# Symulacja numeryczna urządzeń termoakustycznych z falą stojącą

Praca doktorska Krzysztof Rogoziński

### Promotor: dr hab. inż. Grzegorz Nowak, prof. PŚ

Dyscyplina naukowa:

Inżynieria Środowiska, Górnictwo i Energetyka

Politechnika Śląska

Gliwice 2021

### Recenzenci

Prof. dr hab. inż. Jerzy Banaszek

Dr hab. inż. Rafał Buczyński - prof. AGH

Podziękowania dla dr hab. Grzegorza Nowaka, dr hab. Iwony Nowak a także dla wszystkich, którzy przyczynili się do powstania tej pracy.

# Spis treści

1	Wp	prowadzenie	-
	1.1	Historia zjawiska termoakustycznego	
	1.2	Urządzenia termoakustyczne	•
	1.3	Cel i zakres pracy	•
2	Teo	oria termoakustyki	1
	2.1	Termoakustyczne spojrzenie na mechanikę płynów	
		2.1.1 Wielkości charakterystyczne	•
		2.1.2 Równanie pędu	•
		2.1.3 Parametry gazu roboczego	
		2.1.4 Równanie ciągłości	
		2.1.5 Równanie stanu	
		2.1.6 Równanie energii	
	2.2	Fale akustyczne	
		2.2.1 Podejście uproszczone	•
		2.2.2 Analogia elektryczna	
		2.2.3 Bezstratny rezonator	•
		2.2.4 Opory lepkościowe	•
		2.2.5 Oscylacje temperatury	•
		2.2.6 Gradient temperatury	
		2.2.7 Stos	
	2.3	Moc i efektywność urządzeń termoakustycznych	
		2.3.1 Moc akustyczna	
		2.3.2 Analiza entalpowa stosu	
		2.3.3 Sprawność chłodziarek termoakustycznych	

		2.3.4 Sprawność silników termoakustycznych	42		
3	Przegląd literatury				
	3.1	Modele analityczne	46		
	3.2	Badania eksperymentalne	52		
	3.3	Symulacje CFD	62		
4	Modelowanie jednowymiarowe				
	4.1	Rozwiązanie z wykorzystaniem DelteEC	71		
	4.2	Rozwiązanie analityczne	81		
	4.3	Porównanie wyników	83		
5	Wyniki modelowania CFD				
	5.1	Wymiana ciepła wewnątrz stosu	85		
	5.2	Modelowanie silnika termoakustycznego	93		
	5.3	Symulacja podwójnego silnika termoakustycznego	104		
	5.4	Symulacja chłodziarki termoakustycznej	112		
6	Zakończenie 12				
	6.1	Podsumowanie	121		
	6.2	Wnioski	123		
	6.3	Plany dalszych badań	127		
Bi	bliog	rafia	129		
Spis rysunków			143		
Spis tablic					
Streszczenie			147		
Abstract			149		

# Lista symboli

#### Oznaczenia literowe

- $\dot{H}$  strumień entalpii, W
- $\dot{Q}$  strumień mocy, W
- A powierzchnia przekroju,  $m^2$
- a prędkość dźwięku,  $\frac{m}{s}$
- C odkształcalność,  $\frac{m^3}{Pa}$
- $c_p$  ciepło właściwe,  $\frac{J}{kg \cdot K}$
- DR  $Drive\ Ratio$  stosunek amplitudy ciśnienia do średniego ciśnienia, %
- $E \mod \text{akustyczna}, W$
- F siła, N
- f funkcja geometrii stosu, -
- h funkcja geometrii stosu, -
- *i* jednostka urojona, -
- kwspółczynnik przewodzenia ciepła,  $\frac{W}{m\cdot K}$
- L induktancja,  $\frac{kg}{m^4}$
- l długość, m
- M masa gazu, kg
- $m_k$  współczynnik korygujący turbulencję w VXQ1, VXQ2, VXT1, VXT2, -
- Nu liczba Nusselta, -
- p ciśnienie gazu, Pa
- Pr liczba Prandtla, -

- indywidualna stała gazowa, $\frac{J}{kg\cdot K}$ Rrezystancja, $\frac{Pa\cdot s}{m^3}$ Rpromień hydrauliczny, m $r_h$ liczba Reynoldsa, -Reentropia gazu,  $\frac{J}{kgK}$ sStliczba Stantona, -Ttemperatura gazu, Ktczas, s strumień objętościowy,  $\frac{m^3}{s}$ U składowa prędkości w kierunku x<br/>, $\frac{m}{s}$ uVobjętość,  $m^3$ składowa prędkości w kierunku y,  $\frac{m}{s}$ vskładowa prędkości w kierunku z,  $\frac{m}{s}$ wkierunek układu współrzędnych zgodny z kierunkiem propagacji fali, xefektywna długość wymiennika ciepła HX/TX, m $x_{eff}$ kierunek układu współrzędnych prostopadły do kierunku propagacji fali, yefektywna grubość warstwy wymiany ciepła wymiennika HX/TX, m  $y_{eff}$ Zimpedancja,  $\frac{Pa \cdot s}{m^3}$ kierunek układu współrzędnych prostopadły do kierunku propagacji fali, - $\boldsymbol{z}$ Oznaczenia greckie  $\delta_{\kappa}$ głębokość penetracji termicznej, m $\delta_{\mu}$ głębokość penetracji lepkościowej, mstosunek ciepła właściwego izobarycznego do izochorycznego, - $\gamma$ λ długość fali, mlepkość dynamiczna,  $\frac{kg}{ms}$  $\mu$
- $\nu$  lepkość kinematyczna,  $\frac{m^2}{s}$

- $\omega$  częstotliwość kątowa,  $\frac{1}{s}$
- $\phi$  stosunek objętości gazu do całkowitej objętości wymiennika SX/PX, -
- $\phi_{pU}$ kąt przesunięcia fazowego między ciśnieniem i prędkością, -
- $\Pi \qquad \text{obwód}, \, m$

 $\rho$  gęstość,  $\frac{kg}{m^3}$ 

- $\sigma$ tensor naprężeń lepkościowych, -
- $\xi$ amplituda ruchu cząstki swobodnej gazu, m

#### Symbole specjalne

- Im składowa urojona liczby zespolonej
- Re składowa rzeczywista liczby zespolonej
- e liczba Eulera
- J funkcje Bessela
- Y funkcje Neumanna

#### Indeksy

- 1 równanie zespolone pierwszego rzędu
- crit wartość krytyczna
- c zimna strona urządzenia
- eff wartość efektywna
- gas dotyczy części gazowej
- h gorąca strona urządzenia
- m wartość uśredniona
- solid dotyczy ciała stałego
- tot wartość całkowita np. total enthalpy

# Rozdział 1

## Wprowadzenie

### 1.1 Historia zjawiska termoakustycznego

Historia badań termoakustyki sięga połowy XVIII w. W roku 1777, Byron Higgins jako pierwszy zaobserwował tworzenie się fal akustycznych w obecności płomienia. W ramach eksperymentu Higgins umieszczał palnik gazowy wewnątrz szklanych rur, co wywoływało powstawanie fali dźwiękowej. Zmieniając wymiary rury udało się zaobserwować zmianę tonu dźwięku. Efekty swoich obserwacji Higgins opisał w artykule [1]. Zjawisko, które zostało zaobserwowane obecnie znane jest pod nazwa "Singing Flames". W roku 1850, Carl Sondhauss opisał zjawisko występowania fali akustycznej wewnątrz długiej cienkiej rury zakończonej bańką [2]. Zjawisko to powszechnie obserwowano podczas procesu produkcji szklanych wyrobów. Podczas procesu dmuchania szkła zauważano wydobywanie się dźwięku z wnętrza piszczeli szklarskiej (rurki do dmuchania szkła). Początkowo zjawisko tłumaczono drganiem szkła podczas podgrzewania bańki. Sondhauss przeprowadził badania, podczas których podgrzewano rurki o różnej długości, średnicy i objętości bańki. Dzięki eksperymentowi ustalono, że powietrze wewnątrz szklanej bańki zaczyna samoistnie oscylować, tworząc falę akustyczną. Zaobserwowano, że częstotliwość oscylacji zależy od długości rurki i objętości bańki. Zauważono też, że wzrost temperatury bańki przekłada się na zwiększenie głośności dźwięku. Sondhauss w swojej pracy przedstawił wyłącznie wyniki obserwacji pozbawione fizycznego wytłumaczenia zjawiska. Obecnie zjawisko to znane jest po nazwą "Sondhauss tube phenomenon".

W roku 1859 Petrus Leonardus Rijke opisał zjawisko oscylacji akustycznych w pionowej rurze [3]. Przeprowadził on eksperyment polegający na zamontowaniu metalowej siatki z drutu 0,2 mm wewnątrz pionowej rury o długości 0,8 m. Siatkę umieścił w odległości 0,2 m od dołu rury. Po nagrzaniu siatki do czerwoności, zaobserwowano głośny dźwięk dochodzący z wnętrza rury, który zanikał po kilku sekundach. Zwiększanie ilości warstw siatki wydłużało czas wydobywania się dźwięku z rury. Zjawisko obecnie znane jest pod nazwą "Rijke tube phenomenon". Rijke w swoim artykule wspomniał również o zaobserwowanym, przez jego współpracownika Johannes Bosscha, zjawisku wystąpienia fali akustycznej podczas przepływu ciepłego gazu przez nienagrzną siatkę wewnątrz rury.



Rysunek 1.1: Wendelin Weissheimer grający na pyrofonie - 1880

W tym samym roku Peter Riess [4] opisał swoje spostrzeżenia, do których zainspirowała go praca Rijke. Riess zmodyfikował stanowisko Rijke przesuwając siatkę na wysokość 1/3 długości rury mierząc od góry. Wprowadzając płomień od dołu rury udało mu się utrzymywać dźwięk przez 12 do 70 sekund. Dźwięk zanikał po usunięciu płomienia, bądź nagrzaniu się siatki. Riess kontynuował swoje badania, których wyniki opisał w artykule [5]. Tym razem stanowisko rozbudowano o dodatkowy zbiornik z wodą, który służył do chłodzenia siatki. W ten sposób wydłużono czas trwania dźwięku do 10 minut. Dalsza rozbudowa chłodzenia stanowiska umożliwiła wydłużenie dźwięku do 91 minut. Riess zaobserwował, że chłodzenie siatki, tworzące różnicę temperatur, umożliwia uzyskanie stałego dźwięku. Równocześnie zaprzestanie chłodzenia powoduje zanik dźwięku. Zainspirowany ówczesnymi odkryciami związanymi z powstawaniem dźwięku podczas spalania, francuski fizyk i muzyk Georges Frédéric Eugène Kastner, w roku 1871, zbudował instrument muzyczny o nazwie Pyrofon (Flame-Organ) [6], [7]. Instrument składał się ze szklanych rur o zróżnicowanej długości z zabudowanymi podwójnymi palnikami wodorowymi (Rys. 1.1).



Rysunek 1.2: Pyrofon na wystawie światowej w Paryżu - 1878

Pierwsza część palnika służyła do zapewnienia stałego płomienia wewnątrz rury. Zawór drugiego członu palnika był połączony z klawiaturą instrumentu i otwierany był po naciśnięciu klawisza. Powstała także wersja instrumentu w postaci grającego żyrandola oraz świecznika. Instrument zaprezentowano podczas wystawy światowej w Paryżu w 1878 roku (Rys. 1.2). Pyrofon Kostnera cieszył się dużym zainteresowaniem przez kilka następnych lat, po czym odszedł w zapomnienie. Pierwszy opis fizyki zjawiska termoakustycznego przedstawił John William Strutt (Lord Rayleigh). W roku 1887 wydał on książkę pod tytułem "The Theory of Sound" [8], w której poświęcił jeden z rozdziałów na analizę zjawiska. W swoich rozważaniach przytoczył prace Sondhaussa, Rijke i Riessa. Obserwacje powyższych autorów odniósł do dotychczasowych odkryć Chladniego, Faradaya, Wheatstonea i de la Rive. Przytoczył również wyniki mniej znanych współcześnie eksperymentów Tölera oraz Schaffgotscha i Tyndalla. Wynik swoich rozważań podsumował następująco:

If heat be given to the air at the moment of greatest condensation or taken from it at the moment of greatest rarefaction, the vibration is encouraged.

Na kolejne odkrycia w temacie termoakustyki trzeba było czekać aż do roku 1937, kiedy Lehmann w artykule [9] opisał swoje badania nad rurką Rijke. Lehmann postawił hipotezę, że natężenie dźwięku w rurce może rosnąć w nieskończoność wraz z prędkością ruchu konwekcyjnego gazu, czego nie potwierdziły dalsze badania. Kolejne badania zjawisk termoakustycznych miały miejsce w latach 50-tych XX w. i dotyczyły w dalszym ciągu rurki Rijke. Prawdziwy przełom w temacie nastąpił dopiero w roku 1969, gdy Nikolaus Rott przedstawił analityczne rozwiązanie zagadnienia.

### 1.2 Urządzenia termoakustyczne

Podstawowym sposobem klasyfikacji urządzeń termoakustycznych jest rodzaj fali dźwiękowej występującej w urządzeniu. Oznacza to, że urządzenia można podzielić na dwie grupy: urządzenia fali stojącej i urządzenia fali biegnącej. Oczywiście, rodzaj urządzenia przekłada się na różnice w jego budowie. Urządzenia fali biegnącej najczęściej mają postać pierścienia, zapewniającego możliwość ciagłego przemieszczania się fali akustycznej. Dla odmiany urządzenia fali stojącej mają prostszą budowę, która z zewnątrz przypomina prostą rurę. Ponieważ urządzenia termoakustyczne działają na zasadzie konwersji ciepła w energię fali akustycznej lub odwrotnie, wewnątrz urządzenia mamy do czynienia z występowaniem różnicy temperatury medium roboczego. Ogólnie rzecz ujmujac, możemy mówić o strefie (stronie) ciepłej (goracej) i chłodnej (zimnej) urzadzenia. Oba rodzaje urządzeń można dodatkowo podzielić na chłodziarki i silniki. W przypadku silników, dzięki doprowadzaniu ciepła po stronie gorącej i odprowadzaniu po stronie zimnej, uzyskujemy użyteczną moc akustyczną wewnątrz urządzenia. Efekt odwrotny realizuje chłodziarka, w której doprowadzając moc akustyczną, np. poprzez głośnik, uzyskujemy różnicę temperatur, umożliwiającą wymianę ciepła. Najważniejszym elementem urządzeń termoakustycznych jest stos. Najbardziej elementarnym przykładem stosu jest siatka umieszczana wewnątrz rury przez Rijke i Riessa. Jak dowiódł ich eksperyment, stos może przybierać najróżniejszą postać. Musi natomiast spełnić pewne podstawowe kryteria. Stos powinien charakteryzować się dużą pojemnością cieplną oraz niskim współczynnikiem przewodzenia ciepła, gdyż jego rolą jest utrzymanie gradientu temperatury z równoczesnym zapewnieniem bardzo dobrej wymiany ciepła pomiędzy nim a gazem znajdującym się wewnątrz urządzenia.



Rysunek 1.3: Urządzenia termoakustyczne fali stojącej. U góry silnik, na dole chłodziarka. Kolorem czerwonym oznaczono gorący a niebieskim zimny koniec urządzenia.

Obecnie jako najpopularniejsze konstrukcje stosu stosuje się ceramiczne materiały porowate oraz konstrukcje płytowe. Możliwe jest również drukowanie stosów z tworzyw sztucznych przy użyciu drukarek 3D.

Drugim bardzo ważnym elementem urządzeń termoakustycznych są wymienniki ciepła. W urządzeniach fali stojącej są one zlokalizowane po obu stronach stosu. Jeden z wymienników zawsze pełni rolę źródła ciepła, natomiast drugi odprowadza ciepło z urządzenia. Rolą wymienników jest zapewnienie bardzo dobrej wymiany ciepła z gazem. Konstrukcyjnie jest to najbardziej skomplikowany element urządzenia. W przypadku wymienników doprowadzających ciepło popularne są konstrukcje polegające na tworzeniu grzałek z gęsto nawiniętego drutu oporowego. Zapewniają one dużą powierzchnię wymiany ciepła oraz łatwą do wyznaczenia moc grzewczą. Trudniejsze w budowie są wymienniki chłodzące. Tutaj popularne są konstrukcje wykorzystujące miedziane rurki z nałożonymi płytowymi żebrami. Wymienniki tego typu wykazują duże podobieństwo do stosu płytowego. Ograniczeniem przy budowie wymienników jest też ich grubość. Zwiększanie grubości powyżej amplitudy ruchu cząstek gazu nie przynosi korzyści dla urządzenia i wprowadza nadmiarowy opór dla przepływu gazu. W przypadku chłodziarek, wyróżnia się element ruchomy w postaci głośnika bądź ruchomej membrany/tłoka umożliwiającej doprowadzanie mocy akustycznej do urządzenia. Resztę urządzenia tworzą elementy rurowe o dowolnym przekroju. Jak widać urządzenia termoakustyczne wyróżniają się niezwykłą prostotą, co przekłada się na ich niezawodność. Jest to jeden z głównych powodów, dla których ich wykorzystanie może być interesujące, a co za tym idzie stanowić interesujący obszar badawczy.

### 1.3 Cel i zakres pracy

Motywacją do podjęcia badań, będących tematem rozprawy, było przeprowadzenie kompleksowego modelowania pracy urządzeń termoakustycznych przy wykorzystaniu różnej klasy modeli.

Za główny cel postawiono porównanie najczęściej wykorzystywanych podejść do modelowania urządzeń termoakustycznych i zjawisk w nich zachodzących wraz ze wskazaniem różnic, ograniczeń i trudności poszczególnych metod.

W celu realizacji podstawowego zadania badawczego, w jak najbardziej kompleksowy sposób, dokonano krytycznego przeglądu literatury, a następnie zdefiniowano cele cząstkowe, które prowadzą do osiągnięcia założeń pracy. Są to:

- wyznaczenie parametrów pracy silnika termoakustycznego z wykorzystaniem podejścia analitycznego
- przeprowadzenie obliczeń silnika przy użyciu jednowymiarowego modelu zaimplementowanego w programie DeltaEC
- budowa modelu urządzenia termoakustycznego i zamodelowanie jego pracy przy wykorzystaniu dwuwymiarowej analizy CFD
- symulacja numeryczna pracy chłodziarki termoakustycznej przy pomocą trójwymiarowego modelu CFD

Efektywność pracy urządzeń termoakustycznych, w których zachodzi konwersja energii fali akustycznej na ciepło lub ciepła na energię fali, ściśle zależy od procesów cieplno-przepływowych w obrębie stosu i wymienników ciepła. Analizy opublikowane w literaturze nie poświęcają tym zagadnieniom zbyt wiele uwagi, a wręcz często wykorzystywane są podczas modelowania niejasne lub nieuzasadnione warunki wymiany ciepła. Również powszechnie stosowany program DeltaEC zakłada wymianę ciepła zdefiniowaną za pomocą stałej wartości współczynnika wnikania. Ponieważ jego określenie w warunkach panujących w urządzeniu jest trudne, dokumentacja oprogramowania kwituje wykorzystywanie stałego współczynnika stwierdzeniem "lepiej coś niż nic". Sytuacja ta wywołała pojawienie się kolejnego celu pracy, jakim są badania numeryczne nad procesami wymiany ciepła w stosie i wymiennikach ciepła. Realizację tego zadania postanowiono przeprowadzić na specjalnie przygotowanym modelu numerycznym CFD obejmującym fragment urządzenia obejmujący wspomniane powyżej newralgiczne obszary. Oddziaływania rezonatora zastąpiono natomiast opracowanymi, dynamicznymi warunkami brzegowymi.

Podczas realizacji pracy zrodziła się również koncepcja podwójnego silnika termoakustycznego, wyposażonego w tłok roboczy. W celu przeanalizowania funkcjonowania takiego silnika zbudowano jego model numeryczny i przebadano m. in. wpływ bezwładności tłoka na pracę urządzenia. Zbudowany model wymagał wykorzystania dynamicznych siatek numerycznych oraz stworzenia skryptów UDF do odwzorowania dynamiki tłoka.

Modelowanie numeryczne pracy urządzeń termoakustycznych przy pomocy CFD jest procesem złożonym i wymagającym obliczeniowo. Należy tutaj podkreślić, że wszystkie symulacje zrealizowane w ramach pracy obejmowały pełny proces uruchomienia urządzenia, tj. od wystąpienia warunków wzbudzenia oscylacji gazu, aż po osiągnięcie stanu ustalonego.

Badania numeryczne wykonane w ramach dysertacji wykonywano za pomocą kilku różnych narzędzi obliczeniowych, takich jak Ansys CFX, Ansys Fluent i DeltaEC. Każdy z tych programów wymaga odmiennego postępowania przy realizacji obliczeń i ma inne ograniczenia, co pociągało za sobą konieczność przeprowadzenia dogłębnych studiów nad ich funkcjonalnością oraz sposobem obsługi.

Na podstawie wykonanych badań, uzyskano szereg wyników i sformułowano wiele wniosków, dzięki którym w dysertacji udało się wskazać trudności i zasugerować potrzebę "mądrych" kompromisów zarówno na etapie budowy modelu jak i w trakcie prowadzenia symulacji. Szczegółowa analiza różnych podejść sprawia także, że zawarte w pracy informacje mogą posłużyć osobom zajmującym się modelowaniem zjawisk termoakustycznych lub rozpoczynającymi pracę z takim modelowaniem.

# Rozdział 2

## Teoria termoakustyki

### 2.1 Termoakustyczne spojrzenie na mechanikę płynów

Niezależnie od tego, że pierwsze obserwacje zjawiska termoakustycznego poczyniono już w XVIII w., największy postęp w badaniach dokonał się dopiero w latach 60 XX w. Wtedy to zagadnieniem zainteresował się szwajcarski naukowiec Nikolaus Rott, któremy udało się uzyskać pierwsze analityczne rozwiązanie problemu termoakustycznego. Owocem pracy Rotta był cykl artykułów ([10], [11], [12], [13], [14], [15]), często określany mianem "Rott's acoustic approximation". Stopień skomplikowania zagadnienia wymusił wprowadzenie szeregu założeń, sprowadzających problem do prostszej postaci. Założenia wprowadzone przez Rotta to:

- zadanie rozważa się jako zagadnienie jednowymiarowe, propagacja fal akustycznych ma miejsce tylko w jednym kierunku (oznaczanym jako x),
- gaz wewnątrz urządzenia traktowany jest jako gaz doskonały,
- zagadnienie obejmuje wyłącznie oscylacje akustyczne zachodzące w warunkach ustalonych,
- oscylacje mają przebieg wyłącznie sinusoidalny,
- przyjmuje się zespolony zapis zmiennych,
- wszystkie wielkości geometryczne mają wymiar o rząd wielkości mniejszy od długości fali akustycznej,

- wielkości będące funkcją czasu są znacząco mniejsze od swoich wartości średnich,
- objętościowa lepkość gazów (bulk viscosity) jest pomijana.

Przyjęto konwencję zapisu, w której zmienne z indeksem 1 oznaczają liczbę zespoloną pierwszego rzędu (korzystającą z pierwszej pochodnej). Indeks 2 oznacza liczbę zespoloną drugiego rzędu (występowanie drugiej pochodnej).

#### 2.1.1 Wielkości charakterystyczne

Opis analityczny zagadnienia termoakustycznego wymaga zdefiniowania charakterystycznych wielkości wykorzystywanych w opisie matematycznym problemu.

Urządzenia termoakustyczne pracują przy określonej częstotliwości dźwięku f. Określa ona ilość wystąpień pełnego okresu fali w czasie 1 s. Częstotliwość można również wyrazić w postaci częstotliwości kątowej:

$$\omega = 2\pi f \tag{2.1}$$

Fala akustyczna rozchodzi się z prędkością dźwięku:

$$a = \sqrt{\gamma RT},\tag{2.2}$$

która zależy od rodzaju gazu (wpływ indywidualnej stałej gazowej R i wykładnika izentropy  $\gamma$ ) oraz temperatury gazu T.

Związek między prędkością dźwięku i częstotliwością wyraża długość fali:

$$\lambda = \frac{a}{f} \tag{2.3}$$

Fala akustyczna w ośrodkach gazowych ma postać fali podłużnej, czyli takiej, w której cząsteczki gazu oscylują w kierunku propagacji fali. Z tego względu warto zdefiniować kolejną wielkość, którą jest amplituda ruchu cząstek swobodnych gazu:

$$\xi = \frac{\Delta p}{\nu \rho \omega} \tag{2.4}$$

gdzie:  $\Delta p$  – amplituda ciśnienia,  $\nu$  – lepkość kinematyczna,  $\rho$  – gęstość gazu. W termoakustyce istotną rolę odgrywają także wielkości opisujące zachowanie gazu w obszarze warstwy przyściennej. Jest to szczególnie ważne podczas analizy stosu i wymienników ciepła. Pierwszą z tych wielkości jest głębokość penetracji termicznej:

$$\delta_{\kappa} = \sqrt{\frac{2k}{\omega\rho c_p}},\tag{2.5}$$

która opisuje odległość na jaką zostanie wymienione ciepło podczas pojedynczej oscylacji gazu.

Drugą wielkością jest głębokość penetracji lepkościowej:

$$\delta_{\nu} = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \tag{2.6}$$

Wielkość ta opisuje odległość w jakiej zachodzą oddziaływania lepkościowe między płynem a ścianą urządzenia.

Obie wielkości są funkcjami właściwości gazu (takich jak, współczynnik przewodzenia ciepła k, lepkość kinematyczna  $\nu$ , ciepło właściwe  $c_p$  czy gęstość  $\rho$ ) i częstotliwości kątowej oscylacji. Istnieje związek między wielkościami (2.5) i (2.6), wyrażony poprzez powszechnie znaną liczbę Prandtla:

$$Pr = \left(\frac{\delta_{\nu}}{\delta_{\kappa}}\right)^2 \tag{2.7}$$

Warto również zwrócić uwagę na fakt, że wymienione powyżej wielkości różnią się między sobą o rzędy wielkości:

$$\delta_{\nu}, \delta_{\kappa} \ll \xi \ll \lambda$$

#### 2.1.2 Równanie pędu

Równanie pędu wyraża drugą zasadę dynamiki Newtona dla gazów. Równanie to powszechnie nazywa się także równaniem Naviera Stokesa. W najprostszym ujęciu masa jednostkowej objętości płynu  $\rho dx dy dz$  pomnożona przez jej przyspieszenie musi być równa sumie sił na nią oddziaływujących. Przyspieszenie płynu to suma bezpośredniego przyspieszenia objętości płynu  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  oraz członu "konwekcyjnego"  $(v \circ \nabla) \vec{v}$  obrazującego przyspieszenie w obszarze zmiennej prędkości. Siłami oddziaływującymi na płyn jest gradient ciśnienia oraz siły lepkościowe na wszystkich sześciu powierzchniach jednostkowej objętości. Oznacza to, że równanie pędu przyjmuje postać:

$$\rho dx dy dz \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left( \nabla \circ \vec{v} \right) \vec{v} \right] = \sum F_p + \sum F_\mu \tag{2.8}$$

Równanie można wyrazić w postaci uogólnionej:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left( \nabla \circ \vec{v} \right) \vec{v} \right] = -\nabla p + \nabla \circ \sigma \tag{2.9}$$

gdzie  $\sigma$  to dziewięcio składnikowy tensor naprężeń lepkościowych:

$$\sigma_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \circ \vec{v} \right) + \xi \nabla \circ \vec{v}$$

$$\sigma_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \circ \vec{v} \right) + \xi \nabla \circ \vec{v}$$

$$\sigma_{zz} = \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \circ \vec{v} \right) + \xi \nabla \circ \vec{v}$$

$$\sigma_{yx} = \sigma_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\sigma_{zx} = \sigma_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$
(2.10)

Ze względu na wprowadzone wcześniej założenia, dla rozważań analitycznych równanie pędu rozważa się w postaci jednowymiarowej (w kierunku x). Wyrażając poszczególne składniki równania (2.9) jako funkcję kierunku x, uzyskujemy ogólną postać termoakustycznego przybliżenia równania Naviera Stokesa:

$$i \ \omega \rho_m u_1 = -\frac{dp_1}{dx} + \mu \left[ \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right]$$
(2.11)

#### 2.1.3 Parametry gazu roboczego

Założenie mówiące o występowaniu oscylacji wyłącznie w stanie ustalonym oznacza, że uśredniając w czasie każdą ze składowych prędkości uzyskamy średnią prędkość równą zero. Tymczasem, ruch gazu możliwy jest wyłącznie na skutek oscylacji akustycznych. Oznacza to, że równania opisujące prędkość gazu wygodnie jest wyrazić w postaci zespolonej jako sinusoidalną (zgodnie z kolejnym z przyjętych na starcie uproszczeń) funkcję czasu:

$$u(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left[ u_1(x, y, z) e^{i\omega t} \right]$$
  

$$v(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left[ v_1(x, y, z) e^{i\omega t} \right]$$
  

$$w(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left[ w_1(x, y, z) e^{i\omega t} \right]$$
  
(2.12)

Zapis jest poprawny przy założeniu  $|u_1|, |v_1|, |w_1| \ll |a|$ . Powiązanie ruchu gazu wyłącznie z oscylacjami akustycznymi wpływa na postać równania opisującego ciśnienie gazu. W tym celu niezbędne jest wprowadzenie równania pędu:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \circ \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \nabla \circ \sigma$$
(2.13)

Przekształcając równanie (2.13), podstawiając składniki tensora naprężeń stycznych w płynie (2.10), można wyrazić poszczególne składowe ciśnienia:

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{v} \circ \nabla) u \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + (\vec{v} \circ \sigma)_x$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v} \circ \nabla) v \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + (\vec{v} \circ \sigma)_y$$
(2.14)
$$\rho \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + (\vec{v} \circ \nabla) w \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + (\vec{v} \circ \sigma)_z$$

gdzie x, y, z to kolejne składowe wektora.

Przyjęte założenie o propagacji fali akustycznej wyłącznie w kierunku x oznacza, że  $|v|, |w| \ll |u|$ . W związku z tym, w równaniach pędu (2.14) można zauważyć zależność pomiędzy pochodnymi ciśnienia  $\frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \ll \frac{\partial p}{\partial x}$ , co oznacza, że rozkład ciśnienia można traktować jako jednowymiarowy:

$$p(x, y, z, t) = p_m + \operatorname{Re}\left[p_1(x)e^{i\omega t}\right]$$
(2.15)

Średnia wartość ciśnienia gazu jest niezerowa  $p_m > 0$  przy równoczesnym braku gradientu w jakimkolwiek kierunku. Analogicznie do równania ciśnienia (2.15) można zapisać równania opisujące gęstość (2.16), temperaturę (2.17) oraz entropię (2.18) gazu:

$$\rho(x, y, z, t) = \rho_m(x) + \operatorname{Re}\left[\rho_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]$$
(2.16)

$$T(x, y, z, t) = T_m(x) + \operatorname{Re}\left[T_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]$$
(2.17)

$$s(x, y, z, t) = s_m(x) + \operatorname{Re}\left[s_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]$$
(2.18)

Każda z wielkości wyrażona jest jako suma wielkości średniej (indeks m), będącej funkcją kierunku rozchodzenia się fali (założenie jednowymiarowości modelu) oraz oscylującej sinusoidalnie składowej czasu, wyrażonej w postaci zespolonej.

#### 2.1.4 Równanie ciągłości

Równanie ciągłości (2.19) opisuje bilans masy dla jednostkowej objętości płynu:

$$\rho dx dy dz = \sum dM \tag{2.19}$$

Podstawowym założeniem dla równania ciągłości jest to, że zmiana masy w objętości płynu  $\rho dx dy dz$  może zachodzić wyłącznie na skutek przepływu płynu, w poszczególnych kierunkach przyjętego układu współrzędnych. Uwzględniając wymiar czasu dt oraz wyrażając strumienie masowe dopływające do objętości jako  $\rho \vec{v}$ , można równanie ciągłości wyrazić w postaci ogólnej:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \circ (\rho \vec{v}) = 0 \tag{2.20}$$

Zgodnie z przyjętym założeniem dotyczącym pracy urządzenia wyłącznie w stanie ustalonym, średnia gęstość płynu  $\rho_m$  jest wielkością stałą w czasie tzn.  $\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = 0$ . Podstawiając wielkości opisujące parametry gazu w postaci zespolonej do równania ciągłości (2.20), uzyskuje się termoakustyczną postać równania ciągłości:

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{Re}\left[\rho_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right] + \nabla \circ \left[\rho_m(x) \operatorname{Re}\left[\vec{v}_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]\right] = 0$$
(2.21)

Jest to postać pierwszego rzędu, gdyż pominięto drugorzędowe składniki wektora prędkości i równania gęstości. Równanie (2.21) można przekształcić do postaci uproszczonej poprzez zastąpienie pochodnej względem czasu  $\frac{\partial}{\partial t}$  członem zespolonym  $i\omega$ , a także wprowadzając poszczególne zmienne zespolone w postaci skróconej. Należy również pamiętać o średniej gęstości będącej funkcją współrzędnej osiowej urządzenia  $\rho_m(x)$ . Uproszczoną postać równania ciągłości przedstawia równanie:

$$i \ \omega \rho_1 + \frac{d\rho_m}{dx} u_1 + \rho_m \nabla \circ \vec{v_1} = 0 \tag{2.22}$$

#### 2.1.5 Równanie stanu

Równanie stanu przedstawia związek między ciśnieniem, gęstością i temperaturą gazu:

$$p = \rho RT \tag{2.23}$$

Do ogólnej postaci równania stanu (2.23), możemy podstawić wyprowadzone uprzednio zespolone formuły opisujące ciśnienie (2.15), gęstość (2.16) i temperaturę (2.17) gazu,

co prowadzi do:

$$p_m + \operatorname{Re}\left[p_1(x)e^{i\omega t}\right] = \left(\rho_m(x) + \operatorname{Re}\left[\rho_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]\right) \cdot R \cdot \left(T_m(x) + \operatorname{Re}\left[T_1(x, y, z)e^{i\omega t}\right]\right)$$
(2.24)

Równanie można wyrazić w dwóch alternatywnych formach:

$$p_1 = \rho_m R T_1 + R T_m \rho_1 \tag{2.25}$$

$$\frac{p_1}{p_m} = \frac{T_1}{T_m} + \frac{\rho_1}{\rho_m}$$
(2.26)

Powyższe równania uzyskano poprzez pominięcie drugorzędowych składników dla równania gęstości  $\rho_1$  i temperatury  $T_1$ . Z tego względu równania (2.25) i (2.26) można nazwać równaniem stanu pierwszego rzędu.

#### 2.1.6 Równanie energii

Ogólna postać bilansu energii dla płynu opisywana jest przez równanie:

$$\rho T\left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \circ \nabla s\right) = \nabla \circ k \nabla T + (\sigma \circ \nabla) \circ \vec{v}$$
(2.27)

Ze względu na przyjęte założenia, równanie ogólne należy sprowadzić do postaci jednowymiarowej (kierunek x).

Podstawiając parametry gazu, wyrażone w postaci zespolonej, oraz korzystając z relacji Maxwella uzyskuje się termoakustyczną postać równania wymiany ciepła:

$$i \ \omega \rho_m c_p T_1 + \rho_m c_p \frac{dT_m}{dx} u_1 = i \ \omega p_1 + k \left[ \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right]$$
(2.28)

#### 2.2 Fale akustyczne

Fale akustyczne to zaburzenia ciśnienia i gęstości zachodzące w ośrodkach sprężystych. Mają one postać fali podłużnej i rozprzestrzeniają się z prędkością dźwięku. Prędkość dźwięku jest indywidualną cechą rodzaju ośrodka, jak również jego temperatury.

#### 2.2.1 Podejście uproszczone

O jednowymiarowej fali akustycznej możemy mówić w przypadku, gdy rozkład ciśnienia p(t) w czasie w objętości gazu nie jest jednorodny. Aby to osiągnąć, musi być spełniony warunek  $V/A \ge \lambda$ , gdzie V to objętość gazu, A to pole przekroju, zaś  $\lambda$  to długość fali akustycznej. Jeśli warunek ten nie jest spełniony, zagadnienie sprowadza się do problemu sprężyny gazowej.

Dla jednowymiarowej fali akustycznej możliwe jest zapisanie równań ciągłości oraz pędu w postaci jednowymiarowej uproszczonej. Wymaga to jednak wprowadzenia dodatkowych założeń. W pierwszej kolejności należy pominąć lepkość gazu oraz zredukować prędkość wyłącznie do kierunku x. Kolejnym założeniem jest traktowanie przemian gazu jako adiabatycznych. Stosując powyższe założenia uzyskujemy jednowymiarową uproszczoną formą równania ciągłości:

$$i \ \omega \rho_1 + \rho_m \frac{du_1}{dx} = 0 \tag{2.29}$$

oraz pędu:

$$i \ \omega \rho_m u_1 = -\frac{dp_1}{dx} \tag{2.30}$$

Wykorzystując związek ciśnienia i gęstości z prędkością dźwięku:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) = a^2 \tag{2.31}$$

równania ciągłości (2.29) i pędu (2.30) można wyrazić jako układ dwóch sprzężonych równań różniczkowych, dla  $p_1(x)$  i  $u_1(x)$ :

$$\begin{cases} i \ \omega p_1 = -\rho_m a^2 \frac{du_1}{dx} \\ i \ \omega u_1 = -\frac{1}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx}. \end{cases}$$
(2.32)

W zależności od przyjętych warunków brzegowych układ (2.32) może mieć dwa typowe rozwiązania. Pierwszym rozwiązaniem (2.33) jest fala stojąca. Jest to przypadek, kiedy ośrodek, w którym rozchodzi się fala, ma skończoną długość l. Warunkiem brzegowym dla takiego wariantu jest  $u_1(l) = 0$ , co daje:

$$p_1(x) = C \cos k(x-l)$$
 (2.33)

Stała C jest ściśle związana z amplitudą oraz fazą siły wymuszającej ruch falowy

$$p_1(x) = Ce^{-ikx}.$$
 (2.34)

Drugim rozwiązaniem (2.34) jest fala ruchoma przemieszczająca się wzdłuż długości

ośrodka z prędkością dźwięku. W tym przypadku objętość gazu ma nieskończenie dużą długość  $l = \infty$ .

