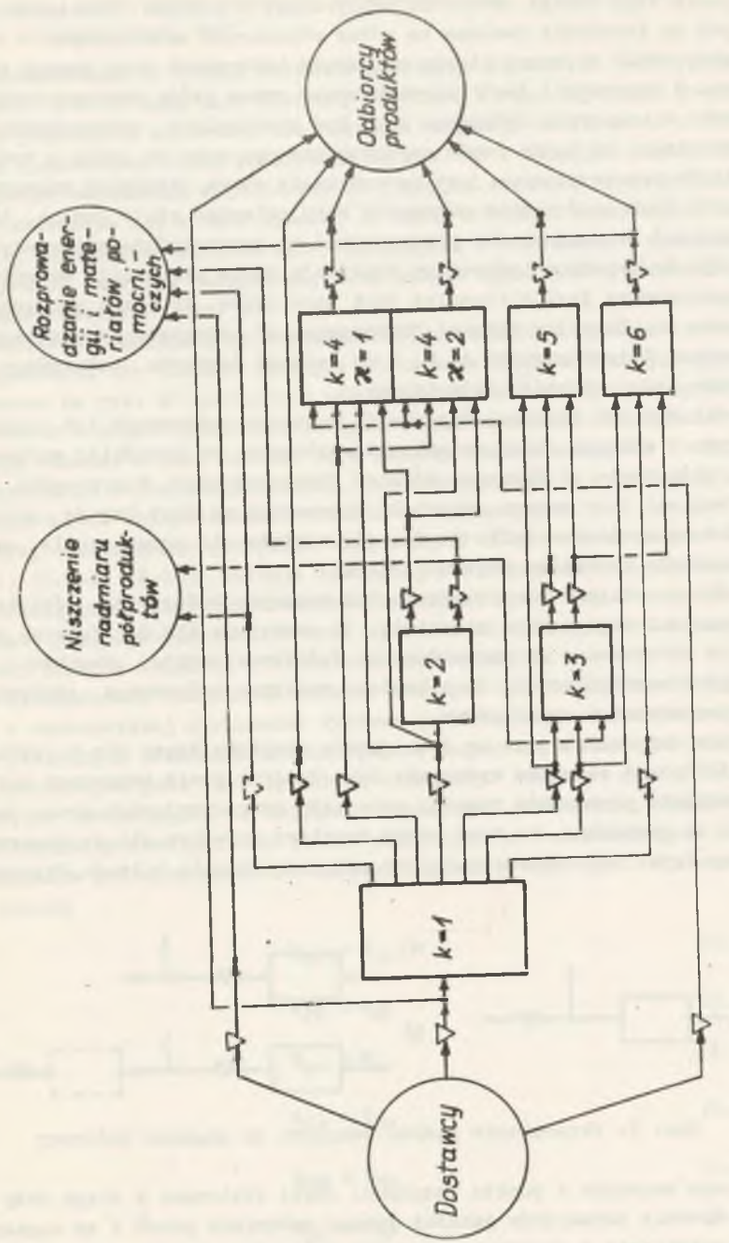
Niektóre z podzbiorów zbioru Ł mogą występować tylko w sporadycznych przypadkach, a do zależności (2.2-3) zostały wprowadzone w celu zapewnienia jej ogólności. Na przykład dla systemu produkcyjnego z rys. 2 $Ł_{\phi} = \Phi$.

2.3. Schemat przepływu materiałów w systemie produkcyjnym

Struktura systemu produkcyjnego jest zmienna, a ponadto jej opis formalny jest dość złożony, bo wymaga przyporządkowania wszystkim strumieniom materiałowym ich źródeł i punktów przeznaczenia. Niżej przedstawiono metodę tworzenia struktury zastępczej - prostszej i stałej w czasie.

Pierwszym krokiem tej metody jest sporządzenie schematu przepływu materiałów w systemie produkcyjnym (rys. 4) zgodnie z następującymi regułami:

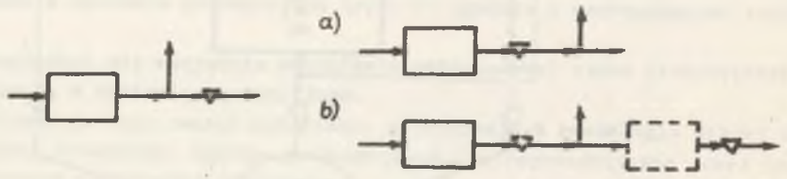
1. Uwzględnia się wszystkie strumienie materiałowe, które kiedykolwiek występują w systemie produkcyjnym.
2. Strumienie tego samego materiału, przepływające równolegle między tymi samymi elementami systemu produkcyjnego, są reprezentowane przez jeden strumień materiałowy zastępczy.
3. Każdy oddział produkcyjny o procesie technologicznym okresowo ciągłym zastępuje się tyloma oddziałami fikcyjnymi, ile jest różnych konfiguracji strumieni materiałowych wejściowych i wyjściowych tego oddziału (oddział k = 4 na rys. 4). Strumienie materiałowe dopływające rzeczywiście do takiego oddziału produkcyjnego rozdzielają się na poszczególne oddziały fikcyjne we wprowadzonych dodatkowo punktach rozpływu. Stru-



Rys. 4. Schemat przepływu materiałów w przykładowym systemie produkcyjnym

mienie tego samego materiału odpływające z różnych oddziałów fikcyjnych są formalnie uważane za różne strumienie materiałowe.

4. Każdy zbiór większej liczby magazynów buforowych tego samego materiału (np. 2 zbiorniki) jest reprezentowany przez jeden magazyn zastępczy.
5. Jeśli w magazynie buforowym mogą być rozdzielnie przechowywane różne materiały, to każda część magazynu przeznaczona na jeden z tych materiałów reprezentowana jest na schemacie przez oddzielny magazyn. Wielkości tych częściowych magazynów mogą zmieniać się w czasie, tzn. mogą zmieniać się pojemności przeznaczone na poszczególne materiały.
6. Jeśli do magazynu buforowego dopływają różne strumienie materiałowe, a magazynowana jest mieszanina tych materiałów, to przed magazynem wprowadza się fikcyjny oddział "komponowania" materiału wchodzącego do magazynu. Dzięki regułom 4, 5, 6 do każdego magazynu buforowego dopływa tylko jeden strumień materiałowy.
7. Jeśli ten sam materiał dopływa do magazynu buforowego lub punktu rozpływu w różnych strumieniach materiałowych, to wcześniej wprowadza się te strumienie na fikcyjny oddział "komponowania". W przypadku różnych strumieni tego samego materiału kierowanych na zbyt lub do zniszczenia jest to konieczne tylko wtedy, gdy nakłada się ograniczenia na łączne natężenie przepływu tego materiału.
8. Jeśli z oddziału produkcyjnego lub magazynu buforowego odpływa więcej strumieni tego samego materiału, to zastępuje się je jednym strumieniem skierowanym do wprowadzonego dodatkowo punktu rozpływu. Wynika stąd w szczególności, że z każdego magazynu buforowego odpływa tylko jeden strumień materiałowy.
9. Każde dwa sąsiadujące ze sobą punkty rozpływu łączy się w jeden.
10. Jeśli punkt rozpływu występuje bezpośrednio przed magazynem buforowym, a wahania parametrów jakości materiału przepływającego przez ten magazyn są pomijalne, to taki punkt rozpływu przesuwa się za magazyn buforowy (rys. 5a). Operacja ta nie zmienia równania bilansu łącznego dla



Rys. 5. Przesuwanie punktu rozpływu za magazyn buforowy

danego magazynu i punktu rozpływu. Jeśli obliczane w ciągu doby wartości średnie parametrów jakości danego materiału przed i za magazynem mogą różnić się w sposób istotny, to wprowadza się fikcyjny magazyn buforowy o zerowej pojemności przed punktem rozpływu i fikcyjny oddział

produkcyjny, przez który materiał przechodzi bez przetworzenia, za punktem rozpływu (rys. 5b).

Mimo zastosowania ww. reguł niektóre podzbiory zbioru Ł występujące w zależności (2.2-3) mogą mieć elementy wspólne. W celu uzyskania rozłączności tych podzbiorów wprowadza się fikcyjne magazyny buforowe o zerowej pojemności (zaznaczone linią przerywaną na rys. 4) i fikcyjne punkty rozpływu o jednym strumieniu wyjściowym. Te fikcyjne elementy systemu produkcyjnego rozmieszcza się w taki sposób, że każdy strumień materiałowy dopływający z zewnątrz do systemu bądź odpływający z oddziałów produkcyjnych dopływa do magazynu buforowego, a za każdym magazynem buforowym występuje punkt rozpływu (rys. 4).

Aby umożliwić późniejsze uproszczenie opisu struktury systemu produkcyjnego wprowadza się również fikcyjne strumienie o zerowym przepływie (nie pokazane na rys. 4) surowców i półproduktów kierowanych na sprzedaż oraz produktów i półproduktów kierowanych do zniszczenia. Strumienie te uzupełniają schemat w taki sposób, że z każdego punktu rozpływu odpływa jeden strumień do odbiorców produktów, a z każdego punktu rozpływu produktów i półproduktów odpływa jeden strumień do zniszczenia.

W dalszej części pracy przyjmuje się, że graf Γ określony zależnościami (2.2-1) (2.2-2) (2.2-3) opisuje zastępczą strukturę systemu produkcyjnego, uzyskaną przez zastosowanie przedstawionych wyżej reguł sporządzania schematu przepływu materiałów oraz wprowadzenie fikcyjnych magazynów buforowych, punktów rozpływu i strumieni materiałowych.

Przez wprowadzenie fikcyjnych punktów rozpływu nie traci się żadnej informacji o rzeczywistej strukturze systemu produkcyjnego, natomiast wprowadzenie fikcyjnych oddziałów produkcyjnych, magazynów buforowych i strumieni materiałowych jest istotną zmianą struktury. Ponieważ graf Γ dotyczy struktury zawierającej te oddziały, magazyny i strumienie, dla pełnego opisu struktury rzeczywistej trzeba podać dodatkowe informacje o strukturze oddziałów produkcyjnych, co zostanie omówione w rozdz. 2.6, oraz określić zbiory

$$W_{v*} \subset W_v, \tag{2.3-1}$$

$$W_{f*} \subset W_f, \tag{2.3-2}$$

$$W_{w*} \subset W_w, \tag{2.3-3}$$

$$Ł_{ó*} \subset Ł_ó, \tag{2.3-4}$$

$$Ł_{\phi*} \subset Ł_\phi, \tag{2.3-5}$$

$$Ł_{s*} \subset Ł_s, \tag{2.3-6}$$

$$Ł_{p*} \subset Ł_p, \tag{2.3-7}$$

grupujące wierzchołki i łuki grafu Γ odpowiadające magazynom i strumieniom fikcyjnym.

Uzasadnienie dla przedstawionej tu pierwszej struktury zastępczej systemu produkcyjnego podano w następnych rozdziałach.

2.4. Struktura oddziału produkcyjnego

Struktura k-go oddziału produkcyjnego jest to uporządkowana trójka

$$\Lambda'^{k} = (\mathcal{L}_u'^{k}, \mathcal{L}_e'^{k}, \mathcal{L}_y'^{k}), \tag{2.4.1}$$

w której

$$\mathcal{L}_u'^{k} = \left\{\ell_{u,1}'^{k}, \ldots \ell_{u,N_u'^{k}}'^{k}\right\} \tag{2.4-2}$$

- uporządkowany zbiór strumieni surowców podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego,

$$\mathcal{L}_e'^{k} = \left\{\ell_{e,1}'^{k}, \ldots \ell_{e,N_e'^{k}}'^{k}\right\} \tag{2.4-3}$$

- uporządkowany zbiór strumieni półproduktów podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego,

$$\mathcal{L}_y'^{k} = \left\{\ell_{y,1}'^{k}, \ldots \ell_{y,N_y'^{k}}'^{k}\right\} \tag{2.4-4}$$

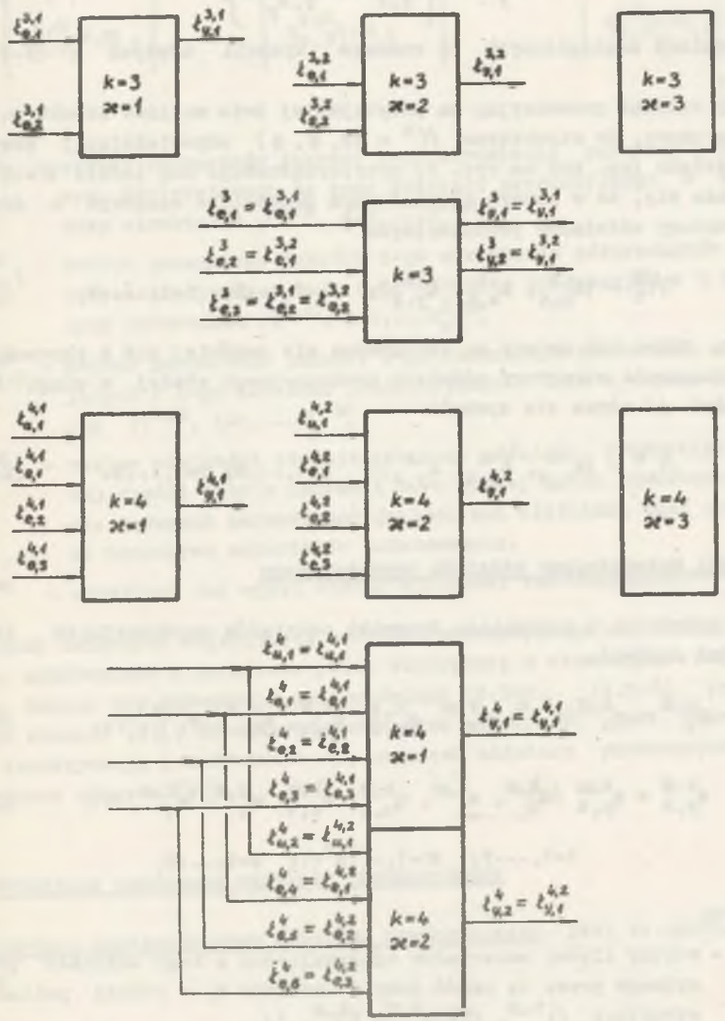
- uporządkowany zbiór strumieni materiałowych odpływających z k-go oddziału produkcyjnego,

$N_u'^{k}$, $N_e'^{k}$, $N_y'^{k}$ - moce zbiorów $\mathcal{L}_u'^{k}$, $\mathcal{L}_e'^{k}$, $\mathcal{L}_y'^{k}$.

Struktura oddziału produkcyjnego może zmieniać się na skutek zatrzymań i uruchomień danego oddziału, a także w wyniku zmian asortymentu zużywanych bądź wytwarzanych materiałów (rys. 6). Ponieważ liczba możliwych struktur, którą oznacza się symbolem N^k, jest skończona, można je ponumerować. Na określenie $\varkappa$ -tej struktury k-go oddziału produkcyjnego ($\varkappa = 1, \ldots N^k$) będzie się używać symboli

$$\Lambda^{k,\varkappa} = (\mathcal{L}_u^{k,\varkappa}, \mathcal{L}_e^{k,\varkappa}, \mathcal{L}_y^{k,\varkappa}), \tag{2.4-5}$$

$$\mathcal{L}_u^{k,\varkappa} = \left\{\ell_{u,1}^{k,\varkappa}, \ldots \ell_{u,N_u^{k,\varkappa}}^{k,\varkappa}\right\}, \tag{2.4-6}$$



Rys. 6. Możliwe struktury przykładowych oddziałów produkcyjnych i ich struktury zastępcze

$$Ł_e^{k,\varkappa} = \left\{ Ł_{e,1}^{k,\varkappa}, \dots Ł_{e,N_e^{k,\varkappa}}^{k,\varkappa} \right\}, \tag{2.4-7}$$

$$Ł_y^{k,\varkappa} = \left\{ Ł_{y,1}^{k,\varkappa}, \dots Ł_{y,N_y^{k,\varkappa}}^{k,\varkappa} \right\}, \tag{2.4-8}$$

o znaczeniach analogicznych do znaczeń symboli użytych w (2.4-1)... (2.4-4).

Każdy oddział produkcyjny ma przynajmniej dwie możliwe struktury. Przyjmuje się umowę, że strukturze $\Lambda'^k = (\Phi, \Phi, \Phi)$ odpowiadającej postojowi k-go oddziału (np. k=5 na rys. 2) przyporządkowuje się indeks $\varkappa = N^k$.

Zakłada się, że w każdym elementarnym przedziale czasowym o długości $\Delta\tau$ struktury oddziałów produkcyjnych

$$\Lambda'^k_\tau = (Ł'^k_{u,\tau}, Ł'^k_{e,\tau}, Ł'^k_{y,\tau}), \quad k=1,\dots N; \ \tau=1,\dots cT, \tag{2.4-9}$$

są stałe, zatem ich zmiany są dokonywane nie częściej niż z okresem $\Delta\tau$.

Na oznaczenie struktury oddziału produkcyjnego stałej w ciągu okresu o długości Δt używa się symbolu

$$\Lambda'^k_t = (Ł'^k_{u,t}, Ł'^k_{e,t}, Ł'^k_{y,t}), \quad k=1,\dots N; \ t=1,\dots T. \tag{2.4-10}$$

2.5. Model matematyczny oddziału produkcyjnego

Przy założeniu o pominięciu dynamiki oddziałów produkcyjnych (rozdz. 1.2) można napisać

$$y_t^{k,\varkappa} = y_t^{k,\varkappa}(u_t^{k,\varkappa}, e_t^{k,\varkappa}, q_{u,t}^{k,\varkappa}, q_{e,t}^{k,\varkappa}, m_t^{k,\varkappa}, z_t^{k,\varkappa}, t), \tag{2.5-1}$$

$$q_{y,t}^{k,\varkappa} = q_{y,t}^{k,\varkappa}(u_t^{k,\varkappa}, e_t^{k,\varkappa}, q_{u,t}^{k,\varkappa}, q_{e,t}^{k,\varkappa}, m_t^{k,\varkappa}, z_t^{k,\varkappa}, t), \tag{2.5-2}$$

$$t=1,\dots T; \quad \varkappa=1,\dots N^k-1; \quad k=1,\dots N,$$

przy czym:

$y_t^{k,\varkappa}$ - wektor ilości materiałów odpływających z k-go oddziału produkcyjnego przez tę część doby o indeksie t, w której posiada on strukturę $\Lambda^{k,\varkappa}$, dim $y_t^{k,\varkappa} = N_y^{k,\varkappa}$,

$u_t^{k,\varkappa}$ - określony jak wyżej wektor ilości surowców podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego, dim $u_t^{k,\varkappa} = N_u^{k,\varkappa}$,

$e_t^{k,\varkappa}$ - określony jak wyżej wektor ilości półproduktów podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego, dim $e_t^{k,\varkappa} = N_e^{k,\varkappa}$,

$$q_{u,t}^{k,\varkappa} = \begin{bmatrix} q_{u,1,t}^{k,\varkappa} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{u,N_u^{k,\varkappa},t}^{k,\varkappa} \end{bmatrix}, \quad q_{e,t}^{k,\varkappa} = \begin{bmatrix} q_{e,1,t}^{k,\varkappa} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{e,N_e^{k,\varkappa},t}^{k,\varkappa} \end{bmatrix}, \quad q_{y,t}^{k,\varkappa} = \begin{bmatrix} q_{y,1,t}^{k,\varkappa} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{y,N_y^{k,\varkappa},t}^{k,\varkappa} \end{bmatrix} \tag{2.5-3}$$

$q_{u,i,t}^{k,\varkappa}$ - wektor parametrów jakości i-go strumienia surowców podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego w dniu t, przy strukturze $\Lambda^{k,\varkappa}$, $i=1,\dots N_u^{k,\varkappa}$,

$q_{e,i,t}^{k,\varkappa}$ - wektor parametrów jakości i-go strumienia półproduktów podstawowych dopływających do k-go oddziału produkcyjnego w dniu t, przy strukturze $\Lambda^{k,\varkappa}$, $i=1,\dots N_e^{k,\varkappa}$,

$q_{y,i,t}^{k,\varkappa}$ - wektor parametrów jakości i-go strumienia materiałów odpływających z k-go oddziału produkcyjnego w dniu t, przy strukturze $\Lambda^{k,\varkappa}$, $i=1,\dots N_y^{k,\varkappa}$,

$m_t^{k,\varkappa}$ - wektor wielkości sterujących k-go oddziału produkcyjnego w tej części doby o indeksie t, w której ma on strukturę $\Lambda^{k,\varkappa}$, nie będących parametrami jakości ani ilościami bądź natężeniami przepływu materiałów podstawowych.

$z_t^{k,\varkappa}$ - określony jak wyżej wektor wielkości zakłócających.

Podział zmiennych wejściowych oddziału produkcyjnego na wielkości sterujące, zakłócające i narzucone przez współpracę z otoczeniem danego oddziału, dający się zauważyć w zależnościach (2.5-1) (2.5-2), wzorowany jest na książce [23]. Niestacjonarność tych zależności jest spowodowana m.in. dezaktywacją i zużywaniem się urządzeń oddziału produkcyjnego, na co zwrócono uwagę w [65].

2.6. Struktura zastępcza oddziału produkcyjnego

Struktura zastępcza k-go oddziału produkcyjnego jest to uporządkowana trójka

$$\Lambda^k = (Ł_u^k, Ł_e^k, Ł_y^k), \tag{2.6-1}$$

w której

$$Ł_u^k = \bigcup_{\varkappa=1}^{N^k-1} Ł_u^{k,\varkappa}, \tag{2.6-2}$$

$$Ł_e^k = \bigcup_{\varkappa=1}^{N^k-1} Ł_e^{k,\varkappa}, \tag{2.6-3}$$

$$Ł_y^k = \bigcup_{\varkappa=1}^{N^k-1} Ł_y^{k,\varkappa}. \tag{2.6-4}$$

Moce zbiorów $Ł_u^k$, $Ł_e^k$, $Ł_y^k$ są równe odpowiednio N_u^k, N_e^k, N_y^k.

Zgodnie z regułą 3 sporządzania schematu przepływu materiałów, strumienie tego samego materiału, dopływające bądź odpływające przy różnych strukturach oddziału produkcyjnego o procesie technologicznym okresowo ciągłym, są różnymi strumieniami materiałowymi (rys. 4, 6). W przypadku procesu technologicznego ciągłego tak nie jest (np. $Ł_{e,2}^{3,1} = Ł_{e,2}^{3,2}$ na rys. 6). Dlatego zbiory strumieni związanych z różnymi strukturami oddziału pracującego okresowo są zbiorami rozłącznymi, natomiast w przypadku oddziału o procesie technologicznym ciągłym mogą mieć części wspólne.

Zarówno zbiory $Ł_u^{k,\varkappa}$, $Ł_e^{k,\varkappa}$, $Ł_y^{k,\varkappa}$ ($\varkappa=1,\dots N^k$) jak i $Ł_u^k$, $Ł_e^k$, $Ł_y^k$ są zbiorami uporządkowanymi. Przyjmuje się zasadę porządkowania strumieni występujących przy poszczególnych strukturach rzeczywistych danego oddziału produkcyjnego zgodnie z ich uporządkowaniem w strukturze zastępczej:

$$(Ł_{u,i}^{k,\varkappa} = Ł_{u,m}^k \wedge Ł_{u,j}^{k,\varkappa} = Ł_{u,n}^k \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \tag{2.6-5}$$

$$i,j=1,\dots N_u^{k,\varkappa};\quad \varkappa=1,\dots N^k;\quad m,n=1,\dots N_u^k;\quad k=1,\dots N,$$

$$(Ł_{e,i}^{k,\varkappa} = Ł_{e,m}^k \wedge Ł_{e,j}^{k,\varkappa} = Ł_{e,n}^k \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \tag{2.6-6}$$

$$i,j=1,\dots N_e^{k,\varkappa};\quad \varkappa=1,\dots N^k;\quad m,n=1,\dots N_e^k;\quad k=1,\dots N,$$

$$(Ł_{y,i}^{k,\varkappa} = Ł_{y,m}^k \wedge Ł_{y,j}^{k,\varkappa} = Ł_{y,n}^k \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \tag{2.6-7}$$

$$i,j=1,\dots N_y^{k,\varkappa};\quad \varkappa=1,\dots N^k;\quad m,n=1,\dots N_y^k;\quad k=1,\dots N.$$

Zgodnie z regułami 1, 3 sporządzania schematu przepływu materiałów, struktury oddziałów produkcyjnych przedstawione na tym schemacie (rys. 4) są właśnie ich strukturami zastępczymi określonymi wzorem (2.6-1). Omawiany tu sposób porządkowania strumieni materiałowych jest więc sposobem przyjętym na tym schemacie.

Dodatkowo obowiązuje porządkowanie strumieni należących do struktury zastępczej zgodnie z przyjętą numeracją możliwych struktur rzeczywistych,

$$\Big(\Big[\underset{\alpha\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\alpha<\varkappa \wedge Ł_{u,m}^k \in Ł_u^{k,\alpha})\Big] \wedge \Big[\underset{\beta\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\beta<\varrho \wedge Ł_{u,n}^k \in Ł_u^{k,\beta})\Big] \wedge$$

$$\wedge Ł_{u,m}^k \in Ł_u^{k,\varkappa} \wedge Ł_{u,n}^k \in Ł_u^{k,\varrho} \wedge \varkappa<\varrho\Big) \Rightarrow m<n, \tag{2.6-8}$$

$$m,n=1,\dots N_u^k;\quad \varkappa,\varrho=1,\dots N^k;\quad k=1,\dots N,$$

$$\Big(\Big[\underset{\alpha\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\alpha<\varkappa \wedge Ł_{e,m}^k \in Ł_e^{k,\alpha})\Big] \wedge \Big[\underset{\beta\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\beta<\varrho \wedge Ł_{e,n}^k \in Ł_e^{k,\beta})\Big] \wedge$$

$$\wedge Ł_{e,m}^k \in Ł_e^{k,\varkappa} \wedge Ł_{e,n}^k \in Ł_e^{k,\varrho} \wedge \varkappa<\varrho\Big) \Rightarrow m<n, \tag{2.6-9}$$

$$m,n=1,\dots N_e^k;\quad \varkappa,\varrho=1,\dots N^k;\quad k=1,\dots N,$$

$$\Big(\Big[\underset{\alpha\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\alpha<\varkappa \wedge Ł_{y,m}^k \in Ł_y^{k,\varkappa})\Big] \wedge \Big[\underset{\beta\in\{1,\dots N^k\}}{\sim\bigvee}(\beta<\varrho \wedge Ł_{y,n}^k \in Ł_y^{k,\beta})\Big] \wedge$$

$$\wedge Ł_{y,m}^k \in Ł_y^{k,\varkappa} \wedge Ł_{y,n}^k \in Ł_y^{k,\varrho} \wedge \varkappa<\varrho\Big) \Rightarrow m<n, \tag{2.6-10}$$

$$m,n=1,\dots N_y^k;\quad \varkappa,\varrho=1,\dots N^k;\quad k=1,\dots N.$$

Struktura zastępcza Λ^k jest niezależna od czasu. Dlatego dla pełnego opisu rzeczywistej struktury oddziału produkcyjnego Λ'^k_τ, w której znajduje się ten oddział w ciągu godziny τ, trzeba dodatkowo podać zbiory strumieni materiałowych o przepływie zerowym w ciągu godziny τ

$$Ł_{u,\tau^*}^k = Ł_u^k - Ł_{u,\tau}'^k, \tag{2.6-11}$$

$$Ł_{e,\tau^*}^k = Ł_e^k - Ł_{e,\tau}'^k, \tag{2.6-12}$$

$$Ł_{y,\tau^*}^k = Ł_y^k - Ł_{y,\tau}'^k, \tag{2.6-13}$$

Dla potrzeb optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji należy znaleźć opis struktury oddziału produkcyjnego nie zmieniający się w ciągu doby. W przypadku oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych ciągłych zakłada się, że ich struktury rzeczywiste są stałe w ciągu doby, tzn.

$$\Lambda'^k_\tau = \Lambda'^k_t, \quad \begin{matrix} k=1,\dots N; \\ t=1,\dots T, \end{matrix} \quad k \notin D; \quad \tau = c(t-1)+1,\dots ct; \tag{2.6-14}$$

przy czym

$$D \subset \{1,\ldots N\} \tag{2.6-15}$$

jest zbiorem indeksów oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych okresowo ciągłych.

W przypadku oddziału produkcyjnego pracującego okresowo można mieć pewność, że jego struktura będzie stała w ciągu doby, tylko wtedy, gdy oddział ten jest wyłączony z ruchu z powodu remontu lub regeneracji, tzn. gdy

$$\Lambda'^{k}_{t} = (\phi, \phi, \phi), \quad t \in \mathcal{T}^{k}_{R}; \quad k=1,\ldots N, \tag{2.6-16}$$

przy czym

$$\mathcal{T}^{k}_{R} \subset \{1,\ldots T\}, \quad k=1,\ldots N, \tag{2.6-17}$$

jest zbiorem dni objętych horyzontem optymalizacji, w których dla k-go oddziału zaplanowano postój renowacyjny. Zakłada się, że w chwili t=0 znana jest prognoza postojów renowacyjnych (2.6-17) dla wszystkich oddziałów produkcyjnych. Zasady ewentualnych korekt planu tych postojów podano w rozdz. 4.3.

Dla oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych ciągłych zakłada się ponadto znajomość prognozy wszelkich innych zmian struktur w okresie objętym horyzontem optymalizacji. Prognozę tę można formalnie przedstawić w postaci zbiorów dni, w których planuje się pracę danego oddziału przy poszczególnych strukturach

$$\mathcal{T}^{k,\varkappa} \subset \{1,\ldots T\}, \quad \varkappa=1,\ldots N^{k}; \quad k=1,\ldots N; \quad k \notin D, \tag{2.6-18}$$

$$\Lambda'^{k}_{t} = \Lambda^{k,\varkappa} \Leftrightarrow t \in \mathcal{T}^{k,\varkappa}, \quad t=1,\ldots T. \tag{2.6-19}$$

Zbiory $\mathcal{T}^{k,\varkappa}$ ($\varkappa=1,\ldots N^{k}$) są rozłączne i pokrywają dla danego k cały zbiór $\{1,\ldots T\}$, bo w każdym dniu oddział produkcyjny pracujący w sposób ciągły musi znajdować się w jednej ze swych struktur dopuszczalnych.

$$\bigwedge_{\varkappa,\varrho=1,\ldots N^{k}} \varrho \neq \varkappa \Rightarrow \mathcal{T}^{k,\varkappa} \cap \mathcal{T}^{k,\varrho} = \phi \tag{2.6-20}$$

$$\bigcup_{\varkappa=1}^{N^{k}} \mathcal{T}^{k,\varkappa} = \{1,\ldots T\}, \tag{2.6-21}$$

$k=1,\ldots N; \quad k \notin D$

Znając struktury dopuszczalne poszczególnych oddziałów (2.4-5), ich struktury zastępcze (2.6-1) i prognozy zmian ich struktur rzeczywistych (2.6-17) (2.6-18) można wyznaczyć zbiory strumieni o przepływie zerowym w poszczególnych dniach

$$\dot{z}^{k}_{u,t*} = \dot{z}^{k}_{u} - \dot{z}'^{k}_{u,t}, \tag{2.6-22}$$

$$\dot{z}^{k}_{e,t*} = \dot{z}^{k}_{e} - \dot{z}'^{k}_{e,t}, \tag{2.6-23}$$

$$\dot{z}^{k}_{y,t*} = \dot{z}^{k}_{y} - \dot{z}'^{k}_{y,t}, \tag{2.6-24}$$

$k=1,\ldots N; \quad t=1,\ldots T,$

oraz zbiory indeksów tych strumieni:

$$I^{k}_{u,t*} = \left\{ i \in \{1,\ldots N^{k}_{u}\}; \quad \dot{z}^{k}_{u,i} \neq \dot{z}'^{k}_{u,t} \right\}, \tag{2.6-25}$$

$$I^{k}_{e,t*} = \left\{ i \in \{1,\ldots N^{k}_{e}\}; \quad \dot{z}^{k}_{e,i} \neq \dot{z}'^{k}_{e,t} \right\}, \tag{2.6-26}$$

$$I^{k}_{y,t*} = \left\{ i \in \{1,\ldots N^{k}_{y}\}; \quad \dot{z}^{k}_{y,i} \neq \dot{z}'^{k}_{y,t} \right\}, \tag{2.6-27}$$

$k=1,\ldots N; \quad t=1,\ldots T.$

Struktura zastępcza Λ^{k} i powyższe zbiory indeksów całkowicie określają rzeczywistą strukturę Λ'^{k}_{t} każdego oddziału produkcyjnego pracującego w sposób ciągły. W przypadku oddziału pracującego okresowo ten opis nie wystarcza, ponieważ struktura takiego oddziału na ogół nie jest stała w ciągu doby i nie jest znana prognoza jej zmian.

Dlatego właśnie wprowadza się zastępczo równolegle pracujące fikcyjne oddziały produkcyjne. Powoduje to niekorzystny wzrost liczby zmiennych problemu, bo strumienie niektórych materiałów występują w strukturze zastępczej wielokrotnie (k=4 na rys. 6), podczas gdy w strukturze zastępczej oddziału pracującego w sposób ciągły każdy materiał występuje tylko raz (k=3 na rys. 6). Za to poza okresami postojów renowacyjnych nie trzeba tej struktury uzupełniać żadnymi informacjami dodatkowymi, ponieważ z punktu widzenia planowania dobowej produkcji i ekspedycji jest wszystko jedno, w jakich godzinach danej doby przepłyną zaplanowane ilości materiałów wejściowych i wyjściowych danego oddziału. Równości (2.5-1) (2.5-2) dla danego $k \in D$ można więc uważać za modele matematyczne N^{k} - 1 oddziałów produkcyjnych pracujących równolegle. Warunek

$$\bigwedge_{\tau \in \{1,\ldots cT\}} \bigwedge_{k \in D} \Big[\Lambda^{k}_{\tau} = \Lambda^{k,\varrho} \Rightarrow (Ł^{k}_{u,\tau *} = \bigcup_{\substack{\varkappa=1 \\ \varkappa \neq \varrho}}^{N^k} Ł^{k,\varkappa}_{u} \wedge$$

$$\wedge\, Ł^{k}_{e,\tau *} = \bigcup_{\substack{\varkappa=1 \\ \varkappa \neq \varrho}}^{N^k} Ł^{k,\varkappa}_{e} \wedge Ł^{k}_{y,\tau *} = \bigcup_{\substack{\varkappa=1 \\ \varkappa \neq \varrho}}^{N^k} Ł^{k,\varkappa}_{y}) \Big], \qquad (2.6\text{-}28)$$

który musi być brany pod uwagę przy operatywnym sterowaniu oddziałami produkcyjnymi w ciągu doby, można pominąć przy formułowaniu zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji.

