

Roman J. BUKOWSKI, Dorota KOBYLİŃSKA

## ZASTOSOWANIE RACHUNKU ZABURZEŃ DLA EIKONAŁU DO OPISU SYGNAŁU W DEFLEKCYJNYCH POMIARACH FOTOTERMICZNYCH

**Streszczenie.** W pracy przeanalizowano metodami zespolonej optyki geometrycznej wpływ jednowymiarowej płaskiej fali termicznej na zmianę fazy propagującej się prostopadłe do niej sondującej wiązki gaussowskiej. Rozpatrzono detekcję wiązki sondującej za pomocą fotodiody kwadrantowej. Zbadano zależność sygnału prądowego fotodiody od promienia wiązki sondującej, położenia próbki i przerwienia wiązki, częstotliwości modulacji, wysokości wiązki nad powierzchnią próbki oraz od ogniskowej soczewki znajdującej się na wejściu układu.

## APPLICATION OF PERTURBATION CALCULUS FOR EIKONAL FOR DESCRIPTION OF A SIGNAL IN DEFLECTIVE FOTOTHERMAL MEASUREMENTS

**Summary.** The one dimensional plane thermal wave influence on probing gaussian beam phase by complex geometrical optics methods was analysed in the work. The probing beam detection by quadrant photodiode was investigated. The photodiode current signal dependence on probing beam diameter, their waist and sample position, modulation angular frequency, the height of the beam over the sample and the focal length of the lens at the input of experimental setup was studied.

## 1. Wstęp

We współczesnej technice i nauce duże znaczenie mają nieniszczące metody badań struktury różnego rodzaju układów warstwowych, i to zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym. Wśród tych metod najważniejsze są metody fototermiczne wykorzystujące różnice w wartościach parametrów cieplnych różnych elementów danego układu warstwowego. Rozkład temperatury w takim układzie pobudzonym cieplnie zawiera informację o strukturze tego układu.

Metodami nieniszczącymi realnie dostępna jest temperatura powierzchni próbki. Można ją wyznaczyć różnymi metodami kontaktowymi i bezkontaktowymi. Wśród tych ostatnich wiele zalet posiada metoda fotodeflekcyjna, która polega na analizie zmiany parametrów gaussowskiej wiązki sondującej (laserowej) propagującej się nad powierzchnią próbki w gazie pozostającym w kontakcie cieplnym z tą próbką. Gaz, ogrzewając się od powierzchni tej próbki, zmienia swój współczynnik załamania dla światła wiązki sondującej, co zmienia jej fazę i/lub kierunek propagacji.

Aktualnie do opisu tego zjawiska stosowane są dwie przybliżone teorie [8, 10]. Pierwsza z nich to teoria promieniowa przewidująca defleksję (odchylenie) promienia świetlnego propagującego się w ośrodku optycznie niejednorodnym. Opracowano również pewne uogólnienia tej teorii na przypadek szerokich wiązek sondujących [1, 6]. Druga z wymienionych teorii jest teorią falową. W pracy [8] wyznaczono przybliżone rozwiązania równania falowego dla wiązki sondującej uwzględniające jedynie zmianę jej fazy (tzw. siatka fazowa).

Pełny (tzn. z dowolną dokładnością) opis propagacji wiązki świetlnej w ośrodku optycznie niejednorodnym można uzyskać w ramach optyki geometrycznej z wykorzystaniem tzw. rozwinięcia Debye'a (lub Luneburga-Kleina) [3, 4, 9]. Odpowiednia analiza wykorzystująca metody zespolonej optyki geometrycznej i uwzględniająca zmiany fazy wiązki sondującej wywołane falami termicznymi została przeprowadzona w [4, 5].

Wszystkie cytowane prace zakładają, że detekcja wiązki sondującej odbywa się za pomocą fotodiody kwadrantowej. Jest to standardowy element

tego typu układów pomiarowych. Pozwala on określić defleksję tej wiązki w dwóch kierunkach – prostopadłym do próbki (sygnał normalny) i równoległym do próbki (sygnał styczny) – jako różnicę oświetleń dwóch odpowiednich połówek fotodiody kwadrantowej. Gdy stosuje się naświetlanie próbki wiązką wymuszającą o szerokości znacznie większej od szerokości wiązki sondującej, wówczas opis teoretyczny staje się jednowymiarowy i istotne znaczenie ma tylko sygnał normalny.

## 2. Równania optyki geometrycznej

Informację o rozkładzie natężenia światła w monochromatycznej wiązce świetlnej o częstotliwości  $\omega$  propagującej się w danym ośrodku uzyskuje się przez rozwiązanie równania Helmholtza (z wykorzystaniem warunków brzegowych):

$$\Delta u(\vec{r}) + k_0^2 \epsilon(\vec{r}) u(\vec{r}) = 0, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad \epsilon(\vec{r}) = n^2(\vec{r}), \quad (1)$$

gdzie:  $c$  – prędkość światła w próżni,  $\epsilon$  – przenikalność elektryczna względna ośrodka,  $n$  – współczynnik załamania ośrodka.

Rozwiązanie w postaci fali płaskiej równania (1) dla ośrodka jednorodnego o współczynniku załamania  $n_0$  można zapisać w postaci:

$$u(\vec{r}) = A e^{i\Psi(\vec{r})}, \quad \Psi(\vec{r}) = k_0 n_0 \vec{r} \circ \vec{e}_k, \quad (2)$$

gdzie  $\vec{e}_k$  – wektor jednostkowy w kierunku propagacji fali.