#### 2.2.2 Analogia elektryczna

Przepływ oscylującego akustycznie gazu ma złożony charakter. Poza ciśnieniem  $p_1$  oraz prędkością  $u_1$  (bądź strumieniem objętościowym  $U_1$ ) w przepływie takim występują również zjawiska wynikające ze ściśliwości, bezwładności, lepkości gazu i oddziaływań termicznych. Każde z tych zjawisk można odnieść do analogicznego zjawiska dotyczącego prądu zmiennego, a wielkości termodynamiczne do odpowiednich wielkości elektrycznych:

- ciśnienie  $p_1$  napięcie
- strumień objętościowy  $U_1$  natężenie
- $\bullet$ "odkształ<br/>calność" C pojemność
- $\bullet\,$ induktancja akustycznaL- induktancja elektryczna
- $\bullet\,$ rezystancja akustycznaR rezystancja elektryczna
- moc akustyczna  $E_2$  moc elektryczna

Nie może również zabraknąć impedancji Z, która w obwodach elektrycznych wyraża zależność między napięciem i natężeniem. Analogicznie do obwodów prądu zmiennego impedancję akustyczną przedstawia zależność:

$$Z = -\frac{p_1}{U_1}$$
(2.35)

#### 2.2.3 Bezstratny rezonator

Rezonator stanowi jeden z podstawowych elementów konstrukcyjnych urządzenia termoakustycznego, w którym mamy do czynienia z propagacją fali akustycznej. Rezonator bezstratny to najprostszy przypadek rezonatora, gdzie nie uwzględnia się wpływu lepkości gazu. Zapisując równanie ciągłości (2.29) dla krótkiego rezonatora o długości  $\Delta x$  i przekroju A oraz wyrażając dodatkowo gęstość  $\rho_1$  jako funkcję ciśnienia  $p_1$ :

$$\rho_1 = \frac{p_1}{a^2}$$

$$\rho_m a^2 = \gamma p_m$$
(2.36)

uzyskujemy:

$$p_1 = -\frac{\gamma p_m}{i\omega A\Delta x} \Delta U_1 = -\frac{1}{i\omega C} \Delta U_1 \tag{2.37}$$

W równaniu (2.37) pojawia się stała C, nazywana podatnością (ang. compliance). Wyraża ona "odkształcalność" elementarnej objętości gazu wewnątrz kanału o przekroju A i długości  $\Delta x$  tj.:

$$C = \frac{\Delta xA}{\gamma p_m} = \frac{V}{\gamma p_m} \tag{2.38}$$

Stała C opisuje ściśliwy charakter gazu i rośnie wraz ze wzrostem objętości gazu lub wzrostem jego ściśliwości (spadek  $\gamma p_m$ ).

W analogiczny sposób przekształcić można równanie pędu dla jednowymiarowej fali akustycznej (2.30) uzyskując:

$$\Delta p_1 = -i \ \omega \frac{\rho_m \Delta x}{A} U_1 = -i \ \omega L U_1 \tag{2.39}$$

gdzie

$$L = \frac{\rho_m \Delta x}{A} \tag{2.40}$$

Występująca tutaj stała L, nazywana inertancją wyraża oddziaływanie bezwładnościowe ruchu gazu w kanale o przekroju A i długości jednostkowej  $\Delta x$ .

#### 2.2.4 Opory lepkościowe

W urządzeniach termoakustycznych propagacja fali akustycznej zachodzi w kanałach o przekroju A i obwodzie II. Dla każdego kanału niezależnie od kształtu przekroju wyznaczyć można jego promień hydrauliczny  $r_h = \frac{A}{\Pi}$ . Jeżeli spełniony jest warunek  $\delta_{\nu} \ll r_h$  i  $\delta_{\kappa} \ll r_h$  mówimy o przepływie w "dużym kanale", gdzie można wyróżnić wyraźny obszar warstwy przyściennej. Analizując zachowanie gazu w obszarze przyściennym da się określić wpływ lepkości oraz temperatury ściany kanału na przebieg oscylacji akustycznych. W tym celu, zwykle przyjmuje się założenia, że ciśnienie, prędkość, temperaturę i gęstość gazu wyraża się w postaci zespolonej, a lepkość oraz współczynnik przewodzenia ciepła traktuje się jako wartości stałe.

Do określenia wpływu lepkości na profil prędkości gazu w obszarze przyściennym należy skorzystać z równania pędu (2.11), wprowadzając dwa wymiary dla składowych prędkości  $u_1(x, y)$ :

$$i \ \omega \rho_m u_1(x, y) = -\frac{dp_1(x)}{dx} + \mu \frac{\partial^2 u_1(x, y)}{\partial y^2}$$
(2.41)

Rozwiązanie równania (2.41) wymaga przyjęcia warunków brzegowych  $u_1(y=0)=0$ 

oraz skończonej wielkości prędkości dla  $u_1(y = \infty)$ . Wówczas rozwiązanie przyjmuje postać:

$$u_1 = \frac{i}{\omega \rho_m} \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{y}{\delta_\nu}} \right] \frac{dp_1}{dx}$$
(2.42)

Jest to równanie różniczkowe zwyczajne będące funkcją współrzędnej y, przedstawiające wpływ lepkości na prędkość oscylującego gazu oraz przesunięcie fazowe. Uśredniając prędkość w całej objętości uzyskujemy:

$$\langle u_1 \rangle = \frac{i}{\omega \rho_m} \left[ 1 - (1-i) \frac{\delta_\nu}{2r_h} \right] \frac{dp_1}{dx}$$
(2.43)

Przekształcając równanie pędu w sposób analogiczny jak dla bezstratnego rezonatora i wykorzystując uśrednioną objętościowo prędkość, uzyskujemy:

$$\Delta p_1 = -\frac{i\omega\rho_m \frac{\Delta x}{A}}{1 - (1 - i)\frac{\delta_\nu}{2r_h}} U_1 = -ZU_1 = -(i\omega L + R_\nu)U_1$$
(2.44)

W przeciwieństwie do bezstratnego rezonatora, w zależnościach uwzględniających zmiany ciśnienia obok wpływu bezwładności L (2.45) pojawia się człon  $R_{\nu}$  (2.46) wprowadzający straty lepkościowe.

$$L \simeq \frac{\rho_m \Delta x}{A} \tag{2.45}$$

$$R_{\nu} \simeq \frac{\mu \Pi \Delta x}{A^2 \delta_{\nu}} = \frac{\mu S}{A^2 \delta_{\nu}} \tag{2.46}$$

Straty lepkościowe i bezwładnościowe łączą się szeregowo poprzez impedancję:

$$Z = i\omega L + R_{\nu} \tag{2.47}$$

Przy czym wraz ze wzrostem promienia hydraulicznego kanału udział strat lepkościowych maleje w stosunku do bezwładności gazu  $R_{\nu} \ll \omega L$ .

#### 2.2.5 Oscylacje temperatury

Oscylacjom ciśnienia zawsze towarzyszą oscylacje temperatury. Analizując składniki równania wymiany ciepła w płynie (2.28) można wyróżnić trzy składowe wpływające na zmiany temperatury. Są to oscylacje ciśnienia, przewodzenie ciepła przez gaz i zmiany prędkości połączone z gradientem średniej temperatury gazu. W przypadku oscylacji akustycznych (dźwięku) amplituda zmian temperatury jest niska i trudna do zaobserwowania. Dla odmiany, dla oscylacji termoakustycznych to oddziaływanie jest już wyraźne. Przyjmując zerowy gradient temperatury gazu  $\frac{dT_m}{dx} = 0$ , równanie (2.28) przekształcić można do dwuwymiarowej postaci:

$$i \ \omega \rho_m c_p T_1 - i \ \omega p_1 = k \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \tag{2.48}$$

Powyższe założenie i w konsekwencji równanie jest poprawne dla każdego elementu termoakustycznego za wyjątkiem stosu.

Rozwiązaniem równania (2.48) jest funkcja  $T_1(y)$ :

$$T_1 = \frac{1}{\rho_m c_p} \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{y}{\delta_\kappa}} \right] p_1$$
 (2.49)

Warunki brzegowe, konieczne do rozwiązania, przyjęto w sposób analogiczny do strat lepkościowych tj.  $T_1(0) = 0$  oraz skończona, niezerowa wartość temperatury dla  $T_1(\infty)$ . Podobnie jak dla strat lepkościowych, równanie (2.49) można przedstawić jako średnią objętościową:

$$\langle T_1 \rangle = \frac{1}{\rho_m c_p} \left[ 1 - (1-i) \frac{\delta_\kappa}{2r_h} \right] p_1 \tag{2.50}$$

Kontakt gazu z powierzchnią ściany kanału wywołuje przesunięcie fazowe oscylacji temperatury oraz oddziałuje na jej amplitudę. W odległości większej niż  $\delta_{\kappa}$  od ściany kanału gaz zachowuje się adiabatycznie, a fluktuacje temperatury są wyłącznie efektem oscylacji ciśnienia. W celu wyprowadzenia akustycznej postaci równania ciągłości uwzględniającej relaksację termiczną w pierwszym kroku wykorzystujemy równanie (2.50) do przedstawienia uśrednionej objętościowo gęstości gazu:

$$\langle \rho_1 \rangle = -\frac{\rho_m}{T_m} \langle T_1 \rangle + \frac{\rho_m}{p_m} p_1 \tag{2.51}$$

Uśredniając równanie ciągłości (2.22) względem powierzchni przekroju urządzenia uzyskujemy:

$$i \ \omega \langle \rho_1 \rangle + \rho_m \frac{d \langle u_1 \rangle}{dx} = 0$$
 (2.52)

Ciepło właściwe gazu można wyeliminować korzystając z zależności:

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_m}{\rho_m T_m} \tag{2.53}$$

Powyższe wstawienie (2.51) i (2.53) do (2.52) prowadzi do finalnej postaci równania

ciągłości uwzględniającej relaksację termiczną:

$$i \ \omega \left[ 1 + (\gamma - 1)(1 - i)\frac{\delta_{\kappa}}{2r_h} \right] \frac{p_1}{\gamma p_m} + \frac{d\langle u_1 \rangle}{dx} = 0 \tag{2.54}$$

Równanie ciągłości (2.54) można również wyrazić, dla kanału o przekroju A i długości dx:

$$p_1 = -Z\Delta U_1 \tag{2.55}$$

W takiej konfiguracji impedancja akustyczna Z (2.56) łączy równolegle opór termiczny  $R_k$  (2.57) z podatnością (2.38):

$$\frac{1}{Z} = i \ \omega C + \frac{1}{R_k} \tag{2.56}$$

Rezystancja termiczna  $R_k$ :

$$R_k = \frac{2\gamma p_m}{\omega(\gamma - 1)S\delta_\kappa} \tag{2.57}$$

jest odwrotnie proporcjonalna do objętości termicznej warstwy przyściennej  $S\delta_{\kappa}$ . Oznacza to, że dla każdego kanału, dla którego  $Adx \gg S\delta_{\kappa}$  podatność staje się dominującym składnikiem impedancji.

#### 2.2.6 Gradient temperatury

Następnym elementem modelu oscylacji termoakustycznych jest gradient temperatury. Występuje on głównie w najważniejszym komponencie urządzenia termoakustycznego jakim jest stos. W celu łatwiejszego przedstawienia problemu w modelu pominięto lepkość gazu oraz przyjęto występowanie gradientu temperatury  $\frac{dT_m}{dx}$  wyłącznie w kierunku osiowym kanału.

Równanie energii zawierające gradient temperatury przyjmuje postać:

$$\rho_m c_p \left( i \ \omega T_1 + u_1 \frac{dT_m}{dx} \right) - i \ \omega p_1 = k \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \tag{2.58}$$

W celu wyznaczenia z powyższego równania funkcji  $T_1 = T_1(y)$ , należy przyjąć odpowiednie warunki brzegowe. Analogicznie do wcześniejszych rozważań, przyjmujemy, że  $T_1(0) = 0$  oraz że  $T_1(\infty)$  jest skończone i niezerowe. Wówczas:

$$T_1 = \left(\frac{p_1}{\rho_m c_p} - \frac{u_1}{i\omega} \frac{dT_m}{dx}\right) \left(1 - e^{-(1+i)\frac{y}{\delta_\kappa}}\right)$$
(2.59)

Równanie (2.59) składa się z iloczynu dwóch czynników. Pierwszy z nich przedstawia oscylacje temperatury gazu poza obszarem warstwy przyściennej. Można go rozbić na dwa składniki: pierwszy, odpowiadający za zmiany temperatury na skutek oscylacji ciśnienia gazu oraz drugi, wprowadzający efekt ruchu gazu wzdłuż gradientu temperatury  $dT_m/dx$ . Drugi czynnik równania (2.59) przedstawia zmiany temperatury w obszarze przyściennym tzn. dla  $0 < y < \delta_{\kappa}$ .

Dla urządzeń termoakustycznych fali stojącej możliwa jest sytuacja, w której drugi czynnik równania wynosi 1. Wówczas:

$$\frac{p_1}{\rho_m c_p} = \frac{u_1}{i\omega} \frac{dT_m}{dx} \tag{2.60}$$

Jest to stan, w którym oscylacje temperatury wynikające z fluktuacji ciśnienia oraz oscylacje temperatury wynikające z ruchu gazu mają identyczną amplitudę, przy równoczesnym odwróceniu fazy.

Analizując ruch jednostkowej objętości gazu wewnątrz stosu, można zauważyć, że oscylacje jej temperatury, będące skutkiem oscylacji ciśnienia, odpowiadają gradientowi temperatury w stosie  $dT_m/dx$ . Fakt ten można wykorzystać i przekształcić równanie (2.60) tak aby uzyskać zależność przedstawiającą krytyczny gradient temperatury:

$$\nabla T_{crit} = \frac{\omega A|p_1|}{\rho_m c_p |U_1|} \tag{2.61}$$

Krytyczny gradient jest związany z rodzajem zastosowanego gazu, polem przekroju urządzenia i częstotliwością pracy. Poza tym jego wielkość określa typ urządzenia: w przypadku silników  $\nabla T_{crit} < |dT_m/dx|$ , natomiast dla chłodziarek  $\nabla T_{crit} > |dT_m/dx|$ .

#### 2.2.7 Stos

Korzystając z przedstawionych wcześniej wyprowadzeń, można przejść do analizy najbardziej złożonego elementu urządzeń termoakustycznych, czyli stosu. We wcześniejszych analizach pomijano lepkość płynu. W przypadku stosu, ze względu na niewielkie rozmiary kanałów, uwzględnienie oddziaływań lepkościowych płynu staje się niezbędne. Wpływ na pracę stosu ma również jego geometria. Analizując przekrój pojedynczego kanału można wyodrębnić dwa charakterystyczne pola: pole oddziaływań termicznych i pole oddziaływań lepkościowych. W zależności od kształtu przekroju kanału stosunek tych pól, odniesiony do całkowitego pola przekroju kanału zmienia się, co zarazem wpływa na wydajność urządzenia. Podstawowym założeniem przyjętym w budowie modelu matematycznego stosu jest nieskończenie wielka pojemność cieplna materiału, z którego jest on wykonany. Prowadzi to do kolejnego założenia o temperaturze stosu niezależnej od czasu i będącej funkcją wyłącznie współrzędnej x tj.  $T_m = T_m(x)$ .

Rozwiązując równanie pędu (2.11) i przyjmując warunek brzegowy  $u_1 = 0$  na powierzchni styku z ciałem stałym uzyskujemy następujące rozwiązanie:

$$u_1 = \frac{i}{\omega \rho_m} \left[ 1 - h_\nu(y, z) \right] \frac{dp_1}{dx}$$
(2.62)

Równanie (2.62) wprowadza funkcję  $h_{\nu}(y, z)$ , która przedstawia wpływ geometrii kanału na prędkość przepływającego gazu. Całkując obie strony równania względem współrzędnej y oraz z, po powierzchni przekroju kanału A, uzyskujemy strumień objętościowy gazu  $U_1$ , który po przekształceniu ma postać:

$$\frac{dp_1}{dx} = -\frac{i\omega\rho_m}{(1-f_\nu)A}U_1 \tag{2.63}$$

Równanie (2.63) określa gradient ciśnienia wzdłuż długości stosu. Równocześnie jest on też funkcją  $U_1$ , co oznacza, że obecność gradientu ciśnienia jest wynikiem ruchu gazu wewnątrz stosu. Funkcja  $f_{\nu}$  przyjmuje wartości zespolone. Jeżeli jednak  $f_{\nu}$  jest liczbą rzeczywistą (w tym gdy  $f_{\nu} = 0$ ) to gradient ciśnienia wynika wyłącznie z bezwładności gazu z kolei Im $[f_{\nu}] \neq 0$  świadczy o obecności dodatkowego oporu wynikającego z lepkości, który wpływa na gradient ciśnienia oraz oddziaływanie bezwładnościowe. Znane są postaci funkcji  $h_{\nu}$  i  $f_{\nu}$  dla różnych typowych wariantów geometrii.

Dla kanałów o dużym przekroju tzn. takich, gdzie stosunek pola oddziaływań lepkościowych do pola całkowitego jest niewielki, funkcje te mają postać:

$$h_{\nu} = e^{-(1+i)\frac{y}{\delta}}$$

$$f_{\nu} = \frac{(1-i)\delta}{2r_{h}}$$
(2.64)

Początek układu współrzędnych dla takiego kanału przyjmuje się na jego ścianie (y = 0).

Dla stosu płytowego przyjmuje się, że początek układu współrzędnych znajduje się w osi kanału, co oznacza że grubość szczeliny między płytami wynosi  $2y_0 = 2r_h$ . Dla

takiego stosu:

$$h_{\nu} = \frac{\cosh\left[(1+i)\frac{y}{\delta}\right]}{\cosh\left[(1+i)\frac{y_{0}}{\delta}\right]}$$

$$f_{\nu} = \frac{\tanh\left[(1+i)\frac{y_{0}}{\delta}\right]}{(1+i)\frac{y_{0}}{\delta}}$$
(2.65)

W przypadku stosu złożonego z okrągłych równoległych kanałów o promieniu r:

$$h_{\nu} = \frac{J_{0} \left[ (i-1) \frac{r}{\delta} \right]}{J_{0} \left[ (i-1) \frac{2r_{h}}{\delta} \right]}$$

$$f_{\nu} = \frac{2J_{1} \left[ (i-1) \frac{2r_{h}}{\delta} \right]}{J_{0} \left[ (i-1) \frac{2r_{h}}{\delta} \right] (i-1) \frac{2r_{h}}{\delta}}$$
(2.66)

W rozwiązaniu wykorzystano funkcje Bessela pierwszego rodzaju, występujące jako zmienne  $J_0, J_1$ .

Kolejne równania przedstawiają rozwiązanie dla stosu o kanałach prostokątnych. Początek układu współrzędnych dla takiego przypadku umieszcza się w geometrycznym środku kanału, stąd wymiary kanału to  $2y_0 \times 2z_0$ :

$$h_{\nu} = 1 - \frac{16}{\pi^2} \sum_{m,n} \frac{\sin \frac{m\pi y}{2y_0} \sin \frac{n\pi z}{2z_0}}{mnC_{mn}}$$

$$f_{\nu} = 1 - \frac{64}{\pi^4} \sum_{m,n} \frac{1}{m^2 n^2 C_{mn}}$$

$$C_{mn} = 1 - i \frac{\pi^2 \delta^2}{8y_0^2 z_0^2} \left(m^2 z_0^2 + n^2 y_0^2\right)$$
(2.67)

Stos może być także złożony z równoległych prętów ułożonych wzdłuż kierunku propagacji fali akustycznej. Pręty o promieniu rozmieszczone w szyku trójkątnym, tak że odległość między środkami sąsiadujących prętów wynosi  $\frac{r_0\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{3}} \simeq 1,905r_0$ . Tak jak dla kanałów okrągłych, tutaj także w rozwiązaniu wykorzystano funkcje Bessela pierwszego rodzaju  $(J_0, J_1)$  oraz funkcje Bessela drugiego rozdzaju  $(Y_0, Y_1)$  tzw. funkcje Neumanna.

$$h_{\nu} \simeq \frac{Y_{1}(\alpha_{0})J_{0}(\alpha) - J_{1}(\alpha_{0})Y_{0}(\alpha)}{Y_{1}(\alpha_{0})J_{0}(\alpha_{i}) - J_{1}(\alpha_{0})Y_{0}(\alpha_{i})}$$

$$f_{\nu} \simeq -\frac{2\alpha_{i}\left[Y_{1}(\alpha_{0})J_{1}(\alpha_{i}) - J_{1}(\alpha_{0})Y_{1}(\alpha_{i})\right]}{(\alpha_{0}^{2} - \alpha_{i}^{2})\left[Y_{1}(\alpha_{0})J_{0}(\alpha_{i}) - J_{1}(\alpha_{0})Y_{0}(\alpha_{i})\right]}$$

$$\alpha = \frac{(i-1)r}{\delta}$$
(2.68)

Przedstawione powyżej funkcje  $h_{\nu}$  i  $f_{\nu}$  można wykorzystać podczas przekształcania równania różniczkowego energii (2.28). W ten sposób możliwe jest uchwycenie wpływu cech geometrycznych urządzenia na funkcję temperatury  $T_1$ :

$$T_1 = \frac{1}{\rho_m c_p} \left(1 - h_\kappa\right) p_1 - \frac{1}{i\omega A} \frac{dT_m}{dx} \frac{(1 - h_\kappa) - Pr\left(1 - h_\nu\right)}{(1 - f_\nu)\left(1 - Pr\right)} U_1$$
(2.69)

Tak jak we wcześniejszych rozważaniach, możliwe jest również wyrażenie funkcji  $T_1$  w postaci średniej objętościowej:

$$\langle T_1 \rangle = \frac{1}{\rho_m c_p} \left( 1 - f_\kappa \right) p_1 - \frac{1}{i\omega A} \frac{dT_m}{dx} \frac{(1 - f_\kappa) - Pr\left(1 - f_\nu\right)}{(1 - f_\nu)\left(1 - Pr\right)} U_1$$
(2.70)

Korzystając z uśrednionej funkcji  $\langle T_1 \rangle$  oraz wprowadzając pochodną  $\rho_m$  w kierunku x, możliwe jest wyprowadzenie równania ciągłości dla stosu:

$$dU_1 = -\frac{i\omega Adx}{\gamma p_m} \left[1 + (\gamma - 1) f_\kappa\right] p_1 + \frac{(f_\kappa - f_\nu)}{(1 - f_\nu)(1 - Pr)} \frac{dT_m}{T_m} U_1$$
(2.71)

Równanie to nazywa się kompletnym termoakustycznym przybliżeniem równania ciągłości. Pokazuje ono, że gradient  $U_1$  jest efektem oddziaływania ciśnienia  $p_1$  oraz prędkości, wzdłuż gradientu temperatury  $T_m$ .

Równanie może opisywać najróżniejsze przypadki pracy urządzenia. Dwa charakterystyczne punkty pracy to te, gdy  $f_{\kappa} = 0$  i  $f_{\kappa} = 1$ . Gdy  $f_{\kappa} = 0$  mamy do czynienia z sytuacją, gdy nie występuje kontakt termiczny między gazem i ciałem stałym, czyli gdy oscylacje gęstości gazu zachodzą w sposób adiabatyczny. W tej sytuacji człon  $dU_1 = 0$  gdyż temperatura gazu nie ulega zmianie wraz ze współrzędną x, co oznacza, że strumień objętościowy  $U_1$  jest stały.

Drugim skrajnym przypadkiem jest sytuacja, gdy  $f_{\kappa} = 1$ . Wtedy kontakt między ciałem stałym a gazem jest idealny. Lokalna temperatura gazu jest identyczna jak temperatura ciała stałego. Występuje wzrost strumienia objętościowego  $U_1$  wynikający ze wzrostu objętości właściwej gazu wraz z temperaturą.

Równania (2.63) i (2.71) tworzą podstawowy układ równań, pozwalających na numeryczne symulacje pracy stosu urządzeń termoakustycznych. Układ ten uwzględnia wpływ cech geometrycznych, gradientu temperatury oraz właściwości zastosowanego gazu. Łącząc razem równania (2.63) i (2.71) uzyskujemy równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$[1 + (\gamma - 1) f_{\kappa}] p_1 + \frac{\gamma p_m}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left( \frac{1 - f_{\nu}}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) - \frac{a^2}{\omega^2} \frac{f_{\kappa} - f_{\nu}}{1 - Pr} \frac{1}{T_m} \frac{dT_m}{dx} \frac{dp_1}{dx} = 0 \qquad (2.72)$$

Równanie to nazywane jest równaniem Rotta. W tym miejscu zauważyć nalezy, że jest to równanie, które doprowadziło do przełomu w badaniach nad termoakustyką i stanowi podwaliny wszystkich dalszych prac badawczych prowadzonych nad tym zagadnieniem.

### 2.3 Moc i efektywność urządzeń termoakustycznych

#### 2.3.1 Moc akustyczna

Moc fal akustycznych najczęściej wyrażana jest poprzez natężenie dźwięku, które wyraża związek ciśnienia  $p_1$  i strumienia objętościowego  $U_1$ , uśredniony w czasie i odniesiony do jednostki powierzchni. W przypadku termoakustyki wygodnie jest wyrazić moc jako całkę z natężenia dźwięku po powierzchni przekroju urządzenia:

$$\dot{E}_{2}(x) = \frac{\omega}{2\pi} \oint \operatorname{Re}\left[p_{1}(x)e^{i\omega t}\right] \operatorname{Re}\left[U_{1}(x)e^{i\omega t}\right] dt$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left[p_{1}\tilde{U}_{1}\right] = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left[\tilde{p}_{1}U_{1}\right]$$

$$= \frac{1}{2}|p_{1}||U_{1}|\cos\left(\phi_{pU}\right)$$

$$(2.73)$$

Powyższe równanie wyraża moc akustyczną, uśrednioną w czasie, przepływającą w kierunku osi urządzenia (zmiennej x). Jest to równanie drugiego rzędu (indeks 2), będące iloczynem dwóch funkcji pierwszego rzędu. Ponadto, równanie to wprowadza kąt  $\phi_{pU}$ wyrażający przesunięcie fazowe między ciśnieniem i prędkością. Warto zwrócić uwagę, że kąt fazowy ma niebagatelne znaczenie dla mocy urządzenia. Maksymalna moc uzyskiwana jest dla kąta  $\phi_{pU} = 0^{\circ}$ , podczas gdy moc spada do zera dla  $\phi_{pU} = 90^{\circ}$ . W pozostałych przypadkach uzyskana moc mieści się w zakresie od 0 do wartości maksymalnej, a kierunek przepływu mocy jest zależny od przyjętego zwrotu osi xukładu współrzędnych. W typowych urządzeniach fali stojącej kąt fazowy mieści się w zakresie  $85^{\circ} - 95^{\circ}$ . Podczas występowania fali akustycznej wewnątrz kanału o stałym przekroju, moc akustyczna zmienia się  $(d\dot{E}_2/dx \neq 0)$  ze względu na interakcję fali
z powierzchnią ścian, co wyraża równanie:

$$\frac{d\dot{E}_2}{dx} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\tilde{U}_1 \frac{dp_1}{dx} + \tilde{p}_1 \frac{dU_1}{dx}\right]$$
(2.74)

Aby uzyskać występujące w równaniu gradienty  $dp_1/dx$  i  $dU_1/dx$ , konieczne jest przekształcenie równania pędu (2.63) i równania ciągłości (2.71), dzięki czemu uzyskujemy:

$$dp_{1} = -(i \ \omega l dx + r_{\nu} dx) U_{1}$$

$$l = \frac{\rho_{m}}{A} \frac{1 - \operatorname{Re}[f_{\nu}]}{|1 - f_{\nu}|^{2}}$$

$$r_{\nu} = \frac{\omega \rho_{m}}{A} \frac{\operatorname{Im}[-f_{\nu}]}{|1 - f_{\nu}|^{2}}$$
(2.75)

oraz:

$$dU_{1} = -\left(i \ \omega c dx + \frac{1}{r_{\kappa}} dx\right) p_{1} + g dx U_{1}$$

$$c = \frac{A}{\gamma \rho_{m}} \left(1 + [\gamma - 1] \operatorname{Re} [f_{\kappa}]\right)$$

$$r_{\kappa} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\omega A \operatorname{Im} [-f_{\kappa}]}{\rho_{m}}$$
(2.76)

Po podstawieniu (2.75) i (2.76) do (2.74) uzyskujemy:

$$\frac{dE_2}{dx} = -\frac{r_{\nu}}{2}|U_1|^2 - \frac{1}{2r_{\kappa}}|p_1|^2 + \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left[g\tilde{p_1}U_1\right]$$
(2.77)

Równanie to pokazuje, że bezpośredni wpływ na zmianę mocy akustycznej mają wyłącznie: ciśnienie, strumień objętościowy i rezystancja akustyczna. Podatność i induktancja wpływają na moc pośrednio, ze względu na ich związek z  $p_1(x)$ ,  $U_1(x)$ i  $\operatorname{Re}[g\tilde{p_1}U_1]$ .

Dwa pierwsze składniki powyższej sumy są zawsze ujemne. Pierwszy z nich obrazuje rozpraszanie dźwięku na skutek lepkości gazu, drugi zaś rozpraszanie na skutek relaksacji termicznej. Trzeci składnik odpowiada za wpływ termoakustyki na zmianę mocy i w zależności od przypadku, może być ujemny bądź dodatni.

W sytuacji gdy temperatura ścian kanału jest stała tzn. gdy  $dT_m/dx=0,$ równanie (2.77) upraszcza się do postaci:

$$\frac{d\dot{E}_2}{dx} = -\frac{r_\nu}{2}|U_1|^2 - \frac{1}{2r_\kappa}|p_1|^2 \tag{2.78}$$

Jak widać, w takim przypadku człon termoakustyczny znika, a pozostałe człony  $|U_1|^2$ i  $|p_1|^2$  reprezentują wpływ niezależnych od siebie zjawisk.

Sytuacja staje się odmienna, gdy rozpatrujemy przypadek, w którym pomijamy lepkość gazu, ale przy niezerowym gradiencie temperatury  $(dT_m/dx \neq 0)$ . W takim wariancie równanie (2.77) zachowuje wszystkie trzy człony. Przekształcając jednak trzeci składnik sumy, możliwe jest powiązanie zmiany mocy akustycznej z krytycznym gradientem temperatury  $\nabla T_{crit}$  (2.61). W efekcie wyrazić go można jako:

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[g\tilde{p}_{1}U_{1}\right] = \frac{1}{2} \frac{1}{T_{m}} \frac{dT_{m}}{dx} \operatorname{Re}\left[\tilde{p}_{1}U_{1}\right] \operatorname{Re}\left[f_{\kappa}\right] + \frac{1}{2} \frac{1}{T_{m}} \frac{dT_{m}}{dx} \operatorname{Im}\left[\tilde{p}_{1}U_{1}\right] \operatorname{Im}\left[-f_{\kappa}\right] \\
= \frac{1}{T_{m}} \frac{dT_{m}}{dx} \dot{E}_{2} \operatorname{Re}\left[f_{\kappa}\right] + \frac{1}{2} \frac{1}{T_{m}} \frac{dT_{m}}{dx} \operatorname{Im}\left[\tilde{p}_{1}U_{1}\right] \operatorname{Im}\left[-f_{\kappa}\right]$$
(2.79)

Powyższe równanie jest sumą dwóch składników. Pierwszy z nich jest funkcją  $\operatorname{Re}[f_{\kappa}]$ i ma decydujący wpływ na moc urządzeń fali biegnącej (ze względu na dużą wartość iloczynu  $\operatorname{Re}[\tilde{p_1}U_1]$ ). Dla urządzeń fali stojącej ważniejszy jest człon drugi, w którym dużą wartość osiąga część urojona iloczynu ciśnienia i strumienia objętościowego  $\operatorname{Im}[p_1U_1]$ . Przebieg części rzeczywistej i urojonej  $f_{\kappa}$  w funkcji  $r_h/\delta_{\kappa}$  przedstawiono na wykresie 2.1, dla trzech najbardziej typowych wariantów geometrycznych stosu.



Rysunek 2.1: Rozkłady  ${\rm Re}[f_\kappa]$ i <br/>  ${\rm Im}[-f_\kappa]$ w funkcji  $r_h/\delta_\kappa$ 

Analiza wykresów pozwala zauważyć, że dla stosu płytowego i prętowego część urojona funkcji  $f_{\kappa}$  ma ekstremum lokalne, przy czym dla stosu płytowego ma ono wartość Im $[-f_{\kappa}] \approx 0,4$  dla  $r_h/\delta_{\kappa} \approx 1$ , zaś dla prętowego: Im $[-f_{\kappa}] \approx 0,5$  dla  $r_h/\delta_{\kappa} \approx 2,5$ . W przypadku części rzeczywistej, niezależnie od rodzaju stosu, największe wartości Re $[f_{\kappa}]$  dążą do 1 dla  $r_h/\delta_{\kappa} < 1$ . Z tego wynika, że dla takiej samej konfiguracji geometrycznej, moc urządzenia fali biegnącej będzie zawsze większa niż dla urządzenia działającego w oparciu o falę stojącą.

Z tych samych wykresów wynika, że w przypadku urządzeń fali stojącej, dobór kształtu stosu i stosunku  $r_h/\delta_{\kappa}$  ma decydujący wpływ na wartość uzyskiwanej przez urządzenie mocy. Podstawiając rozwinięcie członu termoakustycznego (2.79) do równania mocy akustycznej (2.77) uzyskamy:

$$\frac{d\dot{E}_2}{dx} = -\frac{1}{2}|p_1|^2 \frac{(\gamma - 1)\,\omega A \text{Im}\left[-f_\kappa\right]}{\gamma p_m} + \frac{1}{2}\text{Im}\left[\tilde{p_1}U_1\right]\frac{1}{T_m}\frac{dT_m}{dx}\text{Im}\left[-f_\kappa\right]$$
(2.80)

Możliwe jest dalsze przekształcenie równania (2.80), wykorzystując równania (2.61) i (2.53) oraz zakładając, że kąt fazowy między  $U_1$  i  $p_1$  wynosi 90°.

W ten sposób uzyskujemy ostateczną postać równania mocy akustycznej dla urządzeń fali stojącej:

$$\frac{d\dot{E}_2}{dx} = -\frac{1}{2}|p_1|^2\omega A\frac{\gamma-1}{\gamma p_m} \operatorname{Im}\left[-f_\kappa\right] \left(\frac{dT_m}{dx\nabla T_{crit}} - 1\right)$$
(2.81)

W przypadku, gdy  $dT_m/dx = \nabla T_{crit}$  nie występuje zmiana mocy akustycznej, moc nie jest generowana i równocześnie nie jest też tracona. Jeśli natomiast  $dT_m/dx > \nabla T_{crit}$ , gradient temperatury w gazie jest mniejszy niż gradient w ciele stałym. W efekcie temperatura gazu podczas oscylacji, różni się od temperatury ciała stałego, co skutkuje wymianą ciepła i intensyfikacją oscylacji akustycznych. Ostatnim przypadkiem jest  $dT_m/dx < \nabla T_{crit}$ , kiedy to wymiana ciepła również zachodzi, ale towarzyszy jej rozpraszanie mocy akustycznej.

#### 2.3.2 Analiza entalpowa stosu

Całkowita moc urządzenia termoakustycznego wynika z jego bilansu energetycznego. Problemem bilansowania urządzeń jest kwestią przyjęcia odpowiedniej osłony bilansowej. Dobrym przykładem jest tutaj chłodziarka fali stojącej (Rys. 2.2). Przyjmując osłonę bilansową obejmująca fragment stosu wraz z wymiennikiem po stronie gorącej oraz głośnik (Rys. 2.2, a), bilans przyjmie postać moc głośnika = ciepło odprowa $dzone + moc \ całkowita$ . Można również przyjąć osłonę obejmującą fragment stosu, pozbawiony wymienników (Rys. 2.2, b). Wtedy bilans upraszcza się do stałej mocy całkowitej wprowadzanej i wyprowadzanej z osłony bilansowej. Równocześnie wcześniejsze rozważania wykazały, że w stosie występuje zmiana mocy akustycznej wraz z długością  $d\dot{E}/dx \neq 0$  (Rys. 2.2, c). Oznacza to, że moc akustyczna nie jest jedynym składnikiem strumienia mocy przepływającego przez stos. Propozycję równania opisującego powyższy problem wprowadził Rott:

$$\dot{H}_2 = \sum_{j=0}^2 \int \left[ \overline{\rho h u} - \overline{k} \frac{dT}{dx} - (\overline{u}\overline{\sigma})_x \right]_j dA \qquad (2.82)$$



Rysunek 2.2: Osłony bilansowe dla chłodziarki fali stojącej [16]

Powyższe równanie drugiego rzędu przedstawia uśredniony w czasie strumień mocy, całkowany po polu przekroju stosu urządzenia i przepływający w kierunku x. Równanie jest drugiego rzędu gdyż, rząd zerowy nie istnieje ze względu na brak stałej składowej prędkości w stosie  $u_m = 0$ , a rząd pierwszy nie występuje ponieważ uśred-

nienie w czasie oscylacji sprowadza się do zera. Strumień mocy składa się z trzech komponentów. Pierwszy przedstawia strumień entalpii

$$\int \left(\overline{\rho h u}\right)_2 dA = \frac{1}{2} \rho_m \int \operatorname{Re}\left[h_1 \tilde{U}_1\right] dA,$$

drugi przewodzenie ciepła przez gaz oraz ciało stałe

$$\int \left(\frac{\overline{kdT}}{dx}\right)_0 dA = \left(Ak + A_{solid}k_{solid}\right) \frac{dT_m}{dx}$$
(2.83)

zaś trzeci straty tarcia wynikające z lepkości płynu i w odniesieniu do pozostałych jest pomijalnie mały. Zatem finalna postać równania

$$\dot{H}_2(x) = \frac{1}{2}\rho_m \int \operatorname{Re}\left[h_1\tilde{U}_1\right] dA - \left(Ak + A_{solid}k_{solid}\right)\frac{dT_m}{dx}$$
(2.84)

składa się z dwóch członów odpowiadających dwóm kierunkom strumieni mocy w stosie urządzenia.