Posługując się stałą w czasie strukturą zastępczą oddziału produkcyjnego Λ^k zamiast jedną z jego możliwych struktur $\Lambda^{k,\varkappa}$ model matematyczny oddziału produkcyjnego (2.5-1) (2.5-2) można przedstawić w postaci równości

$$y^{k}_{t} = y^{k}_{t}\,(u^{k}_{t}, e^{k}_{t}, q^{k}_{u,t}, q^{k}_{e,t}, m^{k}_{t}, z^{k}_{t}, t), \qquad (2.6\text{-}29)$$

$$q^{k}_{y,t} = q^{k}_{y,t}\,(u^{k}_{t}, e^{k}_{t}, q^{k}_{u,t}, q^{k}_{e,t}, m^{k}_{t}, z^{k}_{t}, t), \qquad (2.6\text{-}30)$$

$$t=1,\ldots T; \quad k=1,\ldots N,$$

uzupełnionych warunkami

$$u^{k}_{i,t} = 0, \quad i \in I^{k}_{u,t*}; \quad k=1,\ldots N; \quad t=1,\ldots T, \qquad (2.6\text{-}31)$$

$$e^{k}_{i,t} = 0, \quad i \in I^{k}_{e,t*}; \quad k=1,\ldots N; \quad t=1,\ldots T, \qquad (2.6\text{-}32)$$

$$y^{k}_{i,t} = 0, \quad i \in I^{k}_{y,t*}; \quad k=1,\ldots N; \quad t=1,\ldots T. \qquad (2.6\text{-}33)$$

Ponadto korzystając z prognozy (2.6-17) (2.6-18) należy wprowadzić wartości współczynników równości (2.6-29) (2.6.30) właściwe dla struktur przewidywanych w poszczególnych dniach.

W przypadku oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych okresowo ciągłych równości (2.6-29) (2.6-30) są inną formą zapisu zależności (2.5-1) (2.5-2), w której wektory u^{k}_{t}, e^{k}_{t}, y^{k}_{t}, $q^{k}_{e,t}$, $q^{k}_{y,t}$, m^{k}_{t}, z^{k}_{t} są wektorami blokowymi składającymi się odpowiednio z wektorów $u^{k,\varkappa}_{t}$, $e^{k,\varkappa}_{t}$, $q^{k,\varkappa}_{u,t}$, $q^{k,\varkappa}_{e,t}$, $q^{k,\varkappa}_{y,t}$, $m^{k,\varkappa}_{t}$, $z^{k,\varkappa}_{t}$ ($\varkappa=1,\ldots N^k-1$).

2.7. Węzeł produkcyjny

Węzeł produkcyjny systemu produkcyjnego jest to uporządkowany zbiór, którego elementami są wszystkie oddziały produkcyjne systemu (k=1,...N) oraz sieć rozprowadzającą energię i materiały pomocnicze (k=N+1). Struktura węzła produkcyjnego nazywa się uporządkowaną trójkę

$$\Lambda^{*} = (Ł^{*}_{u}, Ł^{*}_{e}, Ł^{*}_{y}), \qquad (2.7\text{-}1)$$

w której

$$Ł^{*}_{u} = Ł_{u} \cup Ł_{\mu} \qquad (2.7\text{-}2)$$

- uporządkowany zbiór strumieni surowców dopływających do węzła produkcyjnego,

$$Ł^{*}_{e} = Ł_{e} \cup Ł_{\varepsilon} \qquad (2.7\text{-}3)$$

- uporządkowany zbiór strumieni półproduktów dopływających do węzła produkcyjnego,

$$Ł^{*}_{y} = Ł_{y} \qquad (2.7\text{-}4)$$

- uporządkowany zbiór strumieni produktów i półproduktów odpływających z węzła produkcyjnego (rys. 7).

Z określenia zbiorów $Ł_u$, $Ł_e$, $Ł_y$ wynika bezpośrednio, że

$$Ł_{u} = \bigcup_{k=1}^{N} Ł^{k}_{u}, \qquad (2.7\text{-}5)$$

$$Ł_{e} = \bigcup_{k=1}^{N} Ł^{k}_{e}, \qquad (2.7\text{-}6)$$

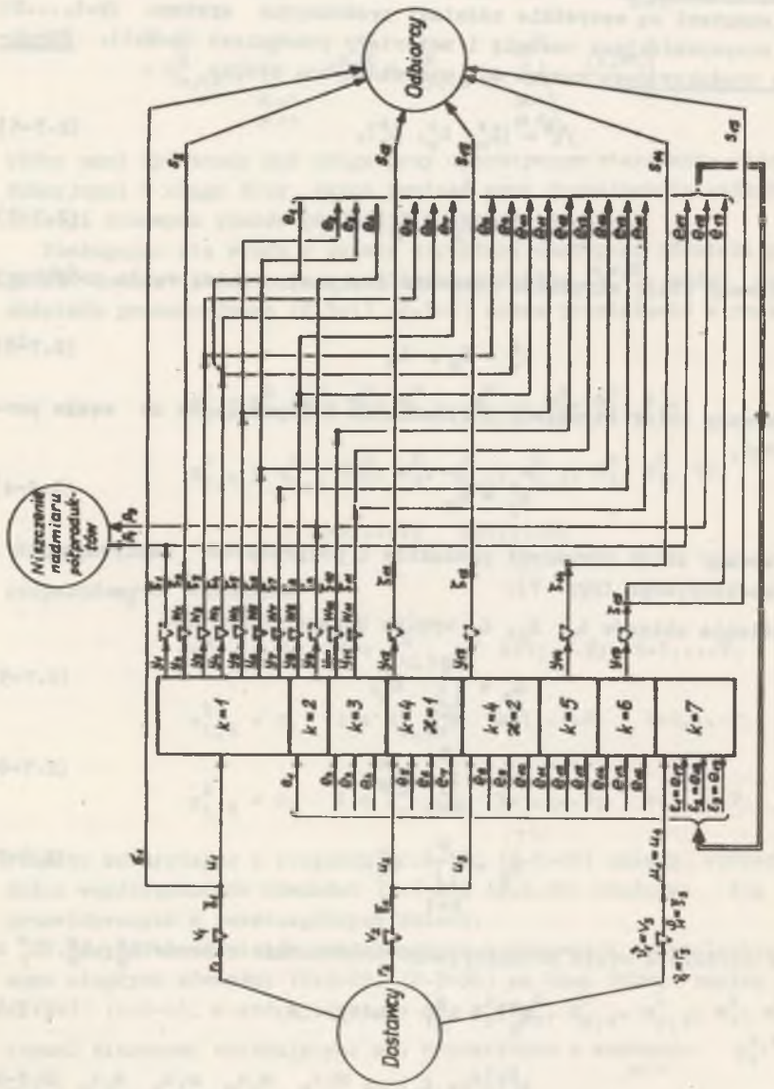
$$Ł_{y} = \bigcup_{k=1}^{N} Ł^{k}_{y}. \qquad (2.7\text{-}7)$$

Zgodnie z definicją węzła produkcyjnego podzbiorami zbiorów $Ł^{*}_{u}$, $Ł^{*}_{e}$, $Ł^{*}_{y}$ są

$$Ł^{k*}_{u} = Ł^{k}_{u}, \quad k=1,\ldots N, \qquad (2.7\text{-}8)$$

$$Ł^{N+1*}_{u} = Ł_{\mu}, \qquad (2.7\text{-}9)$$

$$Ł^{k*}_{e} = Ł^{k}_{e}, \quad k=1,\ldots N, \qquad (2.7\text{-}10)$$



Rys. 7. Uporządkowany schemat przepływu materiałów w przykładowym systemie produkcyjnym

$$\mathfrak{L}_e^{N+1*} = \mathfrak{L}_\xi, \tag{2.7-11}$$

$$\mathfrak{L}_y^{k*} = \mathfrak{L}_y^k, \qquad k=1,\ldots N. \tag{2.7-12}$$

Z zależności

$$\bigwedge_{\substack{k,l=1,\ldots N+1 \\ k\neq l}} (\mathfrak{L}_u^{k*} \cap \mathfrak{L}_u^{l*} = \Phi \wedge \mathfrak{L}_e^{k*} \cap \mathfrak{L}_e^{l*} = \Phi), \tag{2.7-13}$$

$$\bigwedge_{\substack{k,l=1,\ldots N \\ k\neq l}} \mathfrak{L}_y^{k*} \cap \mathfrak{L}_y^{l*} = \Phi, \tag{2.7-14}$$

$$N_u^{N+1} = N_\mathfrak{J}, \tag{2.7-15}$$

$$N_e^{N+1} = N_\xi, \tag{2.7-16}$$

wynika, że

$$N_u = \sum_{k=1}^{N+1} N_u^k, \tag{2.7-17}$$

$$N_e = \sum_{k=1}^{N+1} N_e^k, \tag{2.7-18}$$

$$N_y = \sum_{k=1}^{N} N_y^k, \tag{2.7-19}$$

przy czym N_u, N_e, N_y, N_ξ są odpowiednio mocami zbiorów $\mathfrak{L}_u^*$, $\mathfrak{L}_e^*$, $\mathfrak{L}_y^*$, $\mathfrak{L}_\xi$, natomiast $N_\mathfrak{J}$ jest mocą zbiorów $\mathfrak{L}_\mathfrak{J}$, W_φ, $\mathfrak{L}_\varphi$, $\mathfrak{L}_\mu$, $\mathfrak{L}_\psi$.

Sposób uporządkowania strumieni materiałowych dopływających i odpływających z węzła produkcyjnego przyjmuje się jako bazę dla formalnego przedstawienia struktury całego systemu produkcyjnego. W tym celu wprowadza się zbiory indeksów tych strumieni

$$I_u = \{1,\ldots N_u\}, \tag{2.7-20}$$

$$I_e = \{1,\ldots N_e\}, \tag{2.7-21}$$

$$I_y = \{1,\ldots N_y\}, \tag{2.7-22}$$

oraz zbiory indeksów strumieni związanych z poszczególnymi oddziałami produkcyjnymi i siecią rozprowadzającą materiały pomocnicze i energię, a w

przypadku oddziałów o procesach technologicznych okresowo ciągłych - również z poszczególnymi strukturami tych oddziałów

$$I_u^k = \left\{ i \in I_u : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_u^k\right\}} \lambda_{u,j}^{k*} = \lambda_{u,i}^{*} \right\}, \quad k=1,\ldots N+1, \qquad (2.7\text{-}23)$$

$$I_e^k = \left\{ i \in I_e : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_e^k\right\}} \lambda_{e,j}^{k*} = \lambda_{e,i}^{*} \right\}, \quad k=1,\ldots N+1, \qquad (2.7\text{-}24)$$

$$I_y^k = \left\{ i \in I_y : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_y^k\right\}} \lambda_{y,j}^{k*} = \lambda_{y,i}^{*} \right\}, \quad k=1,\ldots N, \qquad (2.7\text{-}25)$$

$$I_u^{k,\varkappa} = \left\{ i \in I_u : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_u^{k,\varkappa}\right\}} \lambda_{u,j}^{k,\varkappa} = \lambda_{u,i}^{\varkappa} \right\}, \qquad (2.7\text{-}26)$$

$$I_e^{k,\varkappa} = \left\{ i \in I_e : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_e^{k,\varkappa}\right\}} \lambda_{e,j}^{k,\varkappa} = \lambda_{e,j}^{\varkappa} \right\}, \qquad (2.7\text{-}27)$$

$$I_y^{k,\varkappa} = \left\{ i \in I_y : \bigvee_{j \in \left\{1,\ldots N_y^{k,\varkappa}\right\}} \lambda_{y,j}^{k,\varkappa} = \lambda_{y,i}^{\varkappa} \right\}, \qquad (2.7\text{-}28)$$

$$\varkappa = 1,\ldots N^k-1; \quad k \in D$$

Uporządkowanie zbiorów L_u^*, L_e^*, L_y^* oraz odpowiadających im zbiorów indeksów I_u, I_e, I_y wynika z uporządkowania zbiorów L_u^k, L_e^k, L_y^k (k=1,...N), przedstawionego w rozdz. 2.6, i z przyjętej numeracji oddziałów produkcyjnych.

$$(i \in I_u^k \wedge j \in I_u^l \wedge k < l) \Rightarrow i < j, \qquad (2.7\text{-}29)$$

$$i,j \in I_u; \quad k,l \in \left\{1,\ldots N+1\right\},$$

$$(i \in I_e^k \wedge j \in I_e^l \wedge k<l) \Rightarrow i<j, \qquad (2.7\text{-}30)$$

$$i,j \in I_e; \quad k,l \in \left\{1,\ldots N+1\right\},$$

$$(i \in I_y^k \wedge j \in I_y^l \wedge k<l) \Rightarrow i<j, \qquad (2.7\text{-}31)$$

$$i,j \in I_y; \quad k,l \in \left\{1,\ldots N\right\},$$

$$(\lambda_{u,i}^{*} = \lambda_{u,m}^{k*} \wedge \lambda_{u,j}^{*} = \lambda_{u,n}^{k*} \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \qquad (2.7\text{-}32)$$

$$i,j \in I_u; \quad m,n \in \left\{1,\ldots N_u^k\right\};$$

$$k \in \left\{1,\ldots N+1\right\},$$

$$(\lambda_{e,i}^{*} = \lambda_{e,m}^{k*} \wedge \lambda_{e,j}^{*} = \lambda_{e,n}^{k*} \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \qquad (2.7\text{-}33)$$

$$i,j \in I_e; \quad m,n \in \left\{1,\ldots N_e^k\right\}; \quad k \in \left\{1,\ldots N+1\right\},$$

$$(\lambda_{y,i}^{*} = \lambda_{y,m}^{k*} \wedge \lambda_{y,j} = \lambda_{y,n}^{k*} \wedge m<n) \Rightarrow i<j, \qquad (2.7\text{-}34)$$

$$i,j \in I_y; \quad m,n \in \left\{1,\ldots N_y^k\right\}; \quad k \in \left\{1,\ldots N\right\}.$$

Zależności (2.6-29) (2.6-30), które można uważać za model matematyczny węzła produkcyjnego, w zwartej formie przyjmują postać

$$y_t = y_t(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t), \quad t=1,\ldots T, \qquad (2.7.35)$$

$$q_{y,t} = q_{y,t}(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t), \quad t=1,\ldots T, \qquad (2.7.36)$$

przy czym

$$u_t = \begin{bmatrix} u_t^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_t^{N+1} \end{bmatrix}, \quad e_t = \begin{bmatrix} e_t^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_t^{N+1} \end{bmatrix}, \quad y_t = \begin{bmatrix} y_t^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_t^N \end{bmatrix}, \quad q_{u,t} = \begin{bmatrix} q_{u,t}^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{u,t}^{N+1} \end{bmatrix},$$

$$q_{e,t} = \begin{bmatrix} q_{e,t}^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{e,t}^{N+1} \end{bmatrix}, \quad q_{y,t} = \begin{bmatrix} q_{y,t}^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{y,t}^N \end{bmatrix}, \quad m_t = \begin{bmatrix} m_t^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m_t^N \end{bmatrix}, \quad z_t = \begin{bmatrix} z_t^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_t^N \end{bmatrix}$$

$$t=1,\ldots T. \qquad (2.7\text{-}37)$$

Zapotrzebowanie w dniu t na surowce i półprodukty pomocnicze zależy od ich parametrów jakości $q_{u,t}^{N+1}$, $q_{e,t}^{N+1}$, a także od obciążenia oddziałów pro-

dukcyjnych w tym dniu u_t^k, e_t^k (k=1,...N), od parametrów jakości zużywanych tam materiałów podstawowych $q_{u,t}^k$, $q_{e,t}^k$ (k=1,...N) oraz od sterowania i zakłóceń działających na oddziały produkcyjne m_t^k, z_t^k (k=1,...N).

Czasami różne rodzaje surowców lub półproduktów pomocniczych mogą się wzajemnie zastępować. Na przykład w niektórych zakładach piece przemysłowe mogą być opalane zarówno gazem opałowym jak i mazutem. W takich przypadkach zapotrzebowanie na energię bądź materiały pomocnicze jest formułowane łącznie i nie można go przedstawić w postaci wzorów na odpowiednie składowe wektorów

u_t^{N+1} - wektor ilości surowców pomocniczych zużywanych w systemie produkcyjnym w dniu t,

e_t^{N+1} - wektor ilości półproduktów pomocniczych zużywanych w systemie produkcyjnym w dniu t.

Dlatego ogólnie bilans zapotrzebowania i zużycia surowców i półproduktów pomocniczych ma postać

$$C_i(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t) = 0, \qquad (2.7\text{-}38)$$

$$i=1,\dots N_C;\ t=1,\dots T.$$

Do powyższej postaci można sprowadzić również wszystkie inne ograniczenia równościowe na wzajemne proporcje materiałów zużywanych w węźle produkcyjnym. Łącznie z (2.7-38) stanowią one zespół zależności

$$C_i(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t) = 0, \qquad (2.7\text{-}39)$$

$$i=1,\dots N_C;\quad t=1,\dots T,$$

przy czym $N_C \geq N_G$.

Strumieni odpływających z sieci rozprowadzającej materiały pomocnicze i energię nie uwzględnia się w sposób wyraźny w modelu matematycznym systemu produkcyjnego. Zużycie energii i materiałów pomocniczych w poszczególnych oddziałach produkcyjnych jest narzucone przez inne wielkości, co znajduje odbicie w ograniczeniach (2.7-38), a ponieważ jest zależne, nie decyduje ani o ilościach ani o parametrach jakości materiałów odpływających z oddziałów produkcyjnych. Dlatego wektory u_t^{N+1}, e_t^{N+1}, $q_{u,t}^{N+1}$, $q_{e,t}^{N+1}$, odgrywające istotną rolę w ograniczeniach (2.7-38) do równości (2.7-35) (2.7-36) wchodzą tylko formalnie.

W tym miejscu należy przypomnieć (rozdz. 1.1), że część energii i materiałów pomocniczych jest pomijana całkowicie, tzn. nie uwzględnia się nawet ich strumieni dopływających do sieci rozprowadzających. Oczywiście w funkcji celu sterowania operatywnego (rozdz. 3.2) nie można pominąć kosztów zużycia tych materiałów i energii.

Przy opisie struktury węzła produkcyjnego i w jego modelu matematycznym trzeba uwzględnić zmienność struktur oddziałów produkcyjnych. W tym celu wprowadza się zbiory indeksów

$$I_{u,t*} = \left\{ i \in I_u : \mathcal{L}_{u,i}^* \in \bigcup_{k=1}^{N+1} \mathcal{L}_{u,t*}^k \right\},\ t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}40)$$

$$I_{e,t*} = \left\{ i \in I_e : \mathcal{L}_{e,i}^* \in \bigcup_{k=1}^{N+1} \mathcal{L}_{e,t*}^k \right\},\ t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}41)$$

$$I_{y,t*} = \left\{ i \in I_y : \mathcal{L}_{y,i}^* \in \bigcup_{k=1}^{N} \mathcal{L}_{y,t*}^k \right\},\ t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}42)$$

przy pomocy których ustala się warunki

$$u_{i,t} = 0, \quad i \in I_{u,t*};\quad t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}43)$$

$$e_{i,t} = 0, \quad i \in I_{e,t*};\quad t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}44)$$

$$y_{i,t} = 0, \quad i \in I_{y,t*};\quad t=1,\dots T. \qquad (2.7\text{-}45)$$

Ponadto trzeba pamiętać o odpowiedniej aktualizacji współczynników występujących w zależnościach (2.7-35) (2.7-36), zgodnej ze zmianami współczynników równości (2.6-29) (2.6-30).

Łatwo zauważyć, że sposób opisu zmian struktur oddziałów produkcyjnych został wykorzystany w zależnościach (2.7-40) ... (2.7-45) również do opisu ewentualnych przerw w dopływie poszczególnych strumieni do sieci rozprowadzającej energię i materiały pomocnicze.

2.8. Dopływ surowców do systemu produkcyjnego

Zbiory strumieni surowców podstawowych i pomocniczych na wejściu do systemu produkcyjnego (rys. 7) można zintegrować w podobny sposób jak zbiory strumieni dopływających do węzła produkcyjnego. W tym celu wprowadza się zbiory

$$\mathcal{L}_r^* = \mathcal{L}_r \cup \mathcal{L}_\varphi, \qquad (2.8\text{-}1)$$

$$I_r = \left\{ 1, \dots N_r \right\}, \qquad (2.8\text{-}2)$$

gdzie N_r jest mocą zbioru $\mathcal{L}_r^*$, równą sumie mocy zbiorów $\mathcal{L}_r$ i $\mathcal{L}_\varphi$.

Zbiorowi strumieni surowców $Ł_r^*$ odpowiadają wektory

r_t - wektor ilości surowców (podstawowych i pomocniczych) dopływających do systemu produkcyjnego w dniu t, dim $r_t = N_r$,

$q_{r,i,t}$ - wektor parametrów jakości i-go strumienia surowców dopływających do systemu produkcyjnego, i=1,...N_r,

$$q_{r,t} = \begin{bmatrix} q_{r,1,t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{r,N_r,t} \end{bmatrix}, \qquad t=1,...T. \tag{2.8-3}$$

2.9. Magazyny buforowe

Dzięki przyjętym w rozdz. 2.3 regułom sporządzania schematu przepływu materiałów, na wejściu i wyjściu dowolnego magazynu buforowego występuje tylko jeden strumień materiałowy. Ponadto każdemu strumieniowi dopływającemu do systemu produkcyjnego i każdemu strumieniowi odpływającemu z węzła produkcyjnego odpowiada jeden magazyn buforowy - rzeczywisty lub fikcyjny. Ponieważ są to wszystkie magazyny buforowe występujące w systemie produkcyjnym, można je ponumerować przy pomocy indeksów tych strumieni (rys. 7).

W przypadku magazynów buforowych surowców jest to związane ze scaleniem zbiorów magazynów surowców podstawowych i pomocniczych, wynikającym z zależności (2.8-1).

$$W_v^* = W_v \cup W_r, \tag{2.9-1}$$

$$Ł_\xi^* = Ł_\xi \cup Ł_\varphi, \tag{2.9-2}$$

Równania bilansów magazynów buforowych są następujące

$$v_{i,t} - v_{i,t-1} = r_{i,t} - \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, \qquad i=1,...N_r, \quad t=1,...T, \tag{2.9-3}$$

$$w_{i,t} - w_{i,t-1} = y_{i,t} - \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, \qquad i=1,...N_y, \quad t=1,...T, \tag{2.9-4}$$

przy czym

$v_{i,t}$ - poziom zapasów w magazynie buforowym i-go surowca na końcu doby o indeksie t,

$r_{i,t}$ - ilość i-go surowca dopływająca do systemu produkcyjnego w ciągu doby o indeksie t,

$\overset{\leftarrow}{s}_{i,t}$ - ilość i-go surowca odpływająca z magazynu buforowego w ciągu doby o indeksie t,

$w_{i,t}$ - poziom zapasów i-go materiału wyjściowego węzła produkcyjnego na końcu doby o indeksie t,

$y_{i,t}$ - ilość i-go materiału odpływającego z węzła produkcyjnego w ciągu doby o indeksie t,

$\overset{\leftarrow}{s}_{i,t}$ - ilość i-go materiału wyjściowego węzła produkcyjnego odpływająca z magazynu buforowego w ciągu doby o indeksie t.

Dla parametrów jakości zmagazynowanych materiałów obowiązują zależności

$$q_{v,i,t} = q_{v,i,t}\,(r_{i,t}, \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, q_{r,i,t}, q_{\xi,i,t}, v_{i,t-1}, q_{v,i,t-1}), \tag{2.9-5}$$

$$i=1,...N_r; \quad t=1,...T,$$

$$q_{w,i,t} = q_{w,i,t}\,(y_{i,t}, \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, q_{y,i,t}, q_{\xi,i,t}, w_{i,t-1}, q_{w,i,t-1}), \tag{2.9-6}$$

$$i=1,...N_y; \quad t=1,...T,$$

w których $q_{v,i,t}$, $q_{r,i,t}$, $q_{\xi,i,t}$, $q_{w,i,t}$, $q_{y,i,t}$, $q_{\xi,i,t}$, są wektorami wartości średnich parametrów jakości, obliczonymi dla ilości materiałów równych odpowiednio $v_{i,t}$, $r_{i,t}$, $\overset{\leftarrow}{s}_{i,t}$, $w_{i,t}$, $y_{i,t}$, $\overset{\leftarrow}{s}_{i,t}$.

Zależności (2.9-5) (2.9-6) nie można efektywnie wykorzystać bez dodatkowych informacji lub założeń upraszczających, umożliwiających wyrażenie średnich wartości parametrów jakości materiałów odpływających z magazynów w ciągu doby $q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t}$, $q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t}$ przy pomocy pozostałych wielkości występujących w tych zależnościach. Na przykład w [65] założono idealne mieszanie, addytywność poszczególnych parametrów jakości i liniowość ich zmian w czasie od wartości początkowych do wartości końcowych w każdym elementarnym przedziale czasowym Δt.

Przy tego typu założeniach upraszczających można obliczyć wektory $q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t}$, $q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t}$ i wyrugować je z zależności (2.9-5) (2.9-6), dzięki czemu otrzymuje się związki

$$q_{v,i,t} = q_{v,i,t}\,(r_{i,t}, \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, q_{r,i,t}, v_{i,t-1}, q_{v,i,t-1}), \tag{2.9-7}$$

$$q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t} = q_{\overset{\leftarrow}{\xi},i,t}\,(r_{i,t}, \overset{\leftarrow}{s}_{i,t}, q_{r,i,t}, v_{i,t-1}, q_{v,i,t-1}), \tag{2.9-8}$$

$$i=1,...N_r; \quad t=1,...T,$$

$$q_{w,i,t} = q_{w,i,t}\,(y_{i,t},\ \xi_{i,t},\ q_{y,i,t},\ w_{i,t-1},\ q_{w,i,t-1}), \qquad (2.9\text{-}9)$$

$$q_{\xi,i,t} = q_{\xi,i,t}\,(y_{i,t},\ \xi_{i,t},\ q_{y,i,t},\ w_{i,t-1},\ q_{w,i,t-1}), \qquad (2.9\text{-}10)$$

$$i=1,\ldots N_y;\quad t=1,\ldots T.$$

Dla magazynów buforowych fikcyjnych obowiązują dodatkowe warunki

$$v_{i,t} = 0, \quad i \in I_{vs};\quad t=0,1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}11)$$

$$w_{i,t} = 0, \quad i \in I_{ws};\quad t=0,1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}12)$$

w których

$$I_{vs} = \left\{ i \in I_r : w^{*}_{v,i} \in W_{vs} \vee w^{*}_{v,i} \in W_{ws} \right\}, \qquad (2.9\text{-}13)$$

$$I_{ws} = \left\{ i \in I_y : w_{w,i} \in W_{ws} \right\}. \qquad (2.9\text{-}14)$$

W przypadku magazynów buforowych fikcyjnych zależności (2.9-3) (2.9-4) (2.9-7)...(2.9-10) redukują się do następujących równości

$$\xi_{i,t} = r_{i,t}, \qquad i \in I_{vs};\quad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}15)$$

$$\xi_{i,t} = y_{i,t}, \qquad i \in I_{ws};\quad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}16)$$

$$q_{\xi,i,t} = q_{v,i,t} = q_{r,i,t}, \qquad i \in I_{vs};\quad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}17)$$

$$q_{\xi,i,t} = q_{w,i,t} = q_{y,i,t}, \qquad i \in I_{ws};\quad t=1,\ldots T. \qquad (2.9\text{-}18)$$

Zależności (2.9-3) (2.9-4) (2.9-7)...(2.9-10) można przedstawić w następującej zwartej postaci

$$v_t - v_{t-1} = r_t - \xi_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}19)$$

$$w_t - w_{t-1} = y_t - \xi_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}20)$$

$$q_{v,t} = q_{v,t}(r_t,\ \xi_t,\ q_{r,t},\ v_{t-1},\ q_{v,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}21)$$

$$q_{w,t} = q_{w,t}(y_t,\ \xi_t,\ q_{y,t},\ w_{t-1},\ q_{w,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}22)$$

$$q_{\xi,t} = q_{\xi,t}(r_t,\ \xi_t,\ q_{r,t},\ v_{t-1},\ q_{v,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}23)$$

$$q_{\xi,t} = q_{\xi,t}(y_t,\ \xi_t,\ q_{y,t},\ w_{t-1},\ q_{w,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \qquad (2.9\text{-}24)$$

przy czym wektory v_t, r_t, ξ_t, w_t, y_t, ξ_t, $q_{v,t}$, $q_{r,t}$, $q_{\xi,t}$, $q_{w,t}$, $q_{y,t}$, $q_{\xi,t}$ składają się odpowiednio z określonych wyżej wielkości skalarnych $v_{i,t}$, $r_{i,t}$, $\xi_{i,t}$, $w_{i,t}$, $y_{i,t}$, $\xi_{i,t}$ i wektorów $q_{v,i,t}$, $q_{r,i,t}$, $q_{\xi,i,t}$, $q_{w,i,t}$, $q_{y,i,t}$, $q_{\xi,i,t}$.

Uporządkowane zbiory magazynów buforowych W^{*}_{v}, W_w nazywa się dalej <u>węzłami bilansowymi</u> surowców oraz produktów i półproduktów.

2.10. <u>Struktura punktu rozpływu</u>

<u>Struktura punktu rozpływu</u> jest to zbiór strumieni materiałowych odpływających z tego punktu.

Struktury punktów rozpływu surowców oznaczać się będzie symbolem K_i ($i=1,\ldots N_r$), natomiast struktury punktów rozpływu produktów i półproduktów - symbolem L_i ($i=1,\ldots N_y$). Do uporządkowania punktów rozpływu używa się indeksów magazynów buforowych, tzn. indeksów należących do zbiorów I_r, I_y, ponieważ każdemu magazynowi odpowiada jeden i tylko jeden punkt rozpływu, występujący bezpośrednio za nim (rozdz. 2.3).

Ze względu na integrację magazynów buforowych surowców podstawowych i pomocniczych również punkty rozpływu tych surowców łączy się w jeden zbiór

$$W^{*}_{K} = W_K \cup W_M. \qquad (2.10\text{-}1)$$

Analogicznie scala się zbiory strumieni surowców podstawowych i pomocniczych odpływających na zbyt bez wykorzystania w zakładzie

$$\dot{z}^{*}_{G} = \dot{z}_{G} \cup \dot{z}_{\Phi}. \qquad (2.10\text{-}2)$$

Z reguł przedstawionych w rozdz. 2.3 wynika, że:

- z każdego punktu rozpływu surowców $w^{*}_{K,i}$ ($i=1,\ldots N_r$) odpływa jeden strumień $\dot{z}^{*}_{G,i}$ skierowany na zbyt,
- z każdego punktu rozpływu produktów i półproduktów $w_{L,i}$ ($i=1,\ldots N_y$) odpływa jeden strumień $\dot{z}_{s,i}$ na zbyt oraz jeden strumień $\dot{z}_{p,i}$ do zniszczenia.

Dlatego struktury punktów rozpływu można przedstawić przy pomocy następujących wyrażeń

$$K_i = \left\{ \dot{z}^{*}_{G,i} \right\} \cup K_{u,i}, \qquad i=1,\ldots N_r, \qquad (2.10\text{-}3)$$

$$L_i = \left\{ \dot{z}_{s,i} \right\} \cup \left\{ \dot{z}_{p,i} \right\} \cup L_{e,i}, \qquad i=1,\ldots N_y, \qquad (2.10\text{-}4)$$

w których

$$K_{u,i} = K_i \cap Ł^*_u, \quad i=1,\dots N_r, \tag{2.10-5}$$

$$L_{e,i} = L_i \cap Ł^*_e, \quad i=1,\dots N_y. \tag{2.10-6}$$

Ponieważ niektóre ze strumieni występujących w (2.10-3) (2.10-4) mogą być strumieniami fikcyjnymi, w celu określenia rzeczywistych struktur punktów rozpływu należy je wskazać, do czego używa się zbiorów

$$I_{ós} = \left\{ i \in I_r : Ł^*_{ó,i} \in Ł_{ós} \vee Ł^*_{ó,i} \in Ł_{\psi s} \right\}, \tag{2.10-7}$$

$$I_{ss} = \left\{ i \in I_y : Ł_{s,i} \in Ł_{ss} \right\}, \tag{2.10-8}$$

$$I_{ps} = \left\{ i \in I_y : Ł_{p,i} \in Ł_{ps} \right\}. \tag{2.10-9}$$

Zamiast zbiorów $K_{u,i}$ $(i=1,\dots N_r)$, $L_{e,i}$ $(i=1,\dots N_y)$ do scharakteryzowania struktur punktów rozpływu można użyć macierzy $\mathbf{K}$ o wymiarach $(N_r \times N_u)$ i macierzy $\mathbf{L}$ o wymiarach $(N_y \times N_e)$, których elementy są zdefiniowane następująco

$$K_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } Ł^*_{u,j} \notin K_i, \\ 1, & \text{jeśli } Ł^*_{u,j} \in K_i, \end{cases} \tag{2.10-10}$$

$$L_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } Ł^*_{e,j} \notin L_i, \\ 1, & \text{jeśli } Ł^*_{e,j} \in L_i. \end{cases} \tag{2.10-11}$$

Macierze $\mathbf{K}$, $\mathbf{L}$ mają w każdej kolumnie dokładnie jedną jedynkę, natomiast w poszczególnych wierszach mogą mieć więcej jedynek lub nie mieć żadnej. Na przykład macierz $\mathbf{K}$ dla systemu produkcyjnego przedstawionego na rys. 7 ma postać

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.10-12}$$

Uporządkowane zbiory punktów rozpływu W^*_K, W_L nazywane są dalej <u>węzłami kierunkowymi</u> surowców oraz produktów i półproduktów. Macierze $\mathbf{K}$, $\mathbf{L}$ nazywa się <u>macierzami węzłów kierunkowych</u>.

2.11. <u>Model matematyczny punktu rozpływu</u>

Równania punktów rozpływu są następujące

$$ζ_{i,t} = ó_{i,t} + \sum_{j \in I_{u,i}} u_{j,t}, \quad i=1,\dots N_r; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-1}$$

$$ζ_{i,t} = s_{i,t} + p_{i,t} + \sum_{j \in I_{e,i}} e_{j,t}, \quad i=1,\dots N_y; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-2}$$

$$q_{u,j,t} = q_{ó,i,t} = q_{ζ,i,t}, \quad j \in I_{u,i}; \quad i=1,\dots N_r; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-3}$$

$$q_{e,j,t} = q_{s,i,t} = q_{p,i,t} = q_{ζ,i,t}, \quad j \in I_{e,i}; \quad i=1,\dots N_y; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-4}$$

przy czym

$$I_{u,i} = \left\{ j \in I_u : Ł^*_{u,j} \in K_{u,i} \right\}, \quad i=1,\dots N_r, \tag{2.11-5}$$

$$I_{e,i} = \left\{ j \in I_e : Ł^*_{e,j} \in L_{e,i} \right\}, \quad i=1,\dots N_y, \tag{2.11-6}$$

natomiast

$ó_{i,t}$ - ilość i-go surowca kierowana na zbyt bez wykorzystania w ciągu doby o indeksie t,

$u_{j,t}$ - ilość materiału dopływająca do węzła produkcyjnego w j-tym strumieniu surowców w ciągu doby o indeksie t,

$s_{i,t}$ - ilość i-go materiału wyjściowego węzła produkcyjnego kierowana na zbyt w ciągu doby w indeksie t,

$p_{i,t}$ - ilość i-go materiału wyjściowego węzła produkcyjnego kierowana do zniszczenia w ciągu doby o indeksie t,

$e_{j,t}$ - ilość materiału dopływająca do węzła produkcyjnego w j-tym strumieniu półproduktów w ciągu doby o indeksie t,

$q_{u,j,t}$, $q_{ó,i,t}$, $q_{e,j,t}$, $q_{s,i,t}$, $q_{p,i,t}$ - wektory parametrów jakości materiałów przepływających odpowiednio w strumieniach $Ł^*_{u,j}$, $Ł^*_{ó,i}$, $Ł^*_{e,j}$, $Ł_{s,i}$, $Ł_{p,i}$.