W przypadku ogólnym (dowolna fala, dowolny ośrodek) w ramach optyki geometrycznej rozwiązań równania (1) poszukuje się w postaci:

$$u(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp[i\Psi(\vec{r})], \quad \Psi(\vec{r}) = k_0 \psi(\vec{r}), \quad A(\vec{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(\vec{r})}{(ik_0)^m}. \quad (3)$$

Powyższe rozwinięcie amplitudy fali  $A(\vec{r})$  na „amplitudy cząstkowe”  $A_m(\vec{r})$  nosi nazwę rozwinięcia Debye’a. Po podstawieniu założonej postaci rozwią-

zania do równania Helmholtza (1) otrzymujemy układ równań różniczkowych dla amplitud  $A_m$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{\nabla}\psi)^2 = n^2, \\ 2(\vec{\nabla}A_0) \circ (\vec{\nabla}\psi) + A_0\Delta\psi = 0, \\ 2(\vec{\nabla}A_1) \circ (\vec{\nabla}\psi) + A_1\Delta\psi = -\Delta A_0, \\ \vdots \\ 2(\vec{\nabla}A_m) \circ (\vec{\nabla}\psi) + A_m\Delta\psi = -\Delta A_{m-1}, \\ \vdots \end{array} \right. \quad (4)$$

Pierwsze z tych równań nosi nazwę równania eikonału, a pozostałe równań transportu odpowiednio zerowego, pierwszego itd. rzędu.

Warunki brzegowe dla równania Helmholtza zadajemy określając pole  $u^0(\xi, \eta)$  na pewnej powierzchni  $Q$ , której równanie można zapisać w parametrycznej formie

$$\vec{r} = \vec{r}^0(\xi, \eta), \quad (5)$$

gdzie  $\xi, \eta$  – współrzędne krzywoliniowe na powierzchni  $Q$ . W przypadku optyki geometrycznej pole na podstawie (3) przedstawiamy w postaci rozwinięcia Debye'a:

$$u^0(\xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m^0(\xi, \eta)}{(ik_0)^m} \exp(ik_0\psi^0(\xi, \eta)). \quad (6)$$

Stąd, po porównaniu (6) z (3) otrzymujemy:

$$\psi|_Q = \psi^0(\xi, \eta), \quad A_m|_Q = A_m^0(\xi, \eta). \quad (7)$$

### 3. Wiązka gaussowska w ośrodku optycznie jednorodnym

Jak wykazano w pracy [3], rozkład pola elektrycznego w wiązce gaussowskiej o promieniu  $a$  (tzw. natężeniowym) i długości fali  $\lambda$  (liczbie falowej

$k = 2\pi/\lambda$ ) propagującej się w ośrodku jednorodnym o współczynniku załamania światła  $n_0$  można zapisać w postaci:

$$u(x, y, z) = -A_0(\vec{r}) \exp(ik\psi_0(\vec{r})), \quad (8)$$

gdzie

$$\begin{aligned} A_0(\vec{r}) &= E_0 \left( 1 + \frac{i(z-L)}{z_R} \right)^{-1}, \\ \psi_0(\vec{r}) &= (z-L)n_0 + in_0 \frac{x^2 + y^2}{2z_R} \left( 1 + \frac{i(z-L)}{z_R} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

Wiązka „wchodzi” do układu (rys. 1) w płaszczyźnie  $z = 0$  i propaguje się w dodatnim kierunku osi  $OZ$ , a jej przewężenie znajduje się w płaszczyźnie  $z = L$ .  $E_0$  oznacza natężenie pola elektrycznego w środku przewężenia. Parametr  $z_R = ka^2 n_0$  nosi nazwę długości Rayleigha. Wielkość  $\psi_0$  nazywamy eikonałem fali, a  $A_0$  jej amplitudą (zerowego rzędu). Współrzędne promienia wiązki  $\vec{r}(\tau) = [x(\tau), y(\tau), z(\tau)]$  wyznaczają równania:

$$\begin{aligned} x(\tau) &= \xi + \frac{i\xi}{z_R} n_0 \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-1} \tau, \\ y(\tau) &= \eta + \frac{i\eta}{z_R} n_0 \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-1} \tau, \\ z(\tau) &= \tau n_0 \sqrt{1 + \frac{\xi^2 + \eta^2}{z_R^2} \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

We wzorach tych  $[\xi, \eta]$  oznaczają współrzędne punktu wyjścia promienia z płaszczyzny  $z = 0$  ( $XY$ ), a  $\tau$  jest współrzędną bieżącą (w ogólności zespoloną) wzdłuż promienia. Aby określić parametry wiązki w zadanym punkcie obserwacji  $\vec{r}_D = [x_D, y_D, z_D]$  (np. punkt w płaszczyźnie detekcji), należy wyznaczyć wszystkie promienie docierające do tego punktu – wymaga to rozwiązania zagadnienia odwrotnego optyki geometrycznej, tzn. rozwiązania układu równań (10) względem zmiennych „promienio- wych”  $[\xi, \eta, \tau]$ . Stosujemy tzw. przybliżenie trzyosiowe, zgodnie z którym

$$\frac{z_D}{n_0} \frac{(\xi^2 + \eta^2)}{2z_R^2} \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-2} \ll 1.$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \tau_D &\cong \frac{z_D}{n_0} \left( 1 - \frac{\xi^2 + \eta^2}{z_R^2} \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-2} \right) \cong \frac{z_D}{n_0}, \\ \xi_D &\cong x_D \left( 1 + \frac{iz_D}{z_R} \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-1} \right)^{-1}, \\ \eta_D &\cong y_D \left( 1 + \frac{iz_D}{z_R} \left( 1 - \frac{iL}{z_R} \right)^{-1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Dla takiego przybliżenia mamy szczególnie prostą sytuację – do każdego punktu obserwacji dociera tylko jeden promień. Równania (11) określają dokładnie punkt startu promienia  $(\xi, \eta)$ , gdy zadany jest punkt jego obserwacji  $(x_D, y_D, z_D)$ .