Dla urządzeń fali stojącej możliwe jest przekształcenie równania (2.84), w sposób analogiczny jak w przypadku mocy akustycznej. Dzięki temu otrzymuje się funkcję zależną od temperatury krytycznej urządzenia:

$$\dot{H}_2 \simeq \frac{1}{2} |p_1| |U_1| \operatorname{Im} \left[ -f_{\kappa} \right] \left( \frac{\frac{dT_m}{dx}}{\nabla T_{crit}} - 1 \right) - \left( Ak + A_{solid} k_{solid} \right) \frac{dT_m}{dx}$$
(2.85)

Równanie (2.85) składa się z dwóch składników. Pierwszy reprezentuje akustyczny strumień mocy, zależny od temperatury krytycznej, a drugi składową wynikającą z przewodzenia. Jeżeli temperatura krytyczna jest równa gradientowi  $dT_m/dx$ , to człon akustyczny wynosi zero. W przypadku, gdy temperatura krytyczna jest niższa od gradientu  $\nabla T_{crit} < dT_m/dx$  następuje wzrost strumienia mocy, natomiast gdy  $\nabla T_{crit} > dT_m/dx$  strumień mocy spada. Składowa stała przewodzenia występuje zawsze, jeśli tylko  $dT_m/dx \neq 0$ .

#### 2.3.3 Sprawność chłodziarek termoakustycznych

Rolą chłodziarek jest odebranie ciepła  $Q_c$  od chłodzonej przestrzeni a następnie oddanie ciepła  $Q_h$  np. do otoczenia. Wymiana ciepła zachodzi dzięki osiągnięciu przez jeden z wymienników chłodziarki temperatury  $T_c$  niższej od temperatury chłodzonego obszaru i przetransferowaniu odebranego ciepła do wymiennika o temperaturze  $T_h$  wyższej od otoczenia.

Bilans energetyczny chłodziarki można zapisać jako:

$$Q_h = Q_c + W \tag{2.86}$$

gdzie W oznacza moc doprowadzoną do chłodziarki. Można również zapisać bilans entropii dla urządzenia:

$$S = \frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_h}{T_h} + S_i \tag{2.87}$$

gdzie  $S_i$  to nieodwracalny przyrost entropii w urządzeniu. W związku z tym, że  $S_i \ge 0$ :

$$\frac{Q_c}{T_c} \le \frac{Q_h}{T_h} \tag{2.88}$$

sprawność urządzeń chłodniczych wyraża się poprzez *COP* (*Coefficient of Performance*):

$$COP = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c},\tag{2.89}$$

który wyraża strumień odebranego ciepła odniesiony do mocy doprowadzonej do urządzenia.

Do oceny efektywności pracy chłodziarki często korzysta się również ze wskaźnika *COPC (Carnot Coefficient of Performance)*, wynikającego z bilansu entropii urządzenia (2.87) i (2.88):

$$COPC = \frac{T_c}{T_h - T_c} \tag{2.90}$$

Efektywność można również wyrazić jako sprawność *COP* odniesioną do sprawności Carnota *COPR* (*Coefficient of Performance Relative to Carnot*):

$$COPR = \frac{COP}{COPC} \tag{2.91}$$

co pokazuje rzeczywistą niedoskonałość urządzenia.

#### 2.3.4 Sprawność silników termoakustycznych

Silnik termoakustyczny dzięki doprowadzaniu ciepła  $Q_h$  po stronie gorącej przy temperaturze  $T_h$  oraz odprowadzaniu ciepła  $Q_c$  po stronie zimnej o temperaturze  $T_c$  jest w stanie produkować użyteczną moc akustyczną W. Bilans energetyczny silnika można zatem zapisać jako:

$$Q_h = Q_c + W \tag{2.92}$$

gdzie W oznacza moc akustyczną uzyskiwaną w silniku.

W konsekwencji sprawność silnika można wyrazić równaniem:

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} \tag{2.93}$$

które wyraża uzyskiwaną moc akustyczną odniesioną do mocy cieplnej doprowadzanej do urządzenia.

W silniku termoakustycznym kierunek przepływu ciepła jest odwrotny niż w chłodziarce, co powoduje, że równanie (2.88) zmienia postać na:

$$\frac{Q_c}{T_c} \ge \frac{Q_h}{T_h},\tag{2.94}$$

co umożliwia wyrażenie sprawności Carnota jako:

$$\eta \le 1 - \frac{T_c}{T_h} \tag{2.95}$$

Powyższe równanie określa maksymalną sprawność jaką jest w stanie uzyskać silnik.

# Rozdział 3

## Przegląd literatury

W ostatnich latach prowadzono intensywne badania nad rozwojem urządzeń termoakustycznych. Zagadnienie analizowano na wielu płaszczyznach. Jednym z kierunków były badania analityczne, w których rozwiązywano równania opisujące zachowanie gazu w stosie. Badano relację między parametrami gazu a cechami geometrycznymi urządzenia, prowadzono wielokryterialne analizy mające na celu określenie optymalnego położenia stosu i jego geometrii a także symulowano pracę układów złożonych z wielu urządzeń termoakustycznych. Podejmowano również próbę wykorzystania "inteligentnych" algorytmów do usprawnienia rozwiązywania zagadnień. Następnym kierunkiem badań są badania eksperymentalne, w ramach których przygotowano wiele stanowisk badawczych umożliwiających weryfikację poprawności rozwiązań analitycznych. Ostatnią grupą są analizy CFD pozwalające na symulowanie zagadnień wykraczających poza możliwości rozwiązań analitycznych. CFD umożliwia ponadto wizualizację procesów zachodzących wewnątrz stosu, które na drodze eksperymentu są trudne do obserwacji. Badania eksperymentalne są często łączone z analizami CFD ze względu na możliwość walidacji rozwiązania numerycznego.

W poniższym przeglądzie literatury przedstawiono aktualny stan wiedzy na temat termoakustyki przy czym raczej nie brano pod uwagę prac opublikowanych przed 2010 r. Literaturę podzielono na 3 wymienione wcześniej kategorie, w ramach których opisano najciekawsze zagadnienia badawcze poruszane w ostatnich latach.

### 3.1 Modele analityczne

Rozwiązania analityczne zagadnień opisanych równaniami różniczkowymi są często przedmiotem zainteresowania badaczy głównie pod kątem możliwości ich wykorzystania do walidacji opracowywanych modeli numerycznych oraz rozwiązywania zadań optymalizacji. Ponieważ zamknięta postać rozwiązania analitycznego jest zwykle niewymagająca jeśli chodzi o czas obliczeń, jest ona często wykorzystywana do rozwiązywania zadań optymalizacji. W pracy [17] przedstawiono wielokryterialną optymalizację konstrukcji chłodziarki termoakustycznej, opartą na analitycznym rozwiązaniu równań opisujących zachowanie gazu wewnątrz stosu. Przedstawiono 19 kluczowych parametrów wpływających na pracę urządzenia. Podzielono je na 4 kategorie, takie jak wymagania projektowe, własności materiałowe gazu i ciała stałego oraz cechy geometryczne, a także omówiono sposób normalizacji parametrów redukujący ilość zmiennych z 19 do 10. Kluczowym elementem normalizacji było wprowadzenie krytycznej długości stosu zamiast krytycznego gradientu temperatury. Wyznaczono zmianę COPR w funkcji znormalizowanej długości stosu i dla różnych położeń stosu, gradientu temperatury oraz kilku rodzajów gazu. Herman i Travnicek [18] przedstawili natomiast multikryterialną optymalizację konstrukcji chłodziarki termoakustycznej, w której wykorzystano metodę optymalizacji wprowadzoną w [17]. Przeprowadzono optymalizację dla kryterium maksymalizacji COP oraz dla maksymalizacji strumienia odbieranego ciepła. Optymalizując stos chłodziarki stwierdzono, że stos sam w sobie (przy założeniu braku strat w pozostałych elementach) może uzyskać COP zbliżony do komercyjnie stosowanych chłodziarek. Największy COP uzyskano dla mieszanki 62% helu i 38% xenonu, co jest skutkiem bardzo niskiej liczby Prandtla równej 0,18 dla takiej mieszaniny. Zauważono także, że wraz ze wzrostem liczby Prandtla spada COP urządzenia. Największy strumień odbieranego ciepła uzyskano przy zastosowaniu czystego helu, co wynika z wysokiej prędkości dźwięku  $\approx 1054, 4 \text{ m/s}$ . Ze wzrostem prędkości dźwięku gazu wzrasta strumień odbieranego ciepła. Wykazano, że zastosowanie powietrza jako gazu roboczego uniemożliwia uzyskanie wysokiego COP oraz dużego odbieranego strumień ciepła.

Badania zaprezentowane w [19] prowadzono w celu określeniem współczynnika wnikania ciepła podczas przepływu gazu między płytami stosu. Obliczenia prowadzono dla helu o średnim ciśnieniu 10 kPa i temperaturze 300 K przy częstotliwości 100 Hz. W pracy przebadano szeroki zakres stosunku  $0, 5 < y_0/\delta_{\kappa} < 3, 5$ , gdzie  $y_0$  to połowa wysokości kanału stosu, a  $\delta_{\kappa}$  to głębokość penetracji termicznej. Korzystając z modeli *Time-Average Steady-Flow Equivalent* (TASFE) oraz *Root Mean Square Reynolds*  Number (RMS-Re) wyznaczono oscylacyjny współczynnik wnikania ciepła dla przepływu wzdłuż płaskiej płyty, do czego użyto korelacji dla jednostajnego laminarnego przepływu wzdłuż płaskiej płyty. Uzyskane wyniki porównano z wynikami eksperymentu przedstawionego w literaturze. W badaniach Elaziz i in. [20] określali możliwość przewidywania wartości współczynnika wnikania ciepła przy pomocy algorytmów z rodziny Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS). W pracy wykorzystano dane eksperymentalne przedstawione w [21]. Wyniki uzyskane za pomocą algorytmów ANFIS, ANFIS-CSA (Crow Search Algorithm), ANFIS-GA (Genetic Algorithm) porównano między sobą. Wykazano największą skuteczność algorytmu ANFIS-CSA w wyznaczaniu współczynnika wnikania ciepła.

Tartibu i in. [22] opisali optymalizacje geometrii stosu chłodziarki termoakustycznej. Przeprowadzono optymalizację wielokryterialną algorytmem leksykograficznym. Wykorzystano w tym przypadku środowisko optymalizacyjne GAMS (General Algebraic Modeling System). Jako zmienne przyjęto długość i położenie stosu, rozstaw płytek stosu oraz jego porowatość. Optymalizację przeprowadzono z wykorzystaniem trzech kryteriów: maksymalizacja COP, maksymalizacja strumienia odbieranego ciepła oraz minimalizacja strat akustycznych. Peng i in. [23] przedstawili z kolei, optymalizacje stosu chłodziarki termoakustycznej przy użyciu algorytmu genetycznego. Zadanie optymalizacyjne rozwiązywano w dwóch wariantach. W pierwszym optymalizowano ze względu na 4 wartości zmienne decyzyjne: położenie, długość i porowatość stosu oraz odległość pomiędzy kolejnymi płytkami stosu. W drugim wariancie uwzględniono dodatkową niewiadomą w postaci częstotliwości pracy. Dla każdego zestawu zmiennych przeprowadzono trzy warianty optymalizacji. Dwie optymalizacje jednokryterialne, maksymalizacja COP oraz maksymalizacja mocy chłodzącej  $(Q_c)$ a także jedną dwukryterialną maksymalizując<br/>ąCOPi $Q_c$ równocześnie. Stwierdzono zbieżność rozwiązań uzyskanych w poszczególnych wariantach.

W serii artykułów, Rahman i Zhang analizowali możliwość wykorzystania sieci neuronowych oraz nowoczesnych algorytmów optymalizacyjnych w projektowaniu urządzeń termoakustycznych. Praca [24] przedstawia wykorzystanie sieci neuronowych do wyznaczania strumienia mocy chłodzącej. Jako zestaw danych uczący sieci, wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych opisanych w [25]. Przy zastosowaniu 10 neuronów, wyznaczono prognozowane wartości strumienia ciepła różniące się średnio o 0,15% od danych wejściowych. W pracy [26] analizowano możliwość wykorzystania sieci neuronowych do przewidywania współczynnika wnikania ciepła dla wymienników ciepła urządzeń termoakustycznych. Sieć uczono korzystając z danych eksperymentalnych przedstawionych w [21]. Korzystając z konfiguracji sieci 2-10-1 uzyskano średni błąd wyznaczania współczynnika wnikania ciepła na poziomie 3,2%. Sieć neuronową wykorzystano również w pracy [27], gdzie badano możliwość przewidywania parametrów akustycznych fali w silniku fali stojącej. Jako dane wejściowe dla sieci wykorzystano prace [28]. Wyniki porównano również z rozwiązaniem analitycznym uzyskanym przy pomocy programu DeltaEC. Uzyskano wysoką zgodność dla częstotliwości oscylacji, jak i dla ciśnienia akustycznego. W artykule [29], przedstawiono z kolei zastosowanie metody Particle Swarm Optimization (PSO) do optymalizacji chłodziarki termoakustycznej. Zdefiniowano funkcję celu, przyjmując jako kryterium optymalizacji COP w funkcji długości, położenia i prześwitu stosu oraz Drive Ratio (DR - stosunek amplitudy ciśnienia do średniego ciśnienia w urządzeniu). Jako gaz roboczy przyjęto hel o średnim ciśnieniu 10 bar, średniej temperaturze 250 K oraz częstotliwości 400 Hz. Najwyższa uzyskana wartość COP to 1,96 przy  $Q_c = 1,32$  W. Artykuł [30] przedstawia wykorzystanie algorytmu Fruit Fly Optimization Algorithm (FFOA) do wielokryterialnej optymalizacji chłodziarki termoakustycznej. Przyjętymi kryteriami optymalizacji była równoczesna maksymalizacja COP oraz  $Q_c$ . Za parametry zmienne przyjęto długość, położenie i porowatość stosu oraz DR. Jako optymalne rozwiązanie uzyskano COP = 1,02 przy  $Q_c = 16,85$  W. W pracy [31] analizowano możliwość wykorzystania sieci neuronowej do przewidywania sprawności chłodziarki fali stojącej. Stwierdzono, że największą wagę w wyznaczaniu sprawności ma częstotliwość, następnie położenie stosu, długość stosu i jego porowatość. Największą zgodność przewidywania częstotliwości uzyskano dla sieci o 10 warstwach neuronów.

Tang i in. w artykułach [32] i [33] poruszyli kwestię wpływu zjawiska Gedeon Streaming, czyli lokalnej pochodnej strumienia masy, na urządzenia termoakustyczne fali biegnącej. Wykazano, że wartość pochodnej (streaming) na poziomie 0,3% pochodnej unoszenia może powodować spadek sprawności o 17%. Obliczono, że w przypadku silnika fali biegnącej pracującego przy źródle ciepła o temperaturze 180°C możliwe jest osiągnięcie sprawności cieplnej na poziomie 12,6% i sprawności obiegu Carnota rzędu 35,7%. Wykazano, że dla silnika, streaming <1% może powodować spadek sprawności nawet o 20%. Wnioskiem z badań jest zwrócenie uwagi na konieczność ograniczenia zjawiska streamingu na etapie projektowania urządzeń fali stojącej.

Hao i in. [34] analizowali możliwość wystąpienia zjawiska termoakustycznego w ciele stałym. Przyjęto model składający się z pręta o okrągłym przekroju zwiniętego w kształt pętli (analogia do silników fali biegnącej). Fragment pręta poddany został gradientowi temperatury, a w wybranym punkcie utwierdzony w celu wprowadzenia węzła przemieszczeń. Badania wykazały, że istnieją podstawy teoretyczne do zaistnienia oscylacji termoakustycznych wewnątrz ciała stałego. Wykazano również wyższą efektywność rozwiązania z falą biegnącą niż z falą stojącą. Napolitano i in. [35] przeprowadzili optymalizację wydajności stosu silnika fali biegnącej. Badano możliwość modelowania stosu *tortuous pore*, przy wykorzystaniu modelu *Johnson-Champoux-Allard*. Optymalizowano długość stosu w celu osiągnięcia maksymalnej wydajności. Testowano także wrażliwość modelu urządzenia na zmiany promienia hydraulicznego kanałów oraz zmiany materiału stosu. W pracy [36] analizowano silnik termoakustyczny fali biegnącej korzystający z gazu roboczego w postaci mieszaniny gazu inertnego i aktywnego składnika. Składnik aktywny to gaz, który w warunkach pracy chłodziarki może przechodzić przemianę fazową. Wykazano, że występowanie przemian fazowych umożliwia znaczące obniżenia gradientu temperatury wzdłuż stosu urządzenia (< 50 K). Dzięki temu silnik może korzystać ze źródła ciepła o niskiej temperaturze. Wykazano możliwość osiągnięcia sprawności Carnota przekraczającej 40%.

Popularnym narzędziem, wykorzystywanym w obliczeniach analitycznych urządzeń termoakustycznych, jest program DeltaEC. Jest to uniwersalne środowisko umożliwiające symulowanie urządzeń zarówno fali stojącej, jak i biegnącej. Kruse i in. [37] badali jednostopniowy silnik termoakustyczny fali biegnącej. Sprawdzono możliwość wykorzystania silnika do odzysku energii ze źródła o niskiej temperaturze. Wykazano możliwość osiągnięcia sprawności obiegu Carnota na poziomie 50% przy źródle ciepła o temperaturze 150°C. Stwierdzono także możliwość pracy silnika przy źródle o temperaturze na poziomie 100°C. Obieg silnika termoakustycznego fali biegnącej rozbudowanego o alternator i bypass analizowano w artykule [38]. Przyjęto gorące źródło ciepła o temperaturze 624°C i zimne o temperaturze 28°C. Jako gaz roboczy wybrano azot o ciśnieniu 10 bar. Dla częstotliwości 76,5 Hz uzyskano sprawność cieplną na poziomie 21,5% i sprawność obiegu Carnota 32,4%. Przy mocy doprowadzanej do silnika 1000 W odzyskano 237 W wewnątrz alternatora, co pozwoliło uzyskać moc elektryczną 166 W. Przekłada się to na sprawność alternatora 70% i całkowitą sprawność produkcji energii elektrycznej 15%. Program DeltaEC umożliwia również tworzenie układów wielostopniowych. Układ dwustopniowego silnika termoakustycznego fali biegnącej pracujący przy temperaturze gorącego końca 850 K i zimnego 300 K i wykorzystujący hel o ciśnieniu 2,5 MPa analizowano w [39]. Czestotliwość pracy wynosiła 153 Hz, a silnik uzyskał 1868 W mocy akustycznej przy 4644 W doprowadzanej mocy cieplnej. Odpowiada to sprawności cieplnej 40,2% i sprawności obiegu Carnota 62,2%. W pracy [40] badano konstrukcję trójstopniowego silnika pracującego przy częstotliwości 300 Hz. Między poszczególnymi stopniami, umieszczono membrany z dodatkowym sztywnym elementem wprowadzającym dodatkową masę do układu. Skrócono w ten sposób odcinki rezonatora między silnikami. Dzięki temu osiągnięto sprawność 35,5% przy ciśnieniu roboczym 4 MPa i mocy doprowadzanej 1000 W. Układ czterostopniowego silnika termoakustycznego fali biegnącej, wyposażonego w 4 alternatory liniowe, analizowali Wang i Qiu [41]. Przyjęto hel, pod ciśnieniem 3,0 MPa, jako gaz roboczy. Urządzenie pracowało w temperaturze gorącego końca 573 K i zimnego 300 K. Uzyskano maksymalną moc elektryczną na poziomie 1223 W przy sprawności obiegu Carnota rzędu 20%. Model obliczeniowy porównano z badaniami eksperymentalnymi, uzyskując wysoka zgodność wyników. Wpływ zwiekszenia ilości stopni na prace urządzenia termoakustycznego analizował Zhang [42]. W pracy badano układ składający się z 3, 4, 6 i 8 stopni. Wykazano, że wzrost ilości stopni zmniejsza wymagany gradient temperatury w stosie, co wskazuje na możliwość odzysku energii ze źródeł o niskiej temperaturze. Wzrost liczby stopni przekłada się również na spadek częstotliwości pracy urządzenia. Stwierdzono, że dla różnicy temperatury powyżej 80 K wzrost liczby stopni zmniejsza moc akustyczną i obniża sprawność urządzenia. W pracy [43] analizowano układ złożony z dwóch silników fali stojącej pracujących przy częstotliwości 194,5 Hz z poowietrzem jako gazem roboczym. Celem pracy było wyznaczenie parametrów, dla których możliwe byłoby uzyskanie 100 W mocy elektrycznej w dodatkowej gałezi urządzenia. Wyznaczono temperaturę gorącego końca 527°C, przy której udało się uzyskać planowaną moc elektryczną. Uzyskano sprawność cieplną urządzenia na poziomie 5,6%. Kruse i in. [44] analizowali możliwość korygowania impedancji akustycznej silnika termoakustycznego fali biegnącej poprzez zmianę geometrii urządzenia. Przygotowano model obliczeniowy korzystającego z helu o ciśnieniu 30 bar. Temperaturę gorącego źródła ustalono na 150°C a zimnego na 15°C. Wykazano, że wprowadzenie odgałęzienia ma identyczny wpływ na pracę urządzenia jak lokalne zwiększenie objętości. Zauważono ponadto, że lokalizacja dodatkowej objętości w 3/4 długości fali jest efektywniejsza niż w przypadku 1/4 długości. W pracy [45] analizowano pracę urządzenia złożonego z silnika fali stojącej zasilającego chłodziarkę fali biegnącej. Jako gaz roboczy wybrano powietrze pod ciśnieniem 10 bar, oscylujące z częstotliwością 50 Hz. Przyjmując moc grzewczą gorącego końca silnika na poziomie 600 W, uzyskano DR = 7,75%, dzięki czemu udało się osiagnać 133 W mocy chłodzacej i temperature 250 K. Sprawność cieplna silnika wynosiła 17%, a COP chłodziarki 1,9, co daje całkowita sprawność urządzenia na poziomie 22,2%. W artykule [46] analizowano pracę potrójnego silnika fali biegnącej ze zmienną ilością obciążeń. Sprawdzano wpływ liczby (1-5) obciążeń w postaci alternatorów liniowych zamontowanych w odgałęzieniach silnika. Badania prowadzono przy założeniu maksymalnej temperatury źródła ciepła 200°C. Najwyższą sprawność cieplną 9,6% uzyskano przy 5 obciążeniach dla temperatury gorącego końca 195°C, co odpowiada sprawności Carnota 25,6%. Najwyższą sprawność Carnota równą 26,4% uzyskano dla 4 obciążeń i temperatury 173°C, co daje sprawność cieplną 9,0%. Obliczenia analityczne w programie DeltaEC weryfikowano na drodze eksperymentu. Dhuchakallaya i Saechan [47] analizowali silnik fali biegnącej, pracujący przy ciśnieniu 10 bar, rozbudowany o korektor fazy umożliwiający korygowanie impedancji akustycznej. Wykazano, że umożliwia to podniesienie sprawności Carnota z 24,6% do 33,6%. W pracy [48] zaproponowano nowe podejście do optymalizacji silnika fali biegnącej polegające na wyznaczaniu aktywnej i reaktywnej mocy akustycznej. Uzyskano wzrost mocy akustycznej o 16,4%. Obliczenia weryfikowano poprzez badania eksperymentalne.

Równie popularnym narzędziem wykorzystywanym w obliczeniach urządzeń termoakustycznych jest program SAGE. Program umożliwia symulowanie pracy silników i chłodziarek termoakustycznych. W pracy [49] symulowano pracę układu dwóch silników i dwóch chłodziarek fali biegnącej umieszczonych naprzemiennie. Urządzenie korzystało z helu o ciśnieniu 10 MPa i źródła ciepła o temperaturze 290°C. Uzyskano w ten sposób moc chłodzaca 3102 W, COP 0,41 oraz sprawność Carnota 13,4% przy temperaturze zimnego końca silników 10°C. Model analizowano również od strony egzergetycznej, co pozwoliło na stwierdzenie, że największe straty występują w stosach chłodziarek. Zastapienie klasycznego gazowego rezonatora wersja gazowo-cieczowa badano w [50] na przykładzie wielostopniowej chłodziarki napedzanej silnikami fali biegnącej. Stwierdzono 5,6 krotny wzrost mocy chłodzącej przy 1,5 krotnym wzroście sprawności. Gazowo-cieczowy rezonator obniża częstotliwość pracy urządzenia oraz zwiększa impedancję akustyczną, równocześnie generując mniejsze straty mocy. Wang i in. [51] badali wpływ liczby stopni na pracę chłodziarki termoakustycznej fali biegnącej. Stwierdzono, że w porównaniu z urządzeniem jednostopniowym możliwe jest uzyskanie 3 krotnego wzrostu efektywności wykorzystania mocy akustycznej. Wraz ze wzrostem liczby stopni wzrasta moc chłodząca przy równoczesnym spadku sprawności poszczególnych stopni. Jako optymalną konfigurację przyjęto wariant złożony z 3 stopni, jest to kompromis między wydajnościa i *COP* poszczególnych stopni. Program SAGE umożliwia również symulacje pracy silników i chłodziarek Stirlinga. W pracy [52] analizowano chłodziarkę umożliwiającą uzyskanie temperatury 80 K. Przy ciśnieniu roboczym 2,75 MPa, częstotliwości 52 Hz i doprowadzanej mocy elektrycznej 3,57 kW osiagnięto 350 W mocy chłodzacej. To odpowiada sprawności Carnota na poziomie 26,8%. Wykazano możliwość wykorzystania chłodziarki do skraplania azotu bądź uzyskania zjawiska nadprzewodnictwa.

### 3.2 Badania eksperymentalne

Kolejna grupa publikacji dotyczy wyników badań eksperymentalnych w zakresie zjawiska termoakustycznego. Kim i in. [53] przeprowadzili eksperyment mający na celu określenie optymalnego położenia stosu wewnątrz chłodziarki termoakustycznej. Badania prowadzono w zakresie częstotliwości 150 do 300 Hz przy założeniu stałej mocy głośnika 50 W. Analizowano wpływ położenia stosu oraz częstotliwości dźwięku na gradient temperatury uzyskiwany wzdłuż stosu.

W pracy [21] badano wymianę ciepła na powierzchni wymienników ciepła chłodziarki termoakustycznej fali stojącej. Wykazano związek między oscylacyjnym współczynnikiem wnikania ciepła, średnim ciśnieniem i częstotliwością oscylacji. Stwierdzono korzystny wpływ wzrostu ciśnienia gazu na współczynnik wnikania ciepła. Opracowano nową korelację określającą liczbę Nusselta w funkcji liczby Prandtla i Reynoldsa.

Artykuł [25] przedstawia badania eksperymentalne nad chłodziarką termoakustyczną Hoflera. W tym celu przygotowano stanowisko wyposażone w stos płytowy o długości 85 mm i średnicy zewnętrznej wynoszącej 59 mm. Stos zbudowano z arkuszy materiału termoplastycznego o grubości 0,75 mm przy zachowaniu 0,5 mm odstępów między kolejnymi warstwami. Podczas pomiarów wyznaczono przebiegi temperatur dla różnych stanów pracy urządzenia. Uzyskano maksymalną różnicę temperatury na stosie wynoszącą 15°C i moc chłodzącą  $Q_c = 4$  W.

Obserwację zjawisk zachodzących wewnątrz urządzenia termoakustycznego przedstawiono w [54] i [55], gdzie wykorzystano technologię *Particle Image Velocimetry* (PIV) do wizualizacji pola prędkości i temperatury. Przedstawiono zmiany w rozkładach będące skutkiem wystąpienia oscylacji gazu. Badania prowadzono dla częstotliwości rezonansowej przy różnych temperaturach gorącego końca. Technologię PIV wykorzystano również do wizualizacji przepływu poprzez kanały stosu, opisanej w [56]. Przedstawiono rozkłady prędkości wewnątrz kanału stosu oraz pokazano rozkład wirowości dla kilku grubości i rozstawów płyt stosu. Ponadto omówiono wpływ zakończenia płyt stosu i doprowadzanej mocy na rozkład wirowości. Shen i in. [57] wykorzystali technologię PIV do obserwacji zmian pola przepływu w pobliżu stosu. Podczas badań zaobserwowano 2 rodzaje wirów: pierwszy rodzaj to wiry inicjowane zakończeniem płyt stosu, drugi to wiry propagujące przez całe pole przepływu. Stwierdzono wzrost intensywności wirów wraz z osiągnięciem częstotliwości harmonicznych. Dla stałej częstotliwości zauważono brak monotoniczności między poziomem turbulencji a mocą akustyczną doprowadzaną do urządzenia. W pracy [28] badano wpływ grubości i rozstawu płyt stosu oraz długości rezonatora na wydajność silnika termoakustycznego fali stojącej. W badaniach założono stałą długość stosu urządzenia, a wyniki wykazały większą moc akustyczną dla rozstawu płyt 0,3 mm w porównaniu z rozstawem 0,5 mm. Stwierdzono spadek mocy akustycznej wraz ze zwiększaniem długości rezonatora i grubości płyt stosu. Wyniki eksperymentu porównano z obliczeniami przeprowadzonymi w programie DeltaEC.

W artykule [58] przedstawiono stanowisko do badania stosów, konstrukcji opierającej się na zastosowaniu liniowego kompresora oraz liniowego alternatora, pomiędzy którymi zabudowano silnik termoakustyczny. Dzięki takiemu rozwiązaniu uzyskano możliwość korygowania przesunięcia fazowego i obciążenia silnika. Stanowisko wykorzystano do badań kilku rodzajów stosów. Uzyskano moc silnika 715 W i sprawność 35,6% ze stosem pracującym na helu pod ciśnieniem 4 MPa, przy temperaturze gorącego końca 650°C.

Badania [59] weryfikowały możliwość wykorzystania różnych materiałów użytych do budowy stosu chłodziarki termoakustycznej. Przygotowano stanowisko badawcze, bazujące na chłodziarce Hoflera, o długości rezonatora 1,82 m. Jako materiał stosu analizowano trzy materiały porowate: wełna ze stali nierdzewnej, wełna miedziana (zmywak) oraz RVC foam (pianka węglowa). Ponadto, rozpatrywano dwa warianty stosu płytowego, z których jeden wykonano z mylaru (tworzywo BoPET) w arkuszach o grubości 0,1 mm i odstępach 0,7 mm, zaś drugi z blachy ze stali nierdzewnej o grubości 0,2 mm (odstępy 0,9 mm) i 0,5 mm (odstępy 1,2 mm). Wyniki badań wykazały, że najlepszym kandydatem, spośród analizowanych materiałów porowatych, jest stos z wełny stalowej, dla którego uzyskano największy *COP* i  $Q_c$ . W przypadku stosów płytowych najlepsze parametry wykazuje stos z mylaru.

Z kolei, Tartibu [60] przeprowadził badania chłodziarki termoakustycznej ze stosem wykonanym z kordierytu. Badaniu poddano 16 wariantów stosu o otworach kwadratowych, gdzie analizowano 4 warianty gęstości perforacji stosu oraz 4 warianty jego długości. Potwierdzono związek pomiędzy odległością stosu od strzałki ciśnienia a częstotliwością rezonansową urządzenia. Odsunięcie stosu od optymalnego położenia powoduje przesunięcie pomiędzy częstotliwością rezonansową układu i częstotliwością, dla której występuje maksymalna różnica temperatury na stosie chłodziarki.

Alcock i in. [61] przedstawili efekty badań eksperymentalnych chłodziarki termoakustycznej o długości 780 mm. Badano wpływ położenia i długości stosu na częstotliwość rezonansową urządzenia oraz uzyskiwany na stosie gradient temperatury. Jako stos wykorzystano materiał ceramiczny z otworami, przy czym badano dwie konfiguracje różniące się liczbą otworów na cal kwadratowy. Największą różnicę temperatury stwierdzono dla stosu zlokalizowanego blisko strzałki ciśnienia. Nie zaobserwowano jednak jednoznacznej relacji pomiędzy liczbą otworów stosu i gradientem temperatury wzdłuż stosu.

W pracach [62] i [63] przedstawiono proces projektowania i budowy stanowiska badawczego chłodziarki termoakustycznej sprzężonej z silnikiem termoakustycznym TADTAR (Thermoacoustics Driven Termoacoustic Refrigerator). W prezentowanej konstrukcji wykorzystano silnik termoakustyczny jako źródło fali akustycznej napędzającej chłodziarkę termoakustyczną. Zbudowano stanowisko badawcze wykorzystano w badaniach eksperymentalnych [64], podczas których wyznaczono czas potrzebny do uzyskania ustalonego stanu pracy dla chłodziarki termoakustycznej. Zaobserwowano wzrost COP oraz spadek częstotliwości wraz z wydłużaniem rezonatora. Wprowadzenie wymiennika ciepła na zimnym końcu chłodziarki spowodowało obniżenie częstotliwości pracy urządzenia oraz wzrost COP chłodziarki. Stwierdzono wzrost różnicy temperatury wyznaczanej wzdłuż stosu chłodziarki połączony z równoczesnym spadkiem COP chłodziarki wraz ze wzrostem mocy doprowadzanej do gorącego końca silnika termoakustycznego. Zaobserwowano także negatywny wpływ wydłużenia stosu chłodziarki na czestotliwość, różnice temperatury uzyskiwana na stosie urządzenia, a także COP. Wraz ze zwiększaniem odległości stosu chłodziarki od strzałki ciśnienia, zaobserwowano spadek zarówno COP, jak i różnicy temperatury na stosie chłodziarki. Z kolei, stwierdzono nieznaczny wpływ długości stosu silnika termoakustycznego na parametry pracy chłodziarki oraz niewielki spadek częstotliwości pracy urządzenia wraz ze zmianą położenia stosu silnika. Zaobserwowano również nieliniowy wpływ średniego ciśnienia gazu (spadek powyżej 2 bar) w urządzeniu na różnicę temperatury w stosie chłodziarki połączony ze wzrostem COP. Zauważono możliwość poprawy COP chłodziarki, dzięki zmianie rodzaju gazu, przy równoczesnej korekcie długości urządzenia. Ponadto przygotowano model numeryczny stanowiska opisany w [65] przy użyciu oprogramowania DeltaEC.

Shen i in. [66] badali układ silnika fali stojącej, którego źródłem ciepła mogłoby być światło słoneczne. Sprawdzano wpływ ustawienia silnika na jego pracę. Badania prowadzono dla 3 konfiguracji: poziomej, pionowej z gorącym końcem powyżej zimnego i pionowej z gorącym końcem poniżej zimnego. Stwierdzono, że najkorzystniejsze jest poziome położenie silnika. Dla wariantu z gorącym końcem u góry, stwierdzono negatywny wpływ konwekcji naturalnej na pracę stosu (wzrost temperatury gorącego końca). Dla odmiany dla odwrotnego ustawienia, wpływ konwekcji swobodnej na pracę urządzenia był korzystny. W pracy [67] analizowano wymianę ciepła wewnątrz wymienników żebrowanych podczas oscylacyjnego przepływu gazu. Wymienniki wykonano z miedzianych blaszek o grubości 0,3 mm, w których osadzono 3 miedziane rurki o średnicy 6 mm każda. Przyjęto 3 warianty rozstawu żeber wymiennika: 0,7 mm, 1,4 mm, 2,1 mm. Wyprowadzono własne korelacje opisujące liczbę Nusselta w funkcji liczby Reynoldsa i Prandtla dla każdego z wymienników. Badano wpływ znormalizowanej długości żeber oraz ich rozstawu na wymianę ciepła. Porównując uzyskane wyniki z modelami RMS-Re i TASFE stwierdzono, że zawyżają one współczynnik wnikania ciepła. Wyniki badań porównano z wynikami badań innych autorów.