Dla strumieni fikcyjnych obowiązują dodatkowo następujące warunki

$$ó_{i,t} = 0, \quad i \in I_{ós}; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-7}$$

$$s_{i,t} = 0, \quad i \in I_{ss}; \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-8}$$

$$p_{i,t} = 0, \quad i \in I_{p*}, \quad t=1,\dots T. \tag{2.11-9}$$

Korzystając z wprowadzonych uprzednio macierzy K, L równania (2.11-1) (2.11-2) można przedstawić w postaci

$$\xi^p_t = \sigma_t + Ku_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-10}$$

$$\xi^o_t = s_t + p_t + Le_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-11}$$

przy czym wektory ξ^p_t, σ_t, u_t, ξ^o_t, s_t, p_t, e_t są wektorami o określonych wyżej składowych $\xi^p_{i,t}$, $\sigma_{i,t}$, $u_{j,t}$, $\xi^o_{i,t}$, $s_{i,t}$, $p_{i,t}$, $e_{j,t}$.

Równościom (2.11-3) (2.11-4) odpowiadają zależności

$$q_{\sigma,t} = q_{\xi^p,t}, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-12}$$

$$q_{s,t} = q_{p,t} = q_{\xi^o,t}, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-13}$$

$$q_{u,t} = K^* q_{\xi^p,t}, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-14}$$

$$q_{e,t} = L^* q_{\xi^o,t}, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-15}$$

w których wektory $q_{\sigma,t}$, $q_{\xi^p,t}$, $q_{s,t}$, $q_{p,t}$, $q_{\xi^o,t}$, $q_{u,t}$, $q_{e,t}$ są wektorami blokowymi składającymi się z określonych wcześniej wektorów $q_{\sigma,i,t}$, $q_{\xi^p,i,t}$, $q_{s,i,t}$, $q_{p,i,t}$, $q_{\xi^o,i,t}$, $q_{u,j,t}$, $q_{e,j,t}$, natomiast K^*, L^* są zerojedynkowymi macierzami blokowymi zawierającymi podmacierze jednostkowe $1_{\dim q_{\xi,i,t}}$, $1_{\dim q_{\xi,i,t}}$ w miejscach odpowiadających jedynkom występującym w macierzach K^T, L^T. Jeżeli np. w systemie produkcyjnym przedstawionym na rys. 7

$$\dim q_{\xi,1,t} = 3, \quad \dim q_{\xi,2,t} = 2, \quad \dim q_{\xi,3,t} = 1, \tag{2.11-16}$$

to biorąc pod uwagę (2.10-12) uzyskuje się

$$K^* = \left[\begin{array}{ccc|cc|c} 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ \hline 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&0&0&1 \end{array}\right] \tag{2.11-17}$$

2.12. Struktura zastępcza systemu produkcyjnego

Wprowadzenie węzła produkcyjnego oraz węzłów bilansowych i kierunkowych umożliwia zastąpienie struktury systemu produkcyjnego (2.2-1) znacznie prostszą strukturą (rys. 8)

$$\Gamma^o = (W^o, \mathcal{L}^o), \tag{2.12-1}$$

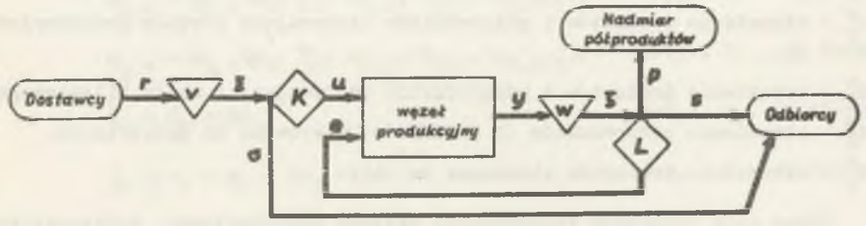
w której

$$W^o = \{w^o_o\} \cup \{w^o_v\} \cup \{w^o_w\} \cup \{w^o_K\} \cup \{w^o_L\} \cup \{w_r\} \cup \{w_s\} \cup \{w_p\}, \tag{2.12-2}$$

$$\mathcal{L}^o = \{\mathcal{L}^o_r\} \cup \{\mathcal{L}^o_\xi\} \cup \{\mathcal{L}^o_\sigma\} \cup \{\mathcal{L}^o_u\} \cup \{\mathcal{L}^o_e\} \cup \{\mathcal{L}^o_y\} \cup \{\mathcal{L}^o_\zeta\} \cup \{\mathcal{L}^o_p\} \cup \{\mathcal{L}^o_s\}, \tag{2.12-3}$$

$$\mathcal{L}^o_r = (w_r, w^o_v), \tag{2.12-4}$$

$$\mathcal{L}^o_\xi = (w^o_v, w^o_K), \tag{2.12-5}$$



Rys. 8. Schemat ilustrujący strukturę zastępczą systemu produkcyjnego

$$ł_{\sigma}^{o} = (w_K^o, w_s), \tag{2.12-6}$$

$$ł_{u}^{o} = (w_K^o, w_0^o), \tag{2.12-7}$$

$$ł_{e}^{o} = (w_L^o, w_0^o), \tag{2.12-8}$$

$$ł_{y}^{o} = (w_0^o, w_W^o), \tag{2.12-9}$$

$$ł_{\zeta}^{o} = (w_W^o, w_L^o), \tag{2.12-10}$$

$$ł_{p}^{o} = (w_L^o, w_p), \tag{2.12-11}$$

$$ł_{s}^{o} = (w_L^o, w_s), \tag{2.12-12}$$

przy czym poszczególne wierzchołki i łuki grafu Γ^o występujące w (2.12-2) (2.12-3) reprezentują

w_0^o - węzeł produkcyjny,

w_V^o - węzeł bilansowy surowców,

w_W^o - węzeł bilansowy produktów i półproduktów,

w_K^o - węzeł kierunkowy surowców,

w_L^o - węzeł kierunkowy produktów i półproduktów,

w_r - dostawców surowców,

w_s - odbiorców produktów,

w_p - odbiór nadmiaru półproduktów kierowanych do zniszczenia,

$ł_r^o$ - strumienie surowców dopływające do systemu produkcyjnego,

$ł_{\xi}^o$ - strumienie surowców odpływające z magazynów buforowych,

$ł_{\sigma}^o$ - strumienie surowców kierowane na zbyt,

$ł_u^o$ - strumienie surowców dopływające do węzła produkcyjnego,

$ł_e^o$ - strumienie półproduktów dopływające do węzła produkcyjnego,

$ł_y^o$ - strumienie produktów i półproduktów odpływające z węzła produkcyjnego,

$ł_{\zeta}^o$ - strumienie produktów i półproduktów odpływające z węzła bilansowego,

$ł_p^o$ - strumienie półproduktów (i produktów) kierowane do zniszczenia,

$ł_s^o$ - strumienie produktów kierowane na zbyt.

Pełny opis struktury rzeczywistej systemu produkcyjnego, wystarczający do optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji, wymaga uzupełnienia grafu Γ^o przez podanie:

1) liczby N, zbioru D, liczb N^k $(k \in D)$, zbiorów I_u, I_e, I_y, I_r, I_u^k, I_e^k $(k=1,\dots N+1)$, I_y^k $(k=1,\dots N)$, $I_u^{k,\varkappa}$, $I_e^{k,\varkappa}$, $I_y^{k,\varkappa}$ $(\varkappa=1,\dots N^k-1;\ k \in D)$, które charakteryzują zbiory elementów systemu produkcyjnego i zbiory strumieni materiałowych, reprezentowane w grafie Γ^o pojedynczymi wierzchołkami i łukami,

2) macierzy węzłów kierunkowych **K**, **L**, które określają kierunki rozpływu strumieni materiałów i energii dopływających do systemu produkcyjnego i wytwarzanych w węźle produkcyjnym,

3) zbiorów I_{v*}, I_{w*}, $I_{\sigma*}$, I_{p*}, I_{s*}, które wskazują na fikcyjne magazyny buforowe o zerowej pojemności i fikcyjne strumienie materiałowe o zerowym przepływie,

4) zbiorów $I_{u,t*}$, $I_{e,t*}$, $I_{y,t*}$ $(t=1,\dots T)$, które wskazują strumienie materiałowe o przepływie zerowym w dniu t, co stanowi informację o zmianach struktury rzeczywistej w czasie.

2.13. Model matematyczny systemu produkcyjnego

Na model matematyczny systemu produkcyjnego, odpowiadający strukturze zastępczej (2.12-1), składają się następujące zależności

$$y_t = y_t\,(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t), \quad t=1,\dots T. \tag{2.7-35}$$

$$q_{y,t} = q_{y,t}\,(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t) \quad t=1,\dots T, \tag{2.7-36}$$

$$v_t - v_{t-1} = r_t - \xi_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-19}$$

$$w_t - w_{t-1} = y_t - \zeta_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-20}$$

$$q_{v,t} = q_{v,t}(r_t, \xi_t, q_{r,t}, v_{t-1}, q_{v,t-1}), \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-21}$$

$$q_{w,t} = q_{w,t}(y_t, \zeta_t, q_{y,t}, w_{t-1}, q_{w,t-1}), \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-22}$$

$$q_{\xi,t} = q_{\xi,t}(r_t, \xi_t, q_{r,t}, v_{t-1}, q_{v,t-1}), \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-23}$$

$$q_{\zeta,t} = q_{\zeta,t}(y_t, \zeta_t, q_{y,t}, w_{t-1}, q_{w,t-1}), \quad t=1,\dots T, \tag{2.9-24}$$

$$\xi_t = \sigma_t + Kn_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-10}$$

$$\zeta_t = s_t + p_t + Le_t, \quad t=1,\dots T, \tag{2.11-11}$$

$$q_{6,t} = q_{\xi,t}, \qquad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}12)$$

$$q_{s,t} = q_{p,t} = q_{\xi,t}, \qquad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}13)$$

$$q_{u,t} = K^{\alpha} q_{\xi,t}, \qquad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}14)$$

$$q_{e,t} = L^{\alpha} q_{\xi,t}, \qquad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}15)$$

uzupełnione warunkami

$$v_{i,t} = 0, \quad i \in I_{v\alpha}; \quad t=0,1,\dots T, \qquad (2.9\text{-}11)$$

$$w_{i,t} = 0, \quad i \in I_{w\alpha}; \quad t=0,1,\dots T, \qquad (2.9\text{-}12)$$

$$6_{i,t} = 0, \quad i \in I_{6\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}7)$$

$$s_{i,t} = 0, \quad i \in I_{s\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}8)$$

$$p_{i,t} = 0, \quad i \in I_{p\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.11\text{-}9)$$

$$u_{i,t} = 0, \quad i \in I_{u,t\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}43)$$

$$e_{i,t} = 0, \quad i \in I_{e,t\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}44)$$

$$y_{i,t} = 0, \quad i \in I_{y,t\alpha}; \quad t=1,\dots T, \qquad (2.7\text{-}45)$$

3. FUNKCJA CELU OPERATYWNEGO STEROWANIA PRODUKCJĄ

3.1. Główne mierniki oceny działalności gospodarczej przedsiębiorstw przemysłowych

Operatywne sterowanie produkcją w zakładzie przemysłowym powinno zmierzać do optymalizacji mierników oceny działalności gospodarczej tego zakładu. Obecnie w krajowych przedsiębiorstwach przemysłowych podstawowymi miernikami oceny są zysk i produkcja dodana, liczone w okresie rocznym. Niżej wskazano te elementy ww. mierników, które zależą od operatywnego sterowania produkcją, po czym skonstruowano funkcję celu tego sterowania.

Produkcja dodana i zysk netto oblicza się z następujących wzorów [121]:

$$P_d = S - M - K_K - O, \qquad (3.1\text{-}1)$$

$$Z = S - K - O - O_P - K_K - K_N, \qquad (3.1\text{-}2)$$

przy czym:

P_d - produkcja dodana,
S - wartość sprzedaży własnych wyrobów i usług,
M - wartość zużycia materiałów podstawowych, pomocniczych i usług,
K_K - roczna spłata kredytu bankowego na inwestycje,
O - podatek obrotowy,
K - koszty własne produkcji i zbytu,
O_P - podatek od funduszów przeznaczonych na środki trwałe i obrotowe oraz podatek od funduszu płac,
K_N - sumy na prace naukowo-badawcze.

Podatek obrotowy stanowi różnicę między wartością sprzedaży liczoną w cenach zbytu S i wartością sprzedaży liczoną w cenach fabrycznych S' [42], którą w związku z tym można wyrazić wzorem

$$S' = S - O. \qquad (3.1\text{-}3)$$

Operatywne sterowanie produkcją nie ma wpływu na kredyty inwestycyjne i nakłady na badania naukowe. Również fundusze przeznaczone na płace oraz na zakup środków trwałych i obrotowych, a w związku z tym także podatek od tych funduszów, nie zależą od decyzji podejmowanych w ramach sterowania operatywnego. Dlatego składowe produkcji dodanej i zysku, na które ma

wpływ operatywne sterowanie, zwane dalej produkcją dodaną zredukowaną i zyskiem zredukowanym, można przedstawić następująco:

$$P_d^* = S' - K_r, \tag{3.1-4}$$

$$Z^* = S' - K^*, \tag{3.1-5}$$

przy czym

K^* - koszty własne zredukowane, tzn. część kosztów własnych zależna od sterowania operatywnego,

K_r - zależna od sterowania operatywnego część kosztów zużycia materiałów podstawowych i pomocniczych, paliwa i energii technologicznej oraz energii elektrycznej i paliwa potrzebnych do utrzymania w ruchu maszyn i urządzeń.

Elementy kosztów K_r ustalono analizując składniki kosztów własnych sklasyfikowane w układzie kalkulacyjnym [121] oraz decyzje podejmowane w ramach sterowania operatywnego (rozdz. 1.2), które mogą wpływać na te koszty. Analiza ta prowadzi także do wniosku, że

$$K^* = K_r + K_p + K_\eta + K_\omega + K_s, \tag{3.1-6}$$

przy czym

K_p - straty nadzwyczajne wynikające z niszczenia nadmiaru półproduktów,

K_η - kary za wstrzymywanie odbioru surowców,

K_ω - kary za opóźnienia w ekspedycji produktów,

K_s - koszty sprzedaży.

Podstawiając (3.1-6) do (3.1-5) uzyskuje się

$$Z^* = S' - K_r - K_p - K_\eta - K_\omega - K_s. \tag{3.1-7}$$

Jako funkcję celu operatywnego sterowania produkcją przyjmuje się część zysku zredukowanego wypracowaną w okresie objętym horyzontem optymalizacji tego sterowania (3.2-1). Maksymalizacja takiej funkcji celu prowadzi oczywiście do zwiększenia zysku (3.1-2). Jak wynika z porównania wzorów (3.1-4) (3.1-7) wzrost funkcji celu w zasadzie sprzyja także zwiększaniu produkcji dodanej. Przy tworzeniu funkcji celu za punkt wyjścia przyjęto zysk, ponieważ zysk netto jest podstawą do tworzenia funduszu premiowego dla kierownictwa zakładu [121], a operatywne sterowanie produkcją realizowane jest właśnie przez personel kierowniczy.

3.2. Funkcja celu

W oparciu o analizę przeprowadzoną w rozdz. 3.1 proponuje się następującą funkcję celu operatywnego sterowania produkcją

$$F = \sum_{t=1}^{T} \Bigg(\sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{s*}}}^{N_y} \alpha_i s_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_u} \beta_i u_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_e} \gamma_i e_{i,t} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{p*}}}^{N_y} \delta_i p_{i,t} - K_{\eta,t} - K_{\omega,t} \Bigg), \tag{3.2-1}$$

przy czym

α_i - cena fabryczna i-go produktu pomniejszona o jednostkowy koszt sprzedaży tego produktu,

β_i, γ_i, δ_i - współczynniki stałe, których znaczenie i sposób obliczania przedstawiono niżej,

$K_{\eta,t}$ - kary płacone w dniu t za wstrzymanie odbioru surowców,

$K_{\omega,t}$ - kary płacone w dniu t za opóźnienie ekspedycji produktów.

Koszty sprzedaży obejmują koszty opakowań wysyłkowych, koszty ekspedycji, prowizje dla central handlowych oraz koszty transportu sprzedanych wyrobów [121] i są w przybliżeniu proporcjonalne do ilości sprzedawanych produktów, co ułatwia obliczanie jednostkowych kosztów sprzedaży. Sposób obliczania kar $K_{\eta,t}$, $K_{\omega,t}$ przedstawiono w rozdz. 4.

Materiały i energia, których koszty zużycia oznaczono wyżej symbolem K_r, zostały podzielone na surowce podstawowe, surowce pomocnicze oraz materiały pomocnicze i energię sprowadzane z zewnątrz, a nie uwzględniane w schemacie przepływu materiałów systemu produkcyjnego (rozdz. 1.1, rozdz. 2.7). Zużycie tych ostatnich materiałów i energii częściowo obciąża koszty stałe i w tej części nie jest reprezentowane w funkcji celu (3.2-1). Pozostała część tego zużycia zależy od obciążenia poszczególnych oddziałów produkcyjnych, a koszt z nią związany można w przybliżeniu przedstawić jako kombinację liniową współrzędnych wektorów u_t, e_t. Współczynniki tej kombinacji liniowej stojące przy współrzędnych wektora u_t oznacza się symbolami β_i'' $(i=1,\ldots N_u)$, a stojące przy współrzędnych wektora e_t - symbolami γ_i $(i=1,\ldots N_e)$.

Współczynniki β_i, występujące obok γ_i w równości (3.2-1) oblicza się jako sumy

$$\beta_i = \beta_i' + \beta_i'', \quad i=1,\ldots N_u, \tag{3.2-2}$$

przy czym β_i' są cenami zakupu surowców.

Należy zwrócić uwagę, że w zwykłej kalkulacji kosztów, zmierzającej do ustalenia jednostkowych kosztów produkcji poszczególnych produktów bądź półproduktów, uwzględnia się również koszty zużycia półproduktów wytworzonych w danym zakładzie i dopływających do oddziału produkcyjnego, którego kalkulację kosztów się przeprowadza. Wartość zużywanych półproduktów oblicza się wówczas na podstawie wewnętrznych cen rozliczeniowych, ustalanych bardzo często w oparciu o umowne klucze podziału kosztów własnych oddziałów produkcyjnych występujących wcześniej w ciągu technologicznym, a wytwarzających równocześnie kilka produktów lub półproduktów.

W funkcji celu (3.2-1) nie uwzględnia się kosztów zużycia półproduktów, ponieważ dotyczy ona sterowania operatywnego całym systemem produkcyjnym, a nie poszczególnymi oddziałami. Dzięki temu unika się prawie zupełnie korzystania z cen rozliczeniowych, które ze względu na swój umowny charakter dość często nie oddają rzeczywistej wartości materiałów przepływających w systemie produkcyjnym. Ceny rozliczeniowe potrzebne są tylko do obliczenia strat wynikających z niszczenia półproduktów.

Ponieważ w półproduktach kierowanych do zniszczenia traci się ich pełną wartość, współczynniki $\delta_i (i=1,\dots N_y;\ i \in I_{p\#})$ definiuje się jako ceny rozliczeniowe tych półproduktów, pomniejszone o te składniki jednostkowych kosztów zmiennych, które zostały uwzględnione w członie

$$\sum_{t=1}^{T} \left(- \sum_{i=1}^{N_u} \beta_i u_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_e} \gamma_i e_{i,t} \right)$$

funkcji celu.

Współczynniki α_i, β_i, γ_i oblicza się na podstawie cen obowiązujących w obrocie między przedsiębiorstwami. Wielkość kar $K_{\varrho,t}$, $K_{\omega,t}$ wynika z obowiązujących przepisów. Ponieważ wśród wielkości występujących w funkcji celu (3.2-1) tylko współczynniki δ_i mają charakter umowny, można uznać, że jest ona wystarczająco dokładnie określona.

Jest to jedną z głównych przyczyn, dla których zdecydowano się na optymalizację operatywnego sterowania całym systemem produkcyjnym i "dopasowywanie" operatywnego sterowania oddziałami produkcyjnymi do wyników tej optymalizacji (rozdz. 1.2). Koncepcja alternatywna, w której optymalizacji podlega operatywne sterowanie poszczególnymi oddziałami produkcyjnymi, wymaga wprowadzenia oddzielnych funkcji celu dla wszystkich oddziałów. Sformułowanie tych funkcji celu, a następnie wykazanie, że ich optymalizacja prowadzi rzeczywiście do optymalizacji sterowania produkcją całego systemu, jest bardzo trudne. Przyczyną trudności jest nie tylko umowność cen rozliczeniowych. W warunkach zmieniającej się sytuacji ruchowej (rozdz. 1.2) ceny te powinny mieć charakter dynamiczny, tzn. powinny wzrastać dla materiałów, których w danej chwili brakuje i maleć dla materiałów występujących w nadmiarze.

3.3. Wpływ funkcji celu operatywnego sterowania produkcją na kształtowanie się poziomu zapasów

W wyrażeniu (3.2-1) celowo związano koszt zużycia surowców z ich dopływem do węzła produkcyjnego u_t, a nie z dopływem do systemu produkcyjnego r_t. Dzięki temu minimalizowany jest odpływ z magazynów buforowych surowców, co sprzyja wzrostowi zapasów v_t. Podobnie, aby uzyskać spadek poziomu zapasów produktów i półproduktów w_t, wartość sprzedanych produktów uzależniono od ich odpływu z systemu produkcyjnego s_t, a nie od odpływu z węzła produkcyjnego y_t.

Utrzymywanie zapasów surowców na możliwie wysokim poziomie zabezpiecza system produkcyjny przed zakłóceniami ciągłości produkcji wynikającymi z nierytmiczności dostaw. W literaturze (np. [50]) podaje się metody obliczania tzw. zapasów bezpiecznych, które przy znanych charakterystykach statystycznych dostaw surowców zapewniają utrzymanie ciągłości produkcji z zadanym prawdopodobieństwem, a przy tym nie są zapasami nadmiernymi.

W niniejszej pracy zakłada się, że maksymalne wartości zapasów surowców v_i^{max} $(i=1,\dots N_r)$ są równe zapasom normatywnym, które w przypadku ciągłej dostawy surowców tylko nieznacznie przekraczają zapasy bezpieczne, a w przypadku dostaw nieciągłych są dodatkowo powiększone o średnią wielkość jednej dostawy. Dzięki temu ograniczeniu sterowanie operatywne nie może doprowadzić do powstania nadmiernych zapasów surowców, co uzasadnia pominięcie kosztów magazynowania w funkcji celu tego sterowania.

Minimalizacja poziomu zapasów produktów i półproduktów zmniejsza wartość środków obrotowych przedsiębiorstwa zamrożonych w zapasach. Utrzymywanie zapasów produktów na wartościach minimalnych jest celowe również ze względu na wiążący się z tym wzrost wolnych pojemności buforowych, które można wykorzystać w przypadku zakłóceń w ekspedycji produktów.

Ze względu na konieczność zabezpieczenia ciągłości produkcji utrzymywanie minimalnego poziomu zapasów w magazynach buforowych półproduktów nie zawsze jest słuszne. Dlatego ten efekt optymalizacji operatywnego sterowania produkcją należy odpowiednio skorygować (rozdz. 4.4).

4. OPERATYWNE ZADANIA PRODUKCYJNE

Operatywne sterowanie produkcją, które według koncepcji przedstawionej w rozdz. 1.2 jest optymalizowane z horyzontem kilkudniowym, powinno być podporządkowane planowi produkcji opracowanemu dla dłuższego okresu czasu. Przyjmuje się, że planem nadrzędnym dla operatywnego sterowania produkcją jest plan miesięczny.

Operatywne zadania produkcyjne są to te ograniczenia zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji, które wynikają z miesięcznego planu produkcji, a ściślej - z miesięcznych planów zaopatrzenia, zbytu, remontów, regeneracji oraz innych postojów i zmian struktur oddziałów produkcyjnych.

Planowanie produkcji z horyzontem miesięcznym nie jest przedmiotem niniejszej pracy. Niżej omawia się tylko sposób formułowania operatywnych zadań produkcyjnych oraz ogólne reguły ich korekt, dokonywanych w razie potrzeby w ramach operatywnego sterowania produkcją.

4.1. Plan ekspedycji

Ponieważ celem produkcji przemysłowej jest wytwarzanie produktów na zbyt, uzgodniony z odbiorcami plan ekspedycji jest najważniejszą częścią operatywnych zadań produkcyjnych. Proponuje się, aby miesięczny plan ekspedycji sporządzać w formie tabeli zamówień [111], zawierającej dla każdego przyjętego zamówienia:

- i - indeks produktu, $i=1,\dots N_y$; $i \notin I_{s*}$,
- l - indeks odbiorcy, $l=1,\dots N_o$,
- j - numer kolejny zamówienia l-go odbiorcy na i-ty produkt, $j=1,\dots N_z^{i,l}$,
- $t^{pl}_{i,l,j}$ - planowy termin ekspedycji,
- $s^{pl}_{i,l,j}$ - planowaną wielkość dostawy,
- $\Delta^{pr}_{i,l}$ - dopuszczalne przyspieszenie terminu ekspedycji i-go produktu do l-go odbiorcy,
- $\Delta^{op}_{i,l}$ - dopuszczalne opóźnienie terminu ekspedycji i-go produktu do l-go odbiorcy.

Powyższą tabelę należy wprowadzać do pamięci systemu operatywnego sterowania produkcją co najmniej na T_Δ dni przed rozpoczęciem danego miesiąca, przy czym T_Δ jest okresem zdefiniowanym przy pomocy wyprowadzonego dalej wzoru (4.1-7).

Przy pomocy miesięcznego planu ekspedycji tworzy się tablicę przedstawiającą pozostałą do wykonania część aktualnie obowiązującego miesięcznego planu ekspedycji. Tablica ta jest na bieżąco aktualizowana w oparciu o raporty dotyczące wysyłek zrealizowanych i ewentualne korekty planu ekspedycji [111]. Na tej podstawie można w dowolnym dniu $t=0$ sporządzić planowy harmonogram ekspedycji $s^{pl}_{i,l,t}$ ($i=1,\dots N_y$; $i \notin I_{s*}$; $l=1,\dots N_o$) na co najmniej T_Δ dni naprzód, uwzględniający również zaległe zadania ekspedycyjne.

Ponieważ zadania ekspedycyjne obejmują zarówno terminy, jak i wielkości dostaw produktów, należy je formułować jako ograniczenia na zakumulowaną wielkość ekspedycji. W tym celu trzeba obliczyć

$$h^{pl}_{i,l,t} = \sum_{m=t'_{i,l}}^{t} s^{pl}_{i,l,m}, \qquad (4.1\text{-}1)$$

$$i=1,\dots N_y;\quad i \notin I_{s*};\quad l=1,\dots N_o;\quad t=t'_{i,l},\dots T_\Delta,$$

przy czym

$$t'_{i,l} = \operatorname{Min}\left\{1 - \Delta^{op}_{i,l},\ t''_{i,l}\right\}, \qquad (4.1\text{-}2)$$

natomiast $t''_{i,l}$ jest terminem najwcześniej planowanej wysyłki i-go produktu do l-go klienta. Przy ustalaniu terminu $t''_{i,l}$ bierze się pod uwagę plan na najbliższe T_Δ dni oraz wszystkie wysyłki zaległe.

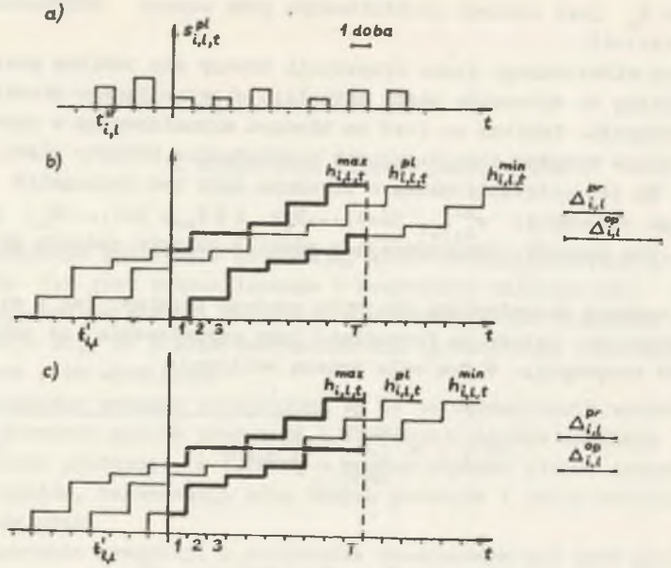
Łączna wielkość ekspedycji i-go produktu do l-go odbiorcy od dnia, na początku którego wykonuje się obliczenia, do dnia t może być różna od zaplanowanej wartości ekspedycji zakumulowanej $h^{pl}_{i,l,t}$, lecz nie powinna przekroczyć ograniczeń wynikających z dopuszczalnych przesunięć terminów ekspedycji

$$h^{min}_{i,l,t} = h^{pl}_{i,l,t} - \Delta^{op}_{i,l}, \qquad (4.1\text{-}3)$$

$$h^{max}_{i,l,t} = h^{pl}_{i,l,t} + \Delta^{pr}_{i,l}, \qquad (4.1\text{-}4)$$

$$i=1,\dots N_y;\quad i \notin I_{s*};\quad l=1,\dots N_o;\quad t=1,\dots T.$$

Z każdym klientem należy sporządzić umowę o dopuszczalnych przesunięciach terminów ekspedycji, a jeśli nie jest to konieczne - ustalić te przesunięcia we własnym zakresie. Oczywiście należy dążyć do przyjęcia



Rys. 9. Przykładowy planowy harmonogram ekspedycji i wynikające z niego ograniczenia na wielkość ekspedycji zakumulowanej

możliwie dużych przesunięć dopuszczalnych, gdyż dzięki temu uzyskuje się większą swobodę operatywnego sterowania produkcją (rys. 9b, c). Ogólne warunki zawierania umów sprzedaży między przedsiębiorstwami uspołecznionymi regulują odpowiednie przepisy [103].

Ograniczenia na ekspedycję zakumulowaną poszczególnych produktów oblicza się ze wzorów

$$h^{min}_{i,t} = \sum_{l=1}^{N_o} h^{min}_{i,l,t}, \qquad (4.1\text{-}5)$$

$$h^{max}_{i,t} = \sum_{l=1}^{N_o} h^{max}_{i,l,t}, \qquad (4.1\text{-}6)$$

$$i=1,\dots N_y; \quad i \notin I_{s*}; \quad t=1,\dots T.$$

Aby wyznaczyć ograniczenia $h^{min}_{i,t}$, $h^{max}_{i,t}$ dla wszystkich t=1,...T, trzeba dysponować planowymi harmonogramami ekspedycji obejmującymi dni $t=t'_{i,l}$, ,...T + $\Delta^{pr}_{i,l}$ dla wszystkich i=1,...N_y; $i \notin I_{s*}$; l=1,...N_o. Dlatego wyprzedzenie T_Δ, z którym należy opracowywać miesięczny plan ekspedycji, oblicza się ze wzoru

$$T_\Delta = T + \max_{\substack{l=1,\dots N_o \\ i=1,\dots N_y \\ i \notin I_{s*}}} \left\{ \Delta^{pr}_{i,l} \right\}. \qquad (4.1\text{-}7)$$

Gdyby opracowanie miesięcznego planu ekspedycji z takim wyprzedzeniem było zbyt trudne ze względu na duże wartości dopuszczalnych przyspieszeń terminów ekspedycji, to we wszystkich przedstawionych wyżej obliczeniach trzeba byłoby zastąpić rzeczywiste wartości $\Delta^{pr}_{i,l}$ przez liczby mniejsze (np. $\Delta^{pr}_{i,l} = 3$, jak pokazano na rys. 9). Wówczas faktycznie większą swobodę w ustalaniu terminów wysyłki można byłoby wykorzystać do ewentualnych korekt bieżących miesięcznego planu ekspedycji.

Zakumulowana ekspedycja produktów powinna spełnia ograniczenia

$$h^{min}_{i,t} \leqslant \sum_{m=1}^{t} s_{i,m} \leqslant h^{max}_{i,t},$$

$$i=1,\dots N_y; \; i \notin I_{s*}; \; t=1,\dots T. \qquad (4.1\text{-}8)$$

Zaległości w ekspedycji produktów $h^{min}_{i,0}$ (i=1,...N_y; $i \notin I_{s*}$) bądź przyszłe zadania ekspedycyjne reprezentowane ograniczeniami dolnymi $h^{min}_{i,t}$ (i=1,...N_y; $i \notin I_{s*}$; t=1,...T), mogą być niekiedy tak duże, że spełnienie wszystkich ograniczeń (4.1-8) nie jest możliwe, tzn. nie można uniknąć niedopuszczalnych opóźnień w realizacji przyjętych zamówień

$$\omega_{i,t} = \begin{cases} h^{min}_{i,t} - \sum_{m=1}^{t} s_{i,m}, & \text{gdy } h^{min}_{i,t} > \sum_{m=1}^{t} s_{i,m}, \\ 0, & \text{gdy } h^{min}_{i,t} \leqslant \sum_{m=1}^{t} s_{i,m}, \end{cases} \qquad (4.1\text{-}9)$$

$$i=1,\dots N_y; \quad i \notin I_{s*}; \quad t=1,\dots T.$$

Aby niepotrzebnie nie opóźniać ekspedycji produktów, do funkcji celu sterowania operatywnego (3.2-1) wprowadza się składnik

$$- \sum_{t=1}^{T} K_{\omega,t} = - \sum_{t=1}^{T} \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{s*}}}^{N_y} \alpha_{\omega,i}\, \omega_{i,t}, \qquad (4.1\text{-}10)$$

przy czym $\alpha_{\omega,i}$ jest karą za jednodniowe opóźnienie w wysyłce jednostkowej ilości i-go produktu. Z [103] wynika, że kara ta wynosi 0,2% ceny zbytu,

jeśli zwłoka jest mniejsza niż 20 dni, i 0,4% - jeśli zwłoka wynosi ponad 20 dni. Po przekroczeniu 35 dni opóźnienia narastania kary ustaje. Ponieważ w większości przypadków opóźnienia w ekspedycji produktów są niewielkie, proponuje się ustalenie wartości współczynników $\alpha_{\omega,i}$ na poziomie 0,2% cen zbytu produktów.

Aby uniknąć formalnej sprzeczności ograniczeń (4.1-8) modyfikuje się je do postaci

$$h_{i,t}^{min} \leqslant h_{i,t} \leqslant h_{i,t}^{max}, \tag{4.1-11}$$

$$h_{i,t} = \omega_{i,t} + \sum_{m=1}^{t} s_{i,m}, \tag{4.1-12}$$

$$\omega_{i,t} \geqslant 0, \tag{4.1-13}$$

$$i=1,\ldots N_y; \quad i \notin I_{s*}; \quad t=1,\ldots T,$$

przy czym wielkości $\omega_{i,t}$ uważa się za zmienne niezależne.

Ze względu na ograniczenia (4.1-11) (4.1-12) (4.1-13) i wprowadzenie składnika (4.1-10) do funkcji celu (3.2-1) zmienne $\omega_{i,t}$ przyjmują w każdym rozwiązaniu zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji wartości określone wzorami (4.1-9). Stanowią więc rzeczywiście miarę opóźnień w ekspedycji produktów.

Zastąpienie ograniczeń (4.1-8) zależnościami (4.1-11)(4.1-12) (4.1-13) sprawia, że możliwe jest otrzymanie takich rozwiązań zadania optymalizacji sterowania operatywnego, w których ekspedycja pewnych produktów jest nadmiernie opóźniona w celu przyspieszenia ekspedycji innych produktów, bardziej korzystnej ze względu na funkcję celu, mimo że istnieje rozwiązanie dopuszczalne, w którym nie występują żadne nadmierne opóźnienia. Efekt ten, na ogół niekorzystny z punktu widzenia sterowania produkcją przy dłuższych horyzontach czasowych, można wyeliminować przez wstępne rozwiązanie zadania optymalizacji z warunkiem $\omega_t = 0$ i rezygnację z tego warunku dopiero wtedy, gdy powoduje on sprzeczność układu ograniczeń.