#### 4. Wiązka gaussowska w ośrodku z falą termiczną

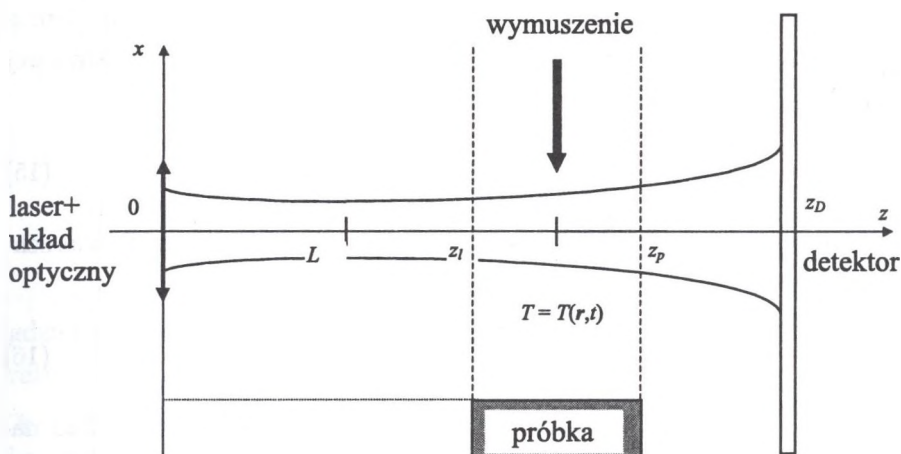
Rozpatrzmy schemat standardowego układu doświadczalnego do badań fototermicznych ciał stałych z zastosowaniem detekcji fotodeflekcyjnej (rys. 1) – por. np. [3]. Wymuszająca, zmodulowana wiązka światła pada na próbkę i dostarcza jej periodycznie określony strumień energii. W wyniku tego próbka i otaczający ją gaz (np. powietrze) ogrzewają się i w stanie ustalonym mamy do czynienia z okresowymi w czasie i przestrzeni zmianami temperatury, które noszą nazwę fal termicznych. Fale termiczne wywołują zmiany współczynnika załamania światła w gazie, co jest przyczyną modyfikacji parametrów sondującej wiązki świetlnej.

W pierwszym przybliżeniu możemy przyjąć, że

$$n(T) = n_0 + \left. \frac{dn}{dT} \right|_{T_0} = n_0 + n_0 s_T (T - T_0), \quad T_0 = \text{const}(\vec{r}), \quad (12)$$

gdzie:  $n_0$  – współczynnik załamania gazu w temperaturze  $T_0$ ,  $s_T = \frac{1}{n_0} \frac{dn(T_0)}{dT}$  – temperaturowa czułość współczynnika załamania światła. W tej sytuacji przenikalność elektryczna ośrodka w obszarze o zmienionej temperaturze wyraża się wzorem

$$\varepsilon(T) \cong n^2(T) + 2n_0^2 s_T (T(\vec{r}) - T_0) = n_0^2 + v(\vec{r}). \quad (13)$$



Rys. 1. Schemat układu eksperymentalnego do badań fototermicznych ciał stałych z detekcją fotodeflecyjną. Obszar nagrzewanego gazu ma szerokość  $\Delta z = z_p - z_l$  i jego lewy brzeg znajduje się w odległości  $z_l$  od początku układu („wejście” wiązki świetlnej). Zakładamy, że wzdłuż osi  $OY$  szerokość obszaru nagrzewanego jest znacznie większa od średnicy wiązki świetlnej. Wiązka świetlna ma w przewężeniu promień  $a$  i znajduje się ono w odległości  $L$  od jej „wejścia”. Ekran (detektor) znajduje się w odległości  $z_D$  od „wejścia”

Fig. 1. The experimental setup scheme for solid state investigation by photothermal method with photodeflexional detection

Zmiany w wiązce sondującej wyrażają się oczywiście poprzez  $v(\vec{r})$ .