Tsuda i Ueda [68] badali możliwość obniżenia temperatury krytycznej, poprzez zastosowanie mokrego regeneratora. Badania prowadzono dla 3 konfiguracji: silnika fali stojącej, silnika pierścieniowego fali biegnącej i otwartego silnika fali biegnącej. Stwierdzono, że zastosowanie mokrego regeneratora umożliwia obniżenie temperatury krytycznej do poziomu 100°C. Wykazano, że urządzenie z mokrym regeneratorem jest w stanie osiągnąć podobną moc jak urządzenia z regeneratorem suchym. W pracy [69] badano natomiast możliwość odzysku energii z niskotemperaturowych źródeł ciepła (np. kolektorów słonecznych) przy pomocy silnika termoakustycznego fali stojącej. Jako gaz roboczy przyjęto powietrze o ciśnieniu atmosferycznym. W celu obniżenia temperatury pracy urządzenia, wykorzystano stos mokry, wykonany z kordierytu, który jest materiałem higroskopijnym. Wykazano, że zastosowanie mokrego stosu umożliwia obniżenie krytycznej różnicy temperatur do 30 K i zwiększenie mocy akustycznej urządzenia nawet 8 krotnie. W badaniach opisanych w [70] analizowano wpływ przemian fazowych na pracę urządzenia termoakustycznego na przykładzie mokrego stosu. Badania prowadzono wykorzystując głośnik jako źródło fali akustycznej. Stwierdzono, że mokry stos zwiększa wydajność urządzenia w całym zakresie częstotliwości. Wykazano 4,5 krotny wzrost mocy wymienianej w urządzeniu. Yang i in. [71] analizowali pracę chłodziarki termoakustycznej z gazem roboczym w postaci mieszaniny powietrza (składnik inertny) z wodą bądź alkoholem izopropylowym (składnik aktywny). Stwierdzono znaczący wzrost COP, gdy temperatura jest niższa od temperatury krytycznej dla mieszaniny. Zaobserwowano cykliczne odparowanie i skraplanie składnika aktywnego podczas oscylacji gazu w urządzeniu. Wyznaczono, że krytyczny gradient temperatury dla którego zachodzą przemiany fazowe jest proporcjonalny do impedancji akustycznej. Obliczono, że możliwe jest uzyskanie COP > 40% dla mieszaniny powietrze-izopropanol o stężeniu 80% przy gradiencie temperatury na poziomie 30 K.

W pracy [72] przedstawiono proces budowy chłodziarki fali stojącej z wykorzystaniem druku 3D. Parametry stosu przyjęto na drodze optymalizacji przy użyciu algorytmu Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA), co opisali Zolpakar i in. [73]. Stos wydrukowano z materiału VeroWhitePlus Rgd835, którego parametry są zbliżone do Celcoru i Mylaru. Zmierzono temperatury na obu końcach stosu dla 3 różnych długości stosu umieszczonego w 3 różnych położeniach wewnątrz rezonatora. Stwierdzono wyższą sprawność stosu niż wyznaczono podczas optymalizacji.

W pracy [74] badano układ potrójnego silnika fali biegnącej zasilającego chłodziarkę fali biegnącej. Za cel przyjęto stworzenie urządzenia umożliwiającego obniżenie temperatury do -100°C. Jako gaz roboczy wykorzystano mieszaninę helu i argonu w stosunku 7:3 pod ciśnieniem 1 MPa. Wyznaczono temperaturę krytyczną na poziomie 85°C. Przy temperaturze gorącego końca silnika na poziomie 270°C uzyskano schłodzenie do -107,4°C.

Bi i in. [75] przedstawili badania nad generatorem elektrycznym zasilanym przez silnik fali biegnącej. Przed przeprowadzeniem eksperymentu, dokonano analizy układu w programie DeltaEC. Przyjęto układ złożony z 3 silników, między którymi zamontowano 3 alternatory liniowe. Dla helu o ciśnieniu 6 MPa przy temperaturze goracych końców 650°C i zimnych 25°C uzyskano moc elektryczną 3,46 kW. Uzyskano sprawność cieplno-elektryczna na poziomie 18,4%. Maksymalna moc elektryczna jaka uzyskano to 4,69 kW przy sprawności 15,6%. Stwierdzono, że pojemność elektryczna i rezystancja alternatora liniowego mają duży wpływ na impedancję akustyczną urządzenia, co wskazuje na konieczność uważnego doboru tych parametrów na etapie projektowania urządzenia. W pracy [76] opisano proces budowy dwustopniowego silnika fali biegnącej. Prezentowana konstrukcja umożliwia korygowanie częstotliwości pracy, położenia silników oraz przesunięcia fazowego ciśnienia i prędkości. Kruse i in. [77] badali możliwość regulowania przesunięcia fazowego i impedancji akustycznej wewnątrz pierścieniowego silnika fali biegnącej. Do regulacji wykorzystano ślepe odgałęzienie wprowadzone do silnika poprzez trójnik. Badania prowadzono na silniku wykorzystującym argon pod ciśnieniem atmosferycznym. Wykazano skuteczność zaproponowanego rozwiązania regulacyjnego, a wyniki eksperymentu porównywano z symulacją w programie DeltaEC. Z kolei, w pracy [78] przedstawiono wyniki badań nad 3 stopniowym silnikiem pierścieniowym połaczonym z alternatorem liniowym. Urzadzenie skonstruowano z myśla o wykorzystaniu niskotemperaturowych źródeł ciepła, przy czym korzystało ono z helu oraz mieszaniny hel-argon pod ciśnieniem 2,5 MPa. Badania prowadzono w zakresie temperatur gorącego końca 90 – 200°C. Stwierdzono możliwość podniesienia sprawności urządzenia z 0,34% do 1,20% poprzez zastąpienie helu mieszaniną hel-argon a także wykazano, że możliwe jest dalsze podniesienie sprawności cieplno-elektrycznej do 1,51% poprzez optymalizację kształtu urządzenia.

Maksymalną sprawność uzyskano przy temperaturze gorącego końca 120°C, uzyskując moc elektryczną 10,6 W.

Celem badań [79] było przygotowanie prostej chłodziarki termoakustycznej umożliwiającej przechowywanie leków w rejonach pozbawionych elektryczności. Analizowano kilka pierścieniowych układów silników połączonych z chłodziarką. Jako gaz roboczy przyjęto powietrze o ciśnieniu atmosferycznym. Dzięki optymalizacji kształtu urządzenia, uzyskano temperaturę zimnego końca chłodziarki -3,6°C dla 58,6 Hz i 0,2°C dla 70,3 Hz. Uzyskana moc chłodziarki wynosiła 7 W. Korzystając ze źródła ciepła o temperaturze 695°C uzyskano najniższą temperaturę -8,3°C dla 58,6 Hz. Wykazano, że urządzenie jest w stanie zapewnić oczekiwaną wydajność.

W pracy [80] badano fluktuacje gęstości gazu na końcu stosu silnika fali stojącej. Do pomiarów wykorzystano technikę Digital Holographic Interferometry (DHI). Badano silnik wyposażony w ceramiczny stos o kwadratowych kanałach o wymiarze 0,9 mm. Źródłem ciepła była spirala wykonana z drutu oporowego. Po stronie zimnej nie wprowadzono wymiennika. Potwierdzono, że w przypadku braku gradientu na stosie, oscylacje temperatury i gęstości gazu są wyłącznie wynikiem oscylacji ciśnienia. Stwierdzono, że w przypadku gradientu temperatury wzdłuż stosu, na zakończeniu stosu występuje stromy gradient temperatury gazu. Prowadzi on do wzrostu fluktuacji temperatury i gęstości gazu. Stwierdzono, że liniowa teoria Rotta pomija występowanie takiego nieliniowego zjawiska.

You i in. [81] badali pracę chłodziarki termoakustycznej zasilanej kompresorem liniowym. Szczególną uwagę zwrócono na regulację przesunięcia fazowego między ciśnieniem i prędkością gazu. Przedstawiono nową metodę kalibracji przesunięcia fazowego. Wykazano, że najwyższe parametry pracy chłodziarka uzyskuje w rezonansie, a zmiana częstotliwości z 61 Hz na 71 Hz skutkowała ogromnym spadkiem sprawności z 59% na 10%.

W pracy [82] przedstawiono wyniki badań jednostopniowego silnika fali biegnącej. Wyznaczono krytyczną różnicę temperatury dla badanego urządzenia, wynoszącą 339 K. Do odzysku energii elektrycznej z urządzenia wykorzystano głośnik. Maksymalne napięcie jakie uzyskano na głośniku to 319 mV przy różnicy temperatury na stosie 634 K.

Spambo i in. [83] przedstawili proces budowy silnika fali stojącej. Wyznaczono krytyczną różnicę temperatury, wynoszącą 217,87 K. Uzyskano moc akustyczną silnika na poziomie 115,5 dB. W pracy [84] badano silnik fali stojącej pracujący na czynniku chłodniczym R134a. Wykorzystano ciśnienie czynnika 0,605 MPa, przy którym jego wrzenie zachodzi w temperaturze 21,85°C. Dzięki tak dobranemu czynnikowi możliwe jest uzyskanie przemian fazowych podczas pracy urządzenia. Wykazano, że urządzenie korzystające z czynnika chłodniczego może służyć do odzysku ciepła z niskotemperaturowych źródeł. Najniższa różnica temperatury przy jakiej uzyskano oscylacje to 8,2 K.

Callanan i Nouh [85] opisali silnik fali stojącej wyposażony w przetworniki piezoelektryczne. Na zamkniętym końcu urządzenia umieszczono przetwornik, którego rolą jest korygowanie przesunięcia fazowego ciśnienia i prędkości w kierunku urządzenia fali biegnącej. Przetwornik na otwartym końcu służy do odzysku energii elektrycznej. Dzięki zastosowaniu aktywnej kontroli przesunięcia fazowego wykazano, możliwość podniesienia sprawności urządzenia. Z kolei w pracy [86] badano możliwość odzysku energii z silnika fali stojącej przy użyciu przetwornika piezoelektrycznego zamontowanego na gorącym końcu urządzenia. Analizowano parametry pracy urządzenia oraz wpływ poszczególnych parametrów na jego wydajność.

Jaworski i in. [87] opisali wyniki badań na dwustopniowym pierścieniowym silnikiem fali biegnącej, skonstruowanym z myślą o produkcji energii elektrycznej w krajach rozwijających się. Przyjęto konstrukcję z odgałęzieniem umożliwiającym regulowanie impedancji akustycznej. Odzysk energii elektrycznej zrealizowano poprzez dodanie dodatkowej gałęzi z głośnikiem (tani odpowiednik alternatora liniowego). Jako gaz roboczy przyjęto powietrze pod ciśnieniem atmosferycznym. W celu obniżenia kosztów urządzenia zastosowano ogólnodostępne elementy takie jak rury PCV i części samochodowe. Przeprowadzono badania eksperymentalne poprzedzone przygotowaniem modelu w programie DeltaEC. Urządzenie umożliwiło uzyskanie maksymalnej mocy elektrycznej 14,2 W przy rezystancji głośnika 9  $\Omega$ , długości odgałęzienia 1070 mm i źródle ciepła o temperaturze 550°C. Sprawność konwersji energii urządzenia wyniosła w tym przypadku 2,1%.

W pracy [88] badano chłodziarkę fali stojącej o kwadratowym przekroju rezonatora. Urządzenie korzystało z powietrza o ciśnieniu atmosferycznym, a źródłem dźwięku był głośnik zamontowany w skrzyni rezonansowej. Wyznaczono częstotliwość rezonansową dla wariantu bez stosu oraz zmianę częstotliwości po wprowadzeniu stosu. Badania przeprowadzono dla trzech pozycji stosu: blisko zamkniętego końca, na środku i blisko głośnika. Wyznaczono DR w funkcji napięcia zasilającego głośnik dla wariantu ze stosem i bez stosu. Największą różnicę temperatury na stosie 14,1 K uzyskano dla położenia na środku przy DR = 3,57%.

Li i in. [89] badali chłodziarkę fali stojącej osiągającą temperaturę zimnego końca 80 K. W pierwszym etapie prowadzono optymalizację urządzenia przy pomocy programu Sage. Dobrano podstawowe parametry eksploatacyjne jak rodzaj gazu (hel), ciśnienie robocze 2,8 MPa oraz temperaturę gorącego wymiennika 298 K. Podczas badań eksperymentalnych określono, że urządzenie uzyskuje moc chłodniczą 350 W przy częstotliwości 52 Hz. Wymaga to doprowadzenia 2,95 kW mocy akustycznej, co odpowiada sprawności Carnota 32,5%. Stwierdzono, że urządzenie uzyskuje maksymalną moc dla częstotliwości 52 Hz, a maksymalną sprawność dla 50 Hz (obniżenie mocy akustycznej). W pracy [90] szczególną uwagę zwrócono na stronę akustyczną chłodziarki fali stojącej. Analizowano wpływ takich parametrów jak częstotliwość, po-rowatość stosu czy masa tłoka na impedancję akustyczną, przesunięcie fazowe i moc chłodniczą. Artykuł [91] przedstawia badania chłodziarki termoakustycznej fali stojącej umożliwiającej uzyskanie temperatury 80 K. Analizowano wpływ średniego ci-śnienia i częstotliwości oscylacji na moc urządzenia. Uzyskano względną sprawność Carnota na poziomie 16,08% przy ciśnieniu 2,5 MPa i częstotliwości 51 Hz. Po optymalizacji konstrukcji chłodziarki uzyskano sprawność 16,0% przy ciśnieniu 3,5 MPa i częstotliwości 52 Hz.

W pracy [92] badano chłodziarkę fali stojącej wyposażoną w dwa głośniki zlokalizowane na obu końcach urządzenia, zaś stos umieszczono w połowie jego długości. Jako czynnik roboczy wykorzystano powietrze o ciśnieniu atmosferycznym. Geometrię urządzenia dobrano z myślą o pracy z częstotliwością 100 Hz. Analizowano pracę urządzenia pod wpływem przesunięcia fazowego między oscylacjami obu głośników oraz podczas zmiany mocy głośników. Dla przesunięcia fazowego 30° i 60° uzyskano jednorodny rozkład temperatury w stosie. Po zmianie przesunięcia fazowego na 300° i 330° uzyskano identyczny rozkład w przeciwnym kierunku. Dla przesunięcia z zakresu 90° – 270° zaobserwowano ochłodzenie obu końców stosu i wzrost temperatury w części środkowej. Szczególnymi przypadkami są przesunięcia 150° i 180°, gdzie uzyskano rozkład temperatury w kształcie paraboli o wierzchołku w połowie stosu. Wykazano, że wpływ przesunięcia fazowego na pracę urządzenia będzie zależał od częstotliwości i geometrii urządzenia. Badano również wpływ różnicy mocy głośników podczas pracy synchronicznej. Największą różnicę temperatury uzyskano, gdy moc jednego z głośników stanowiła 17% mocy drugiego.

Alamir [93] analizował chłodziarkę fali stojącej zasilanej głośnikiem. Badano 8 wariantów stosów wykonanych z materiału Celcor, różniących się długością, porowatością i położeniem. Uzyskano różnicę temperatury 26,6°C przy stosie umieszczonym w odległości 14% długości urządzenia, mierząc od głośnika. Uzyskany *COP* wynosił 37,7%. Stwierdzono, że zmiana częstotliwości pracy o 2 Hz względem rezonansu powoduje spadek różnicy temperatury na stosie o 13,6% oraz spadek *COP* o 9,3%. Wyniki badań nad wymianą ciepła podczas oscylacyjnego ruchu gazu przedstawiono w [94]. Badania prowadzono na silniku fali stojącej korzystającym z powietrza o ciśnieniu atmosferycznym, pracującym przy częstotliwości 143,2 Hz przy różnicy temperatury 350°C. Analizie wymiany ciepła podlegał wymiennik po stronie zimnej stosu. Przygotowano dwa warianty miedzianego wymiennika: płytowy (porowatość 54%) i o okrągłych otworach (porowatość 40%). W obu przypadkach zachowano identyczną długość i promień hydrauliczny otworów. Wykazano, że wymiennik płytowy zwiększa wydajność urządzenia o 23% w porównaniu do wersji perforowanej. Jako przyczyny wskazano różnicę w porowatości oraz większy współczynnik wnikania ciepła dla wymiennika płytowego. Porównanie liczby Nusselta wyznaczonej podczas pomiarów z przybliżoną przy użyciu TASFE i RMS-RE wykazało różnicę o blisko 40%. Korzystając z modelu BLC (Boundary Layer Conduction), który jest zaimplementowany w programie DeltaEC uzyskano różnicę 25%.

W pracy [95] badano możliwość redukcji emisji CO2 w układzie 3 cylindrowego silnika spalinowego poprzez wykorzystanie silnika fali stojącej do odzysku energii z ciepła odpadowego. Analizowano wpływ ilości stopni urządzenia oraz parametrów pracy poszczególnych silników na układ. Wykazano, że zwiększenie liczby stopni silnika termoakustycznego pozytywnie wpływa na ilość odzyskiwanej energii. Stwierdzono, że opóźnienie zapłonu silnika spalinowego umożliwia podniesienie temperatury i strumienia spalin, co korzystnie wpływa na pracę urządzenia termoakustycznego, przy zachowaniu stabilnej pracy części spalinowej.

Rahman i in. [96] przedstawili pracę chłodziarki fali stojącej napędzanej przez dwa układy tłokowe zlokalizowane na obu jej końcach. Urządzenie korzystało z powietrza o ciśnieniu atmosferycznym. Zastosowane mechanizmy korbowe pracowały z częstotliwością 42 Hz i amplitudą 19 mm. Odpowiadało to ciśnieniu dynamicznemu 7 kPa (DR = 7%). Uzyskano *COP* 11% przy różnicy temperatur 27°C. Pomiary porównywano z rozwiązaniem analitycznym przygotowanym w programie DeltaEC.

W pracy [97] badano jednostopniowy pierścieniowy silnik fali biegnącej wyposażony w odgałęzienie do korekty impedancji akustycznej. Urządzenie pracowało przy częstotliwości 65 Hz korzystając z powietrza atmosferycznego. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ położenia oraz długości odgałęzienia. Przy optymalnym położeniu odgałęzienia (1,25 m mierząc od zimnego wymiennika) uzyskano 85 W mocy akustycznej. Odpowiadało to długości odgałęzienia 0,48 m. Wyniki także porównano z rozwiązaniem uzyskanym w programie DeltaEC.

Sun i in. [98] przedstawili koncepcję urządzenia temoakustycznego do kogeneracji prądu i chłodzenia. Urządzenie składa się z silnika fali stojącej połączonego szeregowo z chłodziarką fali stojącej za pośrednictwem alternatora liniowego. Oscylacje zaobserwowano już przy temperaturze gorącego końca 60°C. Przy mocy doprowadzanej 2500 W i temperaturze gorącego końca 180°C uzyskano 300 W mocy chłodniczej i temperaturę 10°C. Jeśli temperatura gorącego końca wynosiła 200°C uzyskano moc 230 W i schłodzenie do -20°C. Uzyskano również moc elektryczną 6 W przy napięciu 165 V. Wykazano, że proponowana konfiguracja urządzenia jest w stanie działać w kogeneracji.

W pracy [99] badano możliwość odzysku energii z urządzenia termoakustycznego przy pomocy turbiny. Jako gaz roboczy przyjęto powietrze o ciśnieniu atmosferycznym. Ze względu na potrzebę uzyskania dowolnych parametrów fali akustycznej jako źródło dźwięku wykorzystano głośnik. Oscylacyjny charakter ruchu gazu wpłynął na wybór turbiny dwukierunkowej zbudowanej z dwóch statorów między którymi umieszczono wirnik. Badania przeprowadzono dla 11 konfiguracji turbiny. Parametrami jakie zmieniano były: kąt natarcia łopatek wirnika, kąt natarcia łopatek kierowniczych, stosunek rozstawu łopatek do szerokości wieńca dla kierownic i wirnika. Uzyskano maksymalną sprawność układu 35,2%. Na podstawie badań przygotowano moduł symulujący zmianę impedancji akustycznej podczas przepływu przez turbinę do użycia w programie DeltaEC.

Chaiwongsa i Wongwises [100] opisali wyniki badań ASWTAR (air-based standing wave thermoacoustic refrigerator). Jako wymienników, gorącego i zimnego, użyto rurek cieplnych o mocy 30 W. Badania prowadzono dla stosu o okrągłych kanałach o porowatości 0,67, 0,71 i 0,74 oraz stosu spiralnego o porowatości 0,74. Testowano dwa materiały stosu: PLA i Mylar. Dla każdego stosu wyznaczono *COP*. Stwierdzono, że najlepszym wyborem jest stos o okrągłych kanałach i porowatości 0,71. Uzyskano w tym przypadku różnicę temperatury 30,5°C, *COP* 93% i *COPR* 9,57%.

W pracy [101] przedstawiono miniaturową chłodziarkę pracującą z częstotliwością powyżej 100 Hz. Urządzenie przygotowano z myślą o chłodzeniu czujników na podczerwień. Wykorzystano powietrze sprężone do ciśnienia 2,5 MPa. Uzyskano temperaturę 90 K przy mocy 0,28 W.

Dla odmiany w [102] badano wymianę ciepła podczas oscylacyjnego przepływu gazu przez wymiennik zimnego końca urządzenia termoakustycznego. Badania prowadzono wykorzystując hel jako gaz roboczy. Porównano wymianę ciepła podczas oscylacji gazu w temperaturze pokojowej oraz w warunkach kriogenicznych (50 K). Wyniki pomiarów wykorzystano jako dane wejściowe do algorytmu maszyny wektorów nośnych, którą wykorzystano do przewidywania liczby Nusselta. Uzyskano wysoką zgodność przewidywania, z maksymalnym błędem rzędu 12,4%.

### 3.3 Symulacje CFD

Kolejna, dość szeroka sfera badań związanych z urządzeniami termoakustycznymi polega na analizach numerycznych realizowanych za pomocą modeli CFD. Tego typu badania nabrały szczególnego znaczenia w momencie odpowiedniego rozwoju sprzętu komputerowego oraz technik obliczeniowych. Dostęp do odpowiedniego oprogramowania numerycznego dodatkowo tę ścieżkę ugruntował, a dalszy rozwój w zakresie szeroko rozumianych technik komputerowych sprawia, że ten typ badań intensywnie się rozwija. Symulacje numeryczne stawową obecnie jedno z podstawowych narzędzi poznawczych dotyczących złożonych zjawisk cieplno-przepływowych zachodzących m.in. w silnikach i chłodziarkach termoakustycznych.

W pracy [103] symulowano działanie chłodziarki fali stojącej. Analizowany model to rura o średnicy 12 cm i długości 170 cm. Wymienniki ciepła oraz stos zdefiniowano jako miedziany obszar o porowatości 69%. Środek stosu zlokalizowano w odległości 50 cm od końca urządzenia. Na końcu bliższym stosowi wprowadzono równanie opisujące falę akustyczną o amplitudzie 5 atm i częstotliwości 20 Hz. Przeciwny koniec urządzenia został zamknięty warunkiem *wall*. Jako gaz roboczy przyjęto argon pod ciśnieniem 15 atm. Po 55 sekundach symulacji uzyskano stan ustalony. Zaobserwowano podniesienie temperatury do 525 K po stronie głośnika przy równoczesnym obniżeniu temperatury po drugiej stronie stosu do 243 K.

Jaworski i Piccolo [104] analizowali wymiane ciepła podczas przepływu gazu przez kanał stosu płytowego. Przyjęto model 2D przedstawiający pojedynczy kanał stosu wraz z krótkim odcinkiem wlotowym i wylotowym. Kanał stosu podzielono na 2 części, goraca oraz zimna. Rozwiązanie prowadzono przy pomocy własnego kodu napisanego w języku Fortran-90. Przedstawiono rozkłady temperatury w kolejnych fazach pojedynczego okresu oscylacji. Wykazano, że optymalną wydajność wymiennika ciepła można uzyskać, gdy amplituda ruchu cząstki gazu jest zbliżona do długości wymienników ciepła. Przeprowadzono również badania eksperymentalne, które pokazały, że symulowany współczynnik wnikania ciepła różnił się od wartości mierzonej o ok. 41%. Yang i in. [105] badali wymianę ciepła po goracej stronie stosu silnika fali stojącej. Jako model przyjęto stos wraz z dodatkowa zamknieta objętościa. Analizowano 4 warianty geometrii urządzenia. W obliczeniach uwzględniono wpływ wymiany ciepła przez promieniowanie, korzystając z algorytmu surface to surface (S2S). Falę akustyczną wprowadzono poprzez zdefiniowanie równania na powierzchni wlotowej do stosu. Przyjęto amplitudę ciśnienia 100 Pa przy częstotliwości 80 Hz. Wykazano, że kształt zamknięcia gorącego końca silnika ma duży wpływ na wymianę ciepła w gorącym końcu. Wymianę ciepła w gorącym końcu badano również w pracy [106]. Porównywano 2 kształty zakończenia urządzenia w kwestii wymiany ciepła przez promieniowanie. Wykazano, że zakończenie w kształcie kopuły zwiększa wymianę ciepła przez promieniowanie.

Kuzuu i Hasegawa [107] opisali wpływ nieliniowości przepływu w stosie na wymianę ciepła. Do obliczeń wykorzystano solver LS-FLOW opracowany przez Japan Aerospace eXploration Agency (JAXA). Model obliczeniowy składał się z dwóch rezonatorów wraz ze stosem płytowym. Stos podzielono na 3 części o długości 30 mm każda. W pierwszej części zdefiniowano temperature 423,15 K, w drugiej liniowy gradient 423,1 K – 298,15 K, a w trzeciej 298,15 K. Jako gaz roboczy przyjęto powietrze o ciśnieniu atmosferycznym i temperaturze 298,15 K. Oscylacje gazu wywołano wprowadzając zaburzenie ciśnienia o amplitudzie 283 Pa i częstotliwości 21,2 Hz trwające 1/2 okresu. Ze względu na niską liczbę Reynoldsa, Re = 45, zrezygnowano z modelu turbulencji na rzecz modelu laminarnego. Wyniki CFD porównano z rozwiązaniami analitycznymi oraz wynikami eksperymentu. Stwierdzono identyczny trend zmiany liczby Nusselta dla wszystkich porównywanych przypadków. Wykazano, że za pomocą analizy CFD uzyskano o 10% wyższą wymianę ciepła dla wymiennika gorącego i zimnego. Korzystając z tego samego modelu numerycznego przeprowadzono analizę [108] przepływu gazu przez stos i wymienniki ze szczególnym naciskiem na odwzorowanie rozkładów temperatury. Wykazano różnice między modelem analitycznym a uzyskanym rozwiazaniem CFD. Przedstawiono możliwość modyfikacji rozwiazania analitycznego w celu poprawienia zgodności rozwiązań.

W pracy [109] badano natomiast zjawisko turbulencji podczas oscylacyjnego przepływu gazu przez płytowy wymiennik urządzenia termoakustycznego. Analizowano model chłodziarki pracującej przy częstotliwości 13,1 Hz, wykorzystującej azot pod ciśnieniem atmosferycznym jako gaz roboczy. Zamiast klasycznego stosu zastosowano dwa wymienniki płytowe o grubości płyt 3,2 mm i rozstawie 6 mm o długości 35 mm, każdy. Wyniki obliczeń porównano z wynikami eksperymentu. Obliczenia prowadzono dla modelu laminarnego oraz 4 modeli turbulencji: k- $\varepsilon$ , k- $\omega$ , k- $\omega$  SST i transition SST. Stwierdzono, że dla DR = 0,83% (liczba Reynoldsa 202,33) model k- $\omega$  SST najlepiej odwzorowuje zawirowania przepływu w kanałach między płytami. Dla DR = 0,45%(liczba Reynoldsa 101,49) nie stwierdzono różnic w odniesieniu do modelu laminarnego. Dla DR = 0,65% (liczba Reynoldsa 155,34) najlepsze odwzorowanie zawirowań zapewnił model transition SST. Stwierdzono, że krytyczna liczba Reynoldsa może mieścić się w zakresie 70 < Re < 100. Korzystając z tego samego modelu numerycznego przeprowadzono również badania [110] dotyczące wpływu pola temperatury na oscylacje między płytami stosu. Przedstawiono przebieg predkości gazu w osi kanału stosu w poszczególnych fazach oscylacji. Wyniki porównano z eksperymentem i rozwiązaniem analitycznym. Uzyskano zgodność rozwiązania CFD z eksperymentem na poziomie 1,8%. Porównano także wpływ inicjalizacji pola temperatury modelu na wyniki obliczeń. Testowano 2 warianty temperatury początkowej 300 K i 360 K. Analizowano również przypadek, w którym wprowadzono pole temperatury określone podczas eksperymentu. Przedstawiono pola temperatury po 70 cyklach oscylacji oraz rozkłady prędkości w stosie. Analizowano również wpływ grawitacji oraz formowanie się zawirowań na końcach stosu.

W pracy [111] badano wpływ przegrodzenia pola przepływu w rejonie wymienników ciepła na pracę chłodziarki fali stojącej. Przyjęto 4 warianty stosunku grubości kanału wymiennika do kanału stosu: 1/2, 2/3, 1 i 3/2. Analizowany model zawierał stos płytowy wraz z dwoma wymiennikami płytowymi. Między wymiennikami a stosem uwzględniono szczelinę o grubości 0,6 mm. Wykazano występowanie okresowych zawirowań przepływu w szczelinie między stosem a wymiennikiem oraz przedstawiono ich kształt oraz zasięg. Analizowano także wpływ zawirowań na pracę chłodziarki. Wykazano, że dla stosunku 1/2 zawirowania są najmniejsze, a różnica temperatur między wymiennikami największa.

W artykule [112] analizowano natomiast pracę układu 3 wymienników ciepła podczas oscylacyjnego ruchu gazu. Analizowano model 3D, w którym zastosowano wymienniki o okragłych kanałach o średnicy 3 mm każdy. Przyjęto 2 warianty zakończenia kanałów: ostry i zaokraglony promieniem 7 mm. Zaobserwowano wpływ DR, temperatury wlotowej wymienników gorących oraz kształtu wlotów kanałów na wymianę ciepła i spadek ciśnienia w wymiennikach. Stwierdzono nieznaczny spadek wymiany ciepła dla wariantu zaokraglonego przy niskim DR. Równocześnie zaobserwowano, że dla wysokich wartości DR wariant zaokrąglony charakteryzuje się niższym spadkiem ciśnienia przy zachowaniu identycznej wymiany ciepła jak wariant ostry. Zhang i in. [113] analizowali pracę silnika fali stojącej ze stosem płytowym. Jako model obliczeniowy przyjęto wycinek 2D składający się z połowy płyty stosu wraz z połową kanału. Jako gaz roboczy przyjęto azot o ciśnieniu 1,5 MPa. Testowano, w tym przypadku, dwa warianty warunków brzegowych na wymiennikach: stały strumień ciepła i stały gradient temperatury. Porównywano wpływ ciśnienia gazu, położenia stosu, grubości płyt stosu rodzaju gazu na pracę urządzenia. Wyniki uzyskane dla azotu konfrontowano z wynikami eksperymentu. Badania wykazały, że optymalną długością stosu jest zakres 0.055 - 0.06 długości urządzenia przy jego położeniu w 0,14 do 0,16 długości urządzenia.

W pracy [114] badano pracę urządzenia fali stojącej ze stosem o zmiennym prze-

kroju wzdłuż długości. Przyjęto 3 warianty kształtu stosu. Pierwszy wariant to stos płytowy rozszerzający się w kierunku wymiennika gorącego ze skokową zmianą przekroju po stronie zimnej. Drugi wariant również rozszerza się w kierunku wymiennika gorącego, ale po stronie zimnej następuje płynna zmiana przekroju. Zaś trzeci wariant to klasyczny stos o płytach równoległych. Walidację ostatniego modelu przeprowadzono przy użyciu programu DeltaEC. Wykazano, że wariant pierwszy umożliwia zwiększenie 1,5 krotne mocy akustycznej. Stwierdzono, że korzystnym parametrem geometrycznym jest stosunek rozstawu płyt stosu do głębokości penetracji termicznej na poziomie 3,5 – 4 po stronie zimnej.

Rahpeima i Ebrahimi [115] przeprowadzili symulację wpływu parametrów stosu na pracę chłodziarki fali stojącej. Badano takie parametry jak grubość, rozstaw, długość, przewodność cieplna i pojemność cieplna płyt stosu. Przyjęto szczelinę o grubości 0,5 mm między wymiennikami a stosem. Jako gaz roboczy stosowano hel o ciśnieniu 10 kPa, oscylujący z częstotliwością 100 Hz. Wymiennik po stronie gorącej odwzorowano przyjmując stałą temperaturę 293 K. Analizie poddano łącznie 19 różnych konfiguracji urządzenia. Wykazano, że grubość płyt stosu powinna być jak najmniejsza przy zachowaniu odległości między płytami w przedziale 2 do 4 krotności głębokości penetracji termicznej. Długość płyt stosu powinna być 20 razy większa niż długość ruchu cząstki swobodnej, a materiał stosu powinien charakteryzować się niską przewodnością cieplną.

Badania wpływu długości modelu obliczeniowego na odwzorowanie pracy chłodziarki fali stojącej omówiono w [116]. Model numeryczny zawierał wycinek urządzenia zawierający stos rozszerzony o krótkie odcinki rezonatora. Analizie poddano wpływ całkowitej długości modelu (odcinków rezonatora) na przebieg zjawiska. Badano 6 wariantów długości domeny obliczeniowej wyrażonej jako stosunek długości domeny do długości fali  $l_d/\lambda$ . Uzyskane rozkłady ciśnienia porównano z rozwiązaniem analitycznym. Wykazano, że dla średniego ciśnienia 10 kPa długość modelu nie wpływa na odwzorowanie przesunięcia fazowego między prędkością i ciśnieniem gazu. Stwierdzono zaś, że długość modelu ma wyraźny wpływ na odwzorowanie rozkładu ciśnienia. Im niższa wartość  $l_d/\lambda$ , tym większa różnica w odwzorowaniu ciśnienia połączona z zaniżeniem wymiany ciepła w stosie.

W pracy [117] badano wymianę ciepła w kanałach o niewielkim przekroju podczas oscylacyjnego ruchu gazu. Badania prowadzono na drodze eksperymentalnej oraz CFD 2D i 3D. Jako model numeryczny przyjęto 7 rurek o średnicach 5 mm i długości 100 mm zakończonych buforem o długości 26 mm dla modelu 2D i 50 mm dla modelu 3D. Bufor posiadał objętość wielokrotnie większą niż rurki. Wyniki badań przedstawiono w funkcji liczby Womersleya (Wo), która wyraża stosunek oddziaływań bezwładnościowych ze względu na częstotliwość oscylacji do lepkości gazu. Badania prowadzono dla liczby Womersleya w zakresie 0,1 – 100. Wykazano, że dla Wo > 3 osiowy strumień ciepła jest proporcjonalny do  $Wo^{1,62}$ , natomiast dla niskich liczb Wo przebieg jest wykładniczy.

Van Buren i in. [118] badali wymiane ciepła podczas oscylacyjnego przepływu gazu wykorzystując metodę obliczeniową Large Eddy Simulation (LES). Badania prowadzono dla niewielkiej objętości płynu zlokalizowanej w węźle ciśnienia. Symulowano przepływ gazu nieściśliwego przy liczbie Re = 350 i Wo z zakresu 14 – 70. Stwierdzono chwilowy wzrost wymiany ciepła nawet o 60% w momencie zmiany kierunku przepływu gazu. Uzyskane wyniki porównano z dostępnymi w literaturze rezultatami symulacji DNS (Direct Numerical Simulation). W pracy [119] przeprowadzono analizę modelu 3D silnika fali stojacej z wykorzystaniem metody LES. Badany model zawierał stos wraz z gorącym końcem i rezonatorem. Wymiennik ciepła zastąpiono poprzez zdefiniowanie liniowego gradientu temperatury wzdłuż długości stosu. W celu zmniejszenia rozmiaru modelu numerycznego odwzorowano 1/4 urządzenia korzystając z warunku periodyczności. Jako gaz roboczy przyjęto powietrze o ciśnieniu 101325 Pa i temperaturze początkowej 300 K. Obliczenia prowadzono dwuetapowo. W pierwszym etapie uzyskano rozwiązanie w stanie ustalonym przy zadaniu wstępnej różnicy ciśnienia 0.001 Pa wzdłuż długości urządzenia poprzez wprowadzenie warunków pressure inlet i pressure outlet. W drugim kroku zastąpiono warunek pressure inlet warunkiem *wall*, co wywołało impuls ciśnienia inicjujący oscylacje. Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości temperatury goracego końca. Przedstawiono proces formowania się zawirowań w stosie oraz streamingu masy na końcach stosu. Badania zjawiska bistabilności (histerezy) temperatury krytycznej oscylacji termoakustycznych opisano w [120]. Analizowano model 2D urządzenia o stosie płytowym o grubości płyt 1 mm i odstępach 1 mm. Wykorzystano model turbulencji k- $\varepsilon$ . Zjawisko bistabilności badano poprzez zwiększanie gradientu temperatury wzdłuż stosu od 420 K aż do 550 K w celu określenia górnej krytycznej różnicy temperatury. Następnie prowadzono symulacje w sposób odwrotny w celu określenia dolnej krytycznej różnicy temperatury. Odwzorowano przebieg histerezy oraz przedstawiono przebiegi ciśnienia akustycznego dla charakterystycznych punktów. W drugim etapie badań analizowano występowanie zjawiska termoakustycznego w obszarze bistabilnym na skutek wyzwolenia oscylacji poprzez wprowadzenie sinusoidalnych zmian ciśnienia. Symulacje potwierdziły możliwość występowania zjawiska bistabilności. Wykazano, że im bliżej dolnej krytycznej różnicy temperatury, tym wyższa amplituda oscylacji wyzwalających. Stwierdzono, że stosując wyzwalanie możliwe jest obniżenie temperatury pracy urządzenia.

W pracy [121] opisano symulację CFD pracy pierścieniowego potrójnego silnika fali biegnącej. Analizowano kompletny model zawierający wszystkie człony urządzenia, uproszczony do postaci osiowo symetrycznej. Oba końce modelowanego silnika opisano warunkiem *interface* w celu odwzorowania pierścienia. Jako gaz roboczy wybrano hel o ciśnieniu 6 MPa i temperaturze początkowej 300 K. Zdefiniowano wstępny gradient temperatury na stosach poszczególnych stopni równy 623 K, temperaturę gorących końców przyjęto na poziomie 923 K. Przeprowadzono szybką analizę Fouriera (FFT) w celu określenia częstotliwości rezonansowej układu, a także określono straty egzergii w poszczególnych elementach urządzenia.