Przedstawiono tu sposób uniknięcia formalnej sprzeczności ograniczeń sterowania operatywnego, która mogłaby powstać na skutek przejściowego zmniejszenia zdolności produkcyjnych zakładu. Sytuacja odwrotna, w której trzeba byłoby ograniczać produkcję z powodu chwilowego braku zamówień, jest mało prawdopodobna. Utrzymywanie zapasów produktów na niskim poziomie (rozdz. 3.3) sprawia, że ewentualną tendencję wzrostu tych zapasów zauważa się wystarczająco wcześnie. Dzięki temu w razie potrzeby można uzgodnić z klientami przyspieszenie terminów ekspedycji lub zdobyć nowe zamówienia, po czym można odpowiednio zwiększyć ograniczenia $h_{i,t}^{max}$.

Ograniczenia (4.1-11) (4.1-12) (4.1-13) można zapisać w formie wektorowej

$$h_t^{min} \leqslant h_t \leqslant h_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \tag{4.1-14}$$

$$h_t = \omega_t + \sum_{m=1}^{t} s_m, \qquad t=1,\ldots T, \tag{4.1-15}$$

$$\omega_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T. \tag{4.1-16}$$

jeśli przyjmie się, że

$$h_{i,t} = h_{i,t}^{min} = h_{i,t}^{max} = \omega_{i,t} = s_{i,t} = 0, \tag{4.1-17}$$

$$i \in I_{s*}; \quad t=1,\ldots T.$$

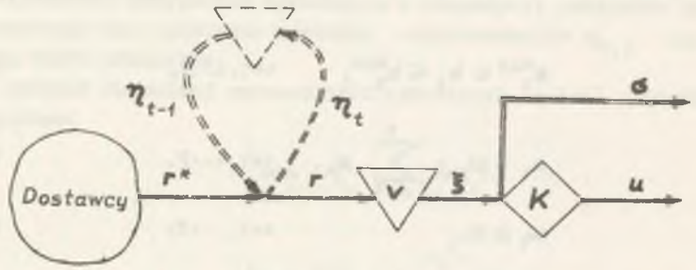
4.2. Plan zaopatrzenia

Miesięczny plan zaopatrzenia obejmuje ilości surowców dopływających do systemu produkcyjnego i terminy ich dostaw. Na tej podstawie w dowolnym dniu t=0, przyjętym za początek okresu optymalizacji sterowania operatywnego, można określić prognozę $\mathbf{r}_t^*$ ilości surowców dopływających w dniach t=1,...T. Ponieważ dostawy surowców mogą być nierytmiczne, trzeba aktualizować prognozę $\mathbf{r}_t^*$ poprzez bieżący kontakt z dostawcami i przewoźnikami. Tą samą drogą należy odbierać informacje o ewentualnych wahaniach parametrów jakości surowców $q_{r,t}^*$ (t=1,...T).

Zakłócenia ciągłości produkcji (rozdz. 1.2) mogą powodować takie zmiany sytuacji ruchowej, przy których zagospodarowanie lub zmagazynowanie przewidywanych dostaw surowców jest niemożliwe, a na odpowiednią korektę planu zaopatrzenia jest już za późno. W praktyce wstrzymuje się wówczas odbiór surowców, tzn. odkłada się go na późniejszy termin, co na ogół jest związane z pewnymi kosztami, np. z karami płaconymi za przetrzymywanie środków transportu.

Proponuje się, aby w modelu matematycznym systemu produkcyjnego uwzględnić wstrzymywanie odbioru surowców jako ich fikcyjny odpływ do miejsca oczekiwania na rozładunek (rys. 10). Wektor ilości surowców, których nie można odebrać w dniu t oznacza się symbolem η_t, przy czym

$$\eta_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T \tag{4.2-1}$$



Rys. 10. Formalny opis oczekiwania na odbiór surowców

Ponieważ oczekiwanie na rozładunek surowców jest sytuacją nienormalną, zakłada się, że w każdym dniu t dopływają do systemu produkcyjnego pełne ilości surowców nie przyjętych w dniach poprzednich η_{t-1}. Dzięki możliwości wstrzymania odbioru surowców, wektor ich ilości dopływających do systemu produkcyjnego według planu dobowej produkcji i ekspedycji

$$r_t = r_t^* - \eta_t + \eta_{t-1}, \quad t=1,\ldots T, \tag{4.2-2}$$

nie musi pokrywać się z prognozą dostaw surowców r_t^*.

Aby uniknąć niepotrzebnej zwłoki w odbiorze surowców, do funkcji celu sterowania operatywnego (3.2-1) wprowadza się składnik

$$-\sum_{t=1}^{T} K_{\eta,t} = -\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N_r} \beta_{\eta,i}\,\eta_{i,t}, \tag{4.2-3}$$

przy czym $\beta_{\eta,i}$ jest kosztem jednodniowego oczekiwania na odbiór jednostkowej ilości i-go surowca.

Rzeczywiste koszty oczekiwania na odbiór surowców mogą zależeć nieliniowo od czasu oczekiwania i wielkości wstrzymanych dostaw. Wówczas współczynniki $\beta_{\eta,i}$ (i=1,...N_r) należy tak dobrać, aby koszty te były najlepiej aproksymowane przez formę liniową (4.2-3).

W pewnych wypadkach można uniknąć strat związanych z oczekiwaniem na rozładunek surowców przez odsprzedanie części surowców. Podjęcie odpowiednich decyzji wymaga porównania kosztów sprzedaży surowców z karami za wstrzymywanie ich odbioru. Do takiej oceny potrzebna jest prognoza zmian sytuacji ruchowej w okresie dłuższym od horyzontu sterowania operatywnego. Dlatego przyjmuje się, że wektor ilości odsprzedawanych surowców σ_t (t=1,...T) jest narzucony odgórnie i w zadaniu optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji jest traktowany jako wielkość dana.

Jeżeli przedwczesna dostawa surowców wynika z inicjatywy dostawcy i nie jest wstępnie uzgodniona, to również należy dążyć do jej przyjęcia i dlatego dla takiej sytuacji nie poszukuje się innej reprezentacji formalnej. Składnik (4.2-3) pozostaje więc w funkcji celu (3.2-1), choć w rzeczywistości ewentualnymi kosztami wstrzymania odbioru surowców obciąża się wówczas dostawcę.

Aby zabezpieczyć się przed brakiem surowców utrzymuje się ich zapasy na wystarczająco dużym poziomie (rozdz. 3.3). Gdyby mimo to surowców zabrakło, należałoby odpowiednio skorygować miesięczny plan postojów oddziałów produkcyjnych. Jest to mało prawdopodobne ze względu na normalnie utrzymywane zapasy surowców, dzięki którym przerwa w dostawach musiałaby trwać tak długo, że można byłoby podjąć działania zapobiegawcze odpowiednio wcześniej.

Parametry jakości surowców dopływających do magazynów buforowych (rys. 10) zależą od jakości surowców dopływających w danym dniu na wejściu systemu produkcyjnego i od jakości surowców oczekujących na odbiór. Zależą również od proporcji między ilościami surowców dopływających do magazynów z obu tych źródeł. Można to przedstawić w postaci następującej zależności

$$q_{r,t} = q_{r,t}\,(q_{r,t}^*,\ q_{\eta,t-1},\ m_{r,t}), \quad t=1,\ldots T, \tag{4.2-4}$$

przy czym wektor $m_{r,t}$ reprezentuje sterowanie odbiorem surowców.

4.3. Plan zmian struktur oddziałów produkcyjnych

Remonty i regeneracje wszystkich oddziałów produkcyjnych oraz inne postoje i zmiany struktur oddziałów o procesach technologicznych ciągłych są planowane z horyzontem większym od horyzontu sterowania operatywnego T. Plany te narzucają ograniczenia, które muszą być respektowane przy optymalizacji sterowania operatywnego, a tylko w wyjątkowych wypadkach powinny być odpowiednio korygowane.

Prognozy zmian struktur oddziałów produkcyjnych, wynikające z ww. planów, są formalnie reprezentowane zbiorami T_R^k (k=1,...N), $T^{k,\varkappa}$ ($\varkappa$=1,...N^k; k=1,...N; k$\neq$D), zdefiniowanymi w rozdz. 2.6. W oparciu o nie ustala się warunki (2.7-43) (2.7-44) (2.7-45), należące do zbioru ograniczeń zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji oraz aktualizuje się odpowiednio współczynniki modelu matematycznego węzła produkcyjnego (2.7-35) (2.7-36).

W sytuacjach awaryjnych należy odpowiednio korygować plan zmian struktur oddziałów produkcyjnych. Dla przykładu niżej przeanalizowano celowość przesunięcia terminu rozpoczęcia renowacji k-go oddziału t_R^k. Jeżeli oddział k-ty współpracuje szeregowo z oddziałem, który w chwili t=0 jest zatrzymany na skutek awarii, to można przyspieszyć zatrzymanie k-go oddzia-

łu (nawet, gdyby to nie było konieczne), gdyż nie spowoduje to zmniejszenia niezawodności całego systemu produkcyjnego[1]. Z tego samego powodu można opóźnić termin uruchomienia k-go oddziału t_p^k, gdyby było ono zaplanowane przed zakończeniem poawaryjnego remontu oddziału współpracującego szeregowo z oddziałem k-tym.

Gdyby awarii uległ oddział produkcyjny występujący w strukturze niezawodnościowej systemu równolegle z danym oddziałem k-tym, to zatrzymanie oddziału k-go należy odłożyć do momentu zakończenia remontu poawaryjnego, aby nie zmniejszać niezawodności całego systemu produkcyjnego.

Od przedstawionych wyżej korekt planu remontów i regeneracji można byłoby odstąpić, gdyby poziom zapasów przed i za oddziałem, który uległ awarii, umożliwiał ciągłą pracę pozostałych oddziałów przez cały czas trwania remontu poawaryjnego. Jeżeli więc korekty te nie są konieczne, to dokonuje się ich tylko wtedy, gdy nie wprowadzają zbędnych zakłóceń w ciągłości produkcji, tzn. gdy są niewielkie. Dlatego przyjmuje się, że planowe terminy remontów i regeneracji mogą być przesuwane bez wyraźnej konieczności, jeżeli są objęte horyzontem sterowania operatywnego ($t_R^k \leq T$, $t_p^k \leq T$). Ewentualnych dużych przesunięć okresów postojów renowacyjnych dokonuje się tylko wtedy, gdy jest to wymuszone sytuacją ruchową, tzn. wtedy, gdy bez owych przesunięć układ ograniczeń zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji byłby sprzeczny.

Analogicznymi zasadami należy kierować się w sytuacjach awaryjnych również w stosunku do terminów wszystkich innych zmian strukturalnych. Korekty planu zmian struktur oddziałów produkcyjnych, niezbędne ze względu na poziom zapasów, omawia się w rozdz. 4.4.

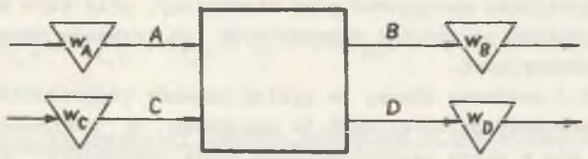
4.4. Ograniczenia na poziom zapasów w magazynach buforowych

Ograniczenia na poziom zapasów zależą przede wszystkim od wielkości magazynów buforowych, lecz mogą zmieniać się w czasie na skutek:

- zmian przeznaczenia poszczególnych magazynów bądź zmian w podziale wspólnej powierzchni magazynowej przewidzianej dla kilku materiałów (rozdz. 2.3, reguła 5),
- konieczności utworzenia w dniach, na które zaplanowano zmiany struktur oddziałów produkcyjnych, odpowiednio dużych zapasów pewnych materiałów i zarezerwowania odpowiednio dużych wolnych pojemności buforowych w magazynach pewnych innych materiałów.

[1] Przedstawione tu ogólne reguły postępowania w wypadku awarii oparte są na analizie problemów niezawodności systemów produkcyjnych, zamieszczonej w [33].

Drugą przyczynę zmienności ograniczeń na poziom zapasów przedstawiono niżej na przykładzie oddziału produkcyjnego (rys. 11), który do dnia t' włącznie przetwarza półprodukt A na półprodukt B, zaś w następnych T'



Rys. 11. Magazyny buforowe współpracujące z przykładowym oddziałem produkcyjnym

dniach powinien przetwarzać półprodukt C na półprodukt D. Aby zmiana struktury nie spowodowała przerwy w ciągłości produkcji należy na dzień t' odpowiednio opróżnić magazyny A, D oraz napełnić magazyny B, C. Stąd wynikają warunki

$$W_{A,t'} \leq W_{A,t'}^{max}, \tag{4.4-1}$$

$$W_{B,t'} \geq W_{B,t'}^{min}, \tag{4.4-2}$$

$$W_{C,t'} \geq W_{C,t'}^{min}, \tag{4.4-3}$$

$$W_{D,t'} \leq W_{D,t'}^{max}, \tag{4.4-4}$$

przy czym wartości ograniczeń zależą od przewidywanego czasu pracy w nowej strukturze T' oraz od przewidywanych różnic między natężeniami dopływu z magazynów A, B, C, D w czasie T'.

Jeżeli minimalny czas, potrzebny na zmianę poziomu zapasów od wartości najbardziej niekorzystnych do wartości umożliwiających zmianę struktury danego oddziału, jest większy od horyzontu optymalizacji T, to dodatkowo należy wprowadzić odpowiednio słabsze ograniczenia wyprzedzające na dzień t' - T, a w razie potrzeby także na dni t' - 2T, t' - 3T, itd.

Ze względu na zmienność w czasie, ograniczenia na poziom zapasów w magazynach buforowych zapisuje się następująco

$$V_{i,t}^{min} \leq V_{i,t} \leq V_{i,t}^{max}, \qquad i=1,\ldots N_I;\ t=1,\ldots T; \quad i \notin I_{ws}; \tag{4.4-5}$$

$$W_{i,t}^{min} \leq W_{i,t} \leq W_{i,t}^{max}, \qquad i=1,\ldots N_y;\ t=1,\ldots T. \quad i \notin I_{ws}; \tag{4.4-6}$$

Na skutek istotnych zmian sytuacji ruchowej, nie przewidzianych w miesięcznym planie produkcji, ograniczenia (4.4-5) (4.4-6) mogą być sprzeczne z pozostałymi ograniczeniami sterowania operatywnego. W takim przypadku należy odpowiednio skorygować plan miesięczny, przy czym korekty mogą dotyczyć przydziału pojemności magazynowych lub terminów zmian struktur oddziałów produkcyjnych.

W rozdz. 3.3 zwrócono uwagę, że poziom zapasów półproduktów w warunkach normalnych dąży do zera. Jest to korzystne w przypadku magazynów znajdujących się w ciągu technologicznym przed oddziałami produkcyjnymi najczęściej narażonymi na awarie, lecz niekorzystne w przypadku awarii jednego z oddziałów znajdujących się przed tymi magazynami.

Jeżeli suma zapasu W_i^{min}, wystarczającego na czas usuwania skutków ewentualnej awarii oddziału produkcyjnego znajdującego się przed danym magazynem, i wolnej pojemności buforowej, zdolnej zmagazynować dopływ w wypadku awarii jednego z oddziałów występujących za tym magazynem, jest mniejsza od całkowitej pojemności danego magazynu, to w warunkach normalnych należy przyjąć $W_{i,t}^{min} = W_i^{min}$. W wypadku awarii trzeba oczywiście zmienić to ograniczenie na $W_{i,t}^{min} = 0$.

Tak samo należy ustalić dolne ograniczenia na poziom zapasów w magazynach mniejszych od omawianych wyżej, lecz znajdujących się w ciągu technologicznym za głównymi źródłami zakłóceń ciągłości produkcji. W pozostałych przypadkach przyjmuje się $W_{i,t}^{min} = 0$, chyba że jest to sprzeczne z koniecznością przygotowania na określony dzień odpowiedniego zapasu w danym magazynie, co było omawiane wyżej.

Wyżej wymienione ograniczenia nie dotyczą magazynów operacyjnych o pojemności odpowiadającej produkcji jednodniowej lub mniejszej, które w opisie struktury systemu produkcyjnego są traktowane jako magazyny fikcyjne o zerowej pojemności. Zadaniem magazynów operacyjnych jest zapobieganie skutkom krótkotrwałych różnic między obciążeniami współpracujących ze sobą oddziałów produkcyjnych. Przyczynami tych różnic są m.in. niedokładności modelu matematycznego przyjętego do optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji oraz zmiany struktur oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych okresowo ciągłych (rozdz. 7.2).

Ponieważ magazyny buforowe spełniają również zadania magazynów operacyjnych, w nierównościach (4.4-5) (4.4-6) trzeba odpowiednio zmniejszyć pojemności buforowe będące do dyspozycji dla potrzeb optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji.

Ograniczenia (4.4-5) (4.4-6) można przedstawić wektorowo w postaci

$$\mathbf{v}_t^{min} \leq \mathbf{v}_t \leq \mathbf{v}_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \tag{4.4-7}$$

$$\mathbf{w}_t^{min} \leq \mathbf{w}_t \leq \mathbf{w}_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \tag{4.4-8}$$

przy czym

$$V_{i,t}^{min} = V_{i,t}^{max} = V_{i,t} = 0, \quad i \in I_{v*}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.4-9}$$

$$W_{i,t}^{min} = W_{i,t}^{max} = W_{i,t} = 0, \quad i \in I_{w*}; \quad t=1,\ldots T. \tag{4.4-10}$$

4.5. Ograniczenia na parametry jakości produktów i półproduktów

Parametry jakości produktów wysyłanych z zakładu muszą spełniać ograniczenia narzucone przez normy i umowy z odbiorcami:

$$q_{s,i,t} \leq q_{s,i}^{max}, \qquad i \in I_{qsg}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-1}$$

$$q_{s,i,t} \geq q_{s,i}^{min}, \qquad i \in I_{qsd}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-2}$$

$$q_{s,i,t} = q_{s,i}^{o}, \qquad i \in I_{qsr}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-3}$$

przy czym

$$I_{qsg} \cup I_{qsd} \cup I_{qsr} = \{1,\ldots N_{qs}\}, \tag{4.5-4}$$

$$N_{qs} = \dim \mathbf{q}_{s,t}. \tag{4.5-5}$$

Analogicznym ograniczeniom podlegają parametry jakości produktów i półproduktów odpływających z węzła produkcyjnego, lecz te ograniczenia mogą zmieniać się w pewnych przypadkach, np. w początkowym okresie eksploatacji oddziałów produkcyjnych, gdy poszukuje się dla nich optymalnych warunków pracy.

$$q_{y,i,t} \leq q_{y,i,t}^{max}, \qquad i \in I_{qyg}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-6}$$

$$q_{y,i,t} \geq q_{y,i,t}^{min}, \qquad i \in I_{qyd}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-7}$$

$$q_{y,i,t} = q_{y,i,t}^{o}, \qquad i \in I_{qyr}; \quad t=1,\ldots T, \tag{4.5-8}$$

$$I_{qyg} \cup I_{qyd} \cup I_{qyr} = \{1,\ldots N_{qy}\}, \tag{4.5-9}$$

$$N_{qy} = \dim \mathbf{q}_{y,t}. \tag{4.5-10}$$

Na parametry jakości materiałów przepływających w systemie produkcyjnym o strukturze zastępczej można oddziaływać celowo tylko poprzez sterowanie oddziałami produkcyjnymi (rozdz. 2.3, reguła 6). Dlatego przyjmuje się, że ograniczenia na parametry jakości produktów wysyłanych z zakładu dotyczą tych produktów również na ich wyjściach z węzła produkcyjnego. Można założyć, że jeśli parametry jakości produktów odpływających z oddziałów produkcyjnych są zawsze właściwe, to również parametry jakości produktów czerpanych z magazynów są zgodne z normami. Dlatego ograniczenia (4.5-1) (4.5-2) (4.5-3) można pominąć, bo są wystarczająco dobrze reprezentowane przez odpowiadającą im część zależności (4.5-6) (4.5-7) (4.5-8).

5. OGRANICZENIA TECHNICZNE OPERATYWNEGO STEROWANIA PRODUKCJĄ

5.1. Ograniczenia na obciążenia oddziałów produkcyjnych

Zgodnie z definicją obciążenia oddziału produkcyjnego (rozdz. 2.1) ograniczenia, którym podlegają obciążenia dobowe poszczególnych oddziałów, formułuje się następująco:

$$u_{i,t}^{min} \leqslant u_{i,t} \leqslant u_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{uw}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.1-1}$$

$$e_{i,t}^{min} \leqslant e_{i,t} \leqslant e_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{ew}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.1-2}$$

przy czym

$$I_{uw} \subset I_u \tag{5.1-3}$$

- zbiór indeksów strumieni wiodących surowców dopływających do węzła produkcyjnego,

$$I_{ew} \subset I_e \tag{5.1-4}$$

- zbiór indeksów strumieni wiodących półproduktów dopływających do węzła produkcyjnego.

Może się zdarzyć, że na część dobowych natężeń odpływu z węzła produkcyjnego nałożone są dodatkowe ograniczenia górne

$$y_{j,t} \leqslant y_{j,t}^{max}, \tag{5.1-5}$$

lub dolne

$$y_{j,t} \geqslant y_{j,t}^{min}, \tag{5.1-6}$$

przy czym ich spełnienie nie jest zagwarantowane przez warunki (5.1-1) (5.1-2). Korzystając z (2.7-35) ograniczenia te można przekształcić do postaci

$$H_1(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, s_t, t) \geqslant 0, \quad i=1,\ldots N'_H; \quad t=1,\ldots T. \tag{5.1-7}$$

Do analogicznych nierówności można sprowadzić również ewentualne ograniczenia na dobowe natężenia przepływów wewnętrznych w oddziałach produkcyjnych.

Ograniczenia górne (5.1-1) (5.1-2) (5.1-5) wynikają ze zdolności produkcyjnych poszczególnych oddziałów. Ze względu na zmiany struktur oddziałów produkcyjnych,

$$u_{i,t}^{min} = u_{i,t}^{max} = u_{i,t} = 0, \quad i \in I_{u,t^*}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.1-8}$$

$$e_{i,t}^{min} = e_{i,t}^{max} = e_{i,t} = 0, \quad i \in I_{e,t^*}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.1-9}$$

$$y_{i,t}^{min} = y_{i,t}^{max} = y_{i,t} = 0, \quad i \in I_{y,t^*}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.1-10}$$

a także w wyniku starzenia się urządzeń, ograniczenia te są zależne od czasu.

Ograniczenia dolne na dobowe obciążenie każdego oddziału produkcyjnego o procesie technologicznym okresowo ciągłym są równe zeru, bo w ramach sterowania operatywnego można podjąć decyzję o postoju danego oddziału w ciągu całej doby. W przypadku oddziałów o procesach technologicznych ciągłych przyjmuje się ograniczenia dolne większe od zera wtedy, gdy praca danego oddziału przy obciążeniu mniejszym od wartości dopuszczalnej jest niemożliwa ze względów technicznych. Natomiast nie powinno się uwzględniać tych ograniczeń, które wynikają tylko z obaw o nieekonomiczną pracę danego oddziału przy małym obciążeniu. Czasem może opłacić się utrzymanie produkcji na niskim poziomie w jednym oddziale po to, żeby nie ponieść większych strat w skali całego zakładu.

W przypadku oddziałów produkcyjnych pracujących okresowo ograniczenia górne (5.1-1) (5.1-2) (5.1-5) nie dotyczą przepływów dobowych rzeczywistych, lecz przepływów związanych z oddziałami fikcyjnymi, występującymi w strukturze zastępczej systemu produkcyjnego. Dlatego nie można bezpośrednio wyznaczyć tych ograniczeń w oparciu o wartości maksymalne chwilowych natężeń przepływu. Rozwiązanie tego problemu zostanie przedstawione w rozdz. 7.2.

5.2. Ograniczenia na dobowe przyrosty obciążeń oddziałów produkcyjnych

Ograniczenia na prędkości zmian obciążeń chwilowych poszczególnych oddziałów należy uwzględnić w zadaniu optymalizacji sterowania operatywnego jako ograniczenia na przyrosty obciążeń dobowych

$$f_i^{min} \leq u_{i,t} - u_{i,t-1} \leq f_i^{max}, \quad i \in I_{up}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.2-1}$$

$$g_i^{min} \leq e_{i,t} - e_{i,t-1} \leq g_i^{max}, \quad i \in I_{ep}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.2-2}$$

przy czym I_{up}, I_{ep} są podzbiorami zbiorów indeksów strumieni wiodących

$$I_{up} \subset I_{uw}, \tag{5.2-3}$$

$$I_{ep} \subset I_{ew}. \tag{5.2-4}$$

Ograniczenia na przyrosty dobowe natężeń przepływu dotyczą nie wszystkich strumieni wiodących dopływających do węzła produkcyjnego, bo część chwilowych natężeń przepływu w tych strumieniach może zmieniać się stosunkowo szybko. W szczególności nie nakłada się ograniczeń na prędkości zmian obciążeń oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych okresowo ciągłych.

Przyjmuje się, że ograniczeniom na prędkości wzrostu obciążeń towarzyszą zawsze ograniczenia na prędkości ich spadku i odwrotnie. Ponadto zakłada się, że ewentualne ograniczenia na przyrosty dobowych natężeń przepływu w strumieniach wyjściowych lub wewnętrznych poszczególnych oddziałów produkcyjnych nie są silniejsze od ograniczeń (5.2-1)(5.2-2), dzięki czemu można je pominąć. W razie potrzeby można łatwo uwolnić się od powyższych założeń, nieznacznie tylko rozszerzając zapis ograniczeń sterowania operatywnego. Warto też zauważyć, że wartości bezwzględne przyrostów dobowych natężeń przepływu nie mogą być większe od odpowiadających im maksymalnych ilości materiałów mogących przepłynąć w ciągu doby u_i^{max}, e_i^{max}.

5.3. Ograniczenia na przepustowość urządzeń ekspedycyjnych

Na ilości produktów wysyłanych w ciągu doby z zakładu nakłada się ograniczenia wynikające z przepustowości urządzeń ekspedycyjnych i stanu środków transportu będących do dyspozycji

$$s_{i,t} \leq s_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{sg}; \quad t=1,\ldots T. \tag{5.3-1}$$

Ponieważ dla pewnych produktów ograniczenia te są zawsze słabsze od pozostałych ograniczeń sterowania operatywnego,

$$I_{sg} \in (I_y - I_{s^*}). \tag{5.3-2}$$

Ograniczenia dolne

$$s_t \geq 0, \quad t=1,\ldots T, \tag{5.3-3}$$

obowiązują oczywiście dla wszystkich strumieni produktów.

Jeżeli pewne urządzenia ekspedycyjne są używane okresowo do wysyłki różnych produktów, to ustalenie wartości $s^{max}_{i,t}$ może napotkać na trudności analogiczne do tych, które powstają przy ustalaniu ograniczeń na obciążenie oddziałów produkcyjnych o procesach technologicznych okresowo ciągłych (rozdz. 8).

5.4. Ograniczenia techniczne na ilości półproduktów kierowanych do zniszczenia

W pewnych przypadkach, np. wtedy, gdy niszczenie półproduktów wymaga zastosowania urządzeń o ograniczonej przepustowości, na ilości półproduktów kierowanych w ciągu doby do zniszczenia nakłada się ograniczenia górne

$$p_{i,t} \leq p^{max}_{i,t}, \quad i \in I_{pg}; \quad t=1,\ldots T, \tag{5.4-1}$$

przy czym

$$I_{pg} \subset (I_y - I_{p\#}). \tag{5.4-2}$$

Ponadto obowiązują ograniczenia dolne

$$p_t \geq 0, \qquad t=1,\ldots T. \tag{5.4-3}$$

6. OPTYMALIZACJA DOBOWYCH PLANÓW PRODUKCJI I EKSPEDYCJI

6.1. Zestawienie funkcji celu i ograniczeń

Część przedstawionych wyżej ograniczeń zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji dubluje się wzajemnie, dzięki czemu można je wyeliminować. Warunki (2.9-11) (2.9-12) (2.11-8) (2.7-43) (2.7-44) pomija się, bo są reprezentowane przez (4.4-9) (4.4-10) (4.1-17) (5.1-1) (5.1-2). Warunek (2.11-7) pomija się, bo wektor ϕ_t jest dany. Warunek (2.7-45) zastępuje się przez (5.1-1) (5.1-2) i odpowiedni dobór współczynników zależności (2.7-35). Dlatego po podstawieniu (4.1-10) (4.2-3) do (3.2-1) problem optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji sprowadza się do maksymalizacji funkcji celu

$$F = \sum_{t=1}^{T}\Bigg(\sum_{\substack{i=1\\ i\notin I_{s\#}}}^{N_y} \alpha_i s_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_u} \beta_i u_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_e} \vartheta_i e_{i,t} - \sum_{\substack{i=1\\ i\notin I_{p\#}}}^{N_y} \delta_i p_{i,t} - \sum_{\substack{i=1\\ i\notin I_{s\#}}}^{N_y} \alpha_{\omega,i}\,\omega_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_r} \beta_{\eta,i}\,\eta_{i,t}\Bigg) \tag{6.1-1}$$

przy ograniczeniach:

$$y_t = y_t(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t), \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.7-35}$$

$$q_{y,t} = q_{y,t}(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t) \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.7-36}$$

$$v_t - v_{t-1} = r_t - \xi_t, \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.9-19}$$

$$w_t - w_{t-1} = y_t - \xi_t, \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.9-20}$$

$$q_{v,t} = q_{v,t}(r_t, \xi_t, q_{r,t}, v_{t-1}, q_{v,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.9-21}$$

$$q_{w,t} = q_{w,t}(y_t, \xi_t, q_{y,t}, w_{t-1}, q_{w,t-1}), \qquad t=1,\ldots T, \tag{2.9-22}$$

$$q_{\xi,t} = q_{\xi,t}(r_t, \xi_t, q_{r,t}, v_{t-1}, q_{v,t-1}), \quad t=1,\dots T, \quad (2.9\text{-}23)$$

$$q_{\xi,t} = q_{\xi,t}(y_t, \xi_t, q_{y,t}, w_{t-1}, q_{w,t-1}), \quad t=1,\dots T, \quad (2.9\text{-}24)$$

$$\xi_t = \sigma_t + Ku_t, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}10)$$

$$\xi_t = s_t + p_t + Le_t, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}11)$$

$$q_{\sigma,t} = q_{\xi,t}, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}12)$$

$$q_{s,t} = q_{p,t} = q_{\xi,t}, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}13)$$

$$q_{u,t} = K^{*} q_{\xi,t}, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}14)$$

$$q_{e,t} = L^{*} q_{\xi,t}, \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}15)$$

$$h_t = \omega_t + \sum_{m=1}^{t} s_m, \quad t=1,\dots T, \quad (4.1\text{-}15)$$

$$r_t = r_t^{z} - \eta_t + \eta_{t-1}, \quad t=1,\dots T, \quad (4.2\text{-}2)$$

$$q_{r,t} = q_{r,t}(q_{r,t}^{z}, q_{\eta,t-1}, m_{r,t}), \quad t=1,\dots T, \quad (4.2\text{-}4)$$

$$C_i(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t)=0, \quad i=1,\dots N_C; \quad t=1,\dots T, \quad (2.7\text{-}39)$$

$$\omega_t \geqslant 0, \quad t=1,\dots T, \quad (4.1\text{-}16)$$

$$\eta_t \geqslant 0, \quad t=1,\dots T, \quad (4.2\text{-}1)$$

$$z_t \geqslant 0, \quad t=1,\dots T, \quad (5.3\text{-}3)$$

$$p_t \geqslant 0, \quad t=1,\dots T, \quad (5.4\text{-}3)$$

$$v_t^{min} \leqslant v_t \leqslant v_t^{max}, \quad t=1,\dots T, \quad (4.4\text{-}7)$$

$$w_t^{min} \leqslant w_t \leqslant w_t^{max}, \quad t=1,\dots T, \quad (4.4\text{-}8)$$

$$h_t^{min} \leqslant h_t \leqslant h_t^{max}, \quad t=1,\dots T, \quad (4.1\text{-}14)$$

$$H_i(u_t, e_t, q_{u,t}, q_{e,t}, m_t, z_t, t) \geqslant 0, \quad i=1,\dots N'_H; \quad t=1,\dots T, \quad (5.1\text{-}7)$$

$$q_{y,i,t} \leqslant q_{y,i,t}^{max}, \quad i \in I_{qyg}; \quad t=1,\dots T, \quad (4.5\text{-}6)$$

$$q_{y,i,t} \geqslant q_{y,i,t}^{min}, \quad i \in I_{qyd}; \quad t=1,\dots T, \quad (4.5\text{-}7)$$

$$q_{y,i,t} = q_{y,i,t}^{o}, \quad i \in I_{qyr}; \quad t=1,\dots T, \quad (4.5\text{-}8)$$

$$u_{i,t}^{min} \leqslant u_{i,t} \leqslant u_{i,t}^{max} \quad i \in I_{uw}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.1\text{-}1)$$

$$e_{i,t}^{min} \leqslant e_{i,t} \leqslant e_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{ew}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.1\text{-}2)$$

$$f_i^{min} \leqslant u_{i,t} - u_{i,t-1} \leqslant f_i^{max}, \quad i \in I_{up}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.2\text{-}1)$$

$$g_i^{min} \leqslant e_{i,t} - e_{i,t-1} \leqslant g_i^{max} \quad i \in I_{ep}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.2\text{-}2)$$

$$s_{i,t} \leqslant s_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{sg}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.3\text{-}1)$$

$$p_{i,t} \leqslant p_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{pg}; \quad t=1,\dots T, \quad (5.4\text{-}1)$$

$$p_{i,t} = 0, \quad i \in I_{pz}; \quad t=1,\dots T, \quad (2.11\text{-}9)$$

$$h_{i,t} = h_{i,t}^{min} = h_{i,t}^{max} = \omega_{i,t} = s_{i,t} = 0, \quad i \in I_{sz}; \quad t=1,\dots T, \quad (4.1\text{-}17)$$

$$v_{i,t}^{min} = v_{i,t}^{max} = v_{i,t} = 0, \quad i \in I_{vz}; \quad t=1,\dots T, \quad (4.4\text{-}9)$$

$$w_{i,t}^{min} = w_{i,t}^{max} = w_{i,t} = 0, \quad i \in I_{wz}; \quad t=1,\dots T. \quad (4.4\text{-}10)$$

Zmienne decyzyjne, względem których należy maksymalizować funkcję celu (6.1-1), zostaną wskazane po uproszczeniu przedstawionego wyżej zadania optymalizacji.

6.2. Założenia upraszczające

Ponieważ zakupione surowce powinny spełniać warunki niezbędne do ich sprzedaży, zależność (2.11-12) jest zbędna. Równość (2.11-13) pomija się, bo na $q_{s,t}$, $q_{p,t}$ nie nakłada się ograniczeń (rozdz. 4.5). Zakłada się, że dla wszystkich surowców istnieją magazyny buforowe, dzięki czemu można pominąć warunek (4.4-9).

Parametry jakości materiałów przepływających w systemie produkcyjnym mogą zmieniać się w wyniku działania zakłóceń lub wielkości sterujących. W dalszej części pracy pomija się wszystkie przypadkowe zmiany parametrów jakości produktów i półproduktów, ponieważ zakłada się, że są one likwi-

dowane przez układy regulacji automatycznej, a także poprzez uśrednianie w magazynach i w jednostkach produkcyjnych. Z tego samego powodu pomija się wpływ szybkich zmian parametrów jakości surowców na pracę systemu produkcyjnego.