W celu wyznaczenia zmian w rozkładzie natężenia pola elektrycznego w wiązce sondującej w wielu przypadkach można zastosować rachunek zaburzeń dla promieni [3]. W pierwszym przybliżeniu eikonał (fazę) wiązki sondującej daje wyrażenie

$$\psi(\tau) = \psi_0(\tau) + \psi_1(\tau) = \psi_0(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^{\tau} v(\vec{r}_0(\tau')) d\tau', \quad (14)$$

gdzie całkowanie odbywa się wzdłuż niezaburzonego toru promienia. Z pracy [3] wynika również, że amplituda fali rozpatrywanej wiązki gaussowskiej w płaszczyźnie fotodetektora ma postać

$$A(\vec{r}_D) \cong A_0(z_D). \quad (15)$$

Ostatecznie rozkład pola elektrycznego wiązki sondującej na powierzchni fotodetektora (fotodiody kwadrantowej) otrzymujemy w postaci

$$u(\vec{r}_D) = A_0(\vec{r}_D) \exp(ik\psi(\vec{r}_D)), \quad (16)$$

gdzie  $A_0$  wyraża pierwsze z równań (9). Pozwala to wyliczyć rozkład natężenia światła na tym fotodetektorze:

$$I(\vec{r}_D) \propto |u(\vec{r}_D)|^2. \quad (17)$$

Konkretne obliczenia zależą od postaci zaburzenia przenikalności elektrycznej (12) powietrza, w którym propaguje się wiązka sondująca. Zaburzenia te z kolei w rozpatrywanym przypadku są zdeterminowane przez pole temperatury. Postać rozkładu temperatury w gazie nad próbką zależy od wielu szczegółów układu pomiarowego, które przejawiają się w odpowiednich warunkach granicznych. W prezentowanej pracy zastosowano model przedstawiony w pracy [5], gdzie założono, że:  $1^0$  – próbka jest równomiernie oświetlana na całej powierzchni wiązką modulowaną harmonicznie z częstotliwością kołową  $\Omega$ ,  $2^0$  – pochłanianie wiązki wymuszającej zachodzi na powierzchni próbki,  $3^0$  – warstwę gazu nad próbką można uważać za półnieskończoną,  $4^0$  – zanedbujemy zmiany temperatury w obszarach nie leżących bezpośrednio nad próbką,  $5^0$  – na oświetlonej powierzchni próbki obowiązują warunki ciągłości dla temperatury i gęstości strumienia ciepła,  $6^0$  – na nieoświetlonej powierzchni próbki temperatura jest stała i równa temperaturze otoczenia ( $T_0$ ). Dla takich założeń ustalony rozkład



temperatury w gazie bezpośrednio nad próbką (tzn. w obszarze  $x_D > 0$ ,  $-\infty < y_D < +\infty$ ,  $z_l < z < z_p$ ) ma postać:

$$T(x, z) - T_0 = \vartheta(x) = \left[ \vartheta_g + \theta_g \exp\left(-\sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}(x+h)\right) \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\Omega t - \sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}(x+h) + \gamma_g\right) \right] H[(z-z_l)(z_p-z)], \quad (18)$$

gdzie:  $\kappa_g$  – dyfuzyjność termiczna gazu;  $\vartheta_g$  – stałe podwyższenie temperatury gazu;  $\theta_g$  – amplituda zmian temperatury na powierzchni próbki;  $\gamma_g$  – przesunięcie fazowe między temperaturą powierzchni próbki a wiązką wymuszającą;  $H(s)$  – funkcja Heaviside'a. Z wyrażenia (18) wynikają wszystkie podstawowe własności fal termicznych – są to fale silnie tłumione (współczynnik tłumienia jest równy ich liczbie falowej), a także o silnej dyspersji. Nawet, jeżeli pobudzenie ośrodka nie jest ściśle harmoniczne, to w dostatecznej odległości od jego powierzchni w widmie zaburzenia termicznego pozostaje tylko składowa podstawowa. Parametry  $\theta_g$  i  $\gamma_g$  zależą od częstotliwości modulacji  $\Omega$  i innych parametrów eksperymentu, a także od własności cieplnych próbki.

Zmiana eikonału wiązki gaussowskiej na podstawie równań (12) i (14) może być zapisana w postaci:

$$\psi_1(\tau) = n_0^2 s_T \int_0^\tau \vartheta(x(\tau'), z(\tau')) d\tau', \quad (19)$$

gdzie

$$\vartheta(x, z) = \left[ \vartheta_g + b_g \exp\left(-\sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}} x\right) \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\Omega t - \sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}} x + \varphi_g\right) \right] H[(z-z_l)(z_p-z)] \quad (20)$$

oraz  $b_g = \theta_g \exp[-h(\Omega/(2\kappa_g))^{1/2}]$ ,  $\varphi_g = \gamma_g - h(\Omega/(2\kappa_g))^{1/2}$ . Całkowanie w (20) odbywa się wzdłuż niezaburzonego promienia, czyli z wykorzystaniem równań (10) i (11). Stosując (głównie w celu uproszczenia postaci

końcowych wyrażen) całkowanie przybliżone metodą punktu środkowego otrzymujemy:

$$\psi_1(\tau) = [n_0^2 s_T \vartheta_g + \psi_{1f}] \tau_{pl}, \quad (21)$$

gdzie

$$\psi_{1f} = n_0^2 s_T b_g \exp(-k_g x_{0s}) \cos(\Omega t - k_g x_{0s} + \varphi_g) = \psi_{1fR} + \psi_{1fI}, \quad (22)$$

$$x_{0s} = x(\tau_s) = x_D \frac{z_R + i(n_0 \tau_s - L)}{z_R + i(z_D - L)}, \quad (23)$$

$$\tau_s = \frac{1}{2}((\tau + \tau_1)H(\tau - \tau_1) - (\tau - \tau_p)H(\tau - \tau_p)), \quad (24)$$

$$\tau_{pl} = [(\tau - \tau_1)H(\tau - \tau_1) - (\tau - \tau_p)H(\tau - \tau_p)]. \quad (25)$$