Hireche i in. [122] analizowali występowanie konwekcji swobodnej wewnątrz urządzenia termoakustycznego. Model numeryczny składał się z rury wypełnionej powietrzem zamkniętej na obu końcach. Stos odwzorowano poprzez wydzieloną objętość zdefiniowaną jako materiał porowaty. Wymiennik gorący wprowadzono jako dwa pierścienie i centralny rdzeń (ciała stałe), na których zdefiniowano warunek brzegowy temperatury, tak aby średnia temperatura wynosiła 520 K. Wyniki symulacji porównano z wynikami eksperymentu. Wykazano, że w badanych warunkach zachodzi konwekcja swobodna. Stwierdzono ponadto, że jej poziom jest na tyle duży, że może wpływać na przebieg zjawiska termoakustycznego. Powstawanie zjawiska synthetic jets na wylocie z silnika fali stojącej omówiono w [123]. Zjawisko polega na formowaniu się silnych strumieni w miejscu przewężenia kanału. Podczas oscylacyjnego ruchu gazu masa wypychana jest na tyle mocno, że podczas przeciwnej fazy oscylacji nie jest zasysana z powrotem do kanału. Formowanie się strumieni w urządzeniu termoakustycznym jest możliwe dzięki zastosowaniu przewężenia na wylocie silnika. Analizowano model 2D urządzenia wraz ze stosem i dodatkową objętością na wylocie. Zastosowano model turbulencji k- $\omega$  SST. W modelu nie uwzględniono obecności wymienników, wprowadzono natomiast stały rozkład temperatury wzdłuż stosu. Przedstawiono także etapy formowania się strumienia na wylocie urządzenia. Badano wpływ cech geometrycznych takich jak średnica i długość rezonatora, a wyniki porównano z rozwiazaniem analitycznym.

Kuzuu i Hasegawa [124] symulowali pracę stosu wraz z wymiennikami ciepła. Między wymiennikami a stosem odwzorowano szczelinę o grubości 5 mm. Równolegle rozwiązano rozkład fali akustycznej w urządzeniu oraz wymianę ciepła. Wpływ poszczególnych parametrów na zmianę liczby Nusselta analizowano poprzez rozwiązanie 90 różnych kombinacji układów parametrów. Przygotowano model opisujący różnicę temperatury między płynem i ciałem stałym stosu. Uzyskano wysoką zgodność w zakresie liczby Reynoldsa od 30 do 120.

W pracy [125] symulowano przepływ powietrza przez stos płytowy. Szczególną uwage zwrócono na zachowanie gazu w obszarze włotowym i wylotowym stosu. Symulacje prowadzono dla 2 częstotliwości 14,2 Hz i 23,6 Hz dobranych podczas prowadzenia eksperymentu. Przygotowano model numeryczny 2D zawierający wycinek stosu wraz z fragmentami rezonatora. W obliczeniach wykorzystano model turbulencji k- $\omega$  SST. Badania prowadzono dla DR w zakresie 0.3% do 3%. Przedstawiono także profile prędkości gazu wewnątrz kanałów stosu dla trzech charakterystycznych punktów cyklu, dla obu częstotliwości oraz różnych wariantów DR. Przedstawiono rozkłady prędkości wzdłuż długości stosu pokazując zmiany w przepływie na końcach stosu. Stwierdzono, że w pełni rozwinięty profil prędkości występuje wyłącznie dla niskich wartości DR. Przy zwiększeniu częstotliwości rozwinięty profil można zaobserwować przy wyższym DR niż dla niższej częstotliwości. Zauważono, że wpływ kształtu profilu prędkości powinien być uwzględniany nawet przy niewielkich wartościach liczby Reynoldsa. Korzystając z tego samego modelu numerycznego, przedstawiono również kształt zawirowań w rejonie wylotu z kanałów stosu [126]. Stwierdzono, że wewnatrz kanału istnieją dwie warstwy zawirowań. Pierwsza bezpośrednio przy powierzchni kanału, a druga bliżej osi kanału. Stwierdzono, że dla wyższej częstotliwości zawirowanie w osi jest silniejsze, zaś zawirowanie na końcu płyt ma mniejszy zasieg.

Osobną kategorią badań CFD jest wykorzystanie alternatywnych algorytmów rozwiązujących równania Naviera Stokesa. W ostatnich latach zyskującą bardzo na popularności jest metoda Lattice Boltzmann Method (LBM). Algorytm opiera się na dwuetapowym rozwiązywaniu macierzy opisującej gęstość płynu. Ogromną zaletą algorytmu jest możliwość prowadzenia rozwiązania w sposób równoległy na klastrach obliczeniowych. W zakresie termoakustyki prowadzono prace mające na celu wykorzystanie LBM do symulacji oscylacyjnego ruchu gazu i wymiany ciepła.

Meng, Wang i Li [127] symulowali wymianę ciepła podczas oscylacji gazu między dwoma płytami o różnych temperaturach. Symulacje prowadzono dla oscylacji gazu o wysokiej częstotliwości > 30 kHz. Przedstawiono rozkłady prędkości, temperatury i gęstości strumienia ciepła między płytami. Stwierdzono, że wzrost częstotliwości oscylacji przekłada się na wzrost strumienia ciepła. Wykazano, że zwiększając częstotliwość oscylacji z 30 kHz do 900 kHz strumień ciepła wzrasta o 30%. Dla odmiany Wang i in. [128] symulowali oscylacyjny przepływ gazu w prostym kanale. Analizowano model 2D zawierający tłok wymuszający oscylacje na jednym końcu i ścianę odbijającą fale na drugim. Pokazano przebieg oscylacji gęstości gazu w czasie obliczeń. Przedstawiono rozkłady prędkości, gęstości i ciśnienia w charakterystycznych punktach modelu. Badania wykazały, że możliwe jest wykorzystanie algorytmu LBM

W pracy [129] analizowano powstawanie i rozchodzenie się fal w dwuwymiarowej przestrzeni. Wykorzystano algorytm LBM razem z funkcją Equilibrium Particle Distribution Function (EPDF) oraz algorytm Direct Aeroacoustic Simulation (DAS). Analizowano trzy przypadki: gwałtowny wzrost temperatury lewej pionowej ściany modelu, gwałtowny wzrost temperatury lewej pionowej ściany przy równoczesnym gwałtownym spadku temperatury prawej pionowej ściany modelu, stopniowe nagrzewanie lewej pionowej ściany. Porównano wyniki rozwiązania uzyskanego przy użyciu LBM i DAS ze znanymi rozwiązaniami analitycznymi i numerycznymi, uzyskując dużą zgodność rozwiązań.

do symulacji wymiany ciepła podczas oscylacyjnego ruchu gazu.

# Rozdział 4

## Modelowanie jednowymiarowe

#### 4.1 Rozwiązanie z wykorzystaniem DelteEC

Symulacje pracy urządzeń termoakustycznych można prowadzić rozwiązując równania przytoczone w rozdziale dotyczącym rozważań teoretycznych (rozdział 2). Ze względu na skomplikowany aparat matematyczny, jest to niestety zadanie mocno skomplikowane. W zwiazku z tym warto zwrócić uwage na dostępne numeryczne narzędzia obliczeniowe. Najpopularniejszym programem tego typu jest DeltaEC czyli Design Environment for Low-Amplitude ThermoAcoustic Energy Conversion. Jest to darmowe narzędzie umożliwiające projektowanie oraz analizowanie pracy układów akustycznych oraz termoakustycznych. Oprogramowanie jest efektem wieloletnich badań prowadzonych w Los Alamos National Laboratory. W zakresie termoakustyki program bazuje na teoretycznym rozwiązaniu przedstawionym przez Rotta. Ponadto, twórcy programu rozbudowali go o dodatkowe moduły obliczeniowe, bazujące na wynikach prowadzonych przez siebie badań. Korzystanie z programu jest wygodne dzięki interfejsowi graficznemu i możliwości wizualizacji wyników pod postacia wykresów. Równocześnie, z perspektywy badawczej, oprogramowanie jest problematyczne. Ze względu na zastrzeżony kod programu, niemożliwe jest analizowanie sposobu prowadzenia rozwiązania. Wadą jest też brak możliwości tworzenia własnych alternatywnych modułów, bądź rozszerzania istniejących o dodatkowe funkcje (np. alternatywne korelacje dotyczące wymiany ciepła). Program posiada funkcję dodawania własnych równań tzw. RPN<sup>1</sup>. Dodawanie równań jest ograniczone, ze względu na możliwość odwoływania się wyłącznie do zmiennych zwracanych i pobieranych przez istniejące

 $<sup>^1{\</sup>rm RPN}$ czyli Reverse Polish Notation, to sposób zapisu równań wymyślony przez Jana Łukasiewicza w 1924 r

moduły programu. Brakuje również funkcji nadpisywania istniejących zmiennych. Co prawda możliwe jest ominięcie tego problemu poprzez umiejętne definiowanie wielkości szukanych *GUESS* i wielkości celu *TARGET*, niestety skutkuje to niestabilną praca programu i częstym brakiem możliwości znalezienia rozwiązania. Wszystkie te ograniczenia spowodowały, że w pracy zdecydowano się na przeprowadzenie symulacji z użyciem DeltaEC, a uzyskane tak wyniki porównano z rozwiązaniem przygotowanym na bazie równań wprowadzonych w części teoretycznej.



Rysunek 4.1: Wpływ ciśnienia oraz temperatury na  $\delta_{\kappa}$  dla częstotliwości 100 Hz.
Wybór gazu roboczego dla urządzenia termoakustycznego jest ściśle powiązany z parametrami urządzenia jakie chcemy uzyskać. Nie ma jednoznacznej odpowiedzi, jaki gaz jest najlepszym wyborem. Najczęściej wybiera się gaz, który realizuje kompromis pomiędzy mocą oraz sprawnością urządzenia. Jak wykazano w rozdziale 2.3, moc urządzenia jest proporcjonalna do prędkości dźwięku, średniego ciśnienia gazu oraz pola przekroju urządzenia. Oznacza to, że w celu uzyskania dużej mocy w odniesieniu do jednostki objętości, wielkości te powinny być jak największe.



Rysunek 4.2: Liczba Prandtla

Gazy o niskiej masie atomowej charakteryzują się największymi prędkościami dźwięku, wodór – 1320,9 m/s, hel – 1019,2 m/s oraz neon – 453,88 m/s (prędkości podano dla ciśnienia 100 kPa oraz temperatury 300 K). Najwyższe wartości głębokości penetracji cieplnej ( $\delta_{\kappa}$ ) uzyskiwane są także dla gazów o niskiej masie atomowej. Gazy te charakteryzują się ponadto wysokimi wartościami współczynnika przewodzenia ciepła k. Wartość  $\delta_{\kappa}$  maleje wykładniczo wraz ze wzrostem średniego ciśnienia gazu. Jest to efekt zmiany gęstości gazu na skutek zmiany ciśnienia. Wpływ temperatury na penetrację cieplną także maleje wraz ze wzrostem ciśnienia gazu. Największe różnice można zaobserwować w obszarze niskich ciśnień (do ok. 1 MPa). Wpływ średniej temperatury oraz ciśnienia na  $\delta_{\kappa}$  dla częstotliwości 100 Hz pokazano na Rys. 4.1. Wartości liczby Prandtla dla czystych gazów oraz mieszanin He–Ar, He–Xe oraz Ne–Xe pokazano na Rys. 4.2. Biorąc pod uwagę powyższe uwagi, zdecydowano, że w budowanym na potrzeby pracy modelu gazem roboczym będzie hel o ciśnieniu 100 kPa.

Modelowanie rozpoczęto od doboru konstrukcji urządzenia termoakustycznego. Zdecydowano się na symulację silnika fali stojącej, składającego się z rezonatora zamkniętego na jednym końcu i otwartego na drugim. Wewnątrz rezonatora znajduje się stos, po obu jego stronach wymienniki ciepła. W takim urządzeniu powstaje 1/4 długości fali akustycznej. Schemat modelu obliczeniowego przedstawiono na Rys. 4.3. Pierwszym członem modelu jest powierzchnia *SURFACE* o zdefiniowanym polu przekroju 1  $m^2$ .



Rysunek 4.3: Model obliczeniowy przygotowany w programie DeltaEC

Kolejnym elementem urządzenia jest odcinek rezonatora łączący powierzchnię gorącego końca z wymiennikiem po stronie gorącej stosu. Program DeltaEC przewiduje dwa moduły służące do tego celu *DUCT* i *CONE*. Moduły różnią się tym, że *DUCT* odwzorowuje kanał o stałym przekroju, a *CONE* umożliwia zmianę przekroju urządzenia wzdłuż długości. Oba modele wymagają wprowadzenia pola przekroju i obwodu, przy czym w przypadku *CONE* wartości definiuje się dla obu końców modułu. Modele odwzorowują dowolny kształt przekroju, który spełnia założenia  $r_h >> \delta_{\kappa}, \delta_{\mu}$ . Moduły umożliwiają również uwzględnienie turbulencji, poprzez zdefiniowanie względnej chropowatości powierzchni kanału. W analizowanym przypadku zdecydowano się na zastosowanie kanału o stałym przekroju, identycznym jak powierzchnia *SURFACE* i obwodzie 4 m. Kolejnym elementem jest wymiennik ciepła.

W programie DeltaEC mamy do wyboru 8 wariantów wymienników ciepła. Niestety program nie posiada możliwości bezpośredniej rozbudowy bazy modułów o własne rozwiązania. Z tego względu w obliczeniach bazowano na jednym z gotowych modułów.

Podstawowymi wymiennikami ciepła w programie DeltaEC są wymienniki HXi TX. W przypadku HX gaz roboczy urządzenia termoakustycznego przepływa pomiędzy równoległymi płytami o odstępie  $2y_0$ , w przypadku TX gaz przepływa poprzez rurki o promieniu  $r_0$ . W obu przypadkach wymagane jest wprowadzenie pola przekroju – A, porowatości wymiennika –  $\phi$ , długości –  $\Delta x$  oraz mocy –  $\dot{Q}$ . Pole przekroju jest zdefiniowane jako suma przekroju części gazowej  $A_{gas}$  oraz ciała stałego  $A_{solid}$ . Porowatość wymiennika definiuje udział części gazowej w całkowitym polu przekroju  $\phi = A_{gas}/A$ . Przyjęto, że strumień ciepła doprowadzanego od ciała stałego do gazu jest dodatni. Temperatura gazu  $T_m$  jest natomiast proporcjonalna do całkowitej entalpii  $\dot{H}_{tot}$  przepływającej przez stos. Temperatura ciała stałego  $T_{solid}$  jest proporcjonalna do strumienia ciepła  $\dot{Q}$ :

$$\frac{dT_m}{dx} = 0$$

$$\frac{\dot{H}_{tot}}{dx} = \frac{\dot{Q}}{\Delta x}$$

$$T_{solid} = T_m + \frac{\dot{Q}}{hA_{gas}\frac{x_{eff}}{r_h}}$$

$$x_{eff} = \min \left[2|\xi|, \Delta x\right]$$
(4.1)

W równaniu wprowadzono  $x_{eff}$  wyrażające długość na jakiej efektywnie zachodzi wymiana ciepła wewnątrz wymiennika, jest to mniejsza z dwóch wartości: długo-

ści wymiennika  $\Delta x$  i dwukrotności amplitudy ruchu cząstek swobodnych gazu  $\xi$  (2.4). Współczynnik wnikania ciepła h określany jest jako:

$$h = \frac{k}{y_{\text{eff}}}$$

$$y_{\text{eff}} = \min \left[\delta_{\kappa}, r_{h}\right]$$

$$(4.2)$$

Pojawiający się w równaniu promień hydrauliczny  $r_h$  wynosi  $y_0$  dla wymiennika HXoraz  $r_0/2$  dla wymiennika TX. Współczynnik wnikania ciepła jest zależny od współczynnika przewodzenia ciepła (dla temperatury  $T_m$ ), a także promienia hydraulicznego  $r_h$ lub głębokości penetracji cieplnej  $\delta_{\kappa}$ . Przebieg współczynnika wnikania ciepła dla różnych wartości  $r_h/\delta_{\kappa}$  przedstawiono na Rys. 4.4. Łatwo zauważyć, że dla  $r_h/\delta_{\kappa} < 1$ współczynnik maleje nieliniowo. Wynika to z zależności  $y_{\rm eff}$  wyrażonej w równaniu (4.2), która wprowadza związek z  $\delta_{\kappa}$  (wpływ częstotliwości). Dla  $r_h/\delta_{\kappa} \geq 1$ , współczynnik wnikania ciepła przyjmuje stałą wartość zależną wyłącznie od rodzaju gazu i jego temperatury  $T_m$  (w programie Delta<br/>EC współczynnik przewodzenia ciepła jest funkcją wyłącznie temperatury). Tymczasem, wraz ze wzrostem ciśnienia rośnie gęstość gazu, co obniża wartość  $\delta_{\kappa}$ , a to przekłada się na znaczący wzrost współczynnika wnikania ciepła. Wraz ze wzrostem temperatury rośnie także współczynnik przewodzenia ciepła oraz  $\delta_{\kappa}$ , które również jest od niego zależne, co wywołuje spadek współczynnik wnikania ciepła. Warto zauważyć, że dla  $r_h/\delta_\kappa \gg 1$  sposób wyznaczania współczynnika wnikania ciepła jest mocno uproszczony. Program DeltaEC nie wprowadza również algorytmu turbulencji dla wymienników HX i TX. Oznacza to, że w przypadku kanałów o wymiarach większych niż  $r_h/\delta_{\kappa} = 1$  należy rozważyć zdefiniowanie własnego równania zastępującego równanie  $T_{\text{solid}}$  (4.1).

Następna grupa wymienników to SX i PX. Dla obu wymienników wymagane jest, podobnie jak dla HX i TX, wprowadzenie pola przekroju – A, porowatości wymiennika –  $\phi$ , długości –  $\Delta x$ , promienia hydraulicznego –  $r_h$  oraz mocy –  $\dot{Q}$ . Pole przekroju jest zdefiniowane identycznie jak dla wymienników HX i TX. Promień hydrauliczny  $r_h$  wprowadzono jako stosunek objętości gazu i pola powierzchni styku gazu z ciałem stałym. Porowatość wymiennika została zdefiniowana jako stosunek objętości gazu do całkowitej objętości wymiennika  $\phi = V_{gas}/V$ . Przyjęto, że strumień ciepła doprowadzanego od ciała stałego do gazu jest dodatni.

Wymiennik SX odwzorowuje przepływ gazu przez warstwę siatki drucianej o długości  $\Delta x$ . Moduł działa poprawnie wyłącznie przy założeniu, że odległość pomiędzy drutami siatki wyrażona jako promień hydrauliczny  $r_h$  jest mniejsza od  $\delta_{\kappa}$  i  $\delta_{\nu}$ .



Rysunek 4.4: Współczynnik wnikania ciepła dla wymiennika HX i TX.

Dla tego typu wymiennika, prawdziwe są zależności:

$$\Delta T = \frac{\dot{Q}r_h^2 (g_c - g_v)}{kb(\phi)\phi Ax_{\text{eff}}}$$

$$g_c = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{dz}{1 + Re^{3/5} \cos^{3/5}(z)}$$

$$g_v = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(2z)dz}{1 + Re^{3/5} \cos^{3/5}(z)}$$

$$b(\phi) = 3,81 - 11,29\phi + 9,47\phi^2$$

$$x_{\text{eff}} = \min\left[2|\xi|,\Delta x\right]$$
(4.3)

Sposób wyznaczania wymiany ciepła w wymienniku SX jest powiązany z oscylacyjnym ruchem gazu przez wprowadzenia liczby Reynoldsa:

$$Re = \frac{4|u_1|r_h\rho_m}{\mu} \tag{4.4}$$

Różnica temperatury pomiędzy gazem i ciałem stałym wyznaczana jest proporcjonalnie do strumienia doprowadzonego ciepła  $\dot{Q}$ . Współczynnik wnikania ciepła nie jest bezpośrednio zdefiniowany. Ze względu na stopień skomplikowania równań (4.3) opisujących wymianę ciepła, zastosowanie tego typu wymiennika jest mocno nieintuicyjne.

Wymiennik PX umożliwia wprowadzenie współczynnika wnikania ciepła w postaci wykładniczej, jako funkcję liczby Prandtla Pr i Stantona St (4.6). Postać wykładnicza wymaga wprowadzenia przez użytkownika dwóch wartości: stałej  $h_{\rm con}$  oraz wykładnika  $h_{\rm exp}$ , które definiują wartość liczby Nusselta w funkcji liczby Reynoldsa.

$$StPr^{2/3} = h_{\rm con}Re^{-h_{\rm exp}} \tag{4.5}$$

$$St = \frac{Nu}{PrRe} \tag{4.6}$$

$$\Delta T = I_h \frac{\dot{Q}r_h^2}{kh_{\rm con}Re^{1-h_{\rm exp}}\phi Ax_{\rm eff}}$$

$$I_h = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^{h_{\rm exp}+1}\omega t d(\omega t)$$

$$x_{\rm eff} = \min\left[2|\xi|, \Delta x\right]$$
(4.7)

Ostatnią grupę wymienników tworzą VXQ1, VXQ2, VXT1 i VXT2. Są to moduły umożliwiające wyrażenie temperatury gazu bądź strumienia ciepła jako funkcji współrzędnej x, co oznacza, że konstrukcyjnie najbliżej im do wymienników płaszczowo - rurowych. Cyfra w nazwie modułu oznacza liczbę rzędów wymiennika, przy czym dostępne możliwości to 1 lub 2. Dla wariantu  $VXQ^*$  definiowany jest strumień ciepła *HeatP1* i *HeatP2* (odpowiednio dla wariantu). Wymiennik  $VXT^*$  wymaga podania temperatury ciała stałego TSolP1 i TSolP2. Każdy z wymienników wymaga zdefiniowania pola przekroju – A, porowatości wymiennika po stronie gazowej –  $\phi_{gas}$ , porowatości wymiennika po stronie ciała stałego -  $\phi_{solid}$ , promienia hydraulicznego –  $r_h$ , długości rzędu rur oraz długości na jakiej zachodzi wymiana ciepła.

Dla obu rodzajów wymiennika zależność między temperaturą ciała stałego i gazu

jest podobna:  $VXT^*$ 

$$\frac{dH_2, k}{dx} = 3,7 \frac{A_{gas}k}{4r_h^2} m_k \left(T_{solid} - T_m\right)$$
(4.8)

 $VXQ^*$ 

$$\frac{dH_2, k}{dx} = 4, 4 \frac{A_{gas}k}{4r_h^2} m_k \left(T_{solid} - T_m\right)$$
(4.9)

Sposób wyznaczania wymiany ciepła wynika z przyjęcia założenia o laminarnym charakterze przepływu (stąd stała 4,4 i 3,7) pomnożonym przez współczynnik korygujący  $m_k$  mający wprowadzać dodatkową intensyfikację na skutek turbulencji.

W modelu budowanym na potrzeby pracy zdecydowano się na zastosowanie wymiennika typu HX. Decydującym elementem było wykorzystywanie przez moduł HXgeometrii płytowej, która odwzorowuje popularny kształt wymienników stosowanych w termoakustyce. Ponadto, równania zjawisk zachodzących w wymienniku HX są łatwe do samodzielnego rozwiązania ze względu na brak skomplikowanego aparatu matematycznego takiego jak funkcje Bessela.

Jeśli chodzi o stos, to w programie DeltaEC dostępne są 4 podstawowe moduły obliczeniowe symulujące ten ważny element urządzenia termoakustycznego:

- STKSLAB stos płytowy/spiralny, równania (2.65)
- STKCIRC stos o kanałach okrągłych/sześciokątnych, równania (2.66)
- STKRECT stos o kanałach prostokątnych, równania (2.67)
- STKPIN stos prętowy, równania (2.68)

Oprócz wyżej wymienionych modułów, dostępne są również dodatkowe warianty takie jak STKSCREEN i STKPOWERLW. Oba stworzono głównie z myślą o modelowaniu regeneratorów urządzeń fali biegnącej, natomiast sposób implementacji w programie umożliwia ich użycie również w przypadku urządzeń fali stojącej. Pierwszy STK-SCREEN odpowiada stosowi zbudowanemu z siatki drucianej. Drugi STKPOWERLW zachowuje się podobnie, z tą różnicą, że współczynnik tarcia i współczynnik wnikania ciepła wyrażone są w postaci funkcji wykładniczej liczby Reynoldsa. Od strony obliczeniowej można zauważyć pewne podobieństwo do modelu wymiennika PX. Oba moduły wymagają zdefiniowania objętościowej porowatości, która wyraża stosunek objętości gazu odniesiony do objętości całkowitej stosu. Podstawowym założeniem, towarzyszącym obu modelom, jest przyjęcie bardzo dobrego kontaktu termicznego między gazem i ciałem stałym. Z tego względu modele można stosować wyłącznie w sytuacji gdy  $r_h \ll \delta_{\kappa}$ .

Ostatnimi modułami są *STKDUCT* i *STKCONE*. W przeciwieństwie do dwóch poprzednich są one stworzone z myślą o sytuacji gdy  $r_h >> \delta_{\kappa}$ . Z tego względu modele nie wymagają definiowania porowatości, a zamiast tego należy podać pole przekroju części gazowej i ciała stałego. *STKCONE* umożliwia symulowanie stosu o zmiennym polu przekroju (stożek), poprzez zdefiniowanie dwóch skrajnych pól przekroju i obwodów.

W budowanym w pracy modelu, zdecydowano się na użycie modelu płytowego *STKSLAB*. Stos płytowy posiada szereg zalet. Największą z nich jest możliwość łatwego odwzorowania stosu w dwuwymiarowym modelu CFD, czego nie da się zrobić w pozostałych przypadkach (kanały mają kształt trójwymiarowy). Stos płytowy, w razie potrzeby budowy silnika da się również stosunkowo łatwo wykonać.

Kolejnym elementem urządzenia jest kanał łączący wymiennik po stronie zimnej stosu z wylotem. Tutaj również zdecydowano się na zastosowanie modułu *DUCT* zakończonego powierzchnią *SURFACE*. Przyjęto także identyczne parametry jak po gorącej stronie stosu.

Warunkiem brzegowym kończącym model może być *HARDEND* lub *SOFTEND*. Moduł *SOFTEND* umożliwia wymuszenie zerowej amplitudy ciśnienia (węzła ciśnienia) w miejscu, w którym został wstawiony. W przypadku *HARDEND* dla odmiany zerowany jest strumień masowy. Z tego względu, analizując urządzenia pracujące z otwartym wylotem do otoczenia, zdecydowano się na zastosowanie modułu *SOFTEND*. Moduł ma również zastosowanie w przypadku urządzeń symetrycznych. *HARDEND* sprawdza się w przypadku urządzeń o zamkniętym końcu. Oba moduły nie wymagają wprowadzenia jakichkolwiek wielkości, natomiast umożliwiają wymuszenie wartości składowych impedancji akustycznej.

Poza "złożeniem" urządzenia z poszczególnych elementów, modelowanie w programie DeltaEC wymaga zdefiniowania wartości celu TARGET i wyznaczanych wielkości *GUESS*. Program umożliwia rozwiązania zadania wyłącznie wtedy, gdy liczba wielkości celu odpowiada liczbie wyznaczanych. Częstym podejściem jest oznaczenie jako wielkości wyznaczane częstotliwości i amplitudy ciśnienia (wielkości zawarte w module BEGIN), dzięki czemu program odnajduje częstotliwość rezonansową konstrukcji *Freq* oraz wyznacza amplitudę ciśnienia |p| wynikającą z parametrów termicznych stosu. Równocześnie trzeba również zdefiniować dwie wielkości celu. Dobrym podejściem jest wyzerowanie obu składowych impedancji warunku *SOFTEND*. Mamy w ten sposób pewność, że na wylocie urządzenia wystąpi węzeł ciśnienia. Kolejną wielkością wyznaczaną może być średnia początkowa temperatura gazu *TBeg.* Dobór wielkości celu jest w tym przypadku bardziej skomplikowany, ponieważ wymaga on wprowadzenia własnej funkcji *RPN.* Zaleca się tutaj wyzerowanie strumienia mocy wydostającego się z wymiennika po stronie zimnej, w kierunku modułu *DUCT.* 

Wymienniki ciepła wymagają zdefiniowania doprowadzanej/odprowadzanej mocy. Określenie strumienia mocy jest problematyczne, dlatego lepszym podejściem jest zdefiniowanie celu w postaci temperatury ciała stałego SolidT w wymiennikach po obu stronach stosu. W tym przypadku wielkością wyznaczaną może być strumień ciepła *HeatIn*. Należy pamiętać, że nie jest to równoznaczne ze zdefiniowaniem gradientu temperatury wzdłuż stosu urządzenia.

#### 4.2 Rozwiązanie analityczne

Korzystając z wyprowadzeń przytoczonych w rozdziale 2 można przedstawić rozwiązanie analityczne dla poszczególnych modułów zastosowanych w modelu przygotowanym w programie DeltaEC. Model analityczny każdego z elementów ma postać układu równań wiążących zmianę ciśnienia i prędkości gazu wzdłuż długości elementu (współrzędna x). Zaczynając od prostego kanału o przekroju A, w DeltaEC określanego jako DUCT, układ ten ma postać:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} = -\frac{i\omega\rho_m}{(1-f_\nu)A}u\\ \frac{du}{dx} = -\frac{iA\omega}{\rho_mc^2}\left(1 + \frac{\kappa-1}{1+\epsilon_s}f_\kappa\right)p\\ \frac{dT}{dx} = 0 \end{cases}$$
(4.10)

gdzie: p – ciśnienie, u – prędkość, T – temperatura,  $f_{\kappa}, f_{\nu}$  – funkcja Rotta, A – pole przekroju,  $\rho$  – gęstość,  $\omega$  – częstotliwość, c – prędkość dźwięku.

W przypadku stosu wzdłuż, jego długości zmienia się temperatura gazu. W rozwiązaniu przyjęto, że temperatura zmienia się w sposób liniowy. Kolejną różnicą jest to, że równanie prędkości zawiera dodatkowy komponent opisujący wpływ zmienności temperatury wzdłuż długości elementu. Zmienia się również pole przekroju z A na  $A_{gas}$ , ze względu na obecność ciała stałego.

$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} = -\frac{i\omega\rho_m}{(1-f_\nu)A}u\\ \frac{du}{dx} = -\frac{iA\omega}{\rho_m c^2} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{1 + \epsilon_s} f_\kappa\right) p + \frac{\beta(f_\kappa - f_\nu)}{(1 - f_\nu)(1 - Pr)(1 + \epsilon_s)} \frac{dT}{dx}u \\ \frac{dT}{dx} = \text{const.} \end{cases}$$
(4.11)

Wymienniki ciepła rozwiązywane są w sposób analogiczny do prostego kanału (4.10). Różnica pojawia się jedynie w przypadku pola przekroju i temperatury gazu. Wymiennik, tak jak stos, ma ograniczone pole dla przepływu gazu. Z tego względu jest ono dla wymiennika równe polu przekroju  $A_{gas}$ . Sposób wyznaczania temperatury gazu dla wymienników przyjęto analogicznie do wymiennika HX programu DeltaEC (4.1).

Rozwiązanie równań dla prostego kanału i wymienników (4.10) można wyrazić jako:

$$p_{1} = C_{1} \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right) + C_{2} \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right)$$
$$u_{1} = -\frac{iR_{g}}{\rho c} \left[C_{1} \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right) - C_{2} \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right)\right]$$
(4.12)

W przypadku stosu (4.11) rozwiązanie ma bardziej złożoną postać:

$$p_{1} = \frac{1}{2s} e^{\frac{1}{2}(D-s)x} \left[ C_{1} \left( S + D + e^{Sx} \left( S - D \right) \right) - C_{2} \left( 2i B \left( 1 + e^{Sx} \right) \right) \right]$$
  

$$u_{1} = \frac{1}{2s} e^{\frac{1}{2}(D-s)x} \left[ C_{1} \left( -2i C \left( -1 + e^{Sx} \right) \right) + C_{2} \left( S - D + e^{Sx} \left( S + D \right) \right) \right]$$
(4.13)

gdzie

$$S = \sqrt{-4BC + D^2}$$

$$A = 0$$

$$B = \frac{\omega \rho_m}{R_s (1 - f_\nu)}$$

$$C = \frac{\omega R_s}{\rho c^2} \left( 1 + \frac{(\gamma - 1)f_k}{1 + \epsilon_s} \right)$$

$$D = \beta \frac{f_k - f_\nu}{(1 - Pr)(1 + \epsilon_s)} \frac{dT}{dx}$$

Równania dla poszczególnych części, rozwiązywane są sekwencyjnie. Wyniki uzyskane na końcu segmentu stanowią warunek brzegowy niezbędny do rozwiązania następnego segmentu. Przyjęto kierunek rozwiązywania równań od gorącego końca, w stronę wylotu urządzenia. W takim układzie stosunkowo prosto zadać warunki brzegowe dla pierwszego rozwiązywanego segmentu. Gorący koniec urządzenia zaczyna się od ściany, więc warunkami brzegowymi są: amplituda ciśnienia i prędkość gazu (na ścianie wynosi 0 m/s). Problemem takiego rozwiązania jest brak informacji o amplitudzie, która na tym etapie nie jest znana.

## 4.3 Porównanie wyników

W pracy analizowano modele dwóch urządzeń termoakustycznych, różniących się długością (250 mm i 500 mm). Dla każdego modelu przeprowadzono obliczenia w programie DeltaEC oraz znaleziono dla nich rozwiązania analityczne.



Rysunek 4.5: Porównanie modelu DeltaEC i analitycznego dla 250 mm



Rysunek 4.6: Porównanie modelu DeltaEC i analitycznego dla 500 mm

Dla obu modeli wyznaczono też częstotliwości rezonansowe (uzyskano: 250 mm – 1126 Hz i 500 mm – 577 Hz). Na rysunkach 4.5, 4.6 przedstawiono rozkłady ciśnienia i prędkości dla obu analizowanych długości. Dla obu wariantów pokazano przebiegi składowej, urojonej dla prędkości i rzeczywistej dla ciśnienia. Zamieszczone wykresy potwierdzają wysoką zgodność rozwiązania DeltaEC z rozwiązaniem analitycznym. Warto zwrócić uwagę, że w obu rozwiązaniach, łatwo zauważyć charakterystyczne wypłaszczenie zlokalizowane wzdłuż długości stosu.

# Rozdział 5

# Wyniki modelowania CFD

### 5.1 Wymiana ciepła wewnątrz stosu

Dotychczasowe, wykonane na potrzeby dysertacji obliczenia oraz analizy pracy urządzeń termoakustycznych wykazały, że szczególnie ważnym aspektem modelowania jest precyzyjne odwzorowanie wymiany ciepła wewnątrz stosu i wymienników ciepła. Równocześnie jest to bardzo złożone zadanie. Pierwszą komplikacją, jaka się pojawia jest rozmiar kanałów. Korelacje dotyczące wymiany ciepła podczas przepływu gazu w kanałach wyznaczane sa dla przypadków, w których wpływ oddziaływań lepkościowych na brzegach kanału ma marginalne znaczenie. Sprowadza się on bowiem wyłącznie do warstwy przyściennej, która zajmuje niewielką objętość wzdłuż obwodu kanału. Tymczasem zupełnie odmienna sytuacja ma miejsce w termoakustyce. Porównując  $\delta_{\mu}$  z promieniem hydraulicznym kanału, udział warstwy przyściennej jest znaczny, a nawet dominujący. Kolejną trudnością w zakresie wymiany ciepła jest charakter ruchu gazu wewnątrz kanału. Popularne korelacje wyrażające liczbę Nusselta, bazują na założeniu jednostajnego przepływu gazu, ze średnią prędkością w całym przekroju kanału. W termoakustyce ruch gazu ma charakter oscylacyjny, a średnia wartość prędkości gazu, w przypadku urządzeń fali stojącej, wynosi zero. Z tego względu strumień wymienianego ciepła również będzie wielkościa oscylująca względem pewnej średniej wartości. Ponadto, korelacje zakładają stałą wartość temperatury ciała stałego, podczas gdy oscylacyjny ruch gazu wiąże się z kontaktem cząstek gazu z ciałem stałym o zmiennej temperaturze. Prowadzi to do sytuacji, w której podczas jednego okresu oscylacji cząstka gazu pobiera i oddaje ciepło. W związku z tym, wzdłuż długości stosu gęstość strumienia ciepła również oscyluje od wartości ujemnych po dodatnie. Biorac dodatkowo pod uwage przepływ ciepła wzdłuż stosu przez przewodzenie, analiza wymiany ciepła, z perspektywy konieczności pozyskania pomiarów, jest bardzo skomplikowanym zagadnieniem. Do tego dochodzi zwykle dość duża, jak na pomiary temperatury częstotliwość jej zmian. Prowadzenie pomiarów, zachodzącej w sposób oscylacyjny, wymiany ciepła między gazem a ciałem stałym, sprowadza się wyłącznie do pomiaru wartości uśrednionych w czasie.



Rysunek 5.1: Model numeryczny

Wszystkie te trudności spowodowały, że w omawianej pracy zdecydowano się na przeprowadzenie numerycznej analizy wymiany ciepła wewnątrz stosu. Do modelowania przystąpiono wieloaspektowo. Ze względu na chęć przeanalizowania wielu konfiguracji urządzenia, zdecydowano się na uproszczenie modelu chłodziarki do postaci 2D. Przygotowując model, założono wykorzystanie stosu płytowego o grubości kanału 1 mm, rozdzielonego płytami o grubości 1 mm. Na zakończeniu płyt wprowadzono zaokrąglenie o promieniem 0,5 mm. Szerokość stosu jest wielokrotnie większa od wysokości pojedynczego kanału. Oznacza to niewielki wpływ wymiany ciepła na końcach kanału względem wymiany w części centralnej. Stos płytowy charakteryzuje się również dużą powtarzalnością przepływu w poszczególnych kanałach. Z tego względu model można było uprościć do pojedynczego kanału i zastosować warunek periodyczności między powstałymi powierzchniami.