Zakłada się, że ewentualne wolne zmiany parametrów jakości surowców powodują wahania współrzędnych wektora $q_{\xi,t}$ pomijalnie małe, lub dające się przewidzieć z wystarczająco dobrą dokładnością na podstawie prognozy r^{ξ}_{t}, $q^{\xi}_{r,t}$. Równości (4.2-4) (2.9-21) (2.9-23), które można wykorzystać do opracowania orientacyjnej prognozy $q_{\xi,t}$, a poza tym nie będą potrzebne, są dalej pomijane. Po wykorzystaniu zależności (2.11-14) i prognozy $q_{\xi,t}$ wektor $q_{u,t}$ staje się wektorem wielkości danych, co umożliwia wyeliminowanie jawnej zależności od parametrów jakości surowców z równości (2.7-35) (2.7-36) (2.7-39) (5.1-7).

Średnie wartości dobowe parametrów jakości materiałów odpływających z oddziałów produkcyjnych $q_{y,i,t}$ $(i=1,\dots N_{qy})$ dzieli się na stałe $(i \in I_{qyr})$ i dyspozycyjne $(i \in I_{qyg} \cup I_{qyd})$. Podstawiając (2.7-36) do (4.5-6) (4.5-7) (4.5-8) uzyskuje się tyle ograniczeń równościowych (2.7-39), ile jest warunków (4.5-8), i tyle ograniczeń nierównościowych o postaci (5.1-7), ile jest warunków (4.5-6) (4.5-7). Po tym podstawieniu liczba ograniczeń (5.1-7) zwiększa się z N'_H do N_H, natomiast z ograniczeń (4.5-6) (4.5-7) (4.5-8) można zrezygnować.

W celu uproszczenia problemu przyjmuje się, że do dyspozycyjnych parametrów jakości zalicza się parametry jakości produktów, na które nałożone są ograniczenia nierównościowe oraz te parametry jakości półproduktów, których zmiany w granicach ustalonych warunkami (4.5-6) (4.5-7) nie mają żadnego wpływu na ilości i jakości materiałów odpływających z innych oddziałów węzła produkcyjnego. O pozostałych parametrach jakości półproduktów zakłada się, że są stabilizowane. Rezygnuje się więc z operatywnych zmian tych parametrów nawet wtedy, gdy jest to technicznie możliwe.

Dla uproszczenia zakłada się ponadto, że wielkości $q^{max}_{y,i,t}$, $q^{min}_{y,i,t}$, $q^{o}_{y,i,t}$, występujące w ograniczeniach (4.5-6) (4.5-7) (4.5-8) są stałe. Dlatego jeśli parametry jakości $q_{y,i,t}$ zawsze spełniają te ograniczenia, to muszą je spełniać również odpowiadające im współrzędne wektorów $q_{w,t}$, $q_{\xi,t}$, $q_{e,t}$. Stąd i z poprzednich założeń wynika, że wpływ parametrów jakości półproduktów na zależności (2.7-35) (2.7-36) (2.7-39) (5.1-7) jest pomijalny. Dzięki temu równości (2.7-36) (2.9-22) (2.9-24) (2.11-15), służące do określenia tego wpływu, stają się niepotrzebne.

Rezygnując z możliwości sterowania operatywnego węzłem produkcyjnym inaczej, jak poprzez zmiany obciążeń oddziałów produkcyjnych. O pozostałych wielkościach sterujących m_t zakłada się więc, że służą tylko do równoważenia wpływu zakłóceń z_t. Założenie to umożliwia usunięcie wektorów m_t, z_t z zależności (2.7-35) (2.7-39) (5.1-7).

Wśród ograniczeń zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji, pozostałych po powyższych uproszczeniach, występują jeszcze następujące ograniczenia nieliniowe:

$$y_t = y_t(u_t, e_t, t), \qquad t=1,\dots T, \tag{6.2-1}$$

$$C_i(u_t, e_t, t) = 0, \quad i=1,\dots N_C; \qquad t=1,\dots T, \tag{6.2-2}$$

$$H_i(u_t, e_t, t) \geqslant 0, \quad i=1,\dots N_H; \qquad t=1,\dots T. \tag{6.2-3}$$

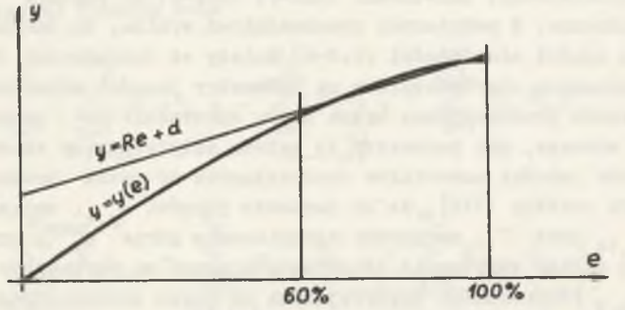
Zakłada się, że ograniczenia te można z wystarczającą dokładnością aproksymować zależnościami liniowymi:

$$y_t = Q_t u_t + R_t e_t + d_t, \qquad t=1,\dots T, \tag{6.2-4}$$

$$C_t u_t = D_t e_t - s_t, \qquad t=1,\dots T, \tag{6.2-5}$$

$$G_t u_t + H_t e_t \geqslant \lambda_t, \qquad t=1,\dots T. \tag{6.2-6}$$

W przypadku ograniczeń równościowych (6.2-4) (6.2-5) błąd pochodzący od nieliniowości można zmniejszyć przez odpowiedni dobór stałych występujących w tych ograniczeniach. Dla przykładu na rys. 12 pokazano w przypadku jednowymiarowym możliwy przebieg zależności y(e) i jej aproksymację linią prostą [54]. W przykładzie z rys. 12 założono, że model powinien być dokładny w zakresie 60-100% obciążenia nominalnego.



Rys. 12. Zasada linearyzacji nieliniowości węzła produkcyjnego

Współrzędne wektorów s_t, d_t można również wykorzystać do zmniejszenia błędów pochodzących od zaniedbania dynamiki oddziałów produkcyjnych (rozdz. 1.2). Przy normalnej pracy oddziałów produkcyjnych błędy te są rzeczywiście niewielkie, lecz mogą być znaczne w dniach rozruchu lub odstawiania oddziałów o procesach technologicznych ciągłych. Odstępstwa od zwykłych związków między ilościami materiałów przepływających w ciągu doby na wejś-

ciu i wyjściu danego oddziału produkcyjnego wynikają stąd, że przy rozruchu dość długo może trwać napełnianie jednostek produkcyjnych tego oddziału, a przy odstawieniu - ich opróżnianie.

Dla rozruchu i odstawiania z reguły są opracowane instrukcje postępowania operatora, dzięki czemu można z dobrym przybliżeniem określić z góry czasowe przebiegi natężeń przepływu poszczególnych materiałów w danym oddziale, a stąd - ze znacznie lepszym przybliżeniem - obliczyć ilości materiałów przepływających w ciągu doby. W dniach rozruchu lub odstawiania ilościom tym można uczynić równe odpowiednie składowe wektorów d_t, a_t, przy równoczesnym wyzerowaniu odpowiednich wierszy macierzy Q_t, R_t, C_t, D_t.

Analizę błędów nierówności składających się na nierówność macierzową (6.2-6), przeprowadzono niżej oddzielnie dla tej ich części, która reprezentuje ograniczenia na obciążenie oddziałów produkcyjnych (5.1-5)(5.1-6), i oddzielnie dla nierówności pozostałych - reprezentujących ograniczenia na dyspozycyjne parametry jakości (4.5-6) (4.5-7).

Korzystając z aproksymacji (2.7-35) przez (6.2-4) nierówności (5.1-5) (5.1-6) można sprowadzić do postaci

$$Q_{j,t}\, u_t + R_{j,t}\, e_t + d_{j,t} \leqslant y_{j,t}^{max}, \tag{6.2-7}$$

$$Q_{j,t}\, u_t + R_{j,t}\, e_t + d_{j,t} \geqslant y_{j,t}^{min}, \tag{6.2-8}$$

przy czym $Q_{j,t}$, $R_{j,t}$, $d_{j,t}$ są j-tymi wierszami macierzy Q_t, R_t, d_t. Dalsze przekształcenie zależności (6.2-7) (6.2-8) do postaci (6.2-6) jest łatwo widoczne. Z powyższych przekształceń wynika, że dokładność analizowanej tu części nierówności (6.2-6) zależy od dokładności (6.2-4).

Ograniczenia nierównościowe na parametry jakości materiałów odpływających z węzła produkcyjnego można łatwo sprowadzić do postaci liniowej (6.2-6) wówczas, gdy parametry te zależą addytywnie od odpowiadających im parametrów jakości materiałów dopływających do węzła produkcyjnego. Dla przykładu załóżmy [112], że na parametr jakości $q_{y,t}$, związany ze strumieniem $x_{y,14}^*$ (rys. 7), narzucono ograniczenie górne q_y^{max}, przy czym parametr ten zależy addytywnie od odpowiadających mu parametrów jakości $q_{e,1}$, $q_{e,2}$, $q_{e,3}$ półproduktów dopływających do węzła produkcyjnego w strumieniach $x_{e,11}^*$, $x_{e,12}^*$, $x_{e,13}^*$. Przy tym założeniu

$$\frac{e_{11,t}\, q_{e,1}}{e_{11,t} + e_{12,t} + e_{13,t}} + \frac{e_{12,t}\, q_{e,2}}{e_{11,t} + e_{12,t} + e_{13,t}} + \frac{e_{13,t}\, q_{e,3}}{e_{11,t} + e_{12,t} + e_{13,t}} \leqslant q_y^{max}. \tag{6.2-9}$$

Po przekształceniu do postaci

$$(q_y^{max} - q_{e,1})\, e_{11,t} + (q_y^{max} - q_{e,2})\, e_{12,t} + (q_y^{max} - q_{e,3})\, e_{13,t} \geqslant 0, \tag{6.2-10}$$

ograniczenie to jest już jedną z nierówności składających się na nierówność macierzową (6.2-6).

W pewnych przypadkach można sprowadzić ograniczenia (4.5-6) (4.5-7) do postaci (6.2-6), mimo że dany parametr jakości nie jest addytywny. Jest to możliwe wtedy, gdy własność addytywności posiada inna wielkość, wzajemnie jednoznacznie związana z tym parametrem. Za przykład mogą tu służyć addytywne wskaźniki mieszania, stosowane do obliczania receptur komponowania paliw w rafinerii ropy naftowej.

Nierówności nieliniowe (6.2-3), których nie można zlinearyzować, na ogół dają się zastąpić silniejszymi ograniczeniami liniowymi. Wadą tego sposobu jest zawężenie zbioru rozwiązań dopuszczalnych zadania optymalizacji.

6.3. Postać obliczeniowa zadania optymalizacji

Uwzględniając przyjęte wyżej założenia upraszczające i podstawiając (4.2-2) (2.11-10) do (2.9-19) oraz (6.2-4) (2.11-11) do (2.9-20) uzyskuje się zadanie optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji w następującej postaci:

Zmaksymalizować funkcję celu

$$F = \sum_{t=1}^{T} \Bigg(\sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{s^*}}}^{N_y} \alpha_{y_i, s_{i,t}} - \sum_{i=1}^{N_u} \beta_i u_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_e} \gamma_i e_{i,t} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{p^*}}}^{N_y} \delta_i p_{i,t} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin I_{s^*}}}^{N_y} \alpha_{\omega,i}\, \omega_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_r} \beta_{\eta,i}\, \eta_{i,t} \Bigg) \tag{6.1-1}$$

względem zmiennych decyzyjnych

$$u_{i,t}, \quad i \in I_{uw}; \quad t=1,\ldots T,$$

$$e_{i,t}, \quad i \in I_{ew}; \quad t=1,\ldots T,$$

$s_{i,t}$, $i \in I_y - \left[I_{s\#} \cup (I_{w\#} \cap I_{p\#})\right]$; $t=1,\ldots T$,

$p_{i,t}$, $i \in I_y - (I_{w\#} \cup I_{p\#})$; $t=1,\ldots T$,

$\omega_{i,t}$, $i \in I_y - I_{s\#}$; $t=1,\ldots T$,

$\eta_{i,t}$, $i \in I_r$; $t=1,\ldots T$,

przy ograniczeniach

$$C_t u_t + D_t e_t = a_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (6.2\text{-}5)$$

$$v_t - v_{t-1} = r_t^{\#} - \sigma_t - \eta_t + \eta_{t-1} - Ks_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (6.3\text{-}1)$$

$$w_t - w_{t-1} = Q_t u_t + (R_t - L) e_t + d_t - g_t - p_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (6.3\text{-}2)$$

$$h_t = \omega_t + \sum_{m=1}^{t} g_m, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.1\text{-}15)$$

$$v_t^{min} \leqslant v_t \leqslant v_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.4\text{-}7)$$

$$w_t^{min} \leqslant w_t \leqslant w_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.4\text{-}8)$$

$$h_t^{min} \leqslant h_t \leqslant h_t^{max}, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.1\text{-}14)$$

$$G_t u_t + H_t e_t \geqslant \lambda_t, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (6.2\text{-}6)$$

$$g_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (5.3\text{-}3)$$

$$p_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (5.4\text{-}3)$$

$$\omega_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.1\text{-}16)$$

$$\eta_t \geqslant 0, \qquad t=1,\ldots T, \qquad (4.2\text{-}1)$$

$$u_{i,t}^{min} \leqslant u_{i,t} \leqslant u_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{uw}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.1\text{-}1)$$

$$e_{i,t}^{min} \leqslant e_{i,t} \leqslant e_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{ew}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.1\text{-}2)$$

$$f_i^{min} \leqslant u_{i,t} - u_{i,t-1} \leqslant f_i^{max}, \quad i \in I_{up}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.2\text{-}1)$$

$$g_i^{min} \leqslant e_{i,t} - e_{i,t-1} \leqslant g_i^{max}, \quad i \in I_{ep}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.2\text{-}2)$$

$$s_{i,t} \leqslant s_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{sg}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.3\text{-}1)$$

$$p_{i,t} \leqslant p_{i,t}^{max}, \quad i \in I_{pg}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (5.4\text{-}1)$$

$$p_{i,t} = 0, \quad i \in I_{p\#}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (2.11\text{-}9)$$

$$h_{i,t}^{min} = h_{i,t}^{max} = h_{i,t} = \omega_{i,t} = s_{i,t} = 0, \quad i \in I_{s\#}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (4.1\text{-}17)$$

$$w_{i,t}^{min} = w_{i,t}^{max} = w_{i,t} = 0, \quad i \in I_{w\#}; \quad t=1,\ldots T, \qquad (4.4\text{-}10)$$

Składowe wektorów u_t, e_t, g_t, p_t, ω_t pominięte w zbiorze zmiennych decyzyjnych są zawsze równe zeru, albo można je obliczyć przy pomocy (6.2-5) (6.3-2). Wektory v_t, w_t, h_t zależą od zmiennych decyzyjnych poprzez równości (6.3-1) (6.3-2) (4.1-15).

Aby rozwiązać przedstawione wyżej zadanie optymalizacji należy znać:

1) strukturę systemu produkcyjnego - K, L, I_u, I_e, I_y, $I_{p\#}$, $I_{s\#}$, $I_{w\#}$,
2) decyzję o wyborze strumieni wiodących - I_{uw}, I_{ew},
3) stan początkowy - v_o, w_o, η_o, $u_{i,o}$ $(i \in I_{up})$, $e_{i,o}$ $(i \in I_{ep})$,
4) współczynniki funkcji celu - α_i, α_{i+1} $(i \in I_y - I_{s\#})$, $\beta_i (i \in I_u)$, $\beta_{\eta,i}$ $(i \in I_r)$, $\gamma_i (i \in I_e)$, $\delta_i (i \in I_y - I_{p\#})$,
5) aktualną prognozę wielkości charakteryzujących ograniczenia na dni objęte horyzontem optymalizacji $r_t^{\#}$, σ_t, C_t, D_t, a_t, Q_t, R_t, d_t, G_t, H_t, λ_t, v_t^{min}, v_t^{max}, w_t^{min}, w_t^{max}, h_t^{min}, h_t^{max}, $u_{i,t}^{min}$, $u_{i,t}^{max}$ $(i \in I_{uw})$, $e_{i,t}^{min}$, $e_{i,t}^{max}$ $(i \in I_{ew})$, f_i^{min}, f_i^{max} $(i \in I_{up})$, g_i^{min}, g_i^{max} $(i \in I_{ep})$, $s_{i,t}^{max}$ $(i \in I_{sg})$, $p_{i,t}^{max}$ $(i \in I_{pg})$.

Metodę uzyskiwania powyższych danych w oparciu o dane źródłowe przedstawiono w poprzednich rozdziałach pracy.

Liczby zmiennych i ograniczeń zadania optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji w praktyce mogą być bardzo duże, przy czym zależą one istotnie od horyzontu optymalizacji. Aby zorientować się wstępnie, co do wpływu horyzontu optymalizacji na czas trwania obliczeń opracowano:

- uniwersalny algorytm przekształcający każde liniowe zadanie optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji do postaci

$$\max_{x_A, x_B} (c_A^T x_A + c_B^T x_B) \qquad (6.3\text{-}3)$$

przy ograniczeniach

$$x_B + A x_A = b, \qquad (6.3\text{-}4)$$

$$x_A \geq 0, \qquad (6.3\text{-}5)$$

$$x_B \geq 0, \qquad (6.3\text{-}6)$$

$$x_{Aj} \leq x_{Aj}^{max} \quad \text{dla niektórych } j, \qquad (6.3\text{-}7)$$

$$x_{Bi} \leq x_{Bi}^{max} \quad \text{dla niektórych } i, \qquad (6.3\text{-}8)$$

- zmodyfikowany algorytm sympleks, w którym wykorzystano szczególną postać zadania do zmniejszenia obszaru pamięci maszyny cyfrowej zajętego przez dane.

Ze względu na ograniczenie objętości niniejszej pracy algorytmy te nie będą w niej omawiane. Specjalny algorytm programowania liniowego opracowano dlatego, że przykład liczbowy rozwiązywany zwykłą metodą sympleksów nie mieścił się w pamięci operacyjnej (64 k) maszyny cyfrowej będącej do dyspozycji (ODRA 1305) a podejrzewano, że korzystanie z pamięci taśmowej zajmie zbyt wiele czasu.

Niżej podano tabelę przedstawiającą zależność czasu trwania obliczeń od horyzontu optymalizacji dla pewnego przykładu, w którym $N_u = 3$, $N_e = 20$, $N_y = 16$, $N_r = 2$, dim $a_t = 2$, dim $\lambda_t = 7$.

Horyzont [dni]	Liczba iteracji	Czas [sek]
1	8	14
2	24	105
3	45	439
4	67	1247
5	107	3195

Poza wspomnianymi wyżej algorytmami autor dotychczas nie próbował zastosować do rozwiązania problemu optymalizacji sterowania operatywnego żadnej innej metody obliczeniowej. Prace w tym kierunku są kontynuowane, ponieważ ograniczone możliwości maszyn cyfrowych będących do dyspozycji mogą stanowić istotną przeszkodę w praktycznym zastosowaniu niniejszej pracy.

7. OPERATYWNE STEROWANIE ODDZIAŁAMI PRODUKCYJNYMI

7.1. Sterowanie oddziałami produkcyjnymi o procesach technologicznych ciągłych

Operatywne sterowanie oddziałami produkcyjnymi o procesach technologicznych ciągłych polega na dokonywaniu zmian obciążeń chwilowych tych oddziałów oraz na przesuwaniu ustalonych wcześniej terminów zmian ich struktur (rozdz. 1.2). Reguły wprowadzania korekt do planu zmian struktur oddziałów produkcyjnych omawiano w rozdz. 4.3.

W niniejszym rozdziale zakłada się, że struktury oddziałów pracujących w sposób ciągły Λ'^{k}_{t} ($k=1,\dots N$; $k \notin D$; $t=1,\dots T$) są dane. Ponadto zakłada się, że znane są strumienie materiałowe wiodące, wejściowe lub wyjściowe, narzucające obciążenia chwilowe poszczególnych oddziałów produkcyjnych. Na tej podstawie wyznacza się zbiory indeksów strumieni wiodących w dniach objętych horyzontem optymalizacji $I^{k}_{uw,t}$, $I^{k}_{ew,t}$, $I^{k}_{yw,t}$ ($k=1,\dots N$; $k \notin D$; $t=1,\dots T$), będące podzbiorami zbiorów indeksów strumieni węzła produkcyjnego I_u, I_e, I_y.

Przy założeniu, że τ jest czasem ciągłym, mierzonym liczbą okresów elementarnych $\Delta\tau$, chwilowe natężenia przepływu materiałów w strumieniach wiodących powinny spełniać warunki

$$\int_{c(t-1)}^{ct} u_i(\tau)\, d\tau = \hat{u}_{i,t}, \tag{7.1-1}$$

$$\lim_{\tau \to ct-} u_i(\tau) = \lim_{\tau \to ct+} u_i(\tau), \tag{7.1-2}$$

$$i \in I^{k}_{uw,t};\quad k=1,\dots N;\quad k \notin D;\quad t=1,\dots T,$$

$$\int_{c(t-1)}^{ct} e_i(\tau)\, d\tau = \hat{e}_{i,t}, \tag{7.1-3}$$

$$\lim_{\tau \to ct-} e_i(\tau) = \lim_{\tau \to ct+} e_i(\tau), \tag{7.1-4}$$

$$i \in I^{k}_{ew,t};\quad k=1,\dots N;\quad k \notin D;\quad t=1,\dots T,$$

$$\int_{c(t-1)}^{ct} y_i(\tau)\, d\tau = \hat{y}_{i,t}, \tag{7.1-5}$$

$$\lim_{\tau \to ct-} y_i(\tau) = \lim_{\tau \to ct+} y_i(\tau), \tag{7.1-6}$$

$$i \in I^{k}_{yw,t};\quad k=1,\dots N;\quad k \notin D;\quad t=1,\dots T,$$

przy czym $\hat{u}_{i,t}$, $\hat{e}_{i,t}$, $\hat{y}_{i,t}$ są ilościami materiałów, które mają przepłynąć w ciągu poszczególnych dni zgodnie z optymalnym planem dobowej produkcji i ekspedycji całego zakładu.

Istnieje wiele różnych przebiegów czasowych $u_i(\tau)$, $e_i(\tau)$, $y_i(\tau)$ spełniających powyższe warunki. W praktyce najczęściej stosuje się zmiany obciążenia z największą dopuszczalną prędkością, dzięki czemu w pozostałej części doby utrzymuje się obciążenie na stałej wartości. Można też poszukiwać takich przebiegów natężeń przepływu materiałów, przy których największa chwilowa prędkość zmian obciążenia byłaby minimalna.

7.2. Sterowanie oddziałami produkcyjnymi o procesach technologicznych okresowo ciągłych

7.2.1. Zmienne decyzyjne

Chwile, w których działa algorytm operatywnego sterowania k-tym oddziałem produkcyjnym ($k \in D$), oznacza się symbolem τ^{k}_{n} ($n=1,2,3,\dots$), przy czym

$$\tau^{k}_{n} = \tau^{k}_{n-1} + T^{k}_{n}, \quad k \in D;\quad n=1,2,\dots, \tag{7.2-1}$$

natomiast T^{k}_{n} jest czasem trwania n-go okresu pracy lub postoje danego oddziału. Podobnie jak w rozdz. 7.1 przyjmuje się, że τ jest czasem ciągłym, przy czym $\Delta\tau = 1$ godz.

Zakłada się [113], że:

- nie wolno amienić struktury oddziału produkcyjnego, w szczególności nie wolno go zatrzymać, przed zakończeniem raz zaplanowanego okresu pracy przy danej strukturze,
- czas trwania czynności przygotowawczych $T^{k,\rho}_{p}$ po podjęciu decyzji o rozpoczęciu pracy przy strukturze $\Lambda^{k,\rho}$ jest znany dla wszystkich $\rho = 1,\dots N^{k}-1$; $k \in D$,
- natężenia przepływu wszystkich materiałów wejściowych i wyjściowych $u^{*}_{i,n}$ ($i \in I^{k,\rho}_{u}$), $e^{*}_{i,n}$ ($i \in I^{k,\rho}_{e}$), $y^{*}_{i,n}$ ($i \in I^{k,\rho}_{y}$), są stałe po zakończeniu czynności przygotowawczych, tzn. w pozostałej części n-go okresu pracy danego oddziału, zwanej dalej czasem roboczym $T^{k,\rho}_{r,n}$.

- podczas pracy oddziału produkcyjnego o procesie technologicznym okresowym natężenia przepływu jego materiałów wejściowych i wyjściowych są największe z możliwych, w ramach omówionych dalej ograniczeń, wynikających z planu produkcji całego zakładu i z warunków technicznych prowadzenia danego procesu,
- algorytm operatywnego sterowania k-tym oddziałem jest uruchamiany bezpośrednio po zakończeniu poprzedniego okresu pracy w chwili τ^k_{n-1}. Jeśli przedstawione dalej warunki przeprowadzenia rozruchu nie są spełnione, to algorytm ten jest ponownie uruchamiany w chwili

$$\tau^k_n = \tau^k_{n-1} + 1, \tag{7.2-2}$$

natomiast w okresie n-tym, trwającym $T^k_n = 1$ [godz.], planuje się postój danego oddziału, tzn.

$$\Lambda'^k_n = \Lambda^{k,N^k}. \tag{7.2-3}$$

Zadaniem algorytmu operatywnego sterowania k-tym oddziałem produkcyjnym ($k \in D$) jest wyznaczanie dla kolejnych okresów pracy lub postoju ($n=1,2,\ldots$)
- struktury danego oddziału $\Lambda'^k_n = \Lambda^{k,\varrho}$, przy czym $\varrho \in \{1,\ldots N^k\}$,
- ilości materiałów, które powinny przepłynąć w strumieniach wiodących, $u_{i,n}$ ($i \in I^{k,\varrho}_u$), $e_{i,n}$ ($i \in I^{k,\varrho}_e$).

Przy przyjętych wyżej założeniach przedstawione tu zmienne decyzyjne określają jednoznacznie czas trwania danego okresu pracy lub postoju

$$T^k_n = \begin{cases} T^{k,\varrho}_p + T^{k,\varrho}_{r,n}, & \text{jeśli } \varrho \neq N^k, \\ 1, & \text{jeśli } \varrho = N^k. \end{cases} \tag{7.2-4}$$

7.2.2. Wytyczne wynikające z optymalnego planu dobowej produkcji i ekspedycji

W wyniku działania algorytmu optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji, na początku doby o indeksie t=1 uzyskuje się dla wszystkich oddziałów produkcyjnych plan optymalny $\hat{u}_t$, $\hat{e}_t$, $\hat{y}_t$ ($t=1,\ldots T$). Na tej podstawie można obliczyć ilości materiałów, które powinny przepłynąć na wejściach i wyjściach węzła produkcyjnego w dowolnym okresie czasu zaczynającym się w chwili $\tau_{n-1} \in (0, cT]$, a kończącym się w chwili $\tau_n \in (0, cT]$.

Ilości te są równe

$$\hat{u}_{i,n} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \frac{1}{c}\varphi_{t,n}\hat{u}_{i,t} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \hat{u}_{i,t} + \\ + (t_{n-1} - 1 - \frac{1}{c}\tau_{n-1})\hat{u}_{i,t_{n-1}} + (\frac{1}{c}\tau_n - t_n)\hat{u}_{i,t_n}, \quad i=1,\ldots N_u, \tag{7.2-5}$$

$$\hat{e}_{i,n} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \frac{1}{c}\varphi_{t,n}\hat{e}_{i,t} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \hat{e}_{i,t} + \\ + (t_{n-1} - 1 - \frac{1}{c}\tau_{n-1})\hat{e}_{i,t_{n-1}} + (\frac{1}{c}\tau_n - t_n)\hat{e}_{i,t_n}, \quad i=1,\ldots N_e, \tag{7.2-6}$$

$$\hat{y}_{i,n} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \frac{1}{c}\varphi_{t,n}\hat{y}_{i,t} = \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \hat{y}_{i,t} + \\ + (t_{n-1} - 1 - \frac{1}{c}\tau_{n-1})\hat{y}_{i,t_{n-1}} + (\frac{1}{c}\tau_n - t_n)\hat{y}_{i,t_n}, \quad i=1,\ldots N_y \tag{7.2-7}$$

przy czym $\varphi_{t,n}$ jest liczbą godzin n-go okresu należących do dnia t, natomiast t_{n-1}, t_n są indeksami dni, do których należą chwile τ_{n-1}, τ_n.

Planowe ilości materiałów przepływających w okresie n-tym można przedstawić przy pomocy odpowiadających im średnich godzinowych natężeń przepływu w sposób następujący:

$$\hat{u}_{i,n} = \hat{\bar{u}}_{i,n} \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{t,n}, \quad i=1,\ldots N_u, \tag{7.2-8}$$

$$\hat{e}_{i,n} = \hat{\bar{e}}_{i,n} \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{t,n}, \quad i=1,\ldots N_e, \tag{7.2-9}$$

$$\hat{y}_{i,n} = \hat{\bar{y}}_{i,n} \sum_{t=t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{t,n}, \quad i=1,\ldots N_y. \tag{7.2-10}$$

Dla potrzeb optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji ustala się ograniczenia na dobowe natężenia przepływu, w oddziałach fikcyjnych struktury zastępczej (rozdz. 5.1), na wartościach proporcjonalnych do średnich godzinowych natężeń przepływu, przy czym chodzi tu o średnie obliczane w długim okresie czasu (np. średnie wynikające z planu rocznego).

$$u_{i,t}^{max} = b^{k,\varkappa} \circ \bar{u}_i, \quad i \in I_u^{k,\varkappa}, \tag{7.2-11}$$

$$e_{i,t}^{max} = b^{k,\varkappa} \circ \bar{e}_i, \quad i \in I_e^{k,\varkappa}, \tag{7.2-12}$$

$$y_{i,t}^{max} = b^{k,\varkappa} \circ \bar{y}_i, \quad i \in I_y^{k,\varkappa}, \tag{7.2-13}$$

$$\varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D; \quad t=1,\ldots T.$$

Niżej przedstawiono warunek (7.2-27), który powinny spełniać współczynniki $b^{k,\varkappa}$ ($\varkappa=1,\ldots N^k-1$; $k \in D$), aby plany dobowej produkcji były realizowalne.

Korzystając z (7.2-5)...(7.2-13) łatwo wykazać, że

$$\hat{u}_{i,n} \leqslant b^{k,\varkappa} \bar{u}_i, \quad i \in I_u^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D, \tag{7.2-14}$$

$$\hat{e}_{i,n} \leqslant b^{k,\varkappa} \bar{e}_i, \quad i \in I_e^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D, \tag{7.2-15}$$

$$\hat{y}_{i,n} \leqslant b^{k,\varkappa} \bar{y}_i, \quad i \in I_y^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D, \tag{7.2.16}$$

Analogicznie przyjmuje się, że ograniczenia na ilości materiałów mogących przepłynąć w poszczególnych strumieniach w ciągu godziny są proporcjonalne do średnich godzinowych natężeń przepływu.

$$u_i^{*max} = a^{k,\varkappa} \bar{u}_i, \quad i \in I_u^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D, \tag{7.2.17}$$

$$e_i^{*max} = a^{k,\varkappa} \bar{e}_i, \quad i \in I_e^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D, \tag{7.2.18}$$

$$y_i^{*max} = a^{k,\varkappa} \bar{y}_i, \quad i \in I_y^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\ldots N^k-1; \quad k \in D. \tag{7.2-19}$$

Jeżeli ograniczenia rzeczywiste nie spełniają powyższych zależności, to należy tak dobrać współczynniki $a^{k,\varkappa}$, aby dla każdej struktury dopuszczalnej k-go oddziału jedno z ograniczeń rzeczywistych dane było wzorami (7.2-17) (7.2-18) (7.2-19), natomiast pozostałe powinny być nie mniejsze od wartości obliczonych z tych wzorów.

Powyższe założenie zapewnia realizowalność decyzji wypracowanych przy ograniczeniach (7.2-17) (7.2-18) (7.2-19), lecz w pewnym stopniu zmniejsza swobodę operatywnego sterowania oddziałami o procesach technologicznych okresowo ciągłych.

7.2.3. Zaległości w realizacji planów dobowych

Ilości materiałów rzeczywiście przepływających w strumieniach wejściowych i wyjściowych oddziałów produkcyjnych pracujących okresowo różnią się od ilości zaplanowanych dla poszczególnych okresów pracy, bo plan optymalny jest obliczany dla struktury zastępczej systemu produkcyjnego, w której występują równolegle pracujące oddziały fikcyjne (rozdz. 2.6). Po zsumowaniu tych różnic uzyskuje się wielkości

$$U_{i,n} = U_{i,o} + \sum_{m=1}^{n} (\hat{u}_{i,m} - u_{i,m}), \quad i \in I_u^k; \quad k \in D, \tag{7.2-20}$$

$$E_{i,n} = E_{i,o} + \sum_{m=1}^{n} (\hat{e}_{i,m} - e_{i,m}), \quad i \in I_e^k; \quad k \in D, \tag{7.2-21}$$

$$Y_{i,n} = Y_{i,o} + \sum_{m=1}^{n} (\hat{y}_{i,m} - y_{i,m}), \quad i \in I_y^k; \quad k \in D, \tag{7.2-22}$$

które można uważać za miarę opóźnienia w realizacji optymalnego planu produkcji.

Okresy pracy oddziałów produkcyjnych współpracujących ze sobą nie muszą być ściśle zsynchronizowane. Ponadto oddziały produkcyjne pracujące okresowo mogą współpracować z oddziałami o procesach technologicznych ciągłych. Dlatego oddziały produkcyjne o procesach technologicznych okresowo ciągłych w praktyce są zawsze wyposażone w magazyny operacyjne wszystkich materiałów dopływających i odpływających z tych oddziałów.

Magazyny operacyjne wejściowe danego oddziału można wykorzystać do przechowywania różnic między ilościami materiałów dopływających zgodnie z planem i ilościami rzeczywiście zużywanymi. Zapas w magazynach operacyjnych wyjściowych umożliwia planowy odpływ materiałów z tego oddziału - również wtedy, gdy przejściowo materiały te nie są wytwarzane. Dlatego można założyć, że jeśli za strumienie wejściowe i wyjściowe danego oddziału uważa się strumienie dopływające do jego magazynów operacyjnych wejściowych i odpływające z jego magazynów operacyjnych wyjściowych, to optymalne plany produkcji dobowej są przez ten oddział wykonywane w sposób ścisły. Jest to istotne założenie, bo właśnie dzięki niemu przy optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji można abstrahować od zmian struktur oddziałów produkcyjnych w ciągu doby. Założenie to jest słuszne pod warunkiem, że wahania poziomu zapasów w magazynach operacyjnych, spowodo-

wane różnicami między przepływami zaplanowanymi i rzeczywistymi, nie przekraczają pojemności tych magazynów.