We wzorze (22)  $\psi_{1fR}$  i  $\psi_{1fI}$  oznaczają odpowiednio część rzeczywistą i urojoną poprawki do eikonalu. Fazę fali możemy zapisać w postaci

$$\psi(\vec{r}_D) \cong \psi_0(\vec{r}_D) + \psi_1(\vec{r}_D), \quad (26)$$

gdzie  $\psi_0$  i  $\psi_1$  określają równania (9) i (21). W tej sytuacji rozkład pola elektrycznego w płaszczyźnie detekcji wiązki sondującej ma postać

$$u(\vec{r}_D) \cong A_0(z_D) \exp\left(ik(\psi_0(\vec{r}_D) + \psi_1(\vec{r}_D))\right), \quad (27)$$

co prowadzi do następującego wyrażenia na natężenie tej wiązki:

$$I(\vec{r}_D) \propto |u(\vec{r}_D)|^2 \cong |A_0(z_D) \exp(ik\psi_0(\vec{r}_D))|^2 \exp(-2k\psi_{1fI}(\vec{r}_D)\tau_{pl}). \quad (28)$$

Uwzględniając ponadto, że pierwszy czynnik we wzorze (28) prowadzi do natężenia niezaburzonej wiązki gaussowskiej  $I_{0g}$  oraz że  $|2k\psi_{1fI}\tau_{pl}| \ll 1$  otrzymujemy ostatecznie

$$I(\vec{r}_D) = I_{0g}(\vec{r}_D) - 2k\psi_{1fI}(\vec{r}_D)\tau_{pl}I_{0g}(\vec{r}_D) = I_{0g}(\vec{r}_D) + I_v(\vec{r}_D). \quad (29)$$

## 5. Sygnał normalny z fotodiody kwadrantowej

Znajomość rozkładu natężenia w wiązce sondującej pozwala obliczyć sygnał prądowy z fotodiody kwadrantowej wynikający z różnicy oświetlenia

jej połówek górnej i dolnej, a mianowicie:

$$S_{nk} = K_d \int_{-\infty}^{+\infty} dy_D \left( \int_0^{+\infty} - \int_{-h}^0 \right) dx_D I(\vec{r}_D), \quad (30)$$

gdzie  $K_d$  – stała fotodetektora. W wyrażeniu (30) uwzględniono, że dolna połówka fotodetektora jest częściowo przesłonięta przez próbkę (w obszarze  $-\infty < x_D < -h$ ). Postępując dalej jak w pracy [5] otrzymujemy

$$S_{nk} = A_k \cos(\Omega t + \varphi_g - \varphi_k), \quad (31)$$

gdzie:

$$A_k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{f}} K_d n_0^2 s_T b_g k I_m(z_p - z_l) \sqrt{(F_{1I} + F_{2I})^2 + (F_{2R} - F_{1R})^2}, \quad (32)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{F_{2R} - F_{1R}}{-(F_{1I} + F_{2I})}, \quad (33)$$

$$F_1 = \exp \left[ \left( \frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x \right)^2 \right] \times \\ \times \left[ 1 - 2 \operatorname{erf} \left( \frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x - h\sqrt{f} \right) \right] = F_{1R} + iF_{1I}, \quad (34)$$

$$F_2 = \exp \left[ \left( \frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x \right)^2 \right] \times \\ \times \left[ 1 - 2 \operatorname{erf} \left( \frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x - h\sqrt{f} \right) \right] = F_{2R} + iF_{2I}, \quad (35)$$

$$C_x = k_g \frac{z_R + i(z_s - L)}{z_R + i(z_D - L)}, \quad z_s = n_0 \tau_s, \quad (36)$$

$$I_m = \frac{a_c P_l}{\sqrt{\pi a \sqrt{a_c^2 + (L - z_D)^2}}}, \quad f = \frac{a_c^2}{a^2 (a_c^2 + (L - z_D)^2)}. \quad (37)$$

$P_l$  w ostatnim wzorze oznacza całkowitą moc niezaburzonej wiązki sondującej, natomiast  $\operatorname{erf}(\zeta)$  oznacza tzw. funkcję błędu (całkę prawdopodobieństwa).

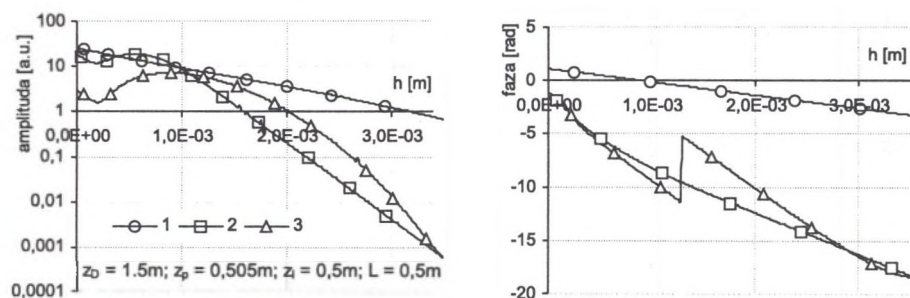
Położenie przewężenia wiązki gaussowskiej  $L$ , jak i jej natężeniowy promień  $a$  zależą od ogniskowej soczewki znajdującej się na wejściu układu.