Przygotowano dwa warianty modelu o długościach stosu 25 mm i 50 mm. Każdy model zawierał pojedynczy kanał stosu wraz z odcinkiem włotowym i wylotowym. Długość odcinków włot/wylot dobrano bazując na amplitudzie ruchu cząstki swobodnej gazu. Dla każdego wariantu wyznaczona długość nie przekracza połowy długości stosu, dlatego przyjęto odcinki włotowe 12,5 mm dla stosu 25 mm i 25 mm dla stosu 50 mm. Kolejną zaletą stosu płytowego jest dostępność rozwiązania analitycznego dla omawianego problemu, co daje możliwość walidacji rozwiązania numerycznego. Rozważane modele numeryczne przedstawiono na ilustracji 5.1.

Jako gaz roboczy przyjęto hel. Jest to gaz szlachetny o właściwościach korzystnie wpływających na warunki pracy urządzeń termoakustycznych. Przyjęto model gazu doskonałego, umożliwiającego uwzględnienie w obliczeniach ściśliwości. Ciepło właściwe gazu przyjęto jako wartość stałą wynoszącą  $c_p = 5\,193, 4$  J/kgK, zaś jego lepkość oraz współczynnik przewodzenia ciepła uzależniono od temperatury i wyrażono w postaci wykładniczej:

$$\mu = 0,412e - 6T^{0,68014} \tag{5.1}$$

$$k = 0,0025672T^{0,716} \tag{5.2}$$

Podczas oscylacyjnego ruchu gazu wewnątrz kanału stosu, chwilowa prędkość gazu może wynosić nawet kilkadziesiąt m/s. W efekcie charakter przepływu w kanale w pojedynczym okresie oscylacji gazu zmienia się od względnie laminarnego aż po turbulentny. Z tego powodu zdecydowano się na zastosowanie modelu turbulencji  $k-\omega$  SST.

Typowy rozkład ciśnienia wewnątrz urządzenia termoakustycznego przedstawia 1/4 długości fali akustycznej. Ze względu na to, że zdecydowano się na analizę fragmentu urządzenia przygotowano funkcję wyprowadzającą wartość ciśnienia wewnątrz urządzenia w dowolnym punkcie wzdłuż jego długości x oraz w dowolnym momencie czasu t. Funkcja ta jest iloczynem amplitudy ciśnienia  $p_a$ , funkcji sin opisującej człon czasowy oraz funkcji cos określającej zależność od współrzędnej x oraz prędkości dźwięku (będącej funkcją temperatury gazu T):

$$p(p_a, t, x, T) = p_a sin(2\pi ft) cos\left[\frac{2\pi xf}{a(T)}\right]$$
(5.3)

Przyjęto, że lewy koniec urządzenia jest końcem "gorącym" będącym zarazem strzałką ciśnienia. Na gorącym końcu modelu ustawiono warunek brzegowy pressure inlet, gdzie ciśnienie total pressure zdefiniowano przy użyciu równania (5.3). Analogicznie na zimnym końcu modelu zdefiniowano warunek brzegowy pressure outlet dobierając odpowiednio współrzędną x w równaniu (5.3). W obliczeniach uwzględniono różne warianty ciśnienia roboczego wewnątrz urządzenia. Ciśnienie robocze wprowadzono poprzez zmianę operating pressure na etapie definicji warunków brzegowych.

Obliczenia prowadzono dla liniowych gradientów temperatury wzdłuż stosu opisanych równaniem:

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} x + T_1 - \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} x_1$$
(5.4)

gdzie  $T_1$  to temperatura gorącego końca stosu znajdująca się w odległości  $x_1$  od początku urządzenia, podczas, gdy  $T_2$  to temperatura zimnego końca stosu, a  $x_2$  współrzędna końca stosu. Cechą charakterystyczną dla każdego stosu jest jego promień hydrauliczny  $r_h$ . Dla stosu płytowego jest on wyrażony jako połowa wysokości pojedynczego kanału.Dla każdego stosu można również wyrazić bezwymiarowy związek między geometrią stosu i parametrami pracy urządzenia:

$$\frac{\delta_{\kappa}}{r_h} \tag{5.5}$$

przy czym im wartość ta bliższa jeden, tym lepsza wymiana ciepła wewnątrz kanału stosu. Oznacza to, że wymiana ciepła jest najefektywniejsza gdy  $\delta_{\kappa} = r_h$  (Rys. 2.1).

Powyższa zależność wskazuje, że dla każdego stosu zabudowanego w urządzeniu o danej długości można wyznaczyć parametry pracy zapewniające najefektywniejszą wymianę ciepła w stosie. Równocześnie, zmiana parametrów pracy dla istniejącego stosu wiązać się będzie ze zmianą (obniżeniem) strumienia wymienianego ciepła. W celu określenia wpływu poszczególnych parametrów na wymianę ciepła w stosie przygotowano i przebadano kilka modeli numerycznych. Obliczenia przeprowadzano dla dwóch liniowych gradientów temperatury stosu 300 K – 400 K i 300 K – 700 K oraz dwóch średnich wartości ciśnienia w urządzeniu, tj. 0,1 MPa i 1 MPa. Dla każdej kombinacji ciśnienia i temperatury wykonano obliczenia dla dwóch wartości amplitudy ciśnienia 1 kPa i 10 kPa. Dla powyższych kombinacji, dobrano analitycznie częstotliwość pracy, tak aby wyznaczyć wymianę ciepła dla  $\delta_{\kappa}/r_h \approx 1$ . Następnie przeprowadzono obliczenia dla częstotliwości odpowiadających  $\delta_{\kappa}/r_h \neq 1$  w celu określenia względnej zmiany strumienia ciepła. Obliczenia wykonano dla stosu o długości 25 mm i 50 mm. Łącznie przeliczono 71 przypadków.

Dyskretyzację modelu przeprowadzono ze zwróceniem szczególnej uwagi na jakość siatki wewnątrz kanału stosu. Jako kryterium wyboru siatki przyjęto brak zmiany strumienia ciepła wymienianego wzdłuż długości stosu. Łącznie przygotowano 4 warianty siatki przyjmując rozmiar elementu 0,1 mm, 0,075 mm, 0,05 mm i 0,025 mm. Dla każdej siatki uzyskano y+ < 1. Z tego względu nie zdecydowano się na dodatkowe zagęszczenie elementów siatki w obszarze warstwy przyściennej. Analiza gęstości siatki wykazała, że zagęszczenie siatki poniżej rozmiaru elementu 0,05 mm zmienia uzyskiwany strumień ciepła o mniej niż 1%. Z tego względu w dalszych obliczeniach zdecydowano się na zastosowanie siatki o rozmiarze elementu 0,05 mm. Siatkę pokazano na ilustracji 5.2. Dla każdego analizowanego przypadku obliczenia prowadzono dwu etapowo.



Rysunek 5.2: Siatka numeryczna

W pierwszym etapie uzyskiwano rozwiązanie dla stanu ustalonego, którego celem było wyznaczenia rozkładu temperatury gazu.



Rysunek 5.3: Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji  $\delta_\kappa/r_h$ dla wszystkich analizowanych przypadków

Następnie, w drugim etapie, rozwiązywano zagadnienie nieustalone korzystając z rozwiązania ustalonego jako warunku początkowego. Dla każdego rozwiązania w stanie nieustalonym krok czasowy dobierano indywidualnie, kierując się uzyskaniem średniej liczby Couranta na poziomie nie przekraczającym 1.



Rysunek 5.4: Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji  $\delta_{\kappa}/r_h$ 

Na wykresie 5.3 przedstawiono zestawienie wszystkich przeliczonych przypadków. Na wykresach 5.4 i 5.5 przedstawiono wpływ wartości gradientu temperatury wzdłuż stosu na względną zmianę gęstości strumienia ciepła wymienianego wewnątrz stosu. Gęstość strumienia wyrażono jako wartość bezwzględną gęstości strumienia ciepła uśrednionego w pojedynczym cyklu oscylacji. Jako poziom odniesienia  $Q_0$  przyjęto najmniejszą uzyskaną gęstość. Analiza wykresów wskazuje, że wzrost gradientu temperatury intensyfikuje wymianę ciepła wewnątrz stosu. Zmianie ulegają właściwości gazu takie jak gęstość, współczynnik przewodzenia ciepła oraz prędkość dźwięku. Cząsteczki gazu oscylują ruchem posuwisto zwrotnym o amplitudzie zależnej od gęstości i prędkości dźwięku. Zmianie położenia gazu towarzyszy oscylująca sinusoidalnie zmiana temperatury.

Zwiększenie amplitudy ciśnienia intensyfikuje wymianę ciepła wewnątrz stosu. Jest to związane ze wzrostem chwilowej prędkości gazu podczas oscylacji. Zwiększa się również amplituda oscylacji cząsteczek gazu, co przekłada się na zwiększenie lokalnej różnicy temperatury między gazem a stosem. Wzrost amplitudy ciśnienia nie ma za to wyraźnego wpływu na zmianę częstotliwości pracy urządzenia.



Rysunek 5.5: Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji  $\delta_{\kappa}/r_h$ 

Wydłużenie zakresu ruchu, połączone ze zwiększoną amplitudą temperatury, skutkuje lokalnym wzrostem różnicy temperatur między powierzchnią stosu a oscylującym gazem. W połączeniu ze wzrostem współczynnika przewodzenia ciepła przekłada się to na znaczący wzrost wymiany ciepła. Zmianie ulega również położenie ekstremum krzywej wymiany ciepła. Wzrost gradientu temperatury skutkuje wzrostem częstotliwości, przy której uzyskiwane jest ekstremum strumienia ciepła (Rys. 5.6). Oznacza to, że w przypadku zmiany temperatury roboczej urządzenia termoakustycznego, warto rozważyć korektę częstotliwości pracy, aby zoptymalizować wymianę ciepła dla nowych parametrów.

Zaobserwowano charakterystyczne zachowanie gazu w rejonie wylotowym stosu. W wariantach, o amplitudzie ciśnienia 10 kPa, w osi kanału w odległości ok. połowy amplitudy ruchu  $(0,5 \xi)$  zaobserwowano występowanie wiru formującego się w momencie zmiany kierunku ruchu gazu przepływającego przez kanał stosu (Rys. 5.7). Zawirowanie zanika wraz z rozwojem przepływu gazu przez stos, pozostawiając po sobie obszar obniżonej prędkości gazu (Rys. 5.8).



Rysunek 5.6: Częstotliwość oscylacji w funkcji $\delta_\kappa/r_h$ 

Wystąpienie zawirowania może mieć związek z występowaniem słabych *Synthetic jets* na wylocie stosu i wymaga dalszych badań.



Rysunek 5.7: Wektory prędkości w rejonie wylotu stosu na początku oscylacji gazu

Charakterystycznym zjawiskiem powtarzającym się dla wszystkich rozważanych przypadków jest uzyskiwanie maksymalnego strumienia ciepła dla  $\delta_{\kappa}/r_h = 1$ . Wskazuje to na możliwość optymalizacji wymiany ciepła na etapie projektowania urządzenia, poprzez dążenie do uzyskania  $\delta_{\kappa} \approx r_h$ . Kolejnym zaobserwowanym zjawiskiem jest szybsze opadanie krzywej strumienia ciepła dla  $\delta_{\kappa}/r_h < 1$ . Jest to kolejny powód, aby projektując urządzenie dobrać parametry tak aby  $\delta_{\kappa}/r_h \approx 1$ .



Rysunek 5.8: Wektory prędkości w rejonie wylotu stosu w trakcie oscylacji gazu

Alternatywnym rozwiązaniem jest uzyskanie stałej wartości  $\delta_{\kappa}/r_h$  wzdłuż długości stosu, ale takie rozwiązanie jest możliwe wyłącznie dla stosu o zmiennym przekroju. Jest to zagadnienie wykraczające poza możliwości rozwiązania analitycznego, ale wciąż możliwe do uzyskania na drodze CFD.

### 5.2 Modelowanie silnika termoakustycznego

W rozdziale 4 przedstawiono wyniki analitycznego rozwiązania zagadnienia termoakustycznego, wskazując na występujące w nim uproszczenia. Z jednej strony rozwiązanie analityczne umożliwia szybkie wielowariantowe obliczenia konstrukcyjne, z drugiej strony jednowymiarowość modelu ogranicza możliwość "zajrzenia do środka" i zaobserwowania w sposób szczegółowy zjawisk zachodzących podczas pracy urządzenia. Umykają również zjawiska występujące lokalnie. Rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie modelowania numerycznego. Dzięki wykorzystaniu CFD możliwe jest zaobserwowanie interakcji między falami akustycznymi i elementami konstrukcyjnymi urządzenia, tj. wpływu konstrukcji na straty wewnątrz stosu i wymienników oraz ocena wymiany ciepła podczas oscylacyjnego ruchu gazu.

Do obliczeń przyjęto dwuwymiarowy model silnika fali stojącej. Ze względu na to, że konstrukcja stosu płytowego świetnie nadaje się do odwzorowania 2D, w modelu zdecydowano się na wykorzystanie właśnie tego typu stosu. Wybór jest o tyle dobry, że umożliwia porównanie wyników numerycznych z analitycznymi. W rozwiązaniu analitycznym zakłada się, że stos płytowy na całej swojej szerokości zachowuje się identycznie oraz nie obserwuje się wpływu zjawisk związanych z zakończeniem płyt stosu. Założenie to występuje również podczas dwuwymiarowych analiz CFD, gdzie przyjmuje się albo warunek periodyczności fragmentu płyt (zdefiniowany między powierzchniami końcowymi) albo warunek symetrii obu powierzchni końcowych. W obu podejściach efekt zakończenia płyt jest pomijany. W przypadku zastosowanego solvera CFX, dla przypadku 2D, automatycznie stosowany jest wariant z warunkiem symetrii o jednostkowej szerokości modelu. Dobierając geometrię modelu, zdecydowano się na kompromis między parametrami urządzenia a czasem obliczeń. Ze względu na możliwość uzyskania wysokiej sprawności korzystnie byłoby modelować urządzenia pracujące przy niskiej częstotliwości. Przekłada się to na dużą długość modelu, a co za tym idzie dużą liczbę elementów siatki. Kolejnym argumentem przeciw takiemu modelowi jest kryterium liczby Couranta i liczba iteracji potrzebna do rozwiązania pojedynczego kroku czasowego. Przy niskiej częstotliwości, teoretycznie możliwe jest wydłużenie kroku czasowego przy zachowaniu liczby Couranta bliskiej jedności. Niestety, dla każdego rozwiązania nieustalonego istnieje taka długość kroku czasowego, po przekroczeniu której dalsze jego wydłużanie powoduje albo wzrost liczby iteracji niezbędnej do uzyskania rozsądnej jakości rozwiązania albo spadek tejże jakości (residua będą na stosunkowo wysokim poziomie). Wstępne obliczenia wykazały, że najbardziej problematycznym jest rozwiązanie równania ciągłości dla modelu ściśliwego gazu doskonałego dla niskich częstotliwości. Biorac pod uwage powyższe obserwacje, zdecydowano się na przeprowadzenie obliczeń dla wariantu o częstotliwości 600 Hz. W przypadku silnika z otwartym końcem (węzeł ciśnienia na wylocie) odpowiada to 1/4 długości fali czyli modelowi o długości 150 mm. Przyjęto, że stos ma długość 10 mm i jest zlokalizowany w odległości 30 mm od gorącego (zamkniętego) końca urządzenia. Założono, że wymiary płyt i szczelin stosu są jednakowe i wynoszą 0,5 mm. W celu sprawdzenia wpływu warunków brzegowych na uzyskiwane rozwiązanie przygotowano 3 warianty modelu (Rys. 5.9).

Model numer 1 obejmuje połówkę pojedynczego kanału stosu. Przyjęto założenie, że w każdym kanale stosu przepływ jest w pełni symetryczny. Zdefiniowano warunek brzegowy symetrii względem osi kanału na całej długości urządzenia oraz na równoległych powierzchniach gorącego i zimnego końca.

W modelu numer 2 odwzorowano dwa pełne kanały stosu. Model umożliwia występowanie zróżnicowanego przepływu w obu kanałach oraz asymetrycznych zawirowań przepływu na wylocie ze stosu. Między powierzchniami horyzontalnymi przyjęto warunek translacji.



Rysunek 5.9: Geometria analizowanych modeli silnika termoakustycznego [130]

Model numer 3 obejmował 3 kanały i tak samo jak model 2 korzystał z warunku brzegowego translacji. Wprowadzając dodatkowy kanał, odseparowano środkowy kanał od bezpośredniego wpływu warunku translacji. Rozszerzanie modelu o kolejne kanały miało na celu zaobserwowanie wpływu uproszczenia geometrii na uzyskiwane rezultaty. Ważnym elementem modeli jest wylot kanału stosu. W modelu 1 jest on zlokalizowany w odległości 0,25 mm od warunku brzegowego symetrii, co może numerycznie oddziaływać na kształt wypływu gazu z kanału. Dla modelu 2 odległość od warunku brzegowego jest identyczna jak w modelu 1, ale zastosowanie warunku translacji umożliwia wystąpienie asymetrycznego przepływu w obu kanałach. Model 3 umożliwia swobodne oddziaływanie zewnętrznych kanałów na kanał środkowy.

Dla rzetelnego porównania trzech modeli geometrycznych, ważnym elementem było uzyskanie siatek o identycznych parametrach jakościowych. Zdecydowano się na przeprowadzenie dyskretyzacji modelu przy użyciu oprogramowania ANSYS ICEM CFD. Jest to oprogramowanie dające pełną kontrolę nad przebiegiem generowania siatki (wraz z możliwością ręcznego korygowania kształtu elementów). Siatkę przygotowano korzystając z tzw. *blocking strategy*. Jest to metoda polegająca na opisywaniu czworokątnych bloków na węzłach i krawędziach istniejącego modelu geometrycznego.



Rysunek 5.10: Dyskretyzacja modeli numerycznych [130]

W celu odwzorowania warstwy przyściennej stworzono dodatkową warstwę elementów wzdłuż krawędzi tzw. o-grid. Model geometryczny uzupełniono o dodatkowe punkty konstrukcyjne umożliwiające opisanie bloków o-grid identycznie dla każdego modelu. W ten sposób, dla każdego z trzech wariantów, przygotowano siatkę o identycznym kształcie i rozmiarze elementów. Dobierając rozmiar elementów siatki, szczególną uwagę skierowano na obszar stosu oraz jego zakończenia. Wzdłuż długości stosu zastosowano zmienny rozmiar elementu wg postępu geometrycznego, bazujący na zagęszczeniu elementów na końcach, tam gdzie spodziewana jest większa intensywność zjawiska, i ich nieznacznym rozrzedzeniu na środku. W obszarze gorącego oraz zimnego końca również zastosowano rozkład geometryczny elementów. Największe zagęszczenie siatki numerycznej uzyskano w rejonie wylotów kanałów stosu, gdzie spodziewana jest największa intensywność modelowanych zjawisk. Dobierając rozmiar najmniejszego elementu warstwy przyściennej kierowano się uzyskaniem parametru y + < 2. Przeprowadzono również analizę wpływu siatki na jakość rozwiązania dla trzech różnych zagęszczeń siatki. Finalną dyskretyzację obszaru obliczeniowego przedstawiono na Rys. 5.10.

Gaz roboczy dobrano tak, aby głębokość penetracji termicznej  $\delta_{\kappa}$  była podobnego rzędu co wysokość kanałów. Dla kanałów o wysokości 0,5 mm dobrym wyborem okazało się powietrze o ciśnieniu atmosferycznym. W celu odwzorowania oddziaływań akustycznych wybrano model ściśliwego gazu doskonałego. Jako parametry odniesienia przyjęto ciśnienie 101325 Pa oraz temperaturę 25°C. Przyjęto następujące własności fizyczne gazu:

- lepkość dynamiczna $\mu=1,831\cdot 10^{-5}~kg/ms$
- ciepło właściwe  $c_p = 1004, 4 J/kgK$
- współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda = 0,0261 \ W/mK$

Ze względu na małe gabaryty modelu, pominięto wpływ grawitacji. Równanie energii wprowadzono do modelu stosując algorytm *total energy*, który uwzględnia wpływ ściśliwości gazu. Wybór modelu turbulencji podyktowany był potrzebą możliwie dokładnego odwzorowania zachowania płynu w warstwie przyściennej. Model turbulencji  $\omega - SST$  umożliwia rozwiązanie warstwy przyściennej stosując podejście *low-Re* dla y+<2 oraz płynne przejście pomiędzy podejściem *low-Re* oraz *wall function*, gdy wystąpi 2 < y+<11, co w zastosowaniach termoakustycznych stanowi wyraźną przewagę nad modelem  $k-\varepsilon$ .

Dla każdego modelu przyjęto liniowy rozkład temperatury wzdłuż stosu od wartości 300 K po stronie zimnej, do 700 K po gorącej:

$$f(x) = 700 - 40\,000(x - 0, 03) \tag{5.6}$$

To oznacza, że różnica temperatury wzdłuż stosu wynosiła 400 K. Gorący koniec, w każdym przypadku, zamknięto adiabatycznym warunkiem brzegowym *wall*. Dzięki temu bilans energii urządzenia opierał się wyłącznie na wymianie ciepła przez stos i wylot do otoczenia. Przeciwległy koniec urządzenia opisano wykorzystując warunek brzegowy *opening* z nadciśnieniem 0 Pa i temperaturą 300 K. Warunek *opening* umożliwia swobodną dwukierunkową wymianę płynu, co w przypadku oscylacyjnego ruchu gazu jest konieczne (brak powtarzającego się błędu typu *reverse flow detection*). Błąd *reverse flow detection* występuje, gdy gradient ciśnienia w pobliżu warunku brzegowego wymusza przepływ masy w kierunku przeciwnym do zdefiniowanego w warunku brzegowym. Powoduje to trudności z bilansowaniem masy w analizowanym układzie oraz negatywnie wpływa na uzyskiwaną zbieżność rozwiązania.

Schematyczne zestawienie warunków brzegowych dla wszystkich analizowanych modeli przedstawiono na Rys. 5.11.

Obliczenia inicjalizowano zadając wstępny rozkład temperatury odpowiadający warunkom pracy w stanie ustalonym. Przyjęto stałą temperaturę gorącego końca

wynoszącą 700 K oraz rezonatora 300 K.

$$f(x) = 9\,000 - 60\,000x \tag{5.7}$$

W obszarze stosu wprowadzono gradient temperatury identyczny jak w przypadku warunku brzegowego. W celu przyspieszenia obliczeń, przyjęto wstępny liniowy rozkład ciśnienia statycznego opisany równaniem (5.7). Gradient ciśnienia wymusza powstanie rozkładu prędkości, który na starcie obliczeń intensyfikuje wymianę ciepła w stosie. Niezależnie od tego, czy przyjęte wstępnie ciśnienie jest większe czy mniejsze od oczekiwanego, skraca to zauważalnie czas obliczeń. Założono, że maksymalne ciśnienie statyczne 9 kPa występuje na gorącym końcu. Z uwagi na wymuszenie ruchu gazu ciśnieniem, wstępną prędkość gazu przyjęto jako 0 m/s. W całej objętości płynu założono wstępną intensywność turbulencji na poziomie 5%.



Rysunek 5.11: Warunki brzegowe dla poszczególnych modeli [130]

Dla każdego modelu przeprowadzono obliczenia w stanie nieustalonym (transient). Dla wszystkich zmiennych (włącznie z czasem), przyjęto schemat dyskretyzacji drugiego rzędu (*second order*). Krok czasowy ustalono na poziomie  $10^{-5}$  s, co odpowiada liczbie Couranta ok. 1. W celu osiągnięcia stanu ustalonego, w każdym modelu przeliczono  $10^5$  kroków czasowych. Za kryterium stanu ustalonego przyjęto ustalenie się amplitud ciśnienia statycznego, temperatury oraz prędkości w trzech kontrolnych punktach modelu. Jako punkty kontrolne wybrano charakterystyczne miejsca jakimi są ściana zamykająca gorący koniec oraz oba końce stosu.

Efektem obliczeń jest uzyskanie ustalonego stanu pracy silnika. Na wykresie 5.12



Rysunek 5.12: Oscylacje ciśnienia na wylocie z urządzenia termoakustycznego [130]

przedstawiono przebieg ciśnienia statycznego mierzonego w płaszczyźnie wylotowej urządzenia dla wszystkich trzech analizowanych przypadków. Szczegółowe dane zestawiono w tablicy 5.1.

	Symetryczny	Podwójny	Potrójny
Amplituda, Pa	$17479,\!88$	$19451,\!95$	19108,16
Częstotliwość, Hz	606,1	602,4	602,4
Przesunięcie fazowe, %	0,00	0,25	0,15

Tablica 5.1: Zestawienie wyników dla analizowanych modeli

W przypadku modelowania silnika fali stojącej z otwartym końcem spodziewanym rozwiązaniem, wynikającym bezpośrednio z teorii, jest 1/4 długości fali. Wynika to z wprowadzenia węzła ciśnienia na otwartym końcu urządzenia (nadciśnienie statyczne 0 Pa). Uzyskana częstotliwość wynika z długości urządzenia (co przekłada się na długość fali), rodzaju gazu i jego temperatury wzdłuż długości urządzenia (wpływ na prędkość dźwięku). Dla analizowanego silnika oczekiwaną wartością było 600 Hz. Dla każdego wariantu modelu, uzyskano częstotliwość bliską wartości oczekiwanej, równocześnie zauważając różnice między poszczególnymi modelami. W przypadku wariantu symetrycznego, częstotliwość jest większa niż w wariancie podwójnym i potrójnym. Wytłumaczeniem takiego stanu rzeczy może być wpływ zjawisk wynikających z oddziaływania sąsiadujących kanałów. Wpływa to na rozkład temperatury wzdłuż długości modelu, a to przekłada się na zmianę średniej temperatury i skutkuje nieznaczną zmianą średniej prędkości dźwięku.

Największą różnicę zaobserwowano w przypadku amplitudy ciśnienia. Najniższą amplitudę ciśnienia uzyskano w przypadku modelu symetrycznego, a największą dla wariantu podwójnego. W obu przypadkach powodem występowania różnic jest brak oddziaływania sąsiadujących kanałów (wariant symetryczny) i nadmierne oddziaływanie (wariant podwójny).

Na rysunku 5.13 przedstawiono pole temperatury gazu wypływającego z kanałów stosu w poszczególnych fazach oscylacji. Wynik wygenerowano korzystając z rozwiązania modelu potrójnego, powielając liczbę kanałów w celu zwiększenia czytelności ilustracji. Pojedynczą oscylację gazu podzielono na 8 części rozłożonych co 45°, gdzie 8/8 oznacza fazę 0°. Przez fazę 0° rozumie się moment uzyskania maksymalnej amplitudy ciśnienia na zamkniętym końcu. Analizując pola temperatury w kolejnych fazach, zaobserwować można, że gaz jest wypychany z kanałów na odległość odpowiadającą amplitudzie ruchu cząstek powietrza (faza 5/8 do 7/8). Następnym etapem jest faza mieszania wypchniętego gazu (faza 8/8 do 2/8), zakończona wyrównaniem się temperatury (faza 3/8 do 4/8). Widać również, że przyrost temperatury między kolejnymi fazami zachodzi praktycznie w całym przekroju kanału, co koreluje się z oczekiwanym zakresem penetracji termicznej gazu.

Uzyskane rozwiązanie numeryczne porównano z rozwiązaniem analitycznym. Korzystając z funkcji Rotta oraz równania różniczkowego Helmholtza wyprowadzono 3 układy równań opisujące zjawiska zachodzące w poszczególnych częściach urządzenia termoakustycznego. Równania oraz sposób rozwiązania przedstawiono w rozdziale 4.2. Rozwiązanie odbywa się w sposób sekwencyjny (zamknięty kanał, stos, kanał otwarty), po rozwiązaniu równań dla pierwszego segmentu, korzystając z uzyskanego wyniku aby sformułować warunek brzegowy dla kolejnego segmentu. Prowadzi to do uzyskania rozwiązania zachowującego ciągłość rozkładów ciśnienia i prędkości na całej długości urządzenia. Korzystając z wyników rozwiązania numerycznego możliwe jest określenie warunków brzegowych dla pierwszego obszaru jakim jest gorący koniec urządzenia. Jest on zamknięty warunkiem brzegowym *wall*, który zapewnia  $u_1(0) = 0$  m/s. Równocześnie gorący koniec jest strzałką ciśnienia więc  $p_1(0) = p_A \cos(2\pi k)$ , gdzie  $p_A$ to amplituda ciśnienia odczytywana z warunku brzegowego *wall*. W urządzeniach termoakustycznych występuje przesunięcie fazowe 90° między prędkością a ciśnieniem, które w modelu analitycznym uwzględnia się poprzez wprowadzenia stałej k. Po stronie zimnego końca przyjęto warunek brzegowy stałego ciśnienia statycznego wynoszącego 0 Pa, co odpowiada numerycznemu warunkowi brzegowemu *pressure outlet*.



Rysunek 5.13: Oscylacje temperatury na wylocie ze stosu dla wariantu potrójnego [130]

Drogą analityczną możliwie jest uzyskanie rozwiązania wyłącznie dla wybranego stanu ustalonego w trakcie pojedynczej oscylacji, co wiąże się z koniecznością każdorazowego wprowadzania amplitudy ciśnienia  $p_A$ .

Rozwiązanie analityczne uzyskano przyjmując warunki brzegowe identyczne jak w symulacji CFD bądź też uzyskane jako jej wynik. Jako gaz roboczy wybrano powietrze o średnim ciśnieniu bezwzględnym 100 kPa, stałej gazowej 287 J/kgK i wykładniku izentropy 1,4. Po stronie zamkniętego końca przyjęto amplitudę ciśnienia 10 kPa, prędkość gazu u = 0 m/s i stałą temperaturę 700 K.

	T, K	$c_p,  { m J/kgK}$	$\beta, 1/K$	k, W/mK	$\mu,m^2/{ m s}$	Pr, -
Gorący koniec	700	1005	$1,429 \cdot 10^{-4}$	0,0524	$0,333 \cdot 10^{-4}$	0,6395
Otwarty koniec	300	1005	$3,333 \cdot 10^{-3}$	0,0262	$1,846 \cdot 10^{-5}$	0,7068
Stos	500	1005	$2,000 \cdot 10^{-3}$	0,0404	$0,267 \cdot 10^{-4}$	0,6640

Tablica 5.2: Zestawienie parametrów gazu dla modelu analitycznego

Wzdłuż długości stosu założono liniową zmianę temperatury od 700 K do 300 K. Po stronie zimnej przyjęto stałą temperaturę 300 K oraz wprowadzono węzeł ciśnienia w przekroju wylotowym urządzenia. Wszystkie parametry gazu w poszczególnych częściach urządzenia zestawiono w tablicy 5.2.



Rysunek 5.14: Rozkład ciśnienia statycznego i prędkości w poszczególnych fazach oscylacji dla modelu analitycznego (linia przerywana) i CFD (linia ciągła) - model z pojedynczym kanałem [130]

Rozwiązanie modelu analitycznego porównano z wynikami symulacji CFD dla wariantu z pojedynczym kanałem (rys. 5.14) i wariantu z trzema kanałami (rys. 5.15). Pełny okres oscylacji podzielono na 8 części, na wykresie przedstawiono połowę okresu czyli fazy od 4/8 do 8/8. Rozkład ciśnienia dla obu modeli charakteryzuje się wysoką zgodnością dla faz 5/8 do 7/8. Dla faz 4/8 i 8/8, gdzie występuje maksymalne ciśnienie zaobserwowano pewne rozbieżności w obrębie zimnego końca. Model numeryczny prognozuje ciśnienie większe niż to uzyskiwane w wyniku rozwiązania analitycznego. Różnicę można wyjaśnić sposobem rozwiązywania równań w obu metodach. W obu modelach gorący koniec odwzorowano przyjmując identyczne warunki brzegowe (ciśnienie statyczne), co prowadzi do uzyskania identycznego rozkładu ciśnienia. W przypadku zimnego końca dla wariantu analitycznego temperatura gazu jest stała w czasie, tymczasem w modelu CFD stała jest wyłącznie temperatura powierzchni stosu (temperatura gazu jest wielkością wyznaczaną). Jak pokazano na rysunku 5.13 na zakończeniu stosu występuje wyrzut gazu o podwyższonej temperaturze na odległość zbliżoną do zakresu ruchu cząstek swobodnych gazu. Bilans energii w modelu jest zachowany, gdyż nadmiar ciepła odprowadzany jest przez przewodzenie w kierunku otwartego końca. Jest to również powód, dla którego w urządzeniach termoakustycznych często stosowane jest dodatkowe chłodzenie zimnego końca, tj. w celu ograniczenia wymiany ciepła w tym miejscu.



Rysunek 5.15: Rozkład ciśnienia statycznego i prędkości w poszczególnych fazach oscylacji dla modelu analitycznego (linia przerywana) i CFD (linia ciągła) - model z potrójnym kanałem [130]

Uzyskane przebiegi ciśnienia są zgodne dla obu modeli. W przypadku rozkładów prędkości największe różnice zaobserwowano w obszarze wylotu ze stosu. Zakłócenia najwyraźniej widać na wykresie 5.14 linia zielona i niebieska, co jest efektem zaburzeń w przepływie wynikających z wypływu gazu z kanałów stosu. Jest to zjawisko analogiczne do przedstawionych na rysunku 5.13 rozkładów temperatury. Bezpośrednią przyczyną występowania takiego stanu rzeczy jest gwałtowna zmiana przekroju oraz ostre zakończenie płyt stosu. Model analityczny ze względu na swoją jednowymiarowość nie odwzorowuje zjawisk związanych ze zmianą przekroju urządzenia. Można również zaobserwować, że przebieg prędkości wzdłuż długości stosu dla rozwiązania CFD jest nieliniowy. Z kolei, dla rozwiązania analitycznego przebieg jest

zawsze liniowy, co wynika z zastosowanego modelu gęstości płynu (liniowa zależność od temperatury).

Należy pamiętać, że model analityczny jest jednowymiarowy, natomiast rozwiązanie numeryczne uzyskano dla modelu wielowymiarowego tj. uwzględniającego dwa wymiary geometryczne oraz wymiar czasu. W obliczeniach CFD lokalne wartości parametrów przepływu są stale aktualizowane podczas procesu obliczeniowego, tak aby spełnić równania energii w każdej komórce siatki. Model analityczny oparty jest na ogólnym równaniu falowym rozwiązanym dla zadanych warunków brzegowych. W takim przypadku zjawiska lokalne związane ze zmianami przepływu pomiędzy rezonatorem a stosem (np. turbulencja, wiry, pulsacje strumienia ciepła, itp.) mogą mieć wpływ na lokalne zmiany parametrów gazu. Wyniki pokazują, że odpowiedni model numeryczny zapewnia bardziej szczegółowe rozwiązanie omawianego problemu, jednak należy wspomnieć o jego wysokim nakładzie obliczeniowym. Rozwiązanie analityczne, chociaż nie pozbawione wad w dalszym ciągu jest bardzo atrakcyjne ze względu na wyjątkowo krótki czas obliczeń (poniżej sekundy). Jest ono szczególnie korzystne przy rozwiązywaniu różnego rodzaju zadań optymalizacyjnych (w tym zadań odwrotnych).

#### 5.3 Symulacja podwójnego silnika termoakustycznego

W poprzednim rozdziale analizowano pracę silnika termoakustycznego, którego zimny koniec opisano warunkiem brzegowym stałego ciśnienia statycznego. Założenie to prowadzi do uzyskania węzła ciśnienia w płaszczyźnie wylotowej urządzenia. Efektem takiego założenia jest uzyskanie wewnątrz urządzenia fali stojącej. Pomiędzy otwartym a zamkniętym końcem takiego silnika tworzy się 1/4 długości fali. W efekcie uzyskiwana w stosie moc akustyczna jest w całości tracona do "otoczenia". Sposobem na zamianę mocy akustycznej na mechaniczną jest zamknięcie urządzenia przy pomocy ruchomego tłoka. Zakładając nieskończenie małą masę tłoka (brak bezwładności) i brak tarcia, spodziewać się można ruchu posuwisto zwrotnego o amplitudzie zależnej od amplitudy pracy silnika. Wzbudzenie ruchu nastąpi samoczynnie podczas procesu nagrzewania urządzenia (uzyskanie krytycznego gradientu temperatury). Ruch tłoka prowadzi jednak do oscylacyjnej zmiany długości urządzenia. Warto zauważyć, że dla tłoka pozbawionego bezwładności (brak masy) średnia długość urządzenia będzie taka sama jak dla wariantu otwartego, a to z kolei, będzie niwelować wpływ zmiany długości silnika na częstotliwość jego pracy.

Sytuacja ulega zmianie, gdy w analizowanym układzie uwzględniona zostanie masa

tłoka, ponieważ siła bezwładności rośnie proporcjonalnie do jego masy. Ważny wpływ ma również częstotliwość i amplituda ciśnienia w urządzeniu. Obie wielkości przekładają się na siłę działającą na powierzchnię tłoka, a tym samym na jego przyspieszenie. Równocześnie bezwładność elementu wpływa na obniżenie częstotliwość, przy równoczesnym zwiększaniu amplitudy ruchu.