Poziom zapasów w magazynach operacyjnych można obliczyć następująco:

$$v^{op}_{i,n} = \sum_{j \in I_{u,i}} U_{j,n}, \quad i \in I^{op}_r, \tag{7.2-23}$$

$$w^{op}_{i,n} = w^{norm}_i - Y_{i,n} + S_{i,n} + \sum_{j \in I_{e,i}} E_{j,n}, \quad i \in I^{op}_y, \tag{7.2-24}$$

przy czym

$$I^{op}_r \subset I_r, \quad I^{op}_y \subset I_y \tag{7.2-25}$$

są zbiorami indeksów punktów rozpływu położonych bezpośrednio przed lub za oddziałami produkcyjnymi o procesach technologicznych okresowych, a także przed urządzeniami ekspedycyjnymi pracującymi okresowo.

$$S_{i,n} = S_{i,o} + \sum_{m=1}^{n} (\hat{s}_{i,m} - s_{i,m}), \quad i \in I_y - I_{s*}, \tag{7.2-26}$$

są zaległościami w realizacji dobowych planów ekspedycji, natomiast w^{norm}_i ($i \in I^{op}_y$) są zapasami normatywnymi. Zapas w danym magazynie operacyjnym jest równy swej wartości normatywnej wtedy, gdy oddziały produkcyjne i urządzenia ekspedycyjne współpracujące z tym magazynem wykonują plan produkcji bez żadnych zaległości.

Warunkiem wystarczającym na to, by ciągi $\left\{v^{op}_{i,n}\right\}$ ($i \in I^{op}_r$), $\left\{w^{op}_{i,n}\right\}$ ($i \in I^{op}_y$) były ograniczone, jest ograniczoność ciągów $\left\{U_{i,n}\right\}$ ($i \in I^k_u$; $k \in D$), $\left\{E_{i,n}\right\}$ ($i \in I^k_e$; $k \in D$), $\left\{Y_{i,n}\right\}$ ($i \in I^k_y$; $k \in D$), $\left\{S_{i,n}\right\}$ ($i \in I_y - I_{s*}$), która dla systemu sterowania operatywnego, proponowanego w niniejszej pracy, zostanie dalej udowodniona.

7.2.4. Algorytm sterowania

Dla każdego oddziału produkcyjnego pracującego okresowo dobiera się ograniczenia na dobowe plany produkcji tak, by spełniały warunek

$$\sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} = \pi^k < 1, \quad k \in D, \tag{7.2-27}$$

Aby suma czasów trwania czynności przygotowawczych nie była zbyt duża w porównaniu z sumą czasów roboczych, wprowadza się ograniczenia dolne na czasy robocze:

$$\tau^{k,\varrho}_{r,min} = \frac{\pi^k \tau^{k,\varrho}_p}{1 - \pi^k}, \quad \varrho = 1, \ldots N^k - 1; \quad k \in D. \tag{7.2-28}$$

Przyjmując, że w chwili τ^k_{n-1}, początkującej dowolny n-ty okres pracy lub postoju k-go oddziału produkcyjnego ($k \in D$), znane są wartości $U_{i,n-1}$ ($i \in I^k_u$), $E_{i,n-1}$ ($i \in I^k_e$), $Y_{i,n-1}$ ($i \in I^k_y$), proponuje się następujący algorytm operatywnego sterowania tym oddziałem:

1° Oblicz

$$\tau^{k,\varkappa}_{r,n} = Max \left\{ \underset{i \in I^{k,\varkappa}_u}{Max} \frac{U_{i,n-1}}{u^{\varkappa max}_i}, \underset{i \in I^{k,\varkappa}_e}{Max} \frac{E_{i,n-1}}{e^{\varkappa max}_i}, \underset{i \in I^{k,\varkappa}_y}{Max} \frac{Y_{i,n-1}}{y^{\varkappa max}_i} \right\},$$

$$\varkappa = 1, \ldots N^k - 1. \tag{7.2-29}$$

2° Wybierz

$$\tau^{k,\varrho}_{r,n} = \underset{\varkappa = 1, \ldots N^k - 1}{Max} \tau^{k,\varkappa}_{r,n} \tag{7.2-30}$$

3° Sprawdź, czy

$$\tau^{k,\varrho}_{r,n} \geq \tau^{k,\varrho}_{r,min}. \tag{7.2-31}$$

Jeżeli tak, przejdź do 5°.

4°

$$\Lambda'^k_n = \Lambda^{k,N^k}, \tag{7.2-32}$$

$$u_{i,n} = 0, \quad i \in I^k_u, \tag{7.2-33}$$

$$e_{i,n} = 0, \quad i \in I^k_e, \tag{7.2-34}$$

$$y_{i,n} = 0, \quad i \in I^k_y, \tag{7.2-35}$$

$$T^k_n = 1. \tag{7.2-36}$$

Przejdź do 6°.

5°

$$\Lambda^{k}_{n} = \Lambda^{k,\varrho}, \tag{7.2-37}$$

$$u_{i,n} = \begin{cases} U_{i,n-1}, & i \in I_u^{k,\varrho} \cap I_{uw}, \\ 0, & i \in I_u^{k,\varkappa};\ \varkappa=1,\dots N^k-1;\ \varkappa \neq \varrho \end{cases} \tag{7.2-38}$$

$$e_{i,n} = \begin{cases} E_{i,n-1} & i \in I_e^{k,\varrho} \cap I_{ew}, \\ 0, & i \in I_e^{k,\varkappa}\ \ \varkappa=1,\dots N^k-1;\ \ \varkappa \neq \varrho \end{cases} \tag{7.2-39}$$

$$T^{k}_{n} = T^{k,\varrho}_{p} + T^{k,\varrho}_{r,n}. \tag{7.2-40}$$

6°

$$\tau^{k}_{n} = \tau^{k}_{n-1} + T^{k}_{n} \tag{7.2-41}$$

7.2.5. Dowód poprawności algorytmu

7.2.5.1. Ograniczenia na wzajemne proporcje ilości przepływających materiałów

Równości (7.2-38) (7.2-39) zapewniają likwidację zaległości w wykonaniu planu przepływu materiałów w strumieniach wiodących. Na to, by zostały zlikwidowane zaległości odnoszące się do wszystkich strumieni wejściowych i wyjściowych odpowiadających danej strukturze $\Lambda^{k,\varrho}$, czyli

$$u_{i,n} = U_{i,n-1}, \quad i \in I_u^{k,\varrho}, \tag{7.2-42}$$

$$e_{i,n} = E_{i,n-1}, \quad i \in I_e^{k,\varrho}, \tag{7.2-43}$$

$$y_{i,n} = Y_{i,n-1}, \quad i \in I_y^{k,\varrho}, \tag{7.2-44}$$

oraz na to, by jakość materiałów wyjściowych była właściwa, potrzeba, aby ilości materiałów, przepływające w n-tym okresie pracy w wejściowych strumieniach zależnych i w strumieniach wyjściowych, spełniały ograniczenia (6.2-4) (6.2-5) (6.2-6) przy współczynnikach obowiązujących w okresie powstawania zaległości (7.2-42) (7.2-43) (7.2-44).

Okres ten kończy się w chwili τ^{k}_{n-1}, należącej do dnia t^{k}_{n-1}, natomiast zaczyna się w chwili $\tau^{k}_{p,n}$, należącej do dnia $t^{k}_{p,n}$. Zakłada się, że w chwili $\tau^{k}_{p,n}$ zaległości w wykonaniu planu przepływu materiałów we wszystkich strumieniach odpowiadających strukturze $\Lambda^{k,\varrho}$ są zerowe. Ponieważ

współczynniki ograniczeń (6.2-4) (6.2-5) (6.2-6) są na ogół zmienne w czasie, ilości materiałów przepływające w n-tym okresie pracy powinny spełniać te ograniczenia ze współczynnikami średnimi za okres powstawania zaległości. Należy więc tak sterować danym oddziałem, aby

$$y_{i,n} = \sum_{j \in I_u^{k,\varrho}} \bar{Q}_{i,j,n}\, u_{j,n} + \sum_{j \in I_e^{k,\varrho}} \bar{R}_{i,j,n}\, e_{j,n} + \bar{d}_{i,n}, \quad i \in I_y^{k,\varrho}, \tag{7.2-45}$$

$$\sum_{j \in I_u^{k,\varrho}} \bar{C}_{i,j,n}\, u_{j,n} + \sum_{j \in I_e^{k,\varrho}} \bar{D}_{i,j,n}\, e_{j,n} = \bar{a}_{i,n}, \quad i \in I_c^{k,\varrho}, \tag{7.2-46}$$

$$\sum_{j \in I_u^{k,\varrho}} \bar{G}_{i,j,n}\, u_{j,n} + \sum_{j \in I_e^{k,\varrho}} \bar{H}_{i,j,n}\, e_{j,n} \geqslant \bar{\lambda}_{i,n}, \quad i \in I_H^{k,\varrho} \tag{7.2-47}$$

W powyższych zależnościach

$$I_C^{k,\varrho} \subset \left\{1,\dots \dim\ \mathbf{a}_t\right\}, \tag{7.2-48}$$

$$I_H^{k,\varrho} \subset \left\{1,\dots \dim\ \boldsymbol{\lambda}_t\right\}, \tag{7.2-49}$$

są zbiorami indeksów ograniczeń składających się na (6.2-5) (6.2-6), a odnoszących się do strumieni materiałowych związanych ze strukturą $\Lambda^{k,\varrho}$, natomiast

$$\bar{Q}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^{k}_{p,n}}^{t^{k}_{n-1}} \frac{1}{c}\, \Phi_{t,n}\, \hat{u}_{j,t}\, Q_{i,j,t}}{\sum_{t=t^{k}_{p,n}}^{t^{k}_{n-1}} \frac{1}{c}\, \Phi_{t,n}\, \hat{u}_{j,t}}, \quad i \in I_y^{k,\varrho};\ j \in I_u^{k,\varrho}, \tag{7.2-50}$$

$$\bar{R}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^{k}_{p,n}}^{t^{k}_{n-1}} \frac{1}{c}\, \Phi_{t,n}\, \hat{e}_{j,t}\, R_{i,j,t}}{\sum_{t=t^{k}_{p,n}}^{t^{k}_{n-1}} \frac{1}{c}\, \Phi_{t,n}\, \hat{e}_{j,t}}, \quad i \in I_y^{k,\varrho};\ j \in I_e^{k,\varrho}, \tag{7.2-51}$$

$$\bar{C}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{u}_{j,t}\,C_{i,j,t}}{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{u}_{j,t}}, \quad i \in I_C^{k,\varrho};\ j \in I_u^{k,\varrho}, \tag{7.2-52}$$

$$\bar{D}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{e}_{j,t}\,D_{i,j,t}}{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{e}_{j,t}}, \quad i \in I_C^{k,\varrho};\ j \in I_e^{k,\varrho}, \tag{7.2-53}$$

$$\bar{G}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{u}_{j,t}\,G_{i,j,t}}{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{u}_{j,t}}, \quad i \in I_H^{k,\varrho};\ j \in I_u^{k,\varrho}, \tag{7.2-54}$$

$$\bar{H}_{i,j,n} = \frac{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{e}_{j,t}\,H_{i,j,t}}{\sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\hat{e}_{j,t}}, \quad i \in I_H^{k,\varrho};\ j \in I_e^{k,\varrho}, \tag{7.2.55}$$

$$\bar{d}_{i,n} = \sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,d_{i,t}, \qquad i \in I_y^{k,\varrho} \tag{7.2-56}$$

$$\bar{a}_{i,n} = \sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,a_{i,t}, \qquad i \in I_c^{k,\varrho}, \tag{7.2-57}$$

$$\bar{\lambda}_{i,n} = \sum_{t=t^k_{p,n}}^{t^k_{n-1}} \frac{1}{c}\,\psi_{t,n}\,\lambda_{i,t}, \qquad i \in I_H^{k,\varrho}, \tag{7.2-58}$$

Każda z wielkości $\psi_{t,n}$ jest liczbą godzin dnia t, należących do okresu powstawania tych zaległości w wykonaniu planu, które są likwidowane w n-tym okresie pracy.

7.2.5.2. Realizowalność algorytmu

Z (7.2-29) (7.2-37) (7.2-38) (7.2-39) wynika, że

$$u^*_{i,n} = \frac{u_{i,n}}{T^{k,\varrho}_{r,n}} \leqslant u_i^{max}, \qquad i \in I_u^{k,\varrho}, \tag{7.2-59}$$

$$e^*_{i,n} = \frac{e_{i,n}}{T^{k,\varrho}_{r,n}} \leqslant e_i^{max}, \qquad i \in I_e^{k,\varrho}, \tag{7.2-60}$$

$$y^*_{i,n} = \frac{y_{i,n}}{T^{k,\varrho}_{r,n}} \leqslant y_i^{max}, \qquad i \in I_y^{k,\varrho}, \tag{7.2-61}$$

co oznacza, że decyzje wypracowane przez algorytm sterowania operatywnego nie narzucają natężeń przepływu większych od ich wartości maksymalnych.

7.2.5.3. Ograniczoność zaległości w realizacji planów dobowych

Korzystając z (7.2-20) (7.2-21) (7.2-22) (7.2-33) (7.2-34) (7.2-35) (7.2-38) (7.2-39) (7.2-42) (7.2.43) (7.2-44) łatwo pokazać, że jeśli okres n-ty jest okresem pracy, to

$$U_{i,n} = \begin{cases} \hat{u}_{i,n}, & i \in I_u^{k,\varrho}, \\ U_{i,n-1} + \hat{u}_{i,n}, & i \in I_u^{k,\varkappa};\ \varkappa = 1,\ldots N^k-1;\ \varkappa \neq \varrho \end{cases} \tag{7.2-62}$$

$$E_{i,n} = \begin{cases} \hat{e}_{i,n}, & i \in I_e^{k,\varrho}, \\ E_{i,n-1} + \hat{e}_{i,n}, & i \in I_e^{k,\varkappa};\ \varkappa = 1,\ldots N^k-1;\ \varkappa \neq \varrho \end{cases} \tag{7.2-63}$$

$$Y_{i,n} = \begin{cases} \hat{y}_{i,n}, & i \in I_y^{k,\varrho} \\ Y_{i,n-1} + \hat{y}_{i,n}, & i \in I_y^{k,\varkappa}; \quad \varkappa=1,\dots N^k-1; \quad \varkappa \neq \varrho \end{cases} \tag{7.2-64}$$

natomiast w przypadku postoju

$$U_{i,n} = U_{i,n-1} + \hat{u}_{i,n}, \quad i \in I_u^k, \tag{7.2-65}$$

$$E_{i,n} = E_{i,n-1} + \hat{e}_{i,n}, \quad i \in I_e^k, \tag{7.2-66}$$

$$Y_{i,n} = Y_{i,n-1} + \hat{y}_{i,n}, \quad i \in I_y^k . \tag{7.2-67}$$

Należy wykazać, że ciągi o wyrazach określonych wzorami (7.2-62)... (7.2-67) są ograniczone. Z (7.2-29) wynika, że wystarczy w tym celu dowieść ograniczoności ciągów $\{T_{r,n}^{k,\varkappa}\}$ $(\varkappa=1,\dots N^k-1)$. Ponieważ

$$T_{r,n}^{k,\varkappa} \geq 0, \quad \varkappa=1,\dots N^k-1, \tag{7.2-68}$$

problem ten można sprowadzić do dowodu, że ciąg sum czasów roboczych, potrzebnych do likwidacji zaległości, jest ograniczony.

T w i e r d z e n i e

Z (7.2-27) (7.2-28) wynika, że

$$\sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T_{r,n}^{k,\varkappa} < (N^k-1)\, T_{r,\min}^{k} + \mathcal{T}^k, \tag{7.2.69}$$

przy czym

$$T_{r,\min}^{k} = \operatorname*{Max}_{\varkappa=1,\dots N^k-1} T_{r,\min}^{k,\varkappa}. \tag{7.2.70}$$

D o w ó d

1° Jeżeli okres n-ty jest okresem postoju, to dla każdego $\varkappa=1,\dots N^k-1$ zachodzi

$$T_{r,n+1}^{k,\varkappa} = \operatorname{Max}\left\{ \operatorname*{Max}_{i \in I_u^{k,\varkappa}} \frac{U_{i,n-1} + \hat{u}_{i,n}\, T_n^k}{u_i^{*\max}}, \operatorname*{Max}_{i \in I_e^{k,\varkappa}} \frac{E_{i,n-1} + \hat{e}_{i,n}\, T_n^k}{e_i^{*\max}}, \right.$$

$$\left. \operatorname*{Max}_{i \in I_y^{k,\varkappa}} \frac{Y_{i,n-1} + \hat{y}_{i,n}\, T_n^k}{y_i^{*\max}} \right\} \leq \operatorname{Max}\left\{ \operatorname*{Max}_{i \in I_u^{k,\varkappa}} \left(\frac{U_{i,n-1}}{u_i^{*\max}} + \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k\right), \right.$$

$$\left. \operatorname*{Max}_{i \in I_e^{k,\varkappa}} \left(\frac{E_{i,n-1}}{e_i^{*\max}} + \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k\right), \quad \operatorname*{Max}_{i \in I_y^{k,\varkappa}} \left(\frac{Y_{i,n-1}}{y_i^{*\max}} + \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k\right) \right\}.$$

Stąd

$$T_{r,n+1}^{k,\varkappa} \leq T_{r,n}^{k,\varkappa} + \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k, \quad \varkappa=1,\dots N^k-1. \tag{7.2-71}$$

Z (7.2-36) (7.2-71) i stąd, że dla postoju

$$T_{r,n}^{k,\varkappa} \leq T_{r,n}^{k,\varrho} < T_{r,\min}^{k,\varrho} \leq T_{r,\min}^{k}, \tag{7.2-72}$$

$$\varkappa=1,\dots N^k-1,$$

wynika, że

$$T_{r,n+1}^{k,\varkappa} < T_{r,\min}^{k} + \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}}, \quad \varkappa=1,\dots N^k-1. \tag{7.2-73}$$

Sumując obustronnie powyższą nierówność uzyskuje się

$$\sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T_{r,n+1}^{k,\varkappa} < (N^k-1)\, T_{r,\min}^{k} + \mathcal{T}^k. \tag{7.2-74}$$

2° Analogicznie jak dla zależności (7.2-71) dowodzi się, że w okresie pracy

$$T_{r,n+1}^{k,\varkappa} \leq \begin{cases} T_{r,n}^{k,\varkappa} + \dfrac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k, & \varkappa=1,\dots N^k-1, \quad \varkappa \neq \varrho \\ \dfrac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} \cdot T_n^k, & \varkappa = \varrho \end{cases} \tag{7.2-75}$$

Stąd i z (7.2-40) wynika, że

$$\sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T_{r,n+1}^{k,\varkappa} \leq \sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T_{r,n}^{k,\varkappa} - T_{r,n}^{k,\varrho} + T_n^k \sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} \frac{b^{k,\varkappa}}{a^{k,\varkappa}} =$$

$$= \sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T^{k,\varkappa}_{r,n} + \pi^k T^{k,\rho}_{p} - (1-\pi^k)\, T^{k,\rho}_{r,n} \leq \sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T^{k,\varkappa}_{r,n} + \pi^k T^{k,\rho}_{p} - (1-\pi^k)\, T^{k,\rho}_{r,\min}.$$

Biorąc pod uwagę (7.2-28) uzyskuje się

$$\sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T^{k,\varkappa}_{r,n+1} \leq \sum_{\varkappa=1}^{N^k-1} T^{k,\varkappa}_{r,n}. \qquad (7.2\text{-}76)$$

3° Z (7.2-76) wynika, że w żadnym okresie pracy suma czasów roboczych, potrzebnych do pełnej likwidacji zaległości nie wzrasta. Jest więc ograniczona wartością, do której może dojść w okresie postoju. Stąd i z (7.2-74) wynika (7.2-69); czego należało dowieść.

Wyżej udowodniono, że (7.2-27) jest warunkiem wystarczającym na to, by zaległości w realizacji dobowych planów produkcji oddziałów pracujących okresowo były ograniczone. Tego rodzaju wyniku można było się spodziewać, ponieważ (7.2-27) jest formalną reprezentacją wymagania, by plany dobowej produkcji nie przewyższały maksymalnych dobowych natężeń przepływu w oddziałach produkcyjnych.

8. OPERATYWNE STEROWANIE EKSPEDYCJĄ PRODUKTÓW

Celem operatywnego sterowania ekspedycją jest wypracowywanie na bieżąco decyzji o kolejności i zakresie realizacji poszczególnych zamówień przyjętych od odbiorców. W przypadku urządzeń ekspedycyjnych, przez które przechodzi zawsze ten sam produkt, kolejność realizacji zamówień powinna być zgodna z miesięcznym planem ekspedycji (rozdz. 4.1).

W przypadku, gdy dane urządzenie ekspedycyjne jest używane na zmianę do wysyłki różnych produktów, wcześniej trzeba wybrać produkt, który będzie ekspediowany w danym okresie pracy i ustalić jego ilość, a dopiero potem decyduje się o kolejności realizacji poszczególnych zamówień na ten produkt. Powyższą zasadę przyjmuje się przy założeniu, że poza ograniczeniami uwzględnianymi przy optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji nie występują inne ograniczenia techniczne. Zakłada się więc, m.in., że przejściowe zmiany stanu środków transportu, których nie uwzględnia się w ograniczeniach (5.3-1), nigdy nie stanowią przeszkody dla pełnej likwidacji zaległości w realizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji.

Problem wyboru produktu ekspediowanego przy pomocy danego urządzenia rozwiązuje się analogicznie jak problem wyboru struktury oddziału produkcyjnego pracującego okresowo. Na ograniczenia dobowych planów ekspedycji (5.3-1) nakłada się warunek

$$\sum_{i \in I_s^k} \frac{s^{\max}_{i,t}}{c\, s_i^{*\max}} = \pi^k < 1, \qquad (8\text{-}1)$$

przy czym $s_i^{*\max}$ $(i \in I_s^k)$ są maksymalnymi, godzinowymi natężeniami przepływu, natomiast

$$I_s^k \subset I_y - I_{s*} \qquad (8\text{-}2)$$

jest zbiorem indeksów produktów wysyłanych przy pomocy k-go urządzenia ekspedycyjnego.

Jeżeli przejście między wykonywanymi kolejno zamówieniami różnych klientów wymaga dodatkowych zabiegów, nie uwzględnionych przy ustalaniu okresów przygotowawczych, to należy odpowiednio zmniejszyć wartości $s_i^{*\max}$ używane w obliczeniach.

Ustala się minimalny czas trwania okresu roboczego

$$T^i_{r,min} = \frac{\alpha^k \tau^i_p}{1-\alpha^k}, \quad i \in I^k_s. \tag{8-3}$$

Proponuje się następujący algorytm wyboru produktu ekspediowanego przez k-te urządzenie w okresie n-tym:

1° Oblicz

$$T^i_{r,n} = \frac{s_{i,n-1}}{s^*_{i\ max}}, \quad i \in I^k_s, \tag{8-4}$$

2° Wybierz

$$T^j_{r,n} = \max_{i \in I^k_s} T^i_{r,n}. \tag{8-5}$$

3° Sprawdź, czy

$$T^j_{r,n} \geq T^j_{r,min}. \tag{8-6}$$

Jeżeli tak, przejdź do 5°.

4°

$$s_{i,n} = 0, \quad i \in I^k_s, \tag{8-7}$$

$$T^k_n = 1. \tag{8-8}$$

Przejdź do 6°.

5°

$$s_{i,n} = \begin{cases} s_{i,n-1}, & i=j \\ 0, & i \in I^k_s; \quad i \neq j, \end{cases} \tag{8-9}$$

$$T^k_n = T^j_p + T^j_{r,n}. \tag{8-10}$$

6°

$$\tau^k_n = \tau^k_{n-1} + T^k_n. \tag{8-11}$$

Dowód poprawności powyższego algorytmu jest analogiczny do dowodu przeprowadzonego w rozdz. 7.2.5.2, 7.2.5.3,

Decyzje co do kolejności realizacji zamówień na produkt ekspediowany w okresie n-tym wynikają z ich kolejności w miesięcznym planie ekspedycji (rozdz. 4.1). Wystarczy przy tym ograniczyć się tylko do tych zamówień, które uwzględnia się przy obliczaniu górnego ograniczenia ekspedycji zakumulowanej (4.1-6) danego produktu w dniu $t=t_{n-1}$. W dniu t_{n-1} rozpoczyna się n-ty okres pracy. Można wykazać, że

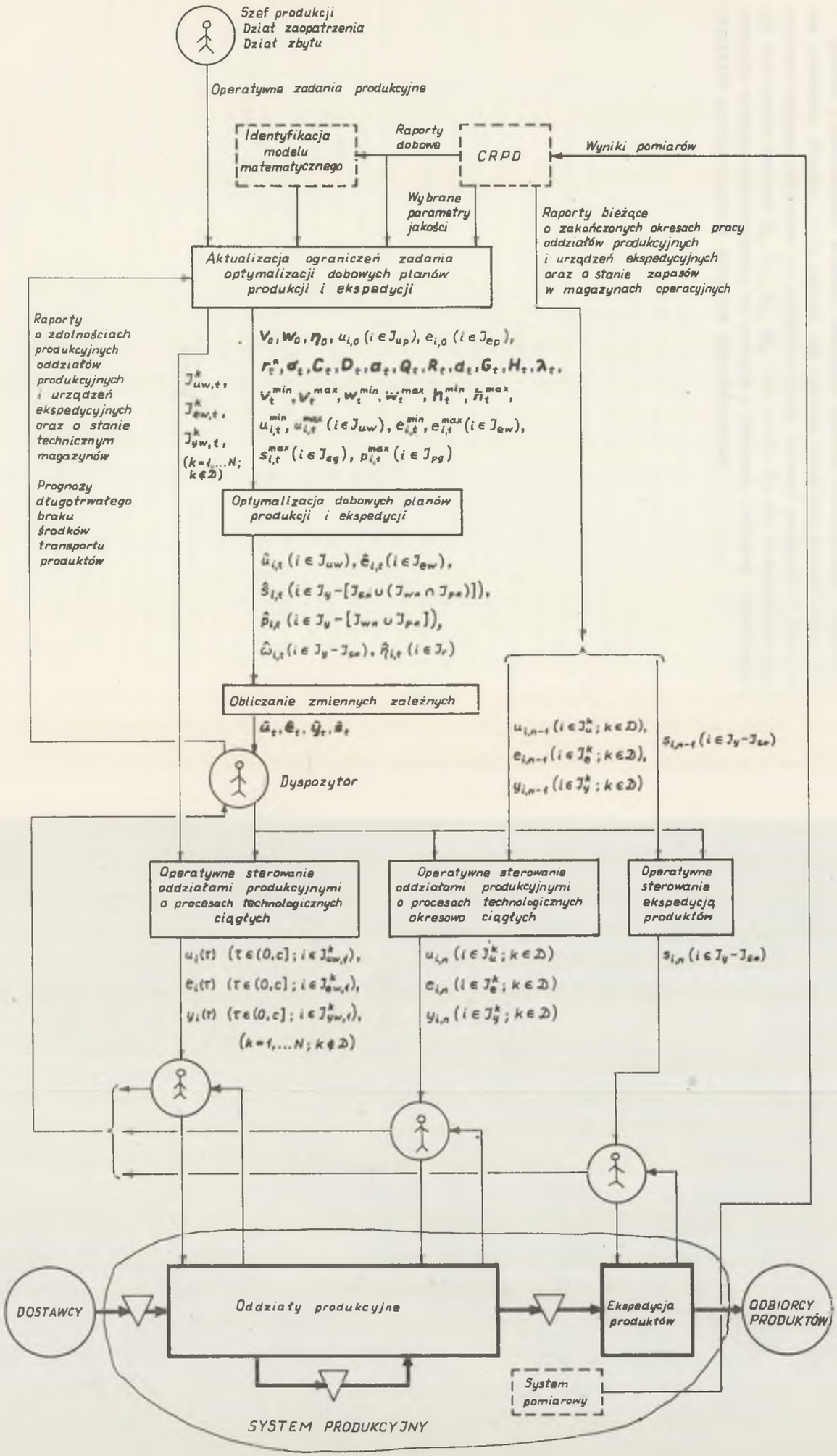
$$s_{j,n-1} \leq b^{max}_{j,t_{n-1}}, \quad j \in I^k_s, \tag{8.12}$$

dzięki czemu ewentualny brak zamówień nigdy nie jest przeszkodą w realizacji decyzji podjętych w ramach operatywnego sterowania ekspedycją.

9. SCHEMAT OBIEGU INFORMACJI W SYSTEMIE OPERATYWNEGO STEROWANIA PRODUKCJĄ

Schemat obiegu informacji przedstawiony na rys. 13 stanowi podsumowanie poprzednich rozdziałów i nie wymaga szczegółowego opisu. Niżej podano krótki komentarz dotyczący tych elementów schematu, które nie były w pracy omawiane.

1. Zautomatyzowany system operatywnego sterowania produkcją nie może całkiem zastąpić osób odpowiedzialnych za to sterowanie, ponieważ bazuje na uproszczonym modelu matematycznym i nie wykorzystuje wszystkich dostępnych informacji. Przedstawiony w pracy system jest przeznaczony do wspomagania służby dyspozytorskiej zakładu przez "podpowiadanie" optymalnych decyzji. Dlatego na rys. 13 pokazano ludzi zatwierdzających i ewentualnie korygujących te decyzje oraz pośredniczących w obiegu informacji.
2. Strumienie informacji są opisane na rys. 13 dwojako. Odpowiednimi symbolami oznaczono zbiory danych uzyskiwanych zgodnie z regułami będącymi przedmiotem pracy. Słownie opisano strumienie informacji źródłowych. Ich treść narzucona wymaganiami systemu sterowania, była omawiana w poprzednich rozdziałach, natomiast pominięto ich formę i sposób uzyskiwania, które zależą od organizacji danego przedsiębiorstwa i od sprzętu do przetwarzania danych będącego do dyspozycji.
3. Linią przerywaną zaznaczono na rys. 13 podsystemy zbierania i wstępnego przetwarzania danych, których w pracy nie omawiano. Jednym z nich jest podsystem identyfikacji, którego zadaniem jest korekcja wolno zmieniających się współczynników liniowego modelu matematycznego. Jak wiadomo, można do tego wykorzystać pomiary wielkości wejściowych i wyjściowych modelu [60], którymi są w tym przypadku ilości materiałów przepływających w systemie produkcyjnym w ciągu doby. Skokowe zmiany współczynników modelu matematycznego, odpowiadające zmianom struktur oddziałów produkcyjnych, dokonywane są w ramach aktualizacji ograniczeń zadania optymalizacji (rozdz. rozdz. 2, 4, 6).
4. Wszystkie symbole opatrzone na rys. 13 indeksem t reprezentują zbiory wartości odpowiednich zmiennych dla t=1,...T.
5. Raporty o stanie zapasów w magazynach operacyjnych (rys. 13) teoretycznie nie są potrzebne do obliczania zaległości w wykonaniu dobowych planów produkcji i ekspedycji $U_{i,n-1}$, $B_{i,n-1}$, $Y_{i,n-1}$, $S_{i,n-1}$ (rozdz. 7). Ponieważ jednak błędy, spowodowane niedokładnościami raportów o ilość-



Rys. 13. Schemat obiegu informacji w systemie operatywnego sterowania produkcją

ciach przepływających materiałów mogłyby narastać, wyniki obliczeń należy korygować w oparciu o pomiary stanu zapasów.

Zgodnie z założeniami ramowej koncepcji systemu operatywnego sterowania produkcją (rozdz. 1.2), system ten posiada strukturę dwupoziomową. Na poziomie wyższym obliczane są optymalne plany dobowej produkcji i ekspedycji dla całego zakładu $\hat{u}_t$, $\hat{e}_t$, $\hat{y}_t$, $\hat{z}_t$ (t=1,...T). Po ich zatwierdzeniu na poziomie niższym wypracowywane są decyzje o zmianach obciążeń chwilowych oddziałów produkcyjnych i urządzeń ekspedycyjnych.

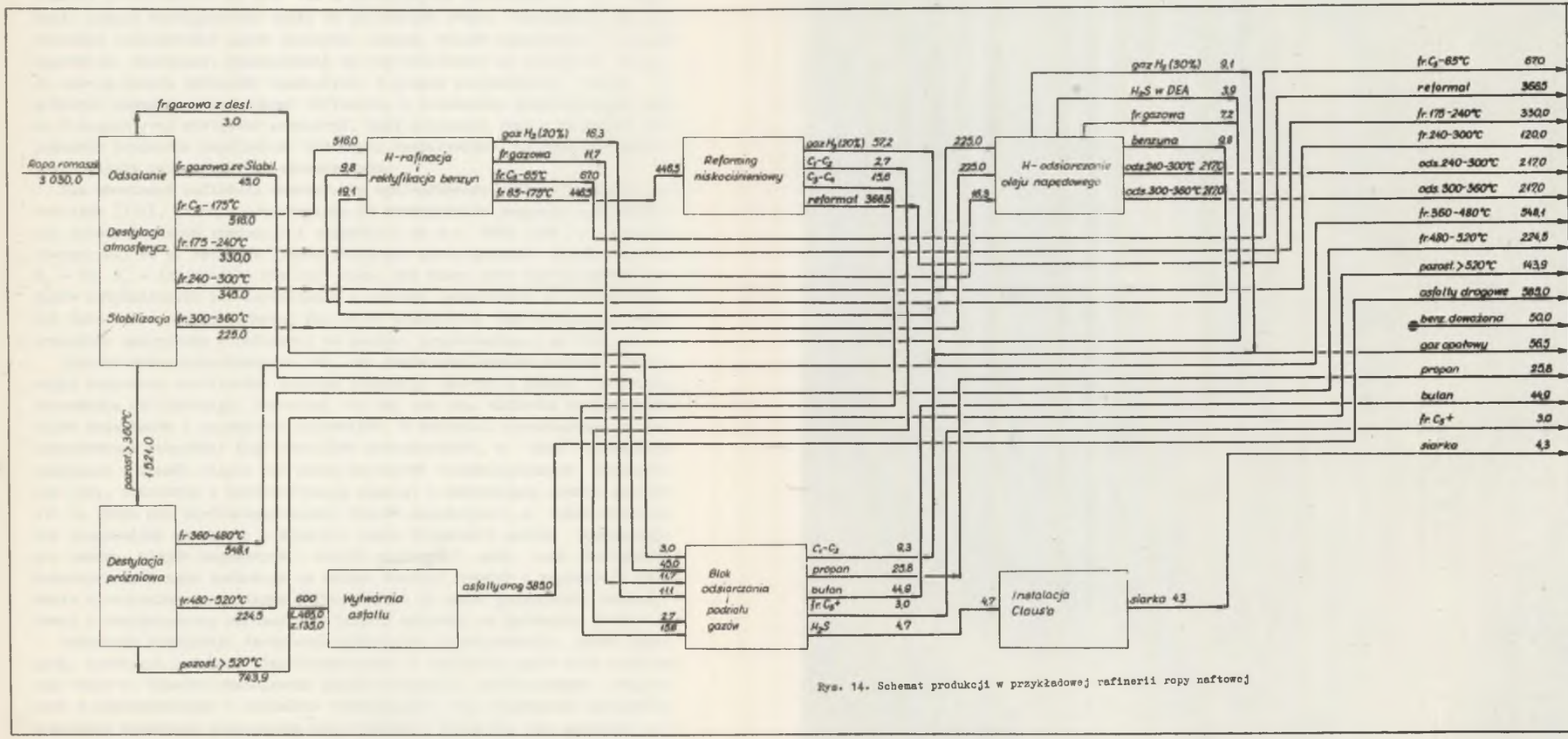
10. PRZYKŁAD

10.1. Uzasadnienie wyboru przykładu

Istnieje wiele zakładów przemysłowych, zwłaszcza w przemyśle chemicznym, w których procesy technologiczne są ciągłe lub okresowe ciągłe. W zakładach tych można stosować przedstawioną w pracy metodą operatywnego sterowania produkcją, lecz nie w każdym przypadku jest to jednakowo potrzebne. Istotnych efektów racjonalizacji operatywnego sterowania produkcją należy spodziewać się w wielkich kombinatach przemysłowych, takich jak niektóre fabryki nawozów sztucznych czy rafinerie ropy naftowej, z których jedna posłużyła do skonstruowania przykładu.