Jeśli to natężeniowy promień wiązki padający na soczewkę i jej przewężenie znajduje się w punkcie umieszczenia soczewki ( $z = 0$ ), to  $a$  i  $L$  można zapisać w postaci

$$L = \frac{f}{1 + \left(\frac{f}{z_l}\right)^2}, \quad a = a_0 \frac{\left(\frac{f}{z_l}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{z_l}\right)^2}}, \quad (38)$$

gdzie:  $f$  – ogniskowa soczewki,  $z_l = (\pi a_0^2 n_0)/(4\lambda)$ .

Wyniki analityczne zostały zilustrowane wykresami przedstawiającymi zależność amplitudy sygnału z fotodiody kwadrantowej  $A_k$  (= amplituda [au]) oraz jego dodatkowego przesunięcia fazowego  $\varphi_k$  (= faza [rad]) w funkcji różnych parametrów układu pomiarowego.

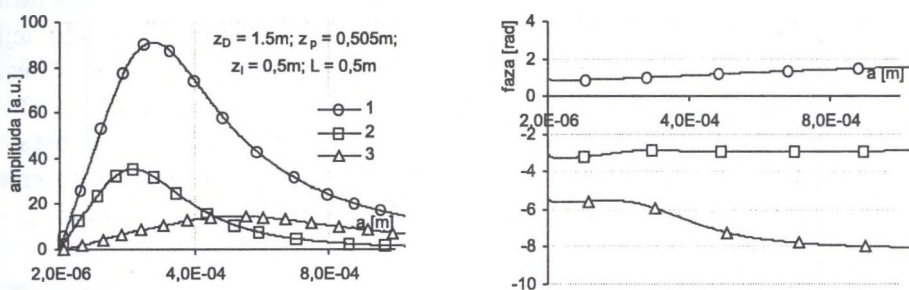


Rys. 2. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą wysokości wiązki sondującej nad próbką dla różnych częstotliwości modulacji i promienia wiązki sondującej: 1 –  $\Omega = 60$  rad/s,  $a = 50 \mu\text{m}$ ; 2 –  $\Omega = 600$  rad/s,  $a = 500 \mu\text{m}$ ; 3 –  $\Omega = 600$  rad/s,  $a = 1$  mm. Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  – położenie detektora,  $z_p$  – położenie prawej krawędzi próbki,  $z_l$  – położenie lewej krawędzi próbki,  $L$  – położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 2. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to probing beam height over the sample

Standardowo w pomiarach fototermicznych zdejmuje się charakterystyki  $A_k(h)$  i  $\varphi_k(h)$  (rys. 2). Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że przebieg tych krzywych silnie zależy zarówno od średnicy wiązki sondującej, jak i częstotliwości modulacji.

Na rysunku 3 przedstawiono zależność zmian amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą promienia wiązki sondującej dla różnych częstotliwości modulacji i różnych wysokości wiązki sondującej nad próbką. Dla pewnej wartości promienia amplituda sygnału osiąga maksimum, przy czym maksimum to ze wzrostem wysokości wiązki nad powierzchnią próbki przesuwa się w stronę wyższych częstotliwości, a ze wzrostem częstotliwości modulacji maleje.

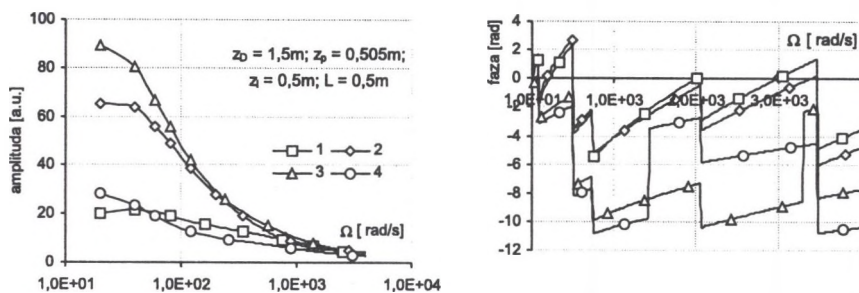


Rys. 3. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą promienia wiązki sondującej dla różnych częstotliwości modulacji i wysokości wiązki sondującej nad próbką: 1 –  $\Omega = 60$  rad/s,  $h = 200 \mu\text{m}$ ; 2 –  $\Omega = 600$  rad/s,  $h = 200 \mu\text{m}$ ; 3 –  $\Omega = 600$  rad/s,  $h = 800 \mu\text{m}$ . Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  – położenie detektora,  $z_p$  – położenie prawej krawędzi próbki,  $z_l$  – położenie lewej krawędzi próbki,  $L$  – położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 3. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to probing beam diameter

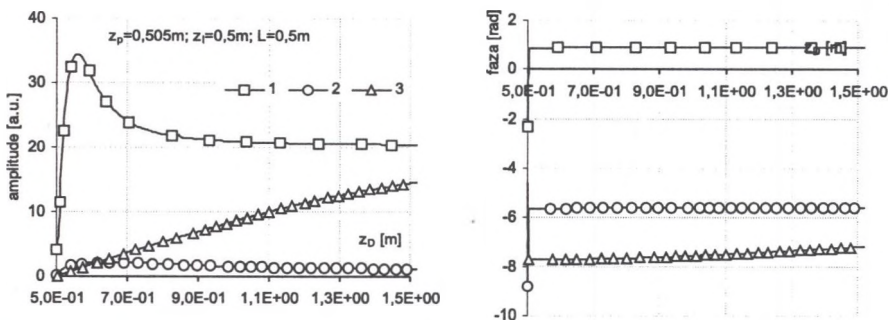
Jak widać na rysunku 4, sygnał z fotodiody kwadrantowej silnie maleje wraz ze wzrostem częstotliwości modulacji.