Pojawia się także pytanie dotyczące możliwości uzyskania stabilnej pracy takiego silnika, który jest pozbawiony akumulatora energii kinetycznej. W przeciwieństwie do tłokowego silnika spalinowego, gdzie energia kumulowana jest w kole zamachowym, tutaj taki element nie występuje. Stanowi to istotne ograniczenie wpływające na maksymalną możliwą masę tłoka. Gdy siła bezwładności przekroczy siłę jaką jest w stanie wytworzyć urządzenie podczas fazy ujemnej amplitudy ciśnienia po stronie gorącej ruch tłoka zaniknie.

Stąd narodziła się koncepcja podwójnego silnika termoakustycznego, w którym dwa identyczne silniki fali stojącej połączone zostają poprzez wspólny ruchomy tłok. Gdy tłok uzyska maksymalne wysunięcie w kierunku jednego ze stosów (maksymalna amplituda ciśnienia) drugie urządzenie znajdzie się w fazie przesuniętej o 90° (minimalna amplituda ciśnienia). W ten sposób jedno z urządzeń będzie pełniło rolę akumulatora energii kinetycznej dla urządzenia współpracującego (analogicznie do pracy spalinowego silnika tłokowego).



Rysunek 5.16: Silnik podwójny - model numeryczny (wymiary w mm) [131]

Zbadanie pracy tak pomyślanego urządzenia wymaga dogłębnej analizy. Ze względu na złożony charakter problemu zdecydowano się na budowę modelu CFD obrazującego proces rozruchu urządzenia oraz jego pracy w stanie ustalonym. Obliczenia przeprowadzono korzystając z oprogramowania Fluent. Ze względu na spodziewany długi czas obliczeń zdecydowano się na model w wariancie 2D (Rys. 5.16). Zgodnie z koncepcją, model składa się z dwóch identycznych silników fali stojącej połączonych ruchomym tłokiem. Wymiary kanałów stosu oraz jego położenie wewnątrz silnika przyjęto identyczne jak w przypadku modelowanego wcześniej pojedynczego urządzenia. Gazem roboczym w tym przypadku jest powietrze o ciśnieniu atmosferycznym, traktowane jako ściśliwy gaz doskonały. Turbulencję odwzorowano stosując model  $\omega$ -SST ze względu na potrzebę dokładnego odtworzenia ruchu gazu wewnątrz kanałów stosu. Dla wszystkich rozwiązywanych równań zastosowano schemat dyskretyzacji rozwiązania drugiego rzędu. W przypadku dyskretyzacji czasowej również skorzystano ze schematu drugiego rzędu, co było podyktowane potrzebą dokładnego odwzorowania procesów zachodzących w czasie oscylacji.



Rysunek 5.17: Rozkład temperatury w stosie [131]

Warunki brzegowe zdefiniowano w sposób zbliżony do rozwiązania silnika 2D omówionego w poprzednim rozdziale. Wzdłuż długości stosu zdefiniowano nieliniowy rozkład temperatury (Rys. 5.17), od 700 K po stronie gorącej do 300 K na końcu zimnym. Założono, że temperaturę w stosie opisuje równanie (5.8). Pozostałe powierzchnie urządzenia opisano adiabatycznym warunkiem brzegowym *wall*. Warunki brzegowe w drugim silniku opisano jako symetryczne względem powierzchni przechodzącej przez środek urządzenia.

$$T(x) = 500 - 200 \cos\left(\frac{\pi x}{0,01}\right)$$
(5.8)

Tłok nie został wprowadzony do modelu jako element konstrukcyjny (bryła / po-

wierzchnia), a jego ruch oraz oddziaływanie na oba silniki opisano poprzez kompilowany skrypt User Define Function (UDF) połączony z działaniem algorytmu dynamicznego przesiatkowania modelu.

Sposób działania skryptu $U\!D\!F$  przedstawiono w poniższych punktach:

• Na koniec każdego kroku czasowego wyznaczana jest siła działająca na powierzchnię tłoka po obu jego stronach. Siła wyznaczana jest jako całka iloczynu ciśnienia na powierzchni elementu siatki i powierzchni elementu siatki dla całej powierzchni tłoka:

$$F = \int PAdA \tag{5.9}$$

Uzyskane wielkości zapisywane są jako zmienne globalne.

- Przed rozpoczęciem kolejnego kroku czasowego, korzystając z uprzednio zapisanych zmiennych globalnych, obliczany jest bilans sił działających na tłok. Wynikiem bilansu jest określenie przyspieszenia (druga zasada dynamiki) i kierunku w jakim powinien poruszać się tłok.
- Na bazie kroku czasowego i prędkości tłoka w poprzednim kroku czasowym wyznaczana jest chwilowa wartość prędkości. Wyznaczona prędkość przypisywana jest do warunków brzegowych po obu stronach tłoka.

Modelowanie ruchu tłoka, wymaga "przesiatkowania" modelu w każdym kroku czasowym. Przesiatkowania te zrealizowano korzystając z algorytmu Layering, który do działania wymaga jednak specjalnego przygotowania siatki. W rejonie warunku brzegowego należy przygotować obszar wypełniony elementami prostokatnymi tworzącymi warstwy równoległe do jego powierzchni. Grubość obszaru powinna być większa od zakresu ruchu tłoka, w przeciwnym razie obliczenia zostaną przerwane. Ze względu na brak możliwości jednoznacznego oszacowania zakresu ruchu, zdecydowano się na zastosowanie elementów o identycznym rozmiarze w całym modelu. Algorytm analizuje przemieszczenie warunku brzegowego względem siatki a następnie koryguje wysokość dwóch warstw elementów sasiadujących z tym warunkiem. Jeżeli przemieszczenie jest bliskie grubości pojedynczej warstwy elementów, następuje jej usunięcie połączone z korektą grubości warstwy następnej. Kluczowym dla działania algorytmu jest uzyskanie w każdym kroku czasowym przemieszczenia nie większego niż grubość pojedynczej warstwy elementów siatki. Jest to w pewnym sensie kryterium liczby Couranta, jednakże wyrażonej w funkcji ruchu warunku brzegowego. Drugim kryterium jest liczba Couranta określona dla przepływu płynu w urządzeniu (szczególnie w rejo-



nie stosu, gdzie prędkość osiąga największe wartości). Warto podkreślić, że stosując algorytm *layering* niezbędne jest równoczesne spełnienie obu kryteriów.

Rysunek 5.18: Przebieg ciśnienia podczas rozruchu urządzenia [131]

Dodatkowym kryterium, jakie należy spełnić dobierając krok czasowy, jest uzyskanie zbieżności rozwiązania w rozsądnej liczbie iteracji. Jest to szczególnie ważne w przypadku stosowania modelu ściśliwego gazu doskonałego. W analizowanym tutaj modelu obliczenia prowadzono ze stałym krokiem czasowym wynoszącym  $10^{-6}$  s. Taka wartość spełnia wszystkie kryteria liczby Couranta oraz zapewnia uzyskanie za-
dowalającej zbieżności rozwiązania w każdym kroku czasowym przy liczbie iteracji poniżej 20.



Rysunek 5.19: Rozkład prędkości tłok 10 g.

Przez zadowalającą zbieżność rozumie się uzyskanie reszty z rozwiązania równań pędu, ciągłości i turbulencji na poziomie poniżej 10<sup>-4</sup> oraz z równania energii poniżej 10<sup>-6</sup>. W celu skrócenia czasu obliczeń zdecydowano się na pominięcie etapu nagrzewania urządzenia.



Rysunek 5.20: Przebieg oscylacji ciśnienia dla poszczególnych mas tłoka, w stanie ustalonym [131]

Oznacza to, że obliczenia rozpoczęto od rozwiązania zadania ustalonego, aby uzyskać rozkłady temperatury wewnątrz obu silników. Jako ciśnienie przyjęto 101 325 Pa oraz zerową prędkość płynu w każdym kierunku układu współrzędnych. Tak uzyskane rozkłady parametrów wykorzystano następnie jako warunki początkowe dla obliczeń nieustalonych.



Rysunek 5.21: Analiza FFT oscylacji tłoka [131]

Jedną z pierwszych obserwacji jakie poczyniono podczas obliczeń jest problem uzyskania przesunięcia fazowego między częściami silnika. Uruchamiając obliczenia od identycznego stanu w obu silnikach, wypadkowa siła działająca na tłok wynosi 0, co prowadzi do stabilnej pracy obu urządzeń, przy braku ruchu tłoka. Aby zainicjować przesunięcie fazowe zdecydowano się na wymuszenie ruchu tłoka poprzez zdefiniowanie jego stałej prędkości o wartości 0,01 m/s przez pierwsze  $5 \cdot 10^{-4}$  s. Odpowiada to wstępnemu wychyleniu tłoka o ok. 4 mm od położenia równowagi. Począwszy od chwili  $5, 1 \cdot 10^{-4}$  s, dalsze wyznaczanie położenia tłoka odbywało się już zgodnie z opisanym powyżej skryptem *UDF*.

Obliczenia prowadzono dla trzech wariantów masy tłoka: 1 g, 5 g i 10 g. Dla każdego przypadku, przeliczono  $10^6$  kroków czasowych, co odpowiada 1 s pracy urządzenia. W ramach obliczeń przeprowadzono także symulację procesu wzbudzenia oscylacji termoakustycznych tłoka. Na wykresie 5.18 pokazano przebieg położenia tłoka w zależności od jego masy, zaś na wykresie 5.20 przebiegi pojedynczych oscylacji. Dla każdego przypadku uzyskana amplituda ruchu jest kilkukrotnie większa niż wstępne wymuszenie wynoszące 4 mm, co wskazuje na brak związku miedzy wymuszeniem a uzyskanym wynikiem. Na rys. 5.19 pokazano rozkład prędkości podczas

maksymalnego wychylenia tłoka o masie 10 g. W każdym wariancie masy uzyskano sinusoidalne oscylacje symetryczne względem położenia równowagi, co dowodzi poprawnego zamodelowania pracy silników po obu stronach urządzenia (brak wpływu kierunku wstępnego wymuszenia na pracę któregokolwiek z silników).



Rysunek 5.22: Rozkłady temperatury wzdłuż długości urządzenia [131]

Obliczenia wykazały, że zwiększanie masy tłoka przekłada się na wzrost amplitudy ruchu (Rys. 5.18 i 5.20). Wzrostowi masy towarzyszy wzrost bezwładności, który także wpływa na amplitudę przemieszczenia, co prowadzi do wydłużenia czasu potrzebnego do uzyskania ustalonego stanu pracy. Zależność ta ma charakter nieliniowy i wskazuje na możliwość występowania ekstremum masy tłoka, zależnego od budowy geometrycznej urządzenia.

Identyczną zależność można zaobserwować w przypadku częstotliwości pracy urządzenia (Rys. 5.21). Wzrost masy tłoka obniża częstotliwość w sposób nieliniowy, sugerujący występowanie granicznej wartości częstotliwości, poniżej której urządzenie nie może pracować. Bazową częstotliwością pracy każdego z silników jest 600 Hz. Dla analizowanego urządzenia, najwyższa uzyskana częstotliwość to 350 Hz dla tłoka o masie 1 g. Należy pamiętać, że wpływ na częstotliwość pracy ma również sprężanie gazu podczas ruchu tłoka. Oznacza to, że urządzenie wykazuje cechy sprężyny gazowej, o czym należy pamiętać podczas doboru cech geometrycznych silników. Efekt sprężania gazu w urządzeniu można zaobserwować analizując przebiegi temperatury w poszczególnych fazach cyklu, co pokazano na wykresie 5.22. Zauważyć można, że niezależnie od masy w momencie maksymalnego wychylenia tłoka, fazy 2/4 i 4/4, występuje chwilowy wzrost temperatury gazu. Obszar podwyższonej temperatury nie obejmuje stosu urządzenia, ale może chwilowo wpływać na wartość strumienia ciepła, doprowadzanego do urządzenia w wymiennikach zlokalizowanych na końcu stosu. Oznacza to, że dobór temperatury górnego wymiennika, lub konstrukcji silnika jeśli temperatura wymiennika jest zadana, powinien uwzględniać wzrost temperatury wynikający ze sprężania gazu. Jest to kolejny element konstrukcji wymagający optymalizacji.

#### 5.4 Symulacja chłodziarki termoakustycznej

W poprzednich rozdziałach analizowano konwersję energii cieplnej na akustyczną przy użyciu silnika termoakustycznego. W termoakustyce możliwe jest jednak również zrealizowanie procesu odwrotnego, czyli konwersji fali akustycznej na różnicę temperatur i w efekcie energię cieplną. Ten odwrotny proces przebiega w chłodziarce termoakustycznej fali stojącej.

Jako pierwszy koncepcję urządzenia i działający prototyp przedstawił Hofler, dlatego urządzenie jest często potocznie nazywane chłodziarką Hoflera. Schemat budowy urządzenia pokazano na ilustracji 5.23. Podstawową cechą odróżniającą chłodziarkę od silnika jest obecność źródła fali akustycznej w postaci głośnika. Położenie głośnika odpowiada położeniu strzałki ciśnienia w silniku (gorący koniec urządzenia). W przeciwieństwie do silnika, przeciwległy koniec urządzenia jest zamknięty poprzez bańkę.



Rysunek 5.23: Schemat chłodziarki Hoflera [16]

Bańka ma na celu zwiększenie objętości urządzenia i w ten sposób doprowadzenie do uzyskania węzła ciśnienia. Dobór objętości bańki jest związany z uzyskiwaną za pomocą głośnika amplitudą ciśnienia.

Korzystając z doświadczeń zdobytych podczas prowadzenia symulacji pracy silnika na potrzeby desertacji, zdecydowano się na przeprowadzenie symulacji chłodziarki termoakustycznej. W tym przypadku zdecydowano się na zwiększenie stopnia skomplikowania symulacji poprzez budowę modelu 3D. Model obliczeniowy przygotowano korzystając ze środowiska Ansys CFX. Na ilustracji 5.24 przedstawiono poszczególne elementy numerycznego modelu urządzenia.



Rysunek 5.24: Model geometryczny chłodziarki. 1. Membrana głośnika, 2. Gorący koniec urządzenia, 3. Wymiennik ciepła po stronie gorącej, 4. Stos, 5. Wymiennik po stronie zimnej, 6. Rezonator, 7. Bańka zwiększająca objętość.

Tak jak w poprzednich symulacjach zdecydowano się na przygotowanie modelu pracującego przy częstotliwości 600 Hz, dlatego całkowita długość modelowanej chłodziarki wynosi 150 mm. Jako stos urządzenia wybrano kordieryt. Jest to materiał ceramiczny charakteryzujący się współczynnikiem przewodzenia ciepła 3,5 W/mK oraz ciepłem właściwym 0,8 J/gK [132]. Kordieryt jest dostępny na rynku w postaci perforowanych płyt o różnych grubościach oraz różnej gęstości perforacji materiału. Na potrzeby obliczeń przyjęto wariant o perforacji 400 otworów na cal kwadratowy, co przekłada się na średnicę hydrauliczną pojedynczego kanału wynoszącą 1,02 mm. Jak już wcześniej wspomniano, lokalizacja stosu ma kluczowe znaczenie dla mocy każdego urządzenia termoakustycznego.



Rysunek 5.25: Siatka numeryczna

Przedstawiając moc urządzenia jako wielkość proporcjonalną do  $Im[p_1U_1]$  można zauważyć, że prędkość gazu ma dla niej kluczowe znaczenie. Równocześnie wysoka prędkość zwiększa straty wewnątrz stosu, a w konsekwencji obniża sprawność. Kompromisem jest umieszczenie stosu stosunkowo blisko strzałki ciśnienia. Popularnym rozwiązaniem jest stos leżący w odległości odpowiadającej 1/20 długości fali od strzałki. W analizowanym modelu wykorzystano to założenie, co oznacza, że stos zlokalizowano w odległości 30 mm od membrany głośnika. Stos wprowadzono do modelu jako ciało stałe połączone z płynem poprzez warunek *interface*. Oznacza to, że wymiana ciepła na powierzchni styku płyn-ciało stałe nie była w żaden sposób wymuszana. Na powierzchni zewnętrznej stosu wprowadzono warunek brzegowy *wall* zdefiniowany jako adiabatyczny. Dzięki temu założono, że ciepło jest wymienianie z otoczeniem wyłącznie poprzez płyn. Przyjęto, że wymienniki ciepła również są ciałem stałym. Założono, że wymienniki wykonane są z miedzi, ze względu na wysoki współczynnik przewodzenia ciepła. Po stronie kontaktu obudowy z płynem, podobnie jak dla stosu, zastosowano warunek *interface*. W przeciwieństwie do modelowanych silników, w przypadku chłodziarki gradient temperatury wzdłuż stosu jest wartością nieznaną. Z tego też względu nie można wymusić temperatury wymienników, ponieważ ich temperatura jest jedną z obliczanych wielkości. Nie można również zablokować wymiany ciepła warunkiem adiabatycznym, gdyż poprzez wymienniki powinna zachodzić wymiana ciepła, a nie jego akumulacja. W związku z powyższym, zdecydowano się na zastosowanie konwekcyjnego warunku wymiany ciepła (warunek Robina). Przyjęto temperaturę otaczającego płynu 300 K i współczynnik wnikania ciepła 50  $W/m^2K$ . Dzięki temu wymiana ciepła w wymiennikach zachodzić będzie wyłącznie na skutek zmian temperatury płynu wewnątrz urządzenia.

Częstym problemem tego typu urządzeń termoakustycznych jest wymiana ciepła przez przewodzenie, między stosem a wymiennikami. Jest to zjawisko niepożądane, nie tylko ze względu na obniżanie gradientu temperatury, ale również spadek sprawności urządzenia. W modelu chłodziarki rozwiązano ten problem wprowadzając jednowymiarowy model wymiany ciepła *thin material* (funkcja programu CFX) na powierzchni kontaktu wymiennik-stos. Model ten umożliwia wymianę ciepła, pomniejszoną o opór cieplny wynikający z wprowadzonej warstwy dodatkowego materiału. W omawianym modelu, wprowadzono zatem szczelinę powietrzną o grubości 1 mm wypełnioną powietrzem o temperaturze 300 K.

Początkowo głośnik odwzorowano poprzez warunek brzegowy opening. Wprowadzono równanie opisujące oscylacje ciśnienia spoczynkowego total pressure oraz przyjęto, stałą w czasie, temperaturę spoczynkową total temperature wynoszącą 300 K. Jest to powszechnie stosowane uproszczenie umożliwiające łatwe wprowadzenie do modelu fali akustycznej. Wstępne obliczenia wykazały jednak, że w przypadku modelowania chłodziarki powyższe podejście destabilizuje bilans energetyczny urządzenia. Oscylacjom ciśnienia towarzyszą oscylacje temperatury gazu po gorącej stronie stosu. Z tego względu przez cały czas zachodzi wymiana ciepła (odprowadzanie części ciepła) poprzez warunek opening, co negatywnie wpływa na pracę urządzenia. Ponieważ materiały wykorzystywane do budowy membran głośników charakteryzują się dobrymi właściwościami izolacyjnymi, nadmierna wymiana ciepła poprzez membranę oddala model od rzeczywistości. Drugim problemem obliczeniowym jest brak występowania zmiany objętości urządzenia w trakcie oscylacji. W rzeczywistości, dla dużych amplitud ciśnienia membrany głośników przemieszczają się w zakresie kilku do kilkunastu milimetrów. Rozwiązaniem powyższych problemów byłoby użycie warunku opening przy równoczesnym wyłaczeniu wymiany ciepła na powierzchni warunku. Program CFX nie daje jednak takich możliwości. Z tego względu zdecydowano się na wykorzystanie ruchomego warunku brzegowego typu wall. Takie rozwiązanie wydaje się być najbliższe rzeczywistości. Z jednej strony, odwzorowuje sinusoidalny ruch warunku brzegowego, a z drugiej zapewnia zmiany objętości modelu przy równoczesnym braku wymiany ciepła. Ruchomy warunek brzegowy wymaga, oczywiście, dynamicznego przesiatkowania modelu. Podczas modelowania silnika z ruchomym tłokiem wykorzystano algorytm przesiatkowania *layering*, który okazał się być świetnym wyborem ze względu na jakość siatki. Niestety ograniczenia dotyczące maksymalnego przemieszczenia się powierzchni warunku brzegowego względem elementów siatki podczas pojedynczego kroku czasowego okazały się być bardzo problematyczne w przypadku długotrwałych obliczeń. Dlatego ostatecznie zdecydowano się na wykorzystanie algorytmu przesiatkowania bazującego na dynamicznej zmianie kształtu elementów typu tetrahedral. W ten sposób ominieto problem skracania kroku czasowego przez algorytm przesiatkowania. Jedynym kryterium opisującym krok czasowy jest w tym przypadku liczba Couranta dla płynu. Algorytm teoretycznie może wywoływać pogorszenie jakości siatki wraz z czasem obliczeń, jednak wstępne testy wykazały, że po każdym kolejnym cyklu oscylacji parametry jakościowe uzyskiwanej siatki nie różnią się znacząco od wartości początkowych. Przygotowując siatkę numeryczną, zdecydowano się na ograniczenie liczby kanałów w modelu do 9, rozmieszczonych w układzie 3x3. Rozszerzenie modelu z 2D do 3D powoduje istotny wzrost liczby elementów siatki, a tym samym liczby rozwiązywanych równań. Z tego względu, przy dostępnej mocy obliczeniowej niezbędne było ograniczenie liczby stopni swobody modelu tak, aby możliwe było rozwiązanie zagadnienia w rozsądnym czasie (rzędu tygodni, a nie miesięcy). Siatkę numeryczną modelu przedstawiono na rysunku 5.25. Jest to wariant ostateczny, uzyskany po przeprowadzeniu studium wpływu jakości siatki na uzyskiwane rezultaty. Dobierając rozmiar elementów siatki kierowano się kryterium liczby Couranta nie przekraczającej 1 przy zachowaniu kroku czasowego  $10^{-5}$  s. W rejonie stosu i wymienników ciepła wprowadzono warstwę przyścienną, zapewniającą uzyskanie parametru  $y + \approx 1$  przez cały cykl oscylacji. Obliczenia prowadzono dwuetapowo. W pierwszym etapie rozwiązano zagadnienie ustalone. Jako wartości początkowe zadania przyjęto ciśnienie 101325 Pa, i prędkość 0 m/s oraz temperaturę 300 K dla płynu oraz wszystkich ciał stałych. Dobór warunków poczatkowych miał na celu niewymuszanie, w jakikolwiek sposób, wymiany ciepła wewnatrz urządzenia. Idea jaka przyświecała obliczeniom, było odwzorowanie pracy chłodziarki wraz z procesem wzbudzenia jej pracy. Rozwiązanie zadania ustalonego wykorzystano jako warunek początkowy dla analizy nieustalonej. W celu obserwacji postępu procesu obliczeniowego, wewnątrz modelu umieszczono, w charakterystycznych lokalizacjach, punkty kontrolne. Były one umieszczone: na powierzchni membrany, w środku każdego z wymienników, wewnątrz stosu oraz w środku bańki na końcu urządzenia. Jako kryterium zakończenia obliczeń przyjęto ustabilizowanie się temperatury, ciśnienia statycznego oraz prędkości w każdym z wymienionych punktów.



Rysunek 5.26: Rozkład ciśnienia wzdłuż urządzenia

Obliczenia w stanie nieustalonym przeprowadzono dla 5 wariantów wielkości amplitudy ruchu membrany, od 1 mm do 5 mm z przyrostem co 1 mm. Każdej amplitudzie ruchu membrany odpowiada amplituda ciśnienia statycznego wewnątrz urządzenia, na bazie której możliwe jest wyznaczenie *Drive Ratio* (*DR*) dla każdego analizowanego przypadku. Na rysunku 5.26 przedstawiono rozkłady ciśnienia wzdłuż długości urządzenia dla 1/2 cyklu i 3/4 cyklu. Są to te części okresu oscylacji, które odpowiadają ekstremum amplitudy ciśnienia uzyskiwanego na membranie głośnika. Dla analizowanych wariantów, DR kształtuje się w przedziale 0,05% do 1,24%, i jest to zakres dopuszczalny dla standardowych głośników. Porównując wykres dla 1/2 i 3/4 cyklu zauważyć można, asymetrię amplitudy ciśnienia pogłębiającą się wraz ze wzrostem DR.



Rysunek 5.27: Rozkład prędkości wzdłuż urządzenia

Na wykresie 5.27 przedstawiono rozkłady prędkości wzdłuż długości urządzenia. Charakterystycznym elementem pokazanych tam przebiegów jest pik prędkości w obszarze stosu urządzenia. Analizując wykresy dla obu faz cyklu, zauważyć można, że dla każdego przypadku węzeł ciśnienia zlokalizowany jest na początku dyfuzora łączącego rezonator z bańką, czyli w ok. 60% długości urządzenia. Równocześnie dla DRpowyżej 0,2% wewnątrz bańki występuje nadciśnienie, co wskazuje to na niewystarczającą objętość bańki dla wyższych amplitud ciśnienia.



Rysunek 5.28: Rozkład prędkości wewnątrz urządzenia dla fazy 1/2 i DR = 1,24%

Na rys. 5.28 pokazano rozkład prędkości wewnątrz chłodziarki. Zauważyć można spadek prędkości gazu połączony ze wzrostem objętości, na końcu urządzenia. Wyróżnia się również wspomniany wcześniej pik prędkości wewnątrz stosu urządzenia.



Rysunek 5.29: Wykres COP dla poszczególnych Drive Ratio

Dla urządzeń chłodniczych ważnym parametrem jest Coefficient of Performance (COP), wyrażany jako (2.89). Parametr COP w funkcji DR przedstawiono na wy-

kresie 5.29, gdzie zauważyć można, że dla  $DR \approx 0, 2$  osiąga najwyższą wartość. Na kolejnym wykresie 5.30 przedstawiono temperatury wymienników ciepła w funkcji DR. Różnica temperatur między wymiennikami wzrasta nieliniowo wraz z DR, przy czym temperatura wymiennika po stronie zimnej osiąga najniższą wartość dla  $DR \approx 0, 45$ , po czym, dla wyższych wartości, temperatura po stronie zimnej wzrasta. Równocześnie, temperatura wymiennika po stronie gorącej, rośnie monotonicznie wraz ze wzrostem COP.



Rysunek 5.30: Temperatury wymienników ciepła

Warto zauważyć, że punkt najniższej temperatury po stronie zimnej jest przesunięty względem punktu maksymalnego COP, co pokrywa się z wynikami publikowanymi w literaturze. Wzrost różnicy temperatur połączony z osłabieniem chłodzenia daje efekt "przesunięcia", co jest efektem zbyt małej objętości bańki na końcu urządzenia. Dla wyższych DR ciśnienie wewnątrz urządzenia narasta, a to powoduje wzrost temperatury gazu na skutek ściśliwości. Wskazuje to na konieczność optymalizacji geometrii analizowanej konstrukcji.

# Rozdział 6

### Zakończenie

#### 6.1 Podsumowanie

W pracy zaprezentowano różne podejścia do modelowania pracy urządzeń termoakustycznych. Między innymi omówiono podstawy opisu matematycznego procesów termoakustycznych opartych na równaniach Rotta oraz zaprezentowano, będący wynikiem ich bezpośredniego rozwiązania, jednowymiarowy model analityczny. Przeprowadzono także obliczenia przy pomocy opracowanego w Los Alamos National Laboratory programu DeltaEC, który wykorzystuje numeryczne rozwiązanie równań termoakustyki. Budowane w DeltaEC modele są także modelami jednowymiarowymi, które wykorzystano do walidacji zarówno uzyskanego rozwiązania analitycznego, jak również późniejszych symulacji numerycznych. Przeprowadzone analizy porównawcze pozwoliły rozpoznać wady i zalety szeroko wykorzystywanego oprogramowania oraz stanowiły źródło doświadczenia wykorzystanego później w modelowaniu kolejnych urządzeń termoakustycznych.

Następnym etapem prac była analiza wymiany ciepła podczas oscylacyjnego przepływu gazu poprzez kanały stosu o bardzo małych wymiarach. Ze względu na rozmiar kanału oraz charakter przepływu, nie obowiązują w takich warunkach popularne korelacje opisujące wymianę ciepła. W związku z tym, podczas badań analizowano wpływ parametrów gazu i cech geometrycznych stosu na proces wymiany ciepła. Aby przeprowadzić obliczenia dla wielu wariantów rozwiązań, model obliczeniowy ograniczono do stosu i fragmentów rezonatora, zastępując odziaływania dalszych części urządzenia na warunki wymiany ciepła w stosie opracowanymi w tym celu i zaimplementowanymi dynamicznymi warunkami brzegowymi na skrajach domeny. Obliczenia te pozwoliły na określenie optymalnej geometrii kanałów stosu, z punktu widzenia efektywności pracy urządzeń termoakustycznych.

Ponieważ rozwiązania równań Rotta są obarczone licznymi założeniami i uproszczeniami, związanymi zarówno z geometrią domeny obliczeniowej, jak i parametrami gazu roboczego, czy też warunkami wymiany ciepła, obecnie chętnie sięga się po symulacje z wykorzystaniem numerycznej mechaniki płynów CFD. Takiemu stanowi rzeczy sprzyja intensywny rozwój technik obliczeniowych, zarówno po stronie programowej, jak i sprzętowej. Wpisując się w aktualne trendy, w dalszej części pracy skupiono się na modelowaniu zjawisk cieplno-przepływowych zachodzących w urządzeniach termoakustycznych fali stojącej przy wykorzystaniu komercyjnego oprogramowania Ansys Fluent i Ansys CFX. Modelowanie prowadzono, w zależności od analizowanego przypadku, w układzie płaskim lub przestrzennym.

W pierwszej kolejności wykonano symulacje silnika termoakustycznego w różnych wariantach geometrycznych domeny obliczeniowej i obserwowano wpływ liczby rozważanych kanałów stosu na zjawiska zachodzące w jego pobliżu. Szczegółowo omówiono przygotowanie modelu numerycznego, przedstawiono sposób definiowania warunków brzegowych i konfiguracji solvera zapewniającego uzyskanie stabilnego rozwiązania. Symulację prowadzono dla stanu nieustalonego obejmującego proces od samoistnego wzbudzenia oscylacji termoakustycznych wewnątrz urządzenia aż do osiągnięcia stanu ustalonego.

Mankamenty eksploatacyjne silnika fali stojącej związane z brakiem akumulatora energii kinetycznej stały się przyczyną opracowania koncepcji podwójnego silnika termoakustycznego. Urządzenie to zaplanowano jako układ dwóch silników pracujących szeregowo z przesunięciem fazowym, pomiędzy którymi umieszczono tłok. Taki układ zapewnia ciągłą pracę silnika. W obliczeniach uwzględniono interakcję z ciałem stałym poprzez zdefiniowanie funkcji użytkownika UDF. Ruch tłoka wymagał ponadto wykorzystania dynamicznych siatek numerycznych. Poza samą budową modelu, w ramach badań analizowano wpływ bezwładności tłoka, łączącego silniki urządzenia, na przebieg oscylacji termoakustycznych.

Kolejnym etapem pracy było przejście od modeli dwuwymiarowych do modelu trójwymiarowego, który zbudowano na potrzeby analizy pracy chłodziarki termoakustycznej fali stojącej. Modelowaniu poddano chłodziarkę Hoflera. Przedstawiono zarówno sposób wprowadzenia źródła fali akustycznej, jak i jego wpływ na uzyskiwane parametry pracy urządzenia.

#### 6.2 Wnioski

Podczas przygotowywania obliczeń prezentowanych w dysertacji, pojawił się szereg wniosków i spostrzeżeń dotyczących prowadzonych prac. Większość z nich wynika z problemów na jakie napotkano, i nawet jeśli część z nich wygląda na z pozoru błahe, wymagały sporych nakładów czasu na rozwiązanie Wymieniono je poniżej, w postaci wskazówek dla potencjalnego czytelnika, który chciałby przeprowadzić zbliżone tema-tycznie symulacje.

Prowadząc analizy jednowymiarowe, korzystając z programu DeltaEC zaobserwowano ograniczenia programu wynikające z braku możliwości dodawania własnych funkcji i ingerencji w moduły obliczeniowe. Szczególną uwagę zwrócono na proces wyznaczania wymiany ciepła w wymiennikach i stosie. Wyniki obliczeń porównano z rozwiązaniem analitycznym, które dla analogicznych warunków wymiany ciepła daje wysoką zgodność uzyskanych rezultatów.

Przeprowadzone analizy numeryczne dotyczące wymiany ciepła w kanałach o bardzo małych wymiarach, które często mają zastosowanie w konstrukcji stosu oraz wymienników ciepła urządzeń termoakustycznych wykazały, że intensywność wymiany ciepła jest największa, jeśli stosunek grubości warstwy penetracji termicznej jest zbliżona do promienia hydraulicznego kanału. Ponadto zauważono, że zwiększenie amplitudy ciśnienia intensyfikuje wymianę ciepła wewnątrz stosu, co wynika ze wzrostu chwilowej prędkości gazu podczas oscylacji. Zwiększa się również amplituda oscylacji cząsteczek gazu, prowadząc do zwiększenia lokalnej różnicy temperatury między gazem a stosem. Wzrost amplitudy ciśnienia nie ma natomiast wyraźnego wpływu na zmianę częstotliwości pracy urządzenia.

Podczas analiz numerycznych silnika pojedynczego, przygotowano trzy modele obliczeniowe, o różnym stopniu uproszczenia geometrii. Rozpatrując uzyskane wyniki, zaobserwowano różnice w amplitudzie ciśnienia i częstotliwości oscylacji. Dowiedziono, że model przedstawiający połówkę kanału stosu, z zastosowanym warunkiem symetrii w osi kanału, odbiega zauważalnie od oczekiwanego rezultatu. Symetria osiowa kanału uniemożliwia bowiem formowanie się zawirowań w rejonie zakończeń kanałów stosu. Dla modelu podwójnego i potrójnego uzyskano zgodność częstotliwości pracy, przy równoczesnym wystąpieniu różnic w amplitudzie ciśnienia (zawyżenie amplitudy w modelu podwójnym). Na tej podstawie wykazano, że najlepszym podejściem było zastosowanie modelu z trzema kanałami stosu połączonego z wykorzystaniem warunku translacji, zamiast symetrii. Umożliwia to zaobserwowanie oddziaływań zachodzących między poszczególnymi kanałami i ich wpływu na amplitudę ciśnienia i częstotliwość. Wyniki porównano z rozwiązaniem analitycznym, uzyskując wysoką zgodność rozwiązania w zakresie rozkładu ciśnienia i prędkości.

Analizy numeryczne silnika podwójnego wykazały, że wzrostowi masy tłoka towarzyszy wzrost amplitudy ruchu i bezwładności. Prowadzi to do wydłużenia czasu potrzebnego do uzyskania ustalonych warunków pracy. Wzrost ma nieliniowy charakter, co sugeruje możliwość występowania ekstremum masy tłoka. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku częstotliwości pracy urządzenia. Wzrostowi masy tłoka towarzyszy nieliniowy spadek częstotliwości, aż do granicznej jej wartości, poniżej której praca urządzenia nie jest możliwa. Zaobserwowano, że podczas maksymalnego wychylenia tłoka, po stronie sprężanej (poza obszarem stosu), występuje chwilowy wzrost temperatury gazu, skutkujący obniżeniem strumienia ciepła doprowadzanego do gazu. Może to skutkować ograniczeniem mocy urządzenia, i wskazuje na konieczność optymalizacji doboru temperatury wymiennika po stronie gorącej urządzenia.

Symulacje numeryczne chłodziarki termoakustycznej wykazały, że najwyższy COP uzyskano dla  $DR \approx 0, 2$ . Powyżej tej wartości zaobserwowano występowanie nadciśnienia w bańce na końcu urządzenia, co wskazuje na konieczność korekty objętości bańki, w celu uzyskania wyższego COP. Wykazano, że węzeł ciśnienia, w każdym przypadku, zlokalizowany jest w rejonie dyfuzora łączącego rezonator z bańką (w analizowanej geometrii w ok. 60% długości urządzenia). Równocześnie różnica temperatur, wyznaczana w wymiennikach po obu stronach stosu, wzrasta nieliniowo wraz z DR. Najniższą temperaturę po stronie zimnej uzyskano dla  $DR \approx 0, 45$ . Z kolei dla wyższych wartości DR zaobserwowano wzrost temperatury po stronie zimnej. Przeprowadzone symulacje pozwoliły również na sformułowanie pewnych wniosków dotyczących technicznej strony modelowania, które mogą stanowić pomoc dla osób podejmujących się takich badań.

Korzystając z programu DeltaEC rozwiązuje się model jednowymiarowy. Największą zaletą takiego podejścia jest szybkość uzyskiwania rozwiązania. Przeliczenie modelu zajmuje pojedyncze sekundy, podczas gdy w obliczeniach CFD, w zależności od zastosowanego sprzętu obliczeniowego, wymagany do rozwiązania czas sięga nawet kilu tygodni. Wyniki uzyskane w DeltaEC wymagają jednaka uważnej oceny, ze względu na niedoskonałości wbudowanego w program solvera. W szczególnych przypadkach można napotkać na sytuacje, w których program znajduje dwa rozbieżne rozwiązania dla takiego samego układu warunków brzegowych. Innym istotnym ograniczeniem tego narzędzia są arbitralnie przyjmowane warunki wymiany ciepła, które mogą, w zależności od przypadku, istotnie odbiegać od warunków rzeczywistych.

Prowadząc symulacje w programie DeltaEC należy uważać także na jego niestabilne

działanie. Podczas edycji modelu należy unikać zbyt dużych zmian wprowadzanych wielkości. Prowadzi to bowiem do braku możliwości znalezienia rozwiązania przez solver i zastąpienia wszystkich wartości zmiennych wartością *NaN*, przy kolejnej próbie przeliczenia. Ponowne użycie modelu wymaga ręcznego wprowadzenia wartości początkowych dla wszystkich zmiennych. Małe zmiany wartości parametrów, pozwalają na ponowne przeliczenie modelu i ocenę wpływu tych zmian na końcowy rezultat.