Celem operatywnego sterowania produkcją jest minimalizacja strat wynikających z zakłóceń w ciągłości produkcji. W dużych zakładach, składających się z wielu instalacji i współpracujących z wieloma dostawcami i odbiorcami, zakłócenia te występują częściej, a ze względu na skalę produkcji straty ponoszone z tego tytułu są większe.

Problemy operatywnego sterowania produkcją w dużych zakładach przemysłowych są trudniejsze niż w małych m.in. dlatego, że większa jest liczba oddziałów produkcyjnych, magazynów i strumieni materiałowych. Co ważniejsze, duże zakłady charakteryzują się większą na ogół niezależnością sterowania obciążeniem poszczególnych instalacji, gdyż jest to korzystne przy częstych zakłóceniach w ciągłości produkcji. O ile w małych zakładach wyłączenie z ruchu jednej instalacji dość często powoduje zatrzymanie wszystkich pozostałych, to w dużych zakładach szereg oddziałów produkcyjnych pracuje równolegle i może się nawzajem zastępować. Istnieją duże magazyny buforowe między oddziałami współpracującymi szeregowo, niektóre półprodukty mają wartość handlową i w razie potrzeby mogą być skierowane na zbyt, na wypadek kłopotów z zagospodarowaniem niektórych mniej cennych półproduktów są stworzone warunki techniczne do ich niszczenia. Ta swoboda decyzji utrudnia dyspozytorowi (szefowi produkcji) wybór optymalnej reakcji na zakłócenia w ciągłości produkcji, co w połączeniu z wielkością strat wynikających z tych zakłóceń uzasadnia celowość stosowania komputerowych systemów wspomagających dyspozytora w tym zakresie jego pracy.



	Gaz płynny	Benzyna motorowa		Olej napędowy		Olej opałowy		Asfalty drogowe	Siarka	Komponenty dla innych rafinerii	Paliwa rafineryjne	
		Premium	Regular	Letni	Zimowy	Niskosiark.	gat. III				gaz opał.	olej opał
		22,0	45,0							150,0		
		75,0	141,5									
				206,0	124,0							
				75,0	45,0							
				136,0	81,0							
				48,0		96,0	31,0					44,0
						71,6	443,1					33,4
							224,5					
							143,9					
								585,0				
			50,0								56,5	
	25,8											
	35,4	3,0	6,5									
			3,0									
									4,3			
	61,2	100,0	248,0	463,0	250,0	167,6	842,5	585,0	4,3	150,0	56,5	77,4

Rys. 14. Schemat produkcji w przykładowej rafinerii ropy naftowej

10.2. Uproszczony schemat przepływu materiałów w rafinerii ropy naftowej

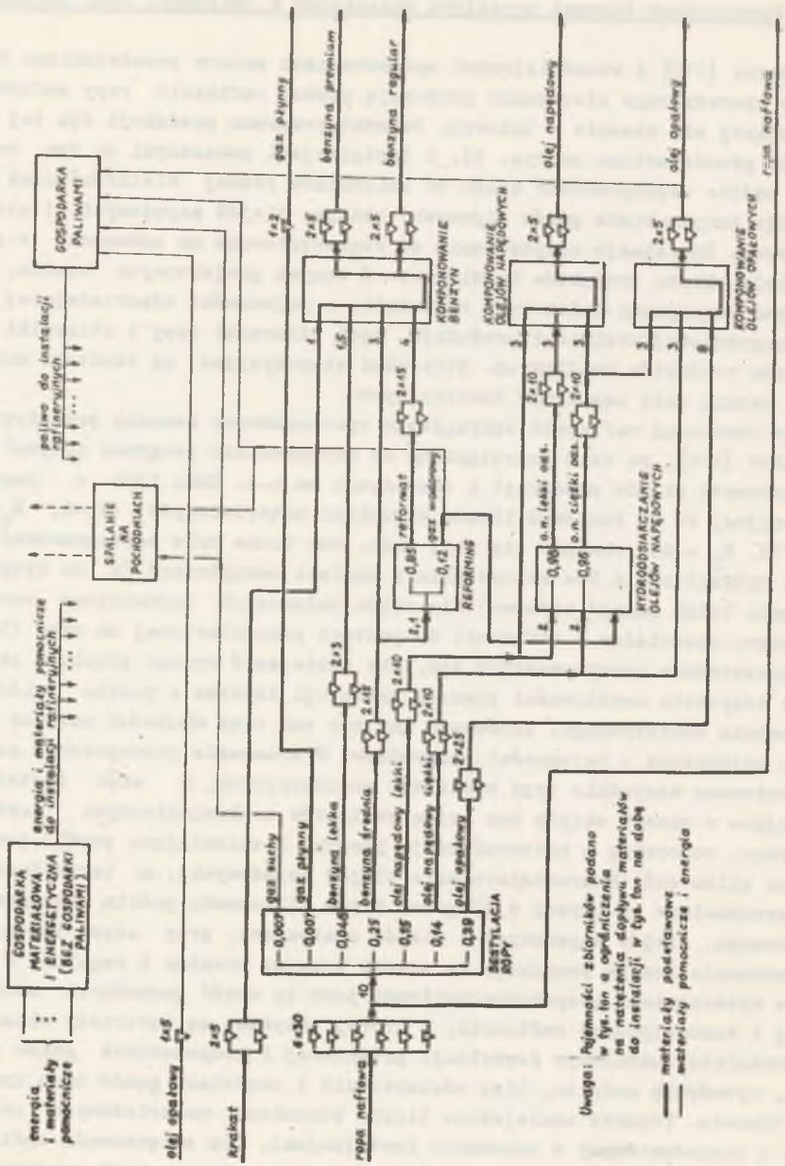
W pracy [119] i wcześniejszych opracowaniach autora przedstawiono koncepcję operatywnego sterowania produkcją pewnej rafinerii ropy naftowej, znajdującej się obecnie w budowie. Schemat programu produkcji dla tej rafinerii przedstawiono na rys. 14. Z instalacjami pokazanymi na tym schemacie będzie współpracować około 50 zbiorników różnej wielkości oraz instalacje komponowania gazów płynnych, benzyn, olejów napędowych i olejów opałowych. Instalacje komponowania są reprezentowane na schemacie z rys. 14 tabelą składu produktów handlowych. Z danych projektowych wynika, że głównymi magazynami buforowymi rafinerii, o pojemności odpowiadającej około 2-tygodniowej wielkości produkcji, będą zbiorniki ropy i zbiorniki komponentów produktów handlowych. Zbiorniki ekspedycyjne są znacznie mniejsze i pełnią rolę magazynów operacyjnych.

Dla omawianej rafinerii sporządzono uporządkowany schemat przepływu materiałów [119], po czym przystąpiono do uruchamiania programu optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji na m.c. ODRA 1305 o pamięci operacyjnej 64 k. Ponieważ liczba strumieni materiałowych (N_r=6, N_u=13, N_e = 73, N_y = 43) okazała się zbyt duża, aby można było zaprogramować zadanie optymalizacji bez korzystania z pamięci zewnętrznej (a do dyspozycji była tylko pamięć taśmowa) dla celów badawczych uproszczono schemat przepływu materiałów w rafinerii do postaci przedstawionej na rys. 15.

Uproszczenia przeprowadzono tak, aby zmniejszyć wymiar problemu zachowując wszystkie osobliwości procesu produkcji istotne z punktu widzenia sterowania operatywnego. Zachowano też ten sam rząd wielkości natężeń przepływu materiałów i pojemności zbiorników. W schemacie uproszczonym są reprezentowane wszystkie typy oddziałów produkcyjnych, a więc instalacje pracujące w sposób ciągły bez zmian wariantów technologicznych (destylacja ropy, reforming z hydrorafinacją benzyn) i zmieniające profil produkcji co kilka dni (hydroodsiarczanie olejów napędowych), a także instalacje uruchamiane na okresy o długości rzędu kilkunastu godzin (komponowanie benzyn, olejów napędowych i olejów opałowych), przy czym instalacja komponowania benzyn produkuje na zmianę benzyny premium i regular. W schemacie wyodrębniono gospodarkę paliwami jako tę część gospodarki materiałowej i energetycznej rafinerii, w której zużywane są materiały własne.

Pominięto instalacje destylacji próżniowej i komponowania gazów płynnych, wytwórnię asfaltu, blok odsiarczania i rozdziału gazów oraz instalację Claus'a. Ponadto zmniejszono liczbę strumieni materiałowych związanych z pozostawionymi w schemacie instalacjami. Dla zwiększenia ogólności przykładu dodatkowo wprowadzono olej opałowy z zewnątrz jako surowiec pomocniczy oraz przewidziano możliwość odprzedawania ropy naftowej, co zaobserwowano w jednej z eksploatowanych już rafinerii.

Uproszczony schemat przepływu materiałów w rafinerii (rys. 15) został wykorzystany do ilustracji wielu problemów poruszanych w pracy i w całoś-



Rys. 15. Uproszczony schemat przepływu materiałów w przykładowej rafinerii ropy naftowej

ci lub we fragmentach występuje na rys. 2, 4, 6. i 7. Jak wynika z rys. 7, dzięki uproszczeniom rozmiary zadania optymalizacji operatywnych planów produkcji (rozdz. 6.3) zmniejszyły się do $N_r = 3$, $N_u = 4$, $N_e = 19$, $N_y = 15$. Dane o czasie obliczeń optymalizacyjnych przedstawione w rozdz. 6.3 dotyczą pierwszej wersji schematu uproszczonego, różniącej się nieznacznie od pokazanej na rys. 15.

Niżej przedstawiono krótkie komentarze ilustrujące omawianą w pracy metodę przy pomocy przykładu z rys. 15 i wyników obserwacji poczynionych w krajowych rafineriach ropy naftowej.

10.3. Klasyfikacja strumieni materiałowych (rozdz. 1.1)

Surowce podstawowe - ropa naftowa, krakat z innej rafinerii.

Produkty - gaz płynny, benzyna premium, benzyna regular, olej napędowy, olej opałowy.

Półprodukty podstawowe - benzyny lekka i średnia z destylacji, oleje napędowe lekki i ciężki z destylacji, olej opałowy z destylacji, reformat, gaz wodorowy, oleje napędowe odsiarczone lekki i ciężki.

Półprodukty pomocnicze - gaz suchy, gaz wodorowy, olej opałowy.

Surowce pomocnicze - olej opałowy z innej rafinerii.

Pozostałe materiały pomocnicze i formy przepływu energii - energia elektryczna, czteroetylek ołowiu, barwniki do benzyn, reonyl (dodatek obniżający temperaturę krzepnięcia olejów), roztwór dwuetyloaminy (rozpuszczalnik stosowany do absorpcji siarkowodoru), itd.

Odpady - ciekłe węglowodory w ściekach, spaliny do atmosfery.

Uwagi:

1. Zakłada się, że brak energii lub materiałów pomocniczych nigdy nie zakłóca ciągłości produkcji, bo w pobliżu rafinerii znajduje się duża elektrownia pracująca m.in. na jej potrzeby, a zapasy normatywne wszystkich materiałów pomocniczych są większe niż ich miesięczne zużycie. Olej opałowy z innej rafinerii jest uwzględniony w schemacie jako surowiec pomocniczy, bo jest substytutem materiałów pomocniczych wytwarzanych w rafinerii. Zużycia innych materiałów pomocniczych i energii jest określone przez natężenia przepływu materiałów podstawowych.
2. Gdyby któregoś z materiałów pomocniczych sprowadzanych z zewnątrz mogło czasem brakować, należałoby go umieścić wśród surowców pomocniczych. Wówczas spadek jego ilości byłby uwzględniany jako ograniczenie planowania operatywnego, do którego dostosowywano by obciążenia poszczególnych instalacji i co za tym idzie - zużycie brakującego materiału w tych instalacjach.

10.4. Strumienie wiodące (rozdz. 2.1 i 2.7)

W zasadzie wszystkie strumienie materiałowe dopływające do instalacji rafinerii projektowanej (rys. 14) i przykładowej (rys. 15) są wiodące, tzn. ilości materiałów w nich przepływające nie są ze sobą ściśle związane. Dla zwiększenia ogólności przykładu przyjmuje się, że natężenie dopływu gazu wodorowego do instalacji hydroodsiarczania olejów napędowych jest proporojonalne do natężenia dopływu oleju napędowego z destylacji (lekkiego albo ciężkiego), a odpowiadające tej zależności równanie (2.7-39), (6.2-5) ma postać $D_{1,2}\, e_{2,t} + D_{1,3}\, e_{3,t} - e_{4,t} = 0$. W rzeczywistości nawet znaczny nadmiar wodoru nie szkodzi przebiegowi procesu odsiarczania, a wzrost ciśnienia gazu wodorowego w instalacji powoduje odprowadzenie jego nadmiaru do sieci gazu opałowego.

10.5. Możliwe struktury systemu produkcyjnego (rozdz. 2.2)

Schemat przedstawiony na rys. 2 odpowiada sytuacji, w której

- instalacja komponowania olejów napędowych nie pracuje,
- instalacja hydroodsiarczania olejów napędowych przerabia olej lekki,
- ropa naftowa nie jest ekspediowana,
- gaz suchy nie jest spalany na pochodniach.

10.6. Reguły sporządzania schematu przepływu materiałów (rozdz. 2.3)

Zastosowanie reguł z rozdz. 2.3 do przykładowej rafinerii (rys.15) prowadzi do schematu z rys. 4.

10,7. Fikcyjne magazyny i strumienie materiałowe (rozdz. 2.3)

Interpretacja zbiorów W_{y*}, $W_{y,*}$, W_{w*}, $Ł_{d*}$, $Ł_{y*}$, $Ł_{s*}$, $Ł_{p*}$ w przykładowej rafinerii wynika bezpośrednio z rys. 4 i 15. Np. W_{w*} zawiera całkowicie fikcyjne magazyny gazu suchego i gazu wodorowego oraz zbierniki ekspedycyjne benzyn, oleju napędowego i oleju opałowego, których pojemność jest zbyt mała, aby uwzględniać ją przy planowaniu operatywnym. Na $Ł_{s*}$ składają się skierowane na zbyt strumienie gazu suchego, banzyn i olejów z destylacji, reformatu, gazu wodorowego oraz olejów napędowych odsiarczonych.

10.8. Struktura oddziału produkcyjnego (rozdz. 2.4 i 2.6)

Na rys. 6 przedstawiono możliwe struktury dopuszczalne oraz struktury zastępcze instalacji hydroodsiarczania olejów napędowych (k=3) i komponowania benzyn (k=4). Strumienie każdego z komponentów (krakat, benzyna lekka, benzyna średnia, reformat) dopływające do instalacji komponowania benzyn, gdy sporządzana jest benzyna premium i podczas produkcji benzyny regular, są formalnie różne, ponieważ ilości materiałów w nich przepływające są różnymi zmiennymi decyzyjnymi operatywnego planu produkcji. Strumień gazu wodorowego dopływający do instalacji hydroodsiarczania olejów napędowych pozostaje jeden w jej strukturze zastępczej, bo zużycie gazu wodorowego przez tę instalację jest w operatywnym planie produkcji reprezentowane jedną zmienną. Jest to możliwe dzięki wstępnej znajomości wariantów technologicznych, które mają wystąpić w poszczególnych dniach objętych horyzontem planowania.

10.9. Model matematyczny oddziału produkcyjnego (rozdz. 2.5 i 6.2)

Dla potrzeb planowania produkcji powszechnie stosowane są liniowe modele statyczne wiążące ze sobą ilości materiałów przepływających w danym zakładzie przemysłowym [55]. Przy planowaniu operatywnym dodatkowo uwzględnia się dynamikę magazynów buforowych [62]. Modele takie opierają się na kilku, na ogół przemilczanych założeniach. Zakłada się, że można zaniedbać dynamikę oddziałów produkcyjnych [65], że ilości materiałów odpływających z oddziałów produkcyjnych nie zależą od parametrów procesów technologicznych, albo że parametry te są stałe (w tym parametry jakości materiałów wejściowych) oraz, że zależności między ilościami materiałów przepływających w strumieniach wejściowych i wyjściowych poszczególnych oddziałów można aproksymować związkami liniowymi [54].

Istnieją oddziały produkcyjne, dla których powyższe założenia są całkowicie słuszne. Na przykład instalacje komponowania paliw w rafineriach ropy naftowej są praktycznie bezinercyjne, a ilości odpływających z nich mieszanek są zawsze sumami ilości komponentów. Są jednak również takie instalacje, dla których słuszność tych założeń nie jest oczywista, zwłaszcza gdy chodzi o krótkookresowe planowanie operatywne.

W ramach studenckich praktyk i prac dyplomowych w jednej z krajowych rafinerii badano instalacje destylacji ropy naftowej, hydrorafinacji i rektyfikacji benzyn, reformingu katalitycznego, hydroodsiarczania olejów napędowych, odsiarczania gazów i rozdziału gazów płynnych. Stwierdzono, że ilości materiałów odpływających rzeczywiście z tych instalacji w ciągu doby różnią się o kilka do dwudziestu kilku procent od ilości, które odpłynęłyby, gdyby nie było zmian obciążenia chwilowego i gdyby obowiązywały założone w projekcie współczynniki uzysku materiałów wyjściowych ze wsadu poszczególnych instalacji.

Z wyrywkowych obserwacji wynika, że błąd pochodzący od zaniedbania dynamiki instalacji rafineryjnych przy zmianach obciążenia jest rzędu 1% i w związku z tym ma mały wpływ na stwierdzone wyżej różnice. Zaobserwowano ponadto, że wszystkie istotne parametry procesów technologicznych rafinerii ropy naftowej są automatycznie stabilizowane, a wykazywane w raportach dobowych współczynniki uzysku wahają się bardzo nieznacznie, choć często różnią się istotnie od współczynników założonych w projekcie. Stąd wniosek, że błędy w obliczaniu ilości materiałów odpływających z instalacji rafineryjnych byłyby wielokrotnie mniejsze od stwierdzonych wyżej, gdyby do obliczeń stosowano współczynniki modelu matematycznego aktualizowanego na bieżąco (rozdz. 9), a nie współczynniki projektowe.

10.10. Indeksacja zmiennych (rozdz. 2.7-2.10)

Wszystkie zmienne problemu operatywnego planowania produkcji w przykładowej rafinerii są, zgodnie z rys. 7, opatrzone indeksami należącymi do jednego z czterech zbiorów $I_r = \{1, 2, 3\}$, $I_u = \{1,\dots 4\}$, $I_e = \{1,\dots 19\}$, $I_y = \{1,\dots 15\}$. Na przykład $y_{2,t}$, $w_{2,t}$, $s_{2,t}$ są odpowiednio ilościami gazu płynnego odpływającego w dniu t z instalacji destylacji ropy, zmagazynowanego w zbiorniku na końcu dnia t i opuszczającego rafinerię w dniu t; $y_{15,t}$ i $s_{15,t}$ są ilościami oleju opałowego handlowego odpływającego w dniu t z instalacji komponowania olejów opałowych i na zbyt; $e_{19,t}$ jest ilością oleju opałowego zużywanego w dniu t na potrzeby własne rafinerii. Przyjmuje się, że $w_{15,t} = 0$, ponieważ pojemność zbiorników ekspedycyjnych oleju opałowego jest zbyt mała, aby można było brać ją pod uwagę przy operatywnym planowaniu produkcji.

Ilości materiałów dopływających i odpływających z poszczególnych instalacji są wielkościami o indeksach należących do odpowiednich podzbiorów zbiorów I_u, I_e, I_y. Np. indeksy benzyn premium i regular odpływających z instalacji komponowania benzyn tworzą zbiór $I_y^4 = \{12, 13\}$, natomiast indeksy ich komponentów należą do zbiorów $I_u^4 = \{2, 3\}$, $I_e^4 = \{5,\dots 10\}$. Te zbiory dzielą się dalej na $I_y^{4,1} = \{12\}$, $I_y^{4,2} = \{13\}$, $I_u^{4,1} = \{2\}$, $I_u^{4,2} = \{3\}$, $I_e^{4,1} = \{5, 6, 7\}$, $I_e^{4,2} = \{8, 9, 10\}$, ponieważ instalacja komponowania benzyn pracuje okresowo według dwóch różnych wariantów technologicznych: komponowanie benzyny premium i komponowanie benzyny regular. Dla przykładu indeks reformatu dopływającego podczas komponowania benzyny premium $7 \in I_e^{4,1} \subset I_e^4 \subset I_e$.

10.11. Bilans zapotrzebowania na materiały pomocnicze (rozdz. 2.7)

Piece używane w rafinerii ropy naftowej mogą być opalane gazem opałowym, na który w omawianym przykładzie składa się gaz suchy i gaz wodorowy, lub olejem opałowym. Dlatego zapotrzebowanie na paliwo musi być przedstawione w formie równania (2.7-38) bądź (6.2-5). W tym przypadku $a_{2,1}u_{1,t} + D_{2,1}e_{1,t} + D_{2,2}e_{2,t} + D_{2,3}e_{3,t} + C_{2,4}u_{4,t} + D_{2,17}e_{17,t} + D_{2,18}e_{18,t} + D_{2,19}e_{19,t} = s_{2,t}$, przy czym $-C_{2,1}$, $-D_{2,1}$, $-D_{2,2}$, $-D_{2,3}$ są ilościami ciepła powstającego w wyniku spalania paliwa przypadającego na jednostkowe ilości ropy do destylacji, benzyny do reformingu, oleju napędowego lekkiego i ciężkiego do hydroodsiarczania, $s_{2,t}$ jest ilością tego ciepła zużywaną w dniu t niezależnie od obciążenia instalacji rafineryjnych, $C_{2,4}$, $D_{2,17}$, $D_{2,18}$, $D_{2,19}$ są wartościami opałowymi oleju opałowego dowożonego, gazu suchego, gazu wodorowego i oleju opałowego własnego.

10.12. Zmiany parametrów jakości materiałów przechowywanych w magazynach buforowych (rozdz. 2.9)

O większości zbiorników buforowych rafinerii ropy naftowej można założyć, że ich zawartość jest doskonale mieszana [65]. Dopuszczalne jest również założenie o addytywności istotnych parametrów jakości przepływających w rafinerii materiałów [65]. Część z tych parametrów ma tę własność rzeczywiście (np. zawartość siarki w oleju), a pozostałe mogą być zastąpione bądź przez tzw. addytywne wskaźniki mieszania, bądź przez udziały tzw. grup chromatograficznych. Istnieje bogata literatura i wiele doświadczeń praktycznych w dziedzinie korzystania ze wzorów, tablic lub wykresów ustalających wzajemną odpowiedniość między parametrami jakości produktów i półproduktów naftowych i ich addytywnymi reprezentantami.

Obciążenie chwilowe instalacji rafineryjnych i parametry procesów technologicznych są utrzymywane na stałych wartościach, zaplanowanych dla poszczególnych okresów pracy. Wielkości te zmieniają się tylko podczas rozruchu i odstawiania. Dlatego uzasadnione jest założenie o stałości natężeń dopływu do zbiorników i odpływu ze zbiorników oraz parametrów jakości materiałów dopływających do zbiorników w poszczególnych podokresach planowania operatywnego (dobach).

Z powyższych założeń wynika po łatwych lecz żmudnych obliczeniach, że średnie dobowe wartości parametrów jakości materiałów odpływających ze zbiorników dane są następującymi wzorami, sformułowanymi tu przy użyciu symboli odnoszących się do zbiorników produktów i półproduktów:

$$q_{\zeta,t}=\begin{cases} q_{y,t}-\frac{w_{t-1}}{\zeta_t}(q_{y,t}-q_{w,t-1})\left(1-e^{-\frac{\zeta_t}{w_{t-1}}}\right), & \text{gdy } \zeta_t=y_t, \\ q_{y,t}-\frac{w_{t-1}}{\zeta_t}(q_{y,t}-q_{w,t-1})\left[1-\left(\frac{w_{t-1}+y_t-\zeta_t}{w_{t-1}}\right)^{\frac{\zeta_t}{y_t-\zeta_t}}\right], & \text{gdy } \zeta_t\neq y_t, \end{cases}$$

$$q_{w,t}=\begin{cases} q_{y,t}-(q_{y,t}-q_{w,t-1})\,e^{-\frac{\zeta_t}{w_{t-1}}}, & \text{gdy } \zeta_t=y_t, \\ q_{y,t}-(q_{y,t}-q_{w,t-1})\left(\frac{w_{t-1}+y_t-\zeta_t}{w_{t-1}}\right)^{\frac{y_t}{y_t-\zeta_t}}, & \text{gdy } \zeta_t\neq y_t. \end{cases}$$

Zależności te stanowią przykłady równości (2.9-7)...(2.9-10). Wynika z nich m.in., że jeśli $q_{y,t}=q_{w,t-1}$, to $q_{\zeta,t}=q_{w,t}=q_{y,t}$, co potwierdza ogólniejszą tezę, wykorzystaną w rozdz. 6.2, zgodnie z którą stabilizacja parametrów jakości materiałów odpływających z oddziałów produkcyjnych i stałość parametrów jakości surowców zapewniają stałość parametrów jakości materiałów odpływających z magazynów buforowych.

Konkretna postać równości (2.9-7)...(2.9-10) zależy od przyjętych założeń. Np. obok założeń o idealnym mieszaniu i addytywności można byłoby z góry przyjąć, że przebiegi czasowe parametrów jakości materiałów przechowywanych w zbiornikach są przedziałami liniowe [65].

10.13. Opis struktury przykładowej rafinerii (rozdz. 2.12)

Modele matematyczne przedstawione w rozdz. 2.13 i 6.3 są uniwersalne dzięki temu, że sformułowano je dla uniwersalnej struktury zastępczej systemu produkcyjnego przedstawionej w rozdz. 2.12. Cechy szczególne struktur systemów produkcyjnych rzeczywistych są zawarte w informacjach dodatkowych, zestawionych w rozdz. 2.12.

Dla przykładowej rafinerii większość z tych informacji wynika bezpośrednio z rys. 7. Zmieniają się zbiory I_{u,t^*}, I_{e,t^*}, I_{y,t^*}. W sytuacji przedstawionej na rys. 2 $I_{u,t^*}=\emptyset$, $I_{e,t^*}=\{3\}$, $I_{y,t^*}=\{11\}$, ponieważ instalacja hydroodsiarczania olejów napędowych nie przerabia oleju ciężkiego. Przedstawionego na rys. 2 postoju instalacji komponowania olejów napędowych nie uwzględniono przy ustalaniu powyższych zbiorów, bo zmiany

struktur tej okresowo pracującej instalacji nie są objęte prognozą. Gdyby postój wynikał z remontu i był przewidywany na cały dzień t, to należałoby przyjąć $I_{e,t^*}=\{3, 11, 12, 13\}$, $I_{y,t^*}=\{11, 14\}$.

LITERATURA

[1] Arrow K., Karlin S., Scarf H.: Studies in the mathematical theory of inventory and production. Stanford Univ. Press. 1958.

[2] Aszimow A., Sagyngalijew K.S.: Opieratiwno-kalendarnoje płanirowanije raboty nieprierywno-diskretnogo proizwodstwa. Awtom. i Tielemech. 1975 nr 1.

[3] Babarowski J., Inkielman M., Sałdan H., Wiśniewski J.: Sterowanie operatywne produkcją ciągłą na przykładzie produkcji nawozów azotowych. Oprac. ZTS IOK PAN, Warszawa 1975.

[4] Bańkowski W., Lorenc J.: System operatywnego optymalnego komponowania benzyn. Pomiary, Automatyka, Kontrola. 1975 nr 5.

[5] Bargielski M.: Algorytm zarządzania wydziałem walcowni. Podst. Ster. 1971 z. 1.

[6] Bąbiński C., Chorobiński A.: Metody optymalizacji w projektowaniu planów generalnych zakładów przemysłowych. Arkady, Warszawa 1971.

[7] Bobrow D.A., Iwanow W.A., Kafarow W.W., Pierow W.A.: Ałgoritm dekompozicji chimiko-tiechnołogiczeskich sistiem pri rieszenii zadacz optimizacji. Awtom i Tielemech. 1973, nr 1.

[8] Bobrzyński W., Gościński A., Wala K.: Sterowanie dyspozytorskie złożonymi dyskretnymi procesami produkcyjnymi. Arch. Autom. i Telemech. 1973, z. 4.

[9] Bocchino W.A.: Systemy informacyjne zarządzania. WNT, Warszawa 1975.

[10] Bubnicki Z.: Optymalne sterowanie kompleksem operacji o parametrach przypadkowych. Podst. Ster. 1971 z. 1.

[11] Bujanowskij L.A., Tarasow W.A.: Ob optimalizacji rieceptury smieszenija bienzinow na opieratiwnyje promieżutki wriemieni. Chimia i Technologia Topliw i Masieł. 1971, nr 3.

[12] Bujanowskij L.A. Wachutinskij I.J.: Sogłasowanije opieratiwnogo płanirowanija smiesziwanija bienzinow s tiekuszczim płanirowanijem proizwodstwiennoj programmy nieftiepierierabatywajuszczicgo zawoda. Chimia i Tiechnologia Topliw i Masieł 1972. nr 1.

[13] Buslenko N.P.: Matiematiczeskoje modielirowanije proizwodstwiennych processow. Izd. Nauka, Moskwa 1964.

[14] Buslenko N.P.: Modielirowanije słożnych sistiem. Izd. Nauka, Moskwa 1968.

[15] Cichocki K.: Optymalizacja w deterministycznych modelach produkcyjnych. Arch. Autom. i Telemech. 1972. z. 3.

[16] Cieśliński J., Gościński A.: Zastosowanie przybliżonego planowania kalendarzowego do szeregowania operacji na odcinku stalownia-walcownia. Arch. Autom. i Telemech. 1977 z. 3.

[17] Codikow J.M.: Linearizacja odnoj zadaczi opieratiwnogo uprawlenija nieprierywnym proizwodstwom. Awtom i Tielemech. 1971, nr 2.

[18] Cwirkun A.D.: Struktura słożnych sistiem. Izd. Sowietskoje Radio. Moskwa 1975.

[19] Deam R.I.: Use of linear programming in oil refinery operations. Process Control and Automation. 1957, Febr..

[20] Dobrucki L.: Technika wspomaganego komputerowo planowania produkcji podstawowej przedsiębiorstwa rafineryjno-petrochemicznego. Pomiary, Automatyka, Kontrola. 1976, nr 4.

[21] Dudnikow E.E., Codikow J.M.: Aproksimacja charaktieristik agregatow w modielach płanirowanija i uprawlenija. Pribory i Sistiemy Uprawlenija. 1972, nr 11.

[22] Dudnikow E.E., Codikow J.M.: Opieratiwnoje uprawlenije proizwodstwom nieprierywnogo tipa. Awtom. i Tielemech. 1973, nr 4.

[23] Findeisen W.: Wielopoziomowe układy sterowania. PWN, Warszawa 1974.

[24] Findeisen W., Pułaczewski J., Manitius A.: Wielopoziomowa optymalizacja i koordynacja dynamiczna przepływu mas w cukrowni. W: Systemy automatyki kompleksowej. Wrocław 1969.

[25] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1977.

[26] Folie M., Tiffin J.: Solution of a multi-product manufacturing and distribution problem. Manag. Sci. 1976, vol.23, nr 3.

[27] Forrester J.W.: Industrial dynamics. The MIT Press. 1961.

[28] Forrester J.W.: Industrial dynamics after the first decade. Manag. Sci. 1968, vol. 14, nr 7.

[29] Gołowanow O.W., Gawriłow B.I.: Opieratiwnoje uprawlenije chimiczeskimi proizdwodstwami. CNIITEI priborostrojenija 1970.

[30] Gościński A.: Modelowanie złożonych, dyskretnych procesów produkcyjnych w oparciu o teorię automatów. Arch. Autom. i Telemech. 1974 z. 4.

[31] Gościński A.: Przykład modelowania dyskretnego procesu produkcyjnego w oparciu o teorię automatów. Arch. Autom. i Telemech. 1975 z. 2.

[32] Gościński A.: Sterowanie złożonych, dyskretnych procesów produkcyjnych w oparciu o system współdziałających automatów. Arch. Autom. i Telemech. 1975 z. 2.

[33] Gościński J.: Zarys teorii sterowania ekonomicznego. PWN, Warszawa 1977.

[34] Górecki H., Turowicz A.: Metoda dekompozycji dla układów dynamicznych. W: Teoria i zastosowanie wielkich systemów. Wrocław 1972.

[35] Grabowski J.: Zagadnienie sterowania produkcją w dyskretnym procesie przy ograniczonych środkach. Podst. Ster. 1977 z. 2.

[36] Griffith R.E., Stewart R.A.: A nonlinear programming technique for the optimisation of the continuous processing systems. Manag. Sci. 1961, vol. 7, nr 4.

[37] Inkielman M., Sałdan H.: Dokompozycja procesów przemysłowych do celów sterowania hierarchicznego i optymalizacji. Oprac. ZTS ICS PAN, Warszawa 1973.

[38] Inkielman M., Sałdan H.: Synteza uproszczonego sterowania na drodze dekompozycji sytuacyjnej. Arch. Autom. i Telemech. 1975 z. 1.

[39] Inkielman M.: Koordynacja sterowania złożonych ciągłych procesów produkcyjnych w określonym horyzoncie planowania. Pr VII Kraj.Konf. Autom., Rzeszów 1977.

[40] Johnson L.A., Montgomery D.C.: Operations research in production planning, scheduling and inventory control. Wiley. 1974.

[41] Jung B.S., Mirosh W., Ray W.H.: Large scale process optimisation techniques applied to chemical and petroleum processes.Canad.J.Chem. Engng. 1971, vol. 49, nr 6.

[42] Kasprzyk E.: Cen system w Polsce. W: Wielka Encyklopedia Powszechna PWN, Warszawa 1963. Tom. 2, s. 342.

[43] Kolb F.: La logistique. EME. Paris 1972.

[44] Konieczny J.: Sterowanie eksploatacją urządzeń. PWN, Warszawa 1975.

[45] Kowalskij M.I., Pliskin Ł.G.: Problema optimizacji nieprierywnego proizwodstwa - sostajanije i zadaczi. Awtom. i Tielemech. 1974, nr 5.

[46] Kowalskij M.I.: Priedmietno-gruppowaja dekompozicja modieli pri awtomatizirowannom uprawlenii proizwodstwom. Awtom. i Tielemech. 1974, nr 12.

[47] Kulikowski R.: Sterowanie w wielkich systemach. WNT. Warszawa 1970.

[48] Kulikowski R.: Problemy optymalizacji wielkich systemów produkcyjnych. Kraków 1967. Zesz. nauk. AGH. Autom. z. 2.

[49] Lange O.: Całość i rozwój w świetle cybernetyki. PWN, Warszawa 1962.

[50] Lange O.: Optymalne decyzje. PWN, Warszawa 1964.

[51] Lasdon L.S.: Optimisation theory for large systems. MacMillan. London 1970.

[52] Lee D.R., Orr D.: Further results on planning horisons in the production smoothing problem. Manag. Sci. 1977, vol. 23, nr 5.

[53] Lesz M.: Badania operacyjne w przemyśle chemicznym, WNT, Warszawa 1971.

[54] Lesz M.: Matematyczne modelowanie planu zakładu przemysłowego. PWE, Warszawa 1970.

[55] Lesz M.: Modele automatyzacji planowania i zarządzania w przedsiębiorstwie przemysłowym. PWE, Warszawa 1975.

[56] Łukaszewicz R.: Dynamika systemów zarządzania. PWN, Warszawa 1975.

[57] Mandel A.S., Nikulina I.W.: Niekotoryje modieli opieratiwnogo uprawlenija proizwodstwom i mnogonomienklaturnymi zapasami. Awtom. i Tielemech. 1975, nr 6.