Na rysunku 5 przedstawiono zależność zmiany amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą położenia detektora dla różnych wartości częstotliwości modulacji, różnych promieni wiązki sondującej i jej wysokości nad próbką. Z wykresu widać, że sygnał silnie maleje, gdy przewężenie znajduje się nad detektorem, natomiast silnie rośnie, gdy przewężenie znajduje się tuż przed.



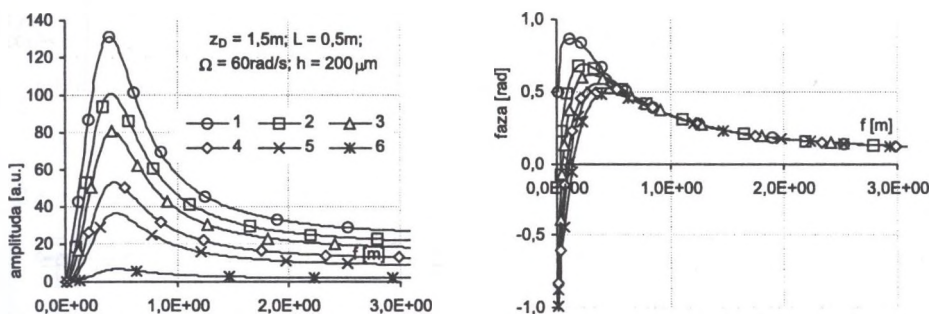
Rys. 4. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą częstotliwości modulacji dla różnych promieni wiązki sondującej i jej wysokości nad próbką: 1 -  $a = 50 \mu\text{m}$ ,  $h = 200 \mu\text{m}$ ; 2 -  $a = 500 \mu\text{m}$ ,  $h = 200 \mu\text{m}$ ; 3 -  $a = 500 \mu\text{m}$ ,  $h = 800 \mu\text{m}$ ; 4 -  $a = 1 \text{ mm}$ ,  $h = 800 \mu\text{m}$ . Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  - położenie detektora,  $z_p$  - położenie prawej krawędzi próbki,  $z_l$  - położenie lewej krawędzi próbki,  $L$  - położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 4. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to modulation angular frequency



Rys. 5. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą położenia detektora dla różnych częstotliwości modulacji, różnych promieni wiązki sondującej i jej wysokości wiązki nad próbką: 1 -  $\Omega = 60 \text{ rad/s}$ ,  $h = 200 \mu\text{m}$ ,  $a = 50 \mu\text{m}$ ; 2 -  $\Omega = 600 \text{ rad/s}$ ,  $h = 800 \mu\text{m}$ ,  $a = 50 \mu\text{m}$ ; 3 -  $\Omega = 600 \text{ rad/s}$ ,  $h = 800 \mu\text{m}$ ,  $a = 500 \mu\text{m}$ . Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  - położenie detektora,  $z_p$  - położenie prawej krawędzi próbki,  $z_l$  - położenie lewej krawędzi próbki,  $L$  - położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 5. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to detector position



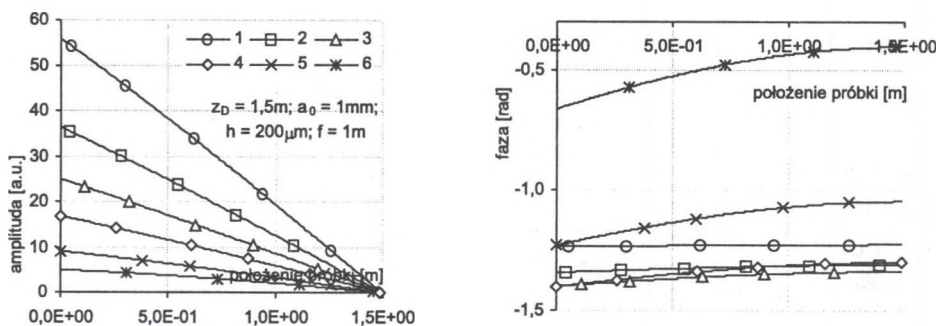
Rys. 6. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą ogniskowej soczewki dla różnych położen próbki: 1 –  $z_p = 0.035$  m,  $z_l = 0.03$  m; 2 –  $z_p = 0.305$  m,  $z_l = 0.3$  m; 3 –  $z_p = 0.505$  m,  $z_l = 0.5$  m; 4 –  $z_p = 0.805$  m,  $z_l = 0.8$  m; 5 –  $z_p = 1.005$  m,  $z_l = 1$  m; 6 –  $z_p = 1.405$  m,  $z_l = 1.4$  m. Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  – położenie detektora,  $L$  – położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 6. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to the focal length

Na rysunku 6 przedstawiono zależność zmiany amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej jako funkcję ogniskowej soczewki znajdującej się na wejściu układu. Sygnał osiąga maksimum dla pewnej wartości ogniskowej. Położenie tego maksimum nie zależy od położenia próbki między wejściem układu a detektorem. Wartość sygnału maleje w miarę zbliżania próbki do detektora.

Na rysunku 7 przedstawiono zależność zmian amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą położenia próbki. Wartość sygnału maleje w miarę zbliżania się próbki do detektora.

Na zaprezentowanych wykresach zmian fazy sygnału fototermicznego z fotodiody kwadrantowej widoczne są pewne „nieciągłości”. Są one spowodowane „selektywnym” normowaniem fazy sygnału do przedziału  $(0, 2\pi)$ .



Rys. 7. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą położenia próbki: 1 –  $\Omega = 60$  rad/s; 2 –  $\Omega = 120$  rad/s; 3 –  $\Omega = 200$  rad/s; 4 –  $\Omega = 320$  rad/s; 5 –  $\Omega = 600$  rad/s; 6 –  $\Omega = 1200$  rad/s. Pozostałe parametry układu to:  $z_D$  – położenie detektora,  $h$  – wysokość wiązki sondującej nad próbką,  $f$  – ogniskowa soczewki wejściowej,  $a_0$  – natężeniowy promień wiązki padający na soczewkę,  $L$  – położenie przewężenia wiązki sondującej

Fig. 7. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to sample position and beam waist position

## 6. Podsumowanie i wnioski

W pracy przeanalizowano teoretycznie wpływ różnych parametrów układu eksperymentalnego na wartość sygnału w badaniach fototermicznych.

Rozpatrzono zależność sygnału od takich parametrów, jak promień wiązki sondującej, jej wysokość nad powierzchnią próbki, położenie detektora, częstotliwości modulacji wiązki sondującej. Rozpatrzono tzw. fazowy sygnał normalny powstający w wyniku zmiany fazy wiązki sondującej jednowymiarowe pole fali termicznej propagującej się w gazie nad próbką oświetlaną modulowaną harmoniczną wiązką pompującą. Z przeprowadzonych obliczeń wynika możliwość optymalizacji układu eksperymentalnego. Przez odpowiedni dobór częstotliwości modulacji pola temperatury, wysokości wiązki sondującej nad powierzchnią próbki, promienia wiązki sondującej, położenia próbki oraz detektora możemy znacznie zwiększyć wartość mierzonego sygnału.



## Literatura

1. L. C. Aamodt, J. C. Murphy, *Photothermal measurements using a localised excitation source*, J. Appl. Phys. **52** (1981), 4903–4914.
2. J. Bodzenta, R. J. Bukowski, Z. Kleszczewski, J. Mazur, B. Pustelny, *Zastosowanie fal termicznych w badaniach ciał stałych*, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Mat.Fiz. **73** (1996), 51–72.
3. R. J. Bukowski, *Zastosowanie optyki geometrycznej do opisu propagacji wiązki gaussowskiej w ośrodkach optycznie jednorodnych*, Mater. II-giej Kraj. Konf. Podstawy Fizyczne Badań Nieniszczących, Oddział Gliwicki PTF i Inst. Fizyki Pol. Śl., Gliwice 1997.
4. R. J. Bukowski, *Mirage effect description in the frame of the complex rays optics*, Acoustooptics and Application III, A. Śliwiński, B. B. J. Linde, P. Kwiek (eds), Proceedings of SPIE 1998, 3581, 285–292.
5. R. J. Bukowski, *Zastosowanie zespolonej optyki geometrycznej do analizy różnych metod detekcji w deflekcyjnych pomiarach fototermicznych*, Zesz. Nauk. Pol. Śl. Mat.-Fiz. **87** (1999), 37–54.
6. R. J. Bukowski, J. Bodzenta, J. Mazur, z. Kleszczewski, *Parameter Estimation in Photothermal Measurements with Photodeflectional Detection*, Nondestructive Characterization of Materials VII, Part 1, Proc. of the Seventh Int. Symposium on Nondestructive Characterization of Materials, Transtec Publications 1996, 295–302.
7. H. S. Carslaw, J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford Univ. Press, Oxford 1959.
8. A. Glazov, K. Muratkov, *Photodeflection signal formation in thermal wave spectroscopy and microscopy of solids within the framework of wave optics. Mirage effect geometry*, Opt. Comm. **84** (1991), 283.
9. Ju. A. Krawcow, Ju. I. Orłow, *Optyka geometryczna ośrodków niejednorodnych*, WNT, Warszawa 1993.

10. J. C. Murphy, L. C. Aamodt, *Photothermal spectroscopy using optical beam probing: mirage effect*, J. Appl. Phys. **51** (1980), 4580–4588.
11. A. Yariv, P. Yeh, *Optical waves in crystals*, Wiley, New York 1984.

*Roman J. Bukowski*  
*Dorota Kobylińska*  
*Instytut Fizyki*  
*Politechnika Śląska*  
*Krzywoustego 2*  
*44-100 Gliwice*

## **Abstract**

The different parameters of experimental set-up influencing on signal value in photothermal investigations applying mirage effect was analysed in the work. The signal dependence on such parameters as probing beam radius, waist position, focus length of the input optical system, height over the sample surface and detector position were considered. Worked out theory, based on complex geometrical optics methods, gives possibility taking into account many other parameters (e.g. probing beam modulation frequency), which are important for the measurements results interpretation. The so-called phase normal signal created as a result of the phase change of the beam probed the one-dimensional field of the thermal wave propagated in the gas over the sample exited by harmonically modulated pumping beam was considered. Quadrant photodiode detection was analysed. Results are presented in analytical form and in form of calculated graphs and they can be used for experimental set-up optimisation.