[58] Manne A.S.: Scheduling of petroleum refinery operations. Harvard Econ. Studies, 1956, vol 48.

[59] Mańczak K.: Wybrane zagadnienia teorii sterowania systemami wielkimi. Warszawa 1967. Pr. Inst. Autom. PAN z. 57.

[60] Mańczak K.: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania. WNT, Warszawa 1971.

[61] Mańczak K.: Sterowanie w systemach wielkich. Arch. Autom. i Telemech. 1973 z. 2.

[62] Matiematiczeskije mietody i modieli w płanirowanii nieftiepierierabatywajuszcziej promyszlennosti. Pod red. Suworowa B.I. Izd.Nauka.Moskwa 1967.

[63] Matulewicz A., Welfeld F.: System kierowania produkcją w przedsiębiorstwie rafineryjno-petrochemicznym. Pomiary, Automatyka, Kontrola 1974, nr 10.

[64] Mesarovic M.D., Macko D., Takahara V.: Theory of hierarchical, multi-level systems. Academic Press. New York 1970.

[65] Milkiewicz F.: Problemy optymalizacji systemów produkcyjnych na przykładzie kombinatu rafineryjnego. Gdańsk 1968. Zesz. Nauk. Pol. Gd. z. 133.

[66] Milkiewicz F.: Podstawowe problemy sterowania produkcją w kombinatach i kompleksach przemysłowych. W: Teoria i zastosowanie wielkich systemów. Wrocław 1972.

[67] Milkiewicz F.: Koncepcja systemu informacyjno-decyzyjnego kierowania produkcją w kombinacie rafineryjnym przemysłu naftowego. Gdańsk 1971. Oprac. Inst. Elektroenerg. i Autom. Pol. Gd. Nie publikowane.

[68] Milkiewicz F.: Zasady sterowania produkcją w MZRiP. Pr. Kraj. Konf. "Automatyzacja w przemyśle chemicznym", Płock 1975.

[69] Minskier I.N.: Opieratiwnoje uprawlenije chimiko-tiechnołogiczeskimi kompleksami. Izd. Chimija. Moskwa 1972.

[70] Minskier I.N., Korczinskij A.W.: Optimalnoje raspriedielenije nagruzok mieżdu paralelnymi agregatami. Opieratiwnoje uprawlenije proizwodstom. W: Tr. II Wsies. Konf. po Opieratiwnomu Uprawleniju. Izd. Nauka 1971.

[71] Niecziporienko W.I.: Strukturnyj analiz sistiem. Izd.Sowietskoje Radio. Moskwa 1977.

[72] Niederliński A.: Systemy cyfrowe automatyki przemysłowej. WNT, Warszawa 1977.

[73] Niederliński A.: Struktura funkcjonalna systemu automatyzacyjnego dla procesu produkcji sody. Pr. VII Kraj. Konf. Autom., Rzeszów 1977.

[74] Olech Cz., Węgrzyn S., Skowronek M.: Optymalizacja ciągu operacji przy ograniczeniach narzuconych na poszczególne operacje. Podst.Ster. 1971 z. 3-4.

[75] Ostrowski G.M., Wolin J.M.: Optymalizacja złożonych systemów technologii chemicznej, WNT, Warszawa 1974.

[76] Parnaby J., Bilington D.: Computer modelling and control of manufacturing systems with particular reference to the tailoring industry. Proc. Inst. Elec. Eng. 1976, vol 123, nr 8.

[77] Paszkowski S.: Metoda dekompozycji w sterowaniu wielkimi systemami. W: Systemy automatyki kompleksowej. Wrocław 1969.

[78] Piasecki S.: Optymalizacja systemów produkcyjnych. W: Teoria i zastosowanie wielkich systemów. Wrocław 1972.

[79] Pierwozwanskaja T.N., Pierwozwanskij A.A.: Decentralizacja optimalnogo płanirowanija w słożnoj sistiemie. Awtom. i Telemech. 1968,nr 7.

[80] Pierwozwanskij A.A.: Dinamiczeskaja modiel uprawlenija proizwodstwiennoj sistiemoj i jego pribliżennaja optimizacja. Awtom. i Tielemech. 1971. nr 8.

[81] Pliskin Ł.G. i dr.: Modieli i ałgoritmy optimizacji chimikotiechnołogiczeskogo kompleksa. W: Opieratiwnoje uprawlenije proizwodstwiennymi processami. Moskwa 1965.

[82] Pliskin Ł.G.: Opieratiwnaja optimizacja proizwodstwiennych kompleksow nieprierywnogo diejstwija. Awtom. i Tielemech. 1967, nr 1 i nr 2.

[83] Pliskin Ł.G.: Dekompozicjonnaja dinamiczeskaja optimizacja proizwodstwa s ierarchiczeskoj strukturoj uprawlenija. Awtom. i Tielemech. 1969, nr 3 i nr 4.

[84] Pliskin Ł.G.: Płanirowanije raboty proizwodstwiennogo kompleksa, opisannogo nieliniejnoj modielju. Awtom. i Tielemech. 1970, nr 9.

[85] Polikarpowa A.A.: Optimizacja niepierywnogo proizwodstwa pri warirujemoj matrice koefficjentow wypuska produkcji. Awtom. i Tielemech. 1974, nr 3.

[86] Potrzebowski H.: Planowanie kalendarzowe. Warszawa 1973. Pr. ICS PAN z. 13.

[87] Rasiowa H.: Wstęp do matematyki współczesnej. PWN, Warszawa 1968.

[88] Rozenfajn M.J.: Liniejnaja modiel dla optimalnogo tiechnikoekonomiczeskogo płanirowanija nieftiepierierabatywajuszczieg zawoda. Nieftiepierierabotka i Nieftiechimija. 1966, s. 66.

[89] Sałdan H.: Stochastyczny model zdolności produkcyjnych. Pr. VII Kraj. Konf. Autom., Rzeszów 1977.

[90] Sawik T.: Minimalno-czasowe programowanie produkcji wieloasortymentowej. Arch. Autom. i Telemech. 1976 z. 3.

[91] Sawik T.: O pewnym modelu zadania teorii harmonogramów. Arch. Autom. i Telemech. 1977 z. 1-2.

[92] Sawik T.: Czasowo-optymalne sterowanie produkcji w przypadku niestacjonarnego parku urządzeń produkcyjnych. Arch. Autom. i Telemech. 1977 z. 4.

[93] Sawik T.: O dekompozycji zadania minimalno-czasowego rozdziału urządzeń w kompleksie niezależnych operacji technologicznych. Podst.Ster. 1977 z. 3.

[94] Sawik T.: Sterowanie optymalne programem wielostadialnego procesu produkcji. Kraków 1977. Zesz. nauk. AGH, z. 622/91.

[95] Scarf H.E., Gilford D.M., Shelly M.W. (Ed.): Multistage inventory models and techniques. Stanford Univ. Press. 1963.

[96] Sewastjanow N.P.: Primienienije mietodow tiecrii awtomaticzeskogo riegulirowanija dla opieratiwnogo uprawlenija proizwodstwom. W: Awtomaticzeskoje uprawlenije proizwodstwiennymi processami. Moskwa 1965.

[97] Stainton R.S.: Produotion scheduling with multiple criteria objectives. Oper. Res. Quart. 1977, vol. 28, s. 285.

[98] Straszak A.: Metody sterowania wielkimi wielowymiarowymi procesami dynamicznymi. Warszawa 1967. Pr. Inst. Autom. PAN z..60.

[99] Straszak A. i in.: Algorytmizacja chemicznych procesów okresowych na przykładzie produkcji żywic ftalowych. W: Teoria i zastosowanie wielkich systemów. Wrocław 1972.

[100] Symonds G.H.: Linear programming: solution of refinery problems. ESSO Std. Oil Co. 1955, nr 4.

[101] Titli A.: Commande hierarchisee et optimisation des processu complexes. Paris 1975.

[102] Trybalski Z.: Systemotechniczne aspekty automatyki przemysłowej. Pr. VII Kraj. Konf. Autom., Rzeszów 1977.

[103] Uchwała RM nr 218 z dnia 3.08.1973 r., MP Nr 36/1973.

[104] van der Veen B.: Wstęp do teorii badań operacyjnych, PWN, Warszawa 1970.

[105] Węgrzyn S.: Podstawy automatyki. PWN. Warszawa 1972.

[106] Węgrzyn S.: Podstawy automatyki kompleksowej. W: Systemy automatyki kompleksowej. Wrocław 1969.

[107] Węgrzyn S.: Systemy automatyki kompleksowej. Teoria i doświadczenia. Podst. Ster. 1975. z. 1.

[108] Wismer D.A. (ed.): Optimisation Methods for Large-Scale Systems. McGraw-Hill. New York 1971.

[109] Zaborowski M.: Koncepcja sterowania systemem logistycznym rafinerii ropy naftowej. Pr. Kraj. Konf. "Automatyzacja w przemyśle chemicznym". Płock 1975.

[110] Zaborowski M.: Operatywne sterowanie produkcją w zakładach przemysłowych. Pr. Kraj. Konf. "Nowoczesne systemy eksploatacji". Wrocław 1977.

[111] Zaborowski M.: Operatywne sterowanie ekspedycją w zakładach przemysłowych. Pr. VII Kraj. Konf. Autom., Rzeszów 1977.

[112] Zaborowski M.: Optymalizacja sterowania rozpływem materiałów w zakładzie przemysłowym o produkcji masowej. Podst. Ster. 1978 z. 3.

[113] Zaborowski M.: Metoda harmonogramowania procesów technologicznych okresowo ciągłych. Pr. I Kraj. Konf. "Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych". Kozubnik 1978.

[114] Zaborowski M.: Automatyzacja instalacji komponowania mieszanin wieloskładnikowych. Pr. Kraj. Konf. "Współczesne problemy automatyki i informatyki". Gliwice 1973.

[115] Zaborowski M.: Problemy sterowania optymalnego w instalacjach komponowania mieszanin wieloskładnikowych. Pr. Kraj. Konf. "Współczesne problemy automatyki i informatyki". Gliwice 1973.

[116] Zaborowski M.: Automatyzacja blendingu produktów naftowych. Pr. Kraj. Konf. "Automatyzacja w przemyśle chemicznym", Płock 1975.

[117] Zaborowski M., Klamka J.: Wzory na wskaźniki techniczno-ekonomiczne obliczane przez maszynę cyfrową w Z.Ch. Police. Gliwice 1970.Oprac. Kat. Autom. Proc. Przemysł. Pol. Śląskiej. Nie publikowane.

[118] Zaborowski M.: Sterowanie dyspozytorskie blokiem magazynowania i ekspedycji produktów w rafinerii ropy naftowej. Gliwice 1975.Oprac. Inst. Autom. Przemysł. i Pomiarów Pol. Śl. Nie publikowane.

[119] Zaborowski M.: Sterowanie dyspozytorskie rafinerią ropy naftowej. Gliwice 1976. Oprac. Inst. Autom. Przemysł. i Pomiarów Pol.Śl. Nie publikowane.

[120] Zasady organizacji przedsiębiorstwa przemysłowego. Pod red. Zbichorskiego Z. WNT. Warszawa 1974.

[121] Zbichorski Z.: Ekonomika i organizacja produkcji. K i W. Warszawa 1975.

[122] Zieleniewski J.: Organizacja i zarządzanie. PWN, Warszawa 1976.

[123] Zienkow W.W.: Diapazonnyje modieli uczastkow proizwodstwa dla ASUP. Tiechn. Kibern. 1975, nr 4.

SKOROWIDZ SYMBOLI

Niżej podano numery stron, na których poszczególne symbole są zdefiniowane.

$\mathbf{a}_t$	69	$e_{i,n}$	78	$h^{max}_{i,l,t}$	49	I^k_s	91
$a^{k,\varkappa}$	80	$e^*_{i,n}$	77	$h^{pl}_{i,l,t}$	49	I_u	27
$\bar{a}_{i,n}$	87	$\hat{e}_{i,n}$	79	$I^{k,\varrho}_C$	85	I^k_u	28
$b^{k,\varkappa}$	80	$\hat{\bar{e}}_{i,n}$	79	I_e	27	$I^{k,\varkappa}_u$	28
$\mathbf{C}_t$	69	$e^{min}_{i,t}$	61	I^k_e	28	$I_{u,i}$	37
C_i	30	$e^{max}_{i,t}$	61	$I^{k,\varkappa}_e$	28	I_{up}	63
$\bar{C}_{i,j,n}$	86	$e_i(\tau)$	76	$I_{e,i}$	37	$I_{u,t*}$	31
c	8	F	45	I_{ep}	63	$I^k_{u,t*}$	23
$\mathbf{D}_t$	69	f^{min}_i	62	$I_{e,t*}$	31	I_{uw}	61
$\mathbf{d}_t$	69	f^{max}_i	62	$I^k_{e,t*}$	23	$I^k_{uw,t}$	76
$\bar{D}_{i,j,n}$	86	$\mathbf{G}_t$	69	I_{ew}	61	I_{v*}	34
$\bar{d}_{i,n}$	86	$\bar{G}_{i,j,n}$	86	$I^k_{ew,t}$	76	I_{w*}	34
$\mathcal{D}$	22	g^{min}_i	63	$I^{k,\varrho}_H$	85	I_y	27
$\mathbf{e}_t$	29	g^{max}_i	63	I_{p*}	36	I^k_y	28
$\hat{\mathbf{e}}_t$	77, 78	$\mathbf{H}_t$	69	I_{pg}	64	$I^{k,\varkappa}_y$	28
e^k_t	24	h_t	52, 53	I_{qyd}	59	$I_{y,t*}$	31
$e^{k,\varkappa}_t$	18	h^{min}_t	50, 53	I_{qyg}	59	$I^k_{y,t*}$	23
e^{N+1}_t	30	h^{max}_t	50, 53	I_{qyr}	59	$I^k_{yw,t}$	76
$E_{i,n}$	81	H_i	61	I_r	31	I^{op}_y	82
$\bar{e}_i$	80	$\bar{H}_{i,j,n}$	86	I^{op}_r	82	$I_{\delta*}$	36
e^{*max}_i	80	$h^{min}_{i,l,t}$	49	I_{s*}	36	$\mathbf{K}$	36
				I_{sg}	63	$\mathbf{K}^*$	38
						$K_{\eta,t}$	35, 54
						$K_{\omega,t}$	35, 51
						k	4, 91
						K_i	35
						$K_{u,i}$	36
						$\mathbf{L}$	36
						$\mathbf{L}^*$	38
						L_i	35
						$L_{e,i}$	36
						$\mathfrak{L}$	11
						$\mathfrak{L}$	11
						$\mathfrak{L}^0$	39
						$\mathfrak{L}_e$	12
						$\mathfrak{L}^k_e$	20
						$\mathfrak{L}^{k,\varkappa}_e$	18
						$\mathfrak{L}^*_e$	25
						$\mathfrak{L}^{k*}_e$	25
						$\mathfrak{L}'^k_e$	16
						$\mathfrak{L}'^k_{e,t}$	18
						$\mathfrak{L}'^k_{e,\tau}$	18
						$\mathfrak{L}^k_{e,t*}$	23
						$\mathfrak{L}^k_{e,\tau*}$	21
						$\mathfrak{L}_p$	12
						$\mathfrak{L}_{p*}$	15
						$\mathfrak{L}_r$	11
						$\mathfrak{L}^*_r$	31
						$\mathfrak{L}_s$	12
						$\mathfrak{L}_{s*}$	15
						$\mathfrak{L}_u$	12
						$\mathfrak{L}^k_u$	19
						$\mathfrak{L}^{k,\varkappa}_u$	16
						$\mathfrak{L}^*_u$	25
						$\mathfrak{L}^{k*}_u$	25
						$\mathfrak{L}^{r,k}_u$	16
						$\mathfrak{L}'^k_{u,t*}$	18
						$\mathfrak{L}^k_{u,\tau}$	18
						$\mathfrak{L}^k_{u,t*}$	23
						$\mathfrak{L}^k_{u,\tau*}$	21
						$\mathfrak{L}_y$	12
						$\mathfrak{L}^k_y$	20
						$\mathfrak{L}^{k,\varkappa}_y$	18
						$\mathfrak{L}^*_y$	25
						$\mathfrak{L}^{k*}_y$	27
						$\mathfrak{L}'^k_y$	16
						$\mathfrak{L}'^k_{y,t}$	18
						$\mathfrak{L}'^k_{y,\tau}$	18
						$\mathfrak{L}^k_{y,t*}$	23
						$\mathfrak{L}^k_{y,\tau*}$	21
						$\mathfrak{L}_\beta$	12
						$\mathfrak{L}_\zeta$	12
						$\mathfrak{L}_\mu$	12
						$\mathfrak{L}_\varphi$	12
						$\mathfrak{L}_\eta$	12
						$\mathfrak{L}^*_\eta$	32
						$\mathfrak{L}_\delta$	12
						$\mathfrak{L}_{\delta*}$	15
						$\mathfrak{L}^*_\delta$	35
						$\mathfrak{L}_\varphi$	12
						$\mathfrak{L}_\psi$	12
						$\mathfrak{L}_{\psi*}$	15

m_t 29
m_t^k 24
$m_t^{k,*}$ 19
$m_{r,t}$ 55
N 4
N^k 16
N_C 30
N_e 27
N_e^k 20
$N_e^{k,*}$ 18
$N_e'^k$ 16
N_H 61, 68
N_o 48
N_{qy} 59
N_r 32
N_u 27
N_u^k 20
$N_u^{k,*}$ 16
$N_u'^k$ 16
N_y 27
N_y^k 20
$N_y^{k,*}$ 18
$N_y'^k$ 16
N_ε 27
N_ϑ 27
p_t 37
$p_{i,t}^{max}$ 64
q_t 69
$q_{e,t}$ 29
$q_{e,t}^k$ 24
$q_{e,t}^{k,*}$ 19
$q_{e,t}^{N+1}$ 29
$q_{p,t}$ 37
$q_{r,t}$ 32
$q_{r,t}^*$ 53
$q_{s,t}$ 37
$q_{u,t}$ 29
$q_{u,t}^k$ 24
$q_{u,t}^{k,*}$ 19
$q_{u,t}^{N+1}$ 29
$q_{v,t}$ 33
$q_{w,t}$ 33
$q_{y,t}$ 29
$q_{y,t}^k$ 24
$q_{y,t}^{k,*}$ 19
$q_{\xi,t}$ 33
$q_{\xi,t}$ 33
$q_{\sigma,t}$ 37
$\bar{Q}_{i,j,n}$ 85
$q_{y,i,t}^{min}$ 59
$q_{y,i,t}^{max}$ 59
$q_{y,i,t}^{o}$ 59
R_t 69
r_t 32
r_t^* 53
$\bar{R}_{i,j,n}$ 85
s_t 37
$S_{i,n}$ 82
$s_{i,n}$ 82
$\hat{s}_{i,n}$ 82
s_i^{*max} 91
$s_{i,l,j}^{pl}$ 48
$s_{i,t}^{max}$ 63
T 8
T_n^k 77
T_p^i 92
$T_p^{k,\varphi}$ 77
$T_{r,min}^k$ 88
$T_{r,min}^{k,*}$ 83
$T_{r,min}^i$ 92
$T_{r,n}^{k,*}$ 77
$T_{r,n}^i$ 92
T_Δ 51
t 8
$t_{i,l}'$ 49
$t_{i,l,j}^{pl}$ 48
t_n 79
$t_{p,n}^k$ 84
$J^{k,*}$ 22
J_R^k 22
u_t 29
$\hat{u}_t$ 17, 78
u_t^k 24
$u_t^{k,*}$ 18
u_t^{N+1} 30
$U_{i,n}$ 81
$\bar{u}_i$ 80
u_i^{*max} 80
$u_{i,n}$ 78
$u_{i,n}^*$ 77
$\hat{u}_{i,n}$ 79
$\Delta u_{i,n}$ 79
$u_{i,t}^{min}$ 61
$u_{i,t}^{max}$ 61
$u_i(\tau)$ 76
v_t 32
v_t^{min} 57, 58
v_t^{max} 57, 58
$v_{i,n}^{op}$ 82
w_t 33
w_t^{min} 57, 58
w_t^{max} 57, 58
$w_{i,n}^{op}$ 82
w_i^{norm} 82
W 11
W^o 39
W_K 11
W_K^* 35
W_L 11
W_M 11
W_0 11
W_v 11
W_{v*} 15
W_v^* 32
W_w 11
W_{w*} 15
W_γ 11
$W_{\gamma*}$ 15
w_g 11
w_p 11
w_r 11
w_s 11
y_t 29
$\hat{y}_t$ 77, 78
y_t^k 24
$y_t^{k,*}$ 18
$Y_{i,n}$ 81
$\bar{y}_i$ 80
y_i^{*max} 80
$y_{i,n}$ 81
$y_{i,n}^*$ 77
$\hat{y}_{i,n}$ 79
$\Delta y_{i,n}$ 79
$y_i(\tau)$ 76
z_t 29
z_t^k 24
$z_t^{k,*}$ 19
α_i 45
$\alpha_{\omega,i}$ 51
β_i 45
$\beta_{\eta,i}$ 54
Γ 11
Γ^o 39
ϑ_i 45
Δt 7
$\Delta\tau$ 8
$\Delta_{i,l}^{op}$ 48
$\Delta_{i,l}^{pr}$ 48
δ_i 46
ξ_t 33
η_t 53
$\varkappa$ 16
λ_t 69
Λ^* 25
Λ^k 19
$\Lambda^{k,*}$ 16
Λ'^k 16
$\Lambda_t'^k$ 18
$\Lambda_\tau'^k$ 18
$\bar{\lambda}_{i,n}$ 87
ξ_t 33
π^k 82, 91
σ_t 37
τ 8
τ_n 78
τ_n^k 77
$\tau_{p,n}^k$ 84
$\varphi_{t,n}$ 79
$\psi_{t,n}$ 87
ω_t 52, 53

METODA OPERATYWNEGO STEROWANIA PRODUKCJĄ
W ZAKŁADACH PRZEMYSŁOWYCH O PROCESACH TECHNOLOGICZNYCH
CIĄGŁYCH I OKRESOWO CIĄGŁYCH

S t r e s z c z e n i e

Praca dotyczy dużych zakładów przemysłowych, składających się z oddziałów produkcyjnych, w których przebiegają procesy technologiczne ciągłe albo okresowo ciągłe i wytwarzających wiele produktów przeznaczonych dla różnych odbiorców.

Przyjmuje się, że operatywne sterowanie produkcją jest realizowane poprzez oddziaływanie na poszczególne oddziały produkcyjne oraz na odbiór surowców i ekspedycję produktów. Jeśli w danym oddziale przebiega proces technologiczny ciągły, to sterowanie operatywne tym oddziałem polega na odpowiednich zmianach obciążenia oraz na przesuwaniu ustalonych wcześniej terminów zatrzymania, rozruchu, zmian wsadu lub zmian asortymentu wytwarzanych materiałów. W przypadku procesu okresowego wyznacza się momenty rozpoczynania i kończenia poszczególnych okresów pracy oraz rodzaj i ilości materiałów zużywanych i wytwarzanych w tych okresach. Operatywne sterowanie ekspedycją polega na decydowaniu o wielkościach partii wysyłanych towarów i kolejności wysyłki poszczególnych produktów do poszczególnych odbiorców. W ramach sterowania odbiorem surowców możliwe jest wstrzymanie odbioru zamówionych materiałów.

Celem operatywnego sterowania produkcją jest minimalizacja strat powstających w wyniku zakłóceń w ciągłości produkcji, tzn. zakłóceń w dostawie surowców, awarii lub niesprawności poszczególnych oddziałów produkcyjnych, zakłóceń w ekspedycji produktów i zakłóceń w dostawie energii lub materiałów pomocniczych. Każde z tych zakłóceń wpływa na pracę całego zakładu przemysłowego poprzez powiązania technologiczne istniejące między jego oddziałami. Dlatego operatywne sterowanie produkcją należy optymalizować ze względu na globalną funkcję celu, charakteryzującą efekty tego sterowania w skali całego zakładu. Jako funkcję celu przyjęto tę część zysku, która zależy od sterowania operatywnego.

W pracy przedstawiono algorytmy podejmowania najważniejszych spośród wyżej wymienionych operatywnych decyzji i ogólne reguły dla decyzji pozostałych. Algorytmy działają w oparciu o nadrzędny plan produkcji, wybrane raporty produkcyjne i informacje o zakłóceniach w ciągłości produkcji. Pokazano, że przy podanych w pracy założeniach upraszczających sterowanie

operatywne według zaproponowanej metody prowadzi do maksymalizacji przyjętej funkcji celu.

W rozdziale 1 wprowadzono podstawowe definicje. M.in. zdefiniowano system produkcyjny jako pewną idealizację zakładu przemysłowego, reprezentującą jego cechy istotne ze względu na operatywne sterowanie produkcją. W rozdz. 1 przedstawiono również ramową koncepcję dwupoziomowego systemu sterowania operatywnego. Na poziomie wyższym dokonuje się optymalizacji dobowych (albo zmianowych) planów produkcji i ekspedycji dla całego zakładu przemysłowego i dla wszystkich dni objętych horyzontem optymalizacji. Na poziomie niższym oblicza się harmonogramy zmian obciążenia w ciągu najbliższej doby, dla każdego oddziału produkcyjnego i urządzenia ekspedycyjnego oddzielnie.

W rozdziale 2 zdefiniowano strukturę systemu produkcyjnego jako pewien graf skierowany, którego łukami są strumienie materiałowe przepływające w zakładzie. Struktura ta zmienia się w czasie, a ponadto jej opis formalny jest zbyt złożony, bo wymaga przyporządkowania wszystkim strumieniom materiałowym ich źródeł i punktów przeznaczenia. Pokazano metodę tworzenia struktury zastępczej - prostszej, stałej w czasie i jednakowej dla wszystkich zakładów przemysłowych będących przedmiotem pracy. Określono zbiór informacji uzupełniających, niezbędnych do odtworzenia struktury rzeczywistej w danej chwili czasu.

W oparciu o stałą strukturę zastępczą wprowadzono model matematyczny systemu produkcyjnego, który można wykorzystać do optymalizacji sterowania operatywnego. Jest to istotny wynik pracy, ponieważ bez struktury zastępczej trzeba byłoby posługiwać się różnymi modelami matematycznymi odpowiadającymi strukturom przewidywanym dla poszczególnych podokresów horyzontu optymalizacji. W praktyce nie można wskazać tych modeli, bo sporządzenie pełnej prognozy zmian struktury jest niemożliwe. Część tych zmian reprezentuje bowiem zmiany sposobu pracy oddziałów o procesach technologicznych okresowych i wynika z decyzji podejmowanych w ramach sterowania operatywnego.

W rozdz. 7.2 przedstawiono algorytm wypracowywania takich decyzji o zmianach struktury oddziałów pracujących okresowo, przy których optymalny plan produkcji dobowej jest wykonywany w sposób ścisły.

W rozdz. 3 wyprowadzono wzór na funkcję celu sterowania operatywnego. Rozdziały 4 i 5 poświęcone są analizie ograniczeń problemu optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji. W rozdz. 4 pokazano m.in. sposób uniknięcia formalnej sprzeczności ograniczeń reprezentujących plany ekspedycji i zaopatrzenia z innymi ograniczeniami zadania optymalizacji.

W rozdziale 6 pokazano, jakie uproszczenia są konieczne, aby problem optymalizacji dobowych planów produkcji i ekspedycji sprowadzić do zadania programowania liniowego i przy jakich założeniach można dokonać tych uproszczeń.

Najsilniejsze jest założenie o stabilizacji tych wszystkich parametrów jakości półproduktów, których zmiany mogłyby wpływać na ilości materiałów uzyskiwanych z oddziałów produkcyjnych, w których wykorzystuje się te półprodukty. Dzięki temu założeniu i pominięciu dynamiki oddziałów produkcyjnych (rozdz. 1).modele matematyczne oddziałów produkcyjnych sprowadzają się do statycznych zależności między ilościami materiałów zużywanych i wytwarzanych w ciągu doby w poszczególnych oddziałach. Dodatkowo zakłada się, że zależności te można aproksymować równościami liniowymi. Pokazano prosty sposób na zmniejszenie niedokładności modelu matematycznego wynikających z zaniedbania dynamiki oddziałów produkcyjnych i nieliniowości ich charakterystyk statycznych.

W rozdziale 7.1 przedstawiono problem sterowania obciążeniem chwilowym oddziałów o procesach technologicznych ciągłych. W rozdziale 8 pokazano, jak można wykorzystać wyniki rozdz. 7.2 do operatywnego sterowania ekspedycją produktów. Podsumowaniem całej pracy jest rozdz. 9, zawierający schemat obiegu informacji w proponowanym systemie operatywnego sterowania produkcją.

МЕТОД ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ С НЕПРЕРЫВНЫМИ И ПЕРИОДИЧНО НЕПРЕРЫВНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Р е з ю м е

Работа относится к крупным промышленным предприятиям, состоящим из цехов, в которых происходят непрерывные или периодично непрерывные технологические процессы.

Предполагается, что оперативное управление производством выполняется путём воздействия на отдельные цехи, приём сырья и экспедицию конечных продуктов. Если в данном цехе происходит непрерывный технологический процесс, то оперативное управление этим цехом состоит в изменении нагрузки и перенешении установленных раньше сроков запуска, остановки, смен шихты или смен ассортимента вырабатываемых материалов. В случае периодично непрерывного процесса устанавливаются моменты началов и концов отдельных периодов работы, а также сорт и количество материалов расходованных и вырабатываемых в этих периодах. Оперативное управление экспедицией заключается в определянии величин партии отправляемых товаров и порядка отправки отдельных продуктов к отдельным потребителям. Оперативное управление приёмом сырья состоит в приостановках приёма заказанных материалов в тех случаях, когда это необходимо.

Целью оперативного управления производством является сведение к минимуму потерь возникающих по поводу перебоев в непрерывности производственного процесса. Опасность перерыва производственного процесса может возникнуть вследствии перебоев в поставке сырья, энергии или подсобных материалов, перебоев в экспедиции конечных продуктов, а также аварий или снижения продуктивности некоторых цехов. Все эти перебои влияют на работу всего завода через технологические связи между его цехами. Поэтому оперативное управление производством надо оптимизировать относительно общей целевой функции, характеризующей результаты этого управления во всем заводе. В качестве целевой функции принято часть прибыли, которая зависит от оперативного управления.

В работе представлено алгоритмы определяния более важных из вышеупомянутых решений. Алгоритмы действуют исходя из высшего производственного плана, некоторых производственных рапортов и сведений о перебоях. Доказано, что при представленных в работе предложениях оперативное управление, согласно с предлагаемым в работе методом, ведёт к максимизации принятой целевой функции.

В главе 1 введено основные дефиниции. Производственную систему определено как некоторую идеализацию промышленного предприятия. В этой главе представлено тоже общую концепцию системы оперативного управления. На высшем уровне системы происходит оптимизация суточных производственных планов для всего завода и всех дней принадлежащих к горизонту оптимизации. На низшем уровне определяются графики изменений нагрузок в течение следующих суток, для каждого цеха отдельно.

В главе 2 определено структуру производственной системы как некоторый ориентированный граф. Дугами этого графа являются потоки материалов протекающих в заводе. Эта структура изменяется во времени, а кроме того её формальное описание слишком сложное. Указано метод создания заменяющей структуры - простой, постоянной и одинаковой для всех заводов, к которым относится настоящая работа. Определено множество дополняющих сведений, необходимых для реконструкции действительной структуры.

Исходя из постоянной заменяющей структуры введено математическую модель производственной системы, которую можно применить к оптимизации оперативного управления. Без этой заменяющей структуры былобы необходимым использование многих математических моделей, соответствующих структурам предусматриваемым для разных частей горизонта оптимизации. На практике это невозможно, потому что составление полного прогноза изменений структуры невозможно, так как часть этих изменений относится к периодично непрерывным технологическим процессам и следует из решений оперативного управления.

В главе 7.2 представлено алгоритм определения таких решений о структурах цехов с периодично непрерывными процессами, для которых оптимальные суточные планы выполняются точно.

В главе 3 введено целевую функцию оперативного управления. Главы 4 и 5 содержат анализ ограничений проблемы оптимизации суточных производственных планов. В главе 6 указано, какие упрощения необходимы для сведения этой проблемы к задачи линейного программирования.

В главе 7.1 представлено проблему управления нагрузками цехов с непрерывными технологическими процессами. В главе 8 показано, как можно применить результаты главы 7.2 к оперативному управлению экспедиционными устройствами.

В главе 9 дан итог всей работы в форме схемы обращения информаций в предлагаемой системе оперативного управления производством

METHOD OF OPERATIVE PRODUCTION CONTROL IN INDUSTRIAL PLANTS WITH CONTINUOUS AND PERIODICALLY CONTINUOUS TECHNOLOGICAL PROCESSES

S u m m a r y

Operative control problems for large industrial plants consisting of separate technological divisions have been discussed. The technological process in each division can be continuous or periodically continuous.

It is assumed that operative control is achieved by influencing particular divisions, introduction of raw materials and products shipment. If the process in a given division is continuous, operative control is achieved by varying the load of the division and changing previously appointed times of start-up, shut-down or production switch-over. For the case of a periodically continuous process the initial and final moments for particular work periods and the quantities of materials used and produced in those periods are determined. Operative shipment control means making decisions on quantity and shipment sequence of dispatched products. It is also possible to stop receiving ordered raw materials.

The goal of operative control is minimization of losses resulting from disturbances in production continuity, i.e. disturbances in the delivery of the raw materials, energy or auxiliary materials, failures or malfunctions of particular plant divisions and disturbances of products shipment. Each of the above mentioned disturbances effects the work of all industrial plant through technological connections between its divisions. This justifies operative control optimization with a global objective function. The objective function was choosen as this part of the overall profit which is influenced by the operative control.

The publication presents algorithms for some of the most important operative decision making. The main production plan, some reports on production and informations on disturbances are the input data for these algorithms. It has been proved that the proposed operative control method maximizes the assumed objective function.

The main definitions are introduced in chapter 1. In the same chapter a general concept of a two-level operative control system is also described. On the higher level the optimization of the daily production plan for the whole plant and the entire optimization horizon is made. On the lower level the graphic schedule of load for next day and each division separately is determined.

In chapter 2 the production system structure has been defined as an oriented graph whose arcs correspond to the plant material streams. This structure varies with time and moreover its formal description is too complicated. A method for substitutive structure formulation is shown. The substitutive structure does not vary in time. It is much less complicated and the same for all industrial plants taken into account in this work. A set of additional information necessary to reconstruct the real structure has been determined.

Using the constant substitutive structure the mathematical model of the production system has been introduced. This model is used for operative control optimization. Without this constant structure at hand it would be necessary to use different mathematical models corresponding to structures which are predicted for different parts of the optimization horizon. In praxis these models can not be determined because it is impossible to predict all future structure changes. This results from the fact that some structure changes for the periodically working divisions are caused by operative control decisions.

Chapter 7.2 presents an algorithm which determines the structures of periodically working divisions in a way that the optimal daily production plan is executed exactly.

In chapter 3 the objective function for operative control has been derived. In chapters 4 and 5 the constraints for the optimization of the daily production plan are analysed. In chapter 6 some simplifying assumptions are introduced in order to transform the optimization problem into a linear programming problem.

The load control problem for the divisions with continuous technological processes is presented in chapter 7.1. The results of chapter 7.2 are used in chapter 8 for operative control of products shipment.

Chapter 9 contains a synthesis of the whole work. In this chapter a block diagram of the proposed operative control system is presented.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 3341/80/51

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33
40-006 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.