Rozwiązanie jednowymiarowe jest szybkie, ale równocześnie ograniczone do możliwości uzyskania wyłącznie wyników w stanie ustalonym. W przypadku CFD można natomiast analizować stany nieustalone oraz lokalne zmiany parametrów czynnika roboczego. CFD zapewnia również możliwość oceny wpływu cech geometrycznych, takich jak kształt zakończeń stosu, zróżnicowanie kształtu stosu i wymienników ciepła czy też wprowadzenie komponentów o kształcie zmiennym wzdłuż długości urządzenia. Dzięki modelowaniu CFD można także stosunkowo precyzyjnie analizować przebieg wymiany ciepła wewnątrz urządzenia. Stąd wniosek, że DeltaEC jest dobrym narzędziem do wstępnego doboru cech geometrycznych urządzenia, które następnie warto "dopracować" przy pomocy analizy CFD.

W przypadku symulacji, w których do modelu wprowadzana jest fala akustyczna, można przyjąć dwa podejścia. W pierwszym, falę akustyczną odwzorowujemy poprzez wprowadzenie, opisanych równaniem, oscylacji ciśnienia statycznego. Jest to skuteczne podejście w przypadku, gdy nie zależy nam na uwzględnieniu zmian objętości modelu oraz nie musimy kontrolować wymiany ciepła zachodzącej przez powierzchnię warunku brzegowego. W drugim przypadku można zastosować ruchomy warunek brzegowy, wymagający przesiatkowania modelu. W tym podejściu, zachowana jest kontrola nad objętością modelu, a także wymianą ciepła (występuje możliwość zastosowania warunku *adiabatic wall*). Jest to szczególnie przydatne podczas modelowania przypadków o dużej amplitudzie ciśnienia, występują wtedy duże zmiany objętości modelu.

Podejmując decyzję o wyborze wariantu z przesiatkowaniem modelu należy mieć na uwadze znaczące wydłużenie czasu obliczeń. Rozwiązanie z bezpośrednim definiowaniem ciśnienia umożliwia szybkie uzyskanie zbieżności równania ciągłości, co nie jest takie oczywiste w przypadku korzystania z dynamicznej siatki. Do tego dochodzi dodatkowy czas niezbędny do przeliczenia korekt siatki, na co największy wpływ ma rodzaj zastosowanego algorytmu przesiatkowania. Algorytm *layering*, dostępny we Fluencie, zapewnia zachowanie wysokiej jakości siatki niezależnie od warunków obliczeń, równocześnie wymaga przygotowania siatki *hexahedral* przynajmniej w rejonie ruchomego warunku. Szybkość zmian w położeniu warunku jest bezpośrednio związana z rozmiarem elementów siatki i krokiem czasowym. Można to traktować jako dodatkowe kryterium w pewnym sensie odpowiadające liczbie Couranta, ponieważ może wymusić konieczność zastosowania kroku czasowego wielokrotnie krótszego niż wynika z klasycznej definicji liczby Couranta. Co prawda, w przypadku siatki zbudowanej z użyciem elementów *tetrahedral*, krok czasowy i szybkość poruszania się ruchomego warunku ma niewielkie znaczenie, ale jakość siatki w kolejnych krokach czasowych może ulegać zmianie, co w skrajnych przypadkach może utrudniać uzyskanie zbieżnego rozwiązania.

Kolejne trudności związane są z symulacjami oscylacji termoakustycznych, dla których ogromne znaczenie ma wybór schematu dyskretyzacji czasowej drugiego rzędu. W przypadku zastosowania schematu pierwszego rzędu, samoczynne oscylacje w silniku na skutek różnicy temperatury nie zostałyby wywołane, możliwe jest natomiast symulowanie pracy chłodziarki, poprzez wymuszanie oscylacji ciśnienia poprzez warunek brzegowy.

Stabilne zachowanie solvera można uzyskać pamiętając o doborze kroku czasowego, tak aby, w całej objętości płynu, liczba Couranta nie przekraczała 1. Teoretycznie solvery CFD, takie jak Fluent i CFX, powinny dobrze radzić sobie nawet przy liczbach Couranta rzędu kilkudziesięciu, ale przy samoczynnych oscylacjach termoakustycznych w silniku prowadzi to do dużych trudności z doliczaniem równania ciągłości. Problem jest wyraźnie większy we Fluencie.

W przypadku modelowania silnika podwójnego, podczas którego definiowano samodzielnie równania opisujące ruch bryły sztywnej na skutek oddziaływania płynu, wygodniejszym solverem okazał się Fluent, przede wszystkim ze względu na duże możliwości podczas pisania kompilowanych skryptów UDF.

W przypadku, gdy pojawia się potrzeba symulowania ruchomego, poruszającego się sinusoidalnie w czasie warunku brzegowego, wygodniej jest skorzystać z solvera CFX, ze względu na bezpośrednią możliwość definicji ruchu warunku brzegowego. Dodatkowo stosując w obliczeniach przesiatkowanie domeny obliczeniowej z użyciem elementów tetrahedral, przygotowanie modelu jest znacznie szybsze.

W symulacjach samoczynnych oscylacji (silnik termoakustyczny) jakość siatki ma duży wpływ na zachowanie gazu. W modelach zawierających kilka równoległych kanałów, warto rozważyć zastosowanie programu ICEM CFD wraz z opisaniem bloków *o-grid*, który daje możliwość przygotowania siatki o identycznych parametrach jakościowych, dla każdego kanału.

Przygotowując siatkę w kanałach stosu, rzadko kiedy występuje konieczność wprowadzania warstwy przyściennej. Jeżeli grubość kanału jest zbliżona do parametru  $\delta_{\kappa}$ i  $\delta_{\mu}$  to praktycznie cały kanał zachowuje się jak warstwa przyścienna. Widać to analizując parametr y+, który wa takich przypadkach spada znacząco poniżej 1.

Tworząc siatkę warto rozważyć rozrzedzenie jej poza obszarem stosu i wymienników. W odległości co najmniej  $2\xi$  od wylotu stosu bądź wymiennika. Zachowanie odległości większej od amplitudy ruchu cząstek swobodnych  $\xi$  zapewnia brak oddziaływania rozrzedzonej siatki na gaz oscylujący w stosie/wymienniku. Nie wpływa to na dobór kroku czasowego obliczeń, natomiast umożliwia zredukowanie czasu rozwiązywania pojedynczej iteracji. W przypadku obliczeń urządzeń termoakustycznych, które nierzadko wymagają rozwiązywania setek tysięcy kroków czasowych, widoczne jest skrócenie czasu obliczeń.

Czas obliczeń można również skrócić wprowadzając wstępny rozkład ciśnienia w urządzeniu. Jest to natomiast obarczone pewnym ryzykiem, wynikającym z faktu, że błędny dobór wstępnego ciśnienia może zauważalnie wydłużyć czas obliczeń. Przyjmując zbyt duże początkowe wymuszenie ciśnienia, zaobserwowano wydłużenie czasu uzyskania stanu ustalonego w porównaniu z sytuacją, gdzie wprowadzono ciśnienie niższe od docelowego.

#### 6.3 Plany dalszych badań

Wykonane w ramach dysertacji symulacje oraz przeprowadzony przegląd literatury wskazały nowe kierunki badań, które zaplanowano rozważyć w przyszłych pracach. Pierwszym z nich jest przeprowadzenie dalszych analiz wymiany ciepła w stosach i wymiennikach, m. in. dla konfiguracji, gdzie wymiennik ciepła i stos posiadają kanały o zróżnicowanych przekrojach. W kolejnym etapie przeprowadzi się symulacje dla przypadków, gdzie przekrój kanału stosu/wymiennika zmienia się wraz z jego długością. Dalej przeanalizowany zostanie wpływ strat ciepła przez przewodzenie na powierzchni styku wymiennika i stosu. Badania te można prowadzić w kierunku wprowadzenia szczeliny gazowej między stos i wymiennik, lub z użyciem przekładek z materiałów izolacyjnych. Ciekawym i wartym rozważenia kierunkiem jest też numeryczna analiza pracy stosu mokrego (wymiana ciepła połączona z przemianą fazową). W pracy analizowano urządzenia w bardzo małej skali geometrycznej. Warto również przeprowadzić symulacje kompletnych urządzeń w większej skali geometrycznej. Planuje się również symulację pracy chłodziarki połączoną z analizą przepływu ciepła w wymienniku po stronie chłodzonej (optymalizacja kształtu wymiennika w kierunku intensyfikacji odbioru ciepła). W dalszej perspektywie planuje się również analizy

zespołów urządzeń np. chłodziarka termoakustyczna napędzana poprzez silnik termoakustyczny. Warte uwagi są też symulacje urządzenia fali biegnącej, które umożliwiają uzyskanie wyższych mocy i sprawności. Możliwe byłoby odtworzenie zjawisk takich jak *Gedeon Streaming* na drodze CFD. Interesujące wydają się być również analizy wielostopniowych urządzeń fali biegnącej, o zróżnicowanych temperaturach poszczególnych stopni.

# Bibliografia

- Byron Higgins. On the sound produced by a current hydrogen gas passing through a tube. A Journal of Natural Philosophy, Chemistry, and the Arts, 1:129–131, 1802.
- [2] Carl Sondhauss. Ueber die schallschwingungen der luft in erhitzten glasröhren und in gedeckten pfeifen von ungleicher weite. Annalen der Physik, 155:1–34, 1850.
- [3] Petrus Leonardus Rijke. Notiz über eine neue art, die in einer an beiden enden offenen röhre enthaltene luft in schwingungen zu versetzen. Annalen der Physik, 183:339–343, 1859.
- [4] Peter Riess. Das anblasen offener röhren durch eine flamme. Annalen der Physik und Chemie, 108:653–656, 1859.
- [5] Peter Riess. Anhaltendes tönen einer röhre durch eine flamme. Annalen der Physik und Chemie, 109:145–147, 1860.
- [6] Henry Dunant. The pyrophone. Popular Science Monthly, 7:444–453, 1875.
- [7] Frederic Kastner. Nature, 26:304, 1882.
- [8] John William Strutt "Baron Rayleigh". The Theory of Sound. Dover Publications, USA, 1887.
- [9] K. O. Lehmann. Über die theorie der netztöne (thermisch erregte schallschwingungen). Annalen der Physik, 421:527–555, 1937.
- [10] Nikolaus Rott. Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 20(2):230– 243, 1969.

- [11] Nikolaus Rott. Thermally driven acoustic oscillations. part ii: Stability limit for helium. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 24(1):54–72, 1973.
- [12] Nikolaus Rott. Thermally driven acoustic oscillations, part iii: Second-order heat flux. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 26(1):43–49, 1975.
- [13] Nikolaus Rott and Gerassimos Zouzoulas. Thermally driven acoustic oscillations, part iv: Tubes with variable cross-section. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 27(2):197–224, 1976.
- [14] Gerassimos Zouzoulas and Nikolaus Rott. Thermally driven acoustic oscillations, part v: Gas-liquid oscillations. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 27(3):325–334, 1976.
- [15] Ulrich A. Müller and Nikolaus Rott. Thermally driven acoustic oscillations, part vi: Excitation and power. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 34(5):609–626, 1983.
- [16] Gregory Swift. A Unifying Perspective for Some Engines and Refrigerators. Springer, USA, 2017.
- [17] Martin Wetzel and Cila Herman. Design optimization of thermoacoustic refrigerators. International Journal of Refrigeration, 20:3–21, 1997.
- [18] C. Herman and Z. Travnicek. Cool sound: The future of refrigeration? thermodynamic and heat transfer issues in thermoacoustic refrigeration. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 42:492–500, 2006.
- [19] A. Piccolo and G. Pistone. Estimation of heat transfer coefficients in oscillating flows: The thermoacoustic case. International Journal of Heat and Mass Transfer, 49:1631–1642, 2006.
- [20] Mohamed Abd Elaziz, Ammar H Elsheikh, and Swellam W Sharshir. Improved prediction of oscillatory heat transfer coefficient for a thermoacoustic heat exchanger using modified adaptive neuro-fuzzy inference system. *International Journal of Refrigeration*, 102:47–54, 2019.

- [21] Emmanuel C Nsofor, Serdar Celik, and Xudong Wang. Experimental study on the heat transfer at the heat exchanger of the thermoacoustic refrigerating system. Applied Thermal Engineering, 27:2435–2442, 2007.
- [22] L.K. Tartibu, B. Sun, and M.A.E. Kaunda. Lexicographic multiobjective optimization of thermoacoustic refrigerator's stack. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 51:649–660, 2015.
- [23] Yehui Peng, Heying Feng, and Xiaoan Mao. Optimization of standing-wave thermoacoustic refrigerator stack using genetic algorithm. *International Journal* of Refrigeration, 92:246–255, 2018.
- [24] Anas A. Rahman and Xiaoqing Zhang. Prediction of cooling load for a standing wave thermoacoustic refrigerator through artificial neural network technique. *Energy Procedia*, 142:3780–3786, 2017.
- [25] Emmanuel C. Nsofor and Azrai Ali. Experimental study on the performance of the thermoacoustic refrigerating system. *Applied Thermal Engineering*, 29:2672– 2679, 2009.
- [26] Anas A. Rahman and Xiaoqing Zhang. Prediction of oscillatory heat transfer coefficient for a thermoacoustic heat exchanger through artificial neural network technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 124:1088–1096, 2018.
- [27] Anas A. Rahman and Xiaoqing Zhang. Prediction of acoustic wave parameters of thermoacoustic prime mover through artificial neural network technique: Practical approach for thermoacoustics. *Thermal Science and Engineering Progress*, 8:257–268, 2018.
- [28] N. M. Hariharan, P. Sivashanmugam, and S. Kasthurirengan. Influence of stack geometry and resonator length on the performance of thermoacoustic engine. *Applied Acoustics*, 73:1052–1058, 2012.
- [29] Anas A. Rahman and Xiaoqing Zhang. Single-objective optimization for stack unit of standing wave thermoacoustic refrigerator through particle swarm optimization method. *Energy Procedia*, 158:5445–5452, 2019.
- [30] Anas A. Rahman and Xiaoqing Zhang. Single-objective optimization for stack unit of standing wave thermoacoustic refrigerator through fruit fly optimization algorithm. *International Journal of Refrigeration*, 98:35–41, 2019.

- [31] Mahmoud A. Alamir. An artificial neural network model for predicting the performance of thermoacoustic refrigerators. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 164:120551, 2021.
- [32] Ke Tang, Ye Feng, Tao Jin, Shenghan Jin, and Rui Yang. Impact of gedeon streaming on the efficiency of a double-inlet pulse tube refrigerator. Applied Thermal Engineering, 111:445–454, 2017.
- [33] Ke Tang, Ye Feng, Tao Jin, Shenghan Jin, Ming Li, and Rui Yang. Effect of gedeon streaming on thermal efficiency of a travelling-wave thermoacoustic engine. *Applied Thermal Engineering*, 115:1089–1100, 2017.
- [34] Haitian Hao, Carlo Scalo, and Fabio Semperlotti. Traveling and standing thermoacoustic waves in solid media. *Journal of Sound and Vibration*, 449:30–42, 2019.
- [35] Marialuisa Napolitano, Raffaele Dragonetti, and Rosario Romano. A method to optimize the regenerator parameters of a thermoacoustic engine. *Energy Proceedia*, 126:525–532, 2017.
- [36] Rui Yang, Avishai Meir, and Guy Z Ramon. Theoretical performance characteristics of a travelling-wave phase-change thermoacoustic engine for low-grade heat recovery. *Applied Energy*, 261:114377, 2020.
- [37] Alexander Kruse, Adam Ruziewicz, Martin Tajmar, and Zbigniew Gnutek. A numerical study of a looped-tube thermoacoustic engine with a single-stage for utilization of low-grade heat. *Energy Conversion and Management*, 149:206–218, 2017.
- [38] Ali Al-Kayiem and Zhibin Yu. Numerical investigation of a looped-tube traveling-wave thermoacoustic generator with a bypass pipe. *Energy Proceedia*, 142:1474–1481, 2017.
- [39] Baiman Chen, Fan Jiao, Kelvin Ho, Minlin Yang, Shicheng Tian, and Hongqiang Li. Numerical analysis of acoustic field in a 2-stage traveling wave thermoacoustic engine based on deltaec. *Energy Proceedia*, 105:4615–4620, 2017.
- [40] Jingyuan Xu, Guoyao Yu, Limin Zhang, Zhanghua Wu, Wei Dai, and Ercang Luo. A novel multi-stage looped thermoacoustic heat engine using assembly of elastic membrane and a solid mass. *Energy Proceedia*, 105:2028–2032, 2017.

- [41] Kai Wang and Limin Qiu. Numerical analysis on a four-stage looped thermoacoustic stirling power generator for low temperature waste heat. *Energy Conversion and Management*, 150:830–837, 2017.
- [42] Xiaoqing Zhang and Jinzhan Chang. Onset and steady-operation features of low temperature differential multi-stage travelling wave thermoacoustic engines for low grade energy utilization. *Energy Conversion and Management*, 105:810–816, 2015.
- [43] A. Piccolo. Design issues and performance analysis of a two-stage standing wave thermoacoustic electricity generator. Sustainable Energy Technologies and Assessments, 26:17–27, 2018.
- [44] A. Kruse, A. Ruziewicz, A. Nemś, and M. Tajmar. Numerical analysis of competing methods for acoustic field adjustment in a looped-tube thermoacoustic engine with a single stage. *Energy Conversion and Management*, 181:26–35, 2019.
- [45] Patcharin Saechan and Artur J. Jaworski. Numerical studies of co-axial travelling-wave thermoacoustic cooler powered by standing-wave thermoacoustic engine. *Renewable Energy*, 139:600–610, 2019.
- [46] Rui Yang, Yi Wang, Ye Feng, Tao Jin, and Ke Tang. Performance of a looped thermoacoustic engine with multiple loads capable of utilizing heat source below 200°C. Applied Thermal Engineering, 148:516–523, 2019.
- [47] Isares Dhuchakallaya and Patcharin Saechan. The effect of phase-adjuster on the performance of a thermoacoustic stirling heat engine. *Thermal Science and Engineering Progress*, 20:100665, 2020.
- [48] Carmen Iniesta, José Luis Olazagoitia, Jordi Vinolas, and Jaime Gros. New method to analyse and optimise thermoacoustic power generators for the recovery of residual energy. *Alexandria Engineering Journal*, 59:3907–3917, 2020.
- [49] Huizhi Wang, Guoyao Yu, Jianying Hu, Zhanghua Wu, Mingyu Hou, Limin Zhang, and Ercang Luo. A novel looped low-temperature heat-driven thermoacoustic refrigerator operating in room temperature range. *Energy Procedia*, 158:1653–1659, 2019.

- [50] Jingyuan Xu, Ercang Luo, and Simone Hochgreb. Study on a heat-driven thermoacoustic refrigerator for low-grade heat recovery. *Applied Energy*, 271:115167, 2020.
- [51] Xin Wang, Zhanghua Wu, Limin Zhang, Jianying Hu, and Ercang Luo. Traveling-wave thermoacoustic refrigerator for room temperature application. International Journal of Refrigeration, 120:90–96, 2020.
- [52] Shunmin Zhu, Guoyao Yu, Xiaowei Li, Wei Dai, and Ercang Luo. Parametric study of a free-piston stirling cryocooler capable of providing 350 w cooling power at 80 k. Applied Thermal Engineering, 174:115101, 2020.
- [53] Yong Tae Kim, Min Gon Kim, and Sang Joon Suh. Optimum positions of a stack in a thermoacoustic heat pump. *Journal of the Korean Physical Society*, 36:279–286, 2000.
- [54] Na Pan, Shuangfeng Wang, and Chao Shen. Visualization investigation of the flow and heat transfer in thermoacoustic engine driven by loudspeaker. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55:7737–7746, 2012.
- [55] Na Pan, Chao Shen, and Shuangfeng Wang. Experimental study on the flow and heat transfer characteristics of thermoacoustic core. *Experimental Thermal* and Fluid Science, 44:219–226, 2013.
- [56] Dong Wei Zhang, Ya Ling He, Wei Wei Yang, Xin Gu, Yong Wang, and Wen Quan Tao. Experimental visualization and heat transfer analysis of the oscillatory flow in thermoacoustic stacks. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 46:221–231, 2013.
- [57] Lu Shen, Govind Harikumar, Kai Wang, and Fei Duan. Flow visualization in a hybrid thermoacoustic system. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 125:110374, 2021.
- [58] Zhanghua Wu, Yanyan Chen, Wei Dai, Ercang Luo, and Donghui Li. Investigation on the thermoacoustic conversion characteristic of regenerator. Applied Energy, 152:156–161, 2015.
- [59] Samir Gh. Yahya, Xiaoan Mao, and Artur J. Jaworski. Experimental investigation of thermal performance of random stack materials for use in standing wave

thermoacoustic refrigerators. International Journal of Refrigeration, 75:52–63, 2017.

- [60] L.K. Tartibu. Maximum cooling and maximum efficiency of thermoacoustic refrigerators. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 52:95– 102, 2016.
- [61] A.C. Alcock, L.K. Tartibu, and T.C. Jen. Experimental investigation of ceramic substrates in standing wave thermoacoustic refrigerator. *Procedia Manufactu*ring, 7:79–85, 2017.
- [62] A.C. Alcock, L.K. Tartibu, and T.C. Jen. Design and construction of a thermoacoustically driven thermoacoustic refrigerator (august 2017). Proceedings of the Conference on the Industrial and Commercial Use of Energy, ICUE, 2017-Janua, 2017.
- [63] A.C. Alcock, L.K. Tartibu, and T.C. Jen. Experimental investigation of an adjustable standing wave thermoacoustic engine. *Heat and Mass Transfer/Waerme*und Stoffuebertragung, 55:877–890, 2019.
- [64] A.C. Alcock, L.K. Tartibu, and T.C. Jen. Experimental investigation of an adjustable thermoacoustically-driven thermoacoustic refrigerator. *International Journal of Refrigeration*, 94:71–86, 2018.
- [65] S. Balonji, A.C. Alcock, L.K. Tartibu, and T.C. Jen. Performance alteration of standing-wave thermoacoustically-driven engine through resonator length adjustment. *Procedia Manufacturing*, 35:1350–1355, 2019.
- [66] Chao Shen, Hong-Xin Li, Dong-Wei Zhang, Peng Yu, Na Pan, and Shuang-Feng Wang. Study on the heat transfer characteristic of solar powered thermoacoustic prime mover at different tilted angles. *Applied Thermal Engineering*, 103:1126– 1134, 2016.
- [67] Wasan Kamsanam, Xiaoan Mao, and Artur J. Jaworski. Thermal performance of finned-tube thermoacoustic heat exchangers in oscillatory flow conditions. *International Journal of Thermal Sciences*, 101:169–180, 2016.
- [68] Kenichiro Tsuda and Yuki Ueda. Critical temperature of traveling- and standingwave thermoacoustic engines using a wet regenerator. Applied Energy, 196:62–67, 2017.

- [69] Avishai Meir, Avshalom Offner, and Guy Z. Ramon. Low-temperature energy conversion using a phase-change acoustic heat engine. *Applied Energy*, 231:372– 379, 2018.
- [70] Mariko Senga and Shinya Hasegawa. Energy conversion of thermoacoustic engines with evaporation and condensation. International Journal of Heat and Mass Transfer, 165:120385, 2021.
- [71] Rui Yang, Nathan Blanc, and Guy Z. Ramon. Environmentally-sound: An acoustic-driven heat pump based on phase change. *Energy Conversion and Management*, 232:113848, 2021.
- [72] Nor Atiqah Zolpakar, Normah Mohd-Ghazali, Robiah Ahmad, and Thierry Maré. Performance of a 3d-printed stack in a standing wave thermoacoustic refrigerator. *Energy Procedia*, 105:1382–1387, 2017.
- [73] Nor Atiqah Zolpakar, Normah Mohd-Ghazali, and Robiah Ahmad. Experimental investigations of the performance of a standing wave thermoacoustic refrigerator based on multi-objective genetic algorithm optimized parameters. *Applied Thermal Engineering*, 100:296–303, 2016.
- [74] Esmatullah Maiwand Sharify and Shinya Hasegawa. Traveling-wave thermoacoustic refrigerator driven by a multistage traveling-wave thermoacoustic engine. *Applied Thermal Engineering*, 113:791–795, 2017.
- [75] Tianjiao Bi, Zhanghua Wu, Limin Zhang, Guoyao Yu, Ercang Luo, and Wei Dai. Development of a 5 kw traveling-wave thermoacoustic electric generator. *Applied Energy*, 185:1355–1361, 2017.
- [76] Baiman Chen, Shicheng Tian, Jinping Liu, Kelvin Ho, and Minlin Yang. The development of a two-stage traveling wave thermoacoustic engine. *Energy Procedia*, 105:1551–1556, 2017.
- [77] Alexander Kruse, Tino Schmiel, and Martin Tajmar. Experimental validation of a looped-tube thermoacoustic engine with a stub for tuning acoustic conditions. *Energy Conversion and Management*, 177:292–305, 2018.
- [78] R. Yang, Y. Wang, T. Jin, Y. Feng, and K. Tang. Development of a three-stage looped thermoacoustic electric generator capable of utilizing heat source below 120°C. *Energy Conversion and Management*, 155:161–168, 2018.

- [79] Patcharin Saechan and Artur J. Jaworski. Thermoacoustic cooler to meet medical storage needs of rural communities in developing countries. *Thermal Science* and Engineering Progress, 7:164–175, 2018.
- [80] Lijia Gong, Guillaume Penelet, and Pascal Picart. Experimental and theoretical study of density fluctuations near the stack ends of a thermoacoustic prime mover. International Journal of Heat and Mass Transfer, 126:580–590, 2018.
- [81] Xiaokuan You, Limin Qiu, Xiaoqin Zhi, Chaoxiang Duan, Xijun Tao, and Jianjun Wang. Performance analysis of a linear compressor in a cryocooler. *Applied Thermal Engineering*, 141:659–665, 2018.
- [82] H. Shamase, S. Spambo, M. Ngcukayitobi, L. Tartibu, and P. Bokoro. Development and performance evaluation of a single stage travelling-wave thermoacoustic generator. 2019 Open Innovations Conference, OI 2019, pages 174–179, 2019.
- [83] S. Spambo, M. Ngcukayitobi, H. Shamase, S. Gqibani, and L.K. Tartibu. Development and performance evaluation of a standing-wave thermo-acoustic engine. 2019 Open Innovations Conference, OI 2019, pages 152–158, 2019.
- [84] Jingqi Tan, Jianjian Wei, and Tao Jin. Onset and damping characteristics of a closed two-phase thermoacoustic engine. *Applied Thermal Engineering*, 160:114086, 2019.
- [85] J. Callanan and M. Nouh. Optimal thermoacoustic energy extraction via temporal phase control and traveling wave generation. *Applied Energy*, 241:599–612, 2019.
- [86] Geng Chen, Lihua Tang, and Brian R. Mace. Modelling and analysis of a thermoacoustic-piezoelectric energy harvester. *Applied Thermal Engineering*, 150:532–544, 2019.
- [87] Kalid O.A. Abdoulla-Latiwish and Artur J. Jaworski. Two-stage travellingwave thermoacoustic electricity generator for rural areas of developing countries. *Applied Acoustics*, 151:87–98, 2019.
- [88] Govind Harikumar, Ker Hin Ho, Kai Wang, Swapnil Dubey, and Fei Duan. Thermoacoustic energy conversion in a square duct. *Energy Procedia*, 158:1811– 1816, 2019.

- [89] Xiaowei Li, Wei Dai, Wei Zhang, Rui Zhou, Xiao Qing, Guoyao Yu, Ercang Luo, and Shunmin Zhu. A high-efficiency free-piston stirling cooler with 350 w cooling capacity at 80 k. *Energy Proceedia*, 158:4416–4422, 2019.
- [90] Shunmin Zhu, Guoyao Yu, Xiaowei Li, Ma Ying, Cungang Yan, Wei Dai, and Ercang Luo. Acoustic field characteristics of a free-piston stirling cryocooler with large cooling capacity at liquid nitrogen temperature. *Applied Thermal Engineering*, 147:324–335, 2019.
- [91] Shaoshuai Liu, Zhenhua Jiang, Lei Ding, Haifeng Zhu, Qi Huang, and Yinong Wu. Impact of operating parameters on 80k pulse tube cryocoolers for space applications. *International Journal of Refrigeration*, 99:226–233, 2019.
- [92] A Widyaparaga, T Hiromatsu, Deendarlianto, M Kohno, and Y Takata. Acoustic field alteration in a 100 hz dual acoustic driver straight tube travelling wave thermoacoustic heat pump for thermoacoustic heat transport control. International Journal of Heat and Mass Transfer, 151:119274, 2020.
- [93] Mahmoud A Alamir. Experimental study of the temperature variations in a standing wave loudspeaker driven thermoacoustic refrigerator. *Thermal Science* and Engineering Progress, 17:100361, 2020.
- [94] Antonio Piccolo and Artur J. Jaworski. Experimental study of heat transfer characteristics of finned-tube and circular-pore heat exchangers in oscillatory flow. Applied Thermal Engineering, 181, 2020.
- [95] Wissam Bou Nader, Joy Chamoun, and Clément Dumand. Thermoacoustic engine as waste heat recovery system on extended range hybrid electric vehicles. *Energy Conversion and Management*, 215:112912, 2020.
- [96] Ahmed I. Abd El-Rahman, Waleed A. Abdelfattah, Karim S. Abdelwahed, Ahmed Salama, Ahmed Rabie, and Ahmed Hamdy. A compact standing-wave thermoacoustic refrigerator driven by a rotary drive mechanism. *Case Studies* in Thermal Engineering, 21:100708, 2020.
- [97] Patcharin Saechan and Isares Dhuchakallaya. Design and experimental evaluation of a travelling wave thermoacoustic engine. *Energy Reports*, 6:1456–1461, 2020.

- [98] Yanlei Sun, Kaiqi Luo, Jianying Hu, Ercang Luo, Zhanghua Wu, Limin Zhang, Guoyao Yu, Zilong Jia, and Yuan Zhou. A combined cooling and power cogeneration system by coupling duplex free-piston stirling cycles and a linear alternator. *International Journal of Refrigeration*, 118:146–149, 2020.
- [99] M. A. Elhawary, Abdelmaged H. Ibrahim, Ashraf S. Sabry, and Ehab Abdel-Rahman. Experimental study of a small scale bi-directional axial impulse turbine for acoustic-to-mechanical power conversion. *Renewable Energy*, 159:414–426, 2020.
- [100] Praitoon Chaiwongsa and Somchai Wongwises. Effect of the blockage ratios of circular stack on the performance of the air-based standing wave thermoacoustic refrigerator using heat pipe. Case Studies in Thermal Engineering, 24:100843, 2021. <br/>br/>>.
- [101] Wang Bo, Chao Yijun, Wang Haoren, Zhao Qinyu, Liu Dongli, and Gan Zhihua. A miniature stirling cryocooler operating above 100 hz down to liquid nitrogen temperature. Applied Thermal Engineering, 186:116524, 2021.
- [102] Jiale Huang, Tao Jin, Menglin Liang, and Houlei Chen. Prediction of heat exchanger performance in cryogenic oscillating flow conditions by support vector machine. Applied Thermal Engineering, 182:116053, 2021.
- [103] Jiangrong Xu, Dianpeng Zhao, Fang Chen, and Shanshan Xu. Numerical simulating for turbulent heat transfer of thermoacoustic cooler. *Procedia Engineering*, 16:789–795, 2011.
- [104] Artur J Jaworski and Antonio Piccolo. Heat transfer processes in parallel-plate heat exchangers of thermoacoustic devices – numerical and experimental approaches. Applied Thermal Engineering, 42:145–153, 2012.
- [105] David K W Yang, Yousif A Abakr, and Normah M Ghazali. Cfd investigation of the heat transfer between an external heat source and the regenerator of a thermoacoustic engine. *Procedia Engineering*, 56:835–841, 2013.
- [106] David W.Y. Khoo, Yousif A. Abakr, and Normah M. Ghazali. Radiation heat transfer between the externally heated surface and the regenerator of the thermoacoustic engine. *Energy Procedia*, 61:2576–2579, 2014.

- [107] Kazuto Kuzuu and Shinya Hasegawa. Effect of non-linear flow behavior on heat transfer in a thermoacoustic engine core. International Journal of Heat and Mass Transfer, 108:1591–1601, 2017.
- [108] Kazuto Kuzuu and Shinya Hasegawa. Numerical investigation of heated gas flow in a thermoacoustic device. Applied Thermal Engineering, 110:1283–1293, 2017.
- [109] Fatimah Mohd Saat and Artur Jaworski. Numerical predictions of early stage turbulence in oscillatory flow across parallel-plate heat exchangers of a thermoacoustic system. Applied Sciences, 7:673, 2017.
- [110] Fatimah Mohd Saat and Artur Jaworski. The effect of temperature field on low amplitude oscillatory flow within a parallel-plate heat exchanger in a standing wave thermoacoustic system. *Applied Sciences*, 7:417, 2017.
- [111] Kheira Nehar Belaid and Omar Hireche. Influence of heat exchangers blockage ratio on the performance of thermoacoustic refrigerator. International Journal of Heat and Mass Transfer, 127:834–842, 2018.
- [112] Olusegun M. Ilori, Artur J. Jaworski, and Xiaoan Mao. Experimental and numerical investigations of thermal characteristics of heat exchangers in oscillatory flow. Applied Thermal Engineering, 144:910–925, 2018.
- [113] Dongwei Zhang, Erhui Jiang, Chao Shen, Junjie Zhou, Weiwei Yang, and Yaling He. Numerical analysis on thermoacoustic prime mover. *Journal of Sound and Vibration*, 463:114946, 2019.
- [114] Liu Liu, Peng Yang, and Yingwen Liu. Comprehensive performance improvement of standing wave thermoacoustic engine with converging stack: Thermodynamic analysis and optimization. Applied Thermal Engineering, 160:114096, 2019.
- [115] R. Rahpeima and R. Ebrahimi. Numerical investigation of the effect of stack geometrical parameters and thermo-physical properties on performance of a standing wave thermoacoustic refrigerator. *Applied Thermal Engineering*, 149:1203– 1214, 2019.
- [116] Sühan Mergen, Ender Yıldırım, and Hasmet Turkoglu. Numerical study on effects of computational domain length on flow field in standing wave thermoacoustic couple. *Cryogenics*, 98:139–147, 2019.

- [117] Saad M. Jalil. Experimental and numerical investigation of axial heat transfer enhancement by oscillatory flows. *International Journal of Thermal Sciences*, 137:352–364, 2019.
- [118] S. van Buren, A. Cárdenas Miranda, and W. Polifke. Large eddy simulation of enhanced heat transfer in pulsatile turbulent channel flow. *International Journal* of Heat and Mass Transfer, 144:118585, 2019.
- [119] Geng Chen, Yufan Wang, Lihua Tang, Kai Wang, and Zhibin Yu. Large eddy simulation of thermally induced oscillatory flow in a thermoacoustic engine. *Applied Energy*, 276:115458, 2020.
- [120] Geng Chen, Lihua Tang, and Brian R. Mace. Bistability and triggering in a thermoacoustic engine: A numerical study. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 157:119951, 2020.
- [121] Liu Liu, Yingwen Liu, and Fei Duan. Effect of the characteristic time on the system performance of a three-stage looped traveling-wave thermoacoustic engine. *Energy Conversion and Management*, 224:113367, 2020.
- [122] Omar Hireche, Islam Ramadan, Catherine Weisman, Hélène Bailliet, Yann Fraigneau, Diana Baltean-Carlès, and Virginie Daru. Experimental and numerical investigation of natural convection flows in two horizontal thermoacoustic cavities. International Journal of Heat and Mass Transfer, 149:119195, 2020.
- [123] Geng Chen, Gopal Krishan, Yi Yang, Lihua Tang, and Brian Mace. Numerical investigation of synthetic jets driven by thermoacoustic standing waves. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 146:118859, 2020.
- [124] Kazuto Kuzuu and Shinya Hasegawa. Numerical investigation of a thermoacoustic engine core via heat transfer calculations coupled with acoustic field analyses. Applied Thermal Engineering, 183:116223, 2021.
- [125] Waleed Almukhtar Allafi and Fatimah Al Zahrah Mohd Saat. Entrance and exit effects on oscillatory flow within parallel-plates in standing-wave thermoacoustic system with two different operating frequencies. *Journal of King Saud University* - *Engineering Sciences*, 2021.
- [126] Waleed Almukhtar Allafi, Fatimah Al Zahrah Mohd Saat, and Xiaoan Mao. Fluid dynamics of oscillatory flow across parallel-plates in standing-wave ther-

moacoustic system with two different operation frequencies. *Engineering Science* and Technology, an International Journal, 24:41–49, 2021.

- [127] Fankong Meng, Moran Wang, and Zhixin Li. Lattice boltzmann simulations of conjugate heat transfer in high-frequency oscillating flows. *International Journal* of Heat and Fluid Flow, 29:1203–1210, 2008.
- [128] Y. Wang, Y. L. He, Q. Li, and G. H. Tang. Numerical simulations of gas resonant oscillations in a closed tube using lattice boltzmann method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51:3082–3090, 2008.
- [129] E. W.S. Kam, R. M.C. So, and S. C. Fu. One-step simulation of thermoacoustic waves in two-dimensional enclosures. *Computers and Fluids*, 140:270–288, 2016.
- [130] Krzysztof Rogoziński, Iwona Nowak, and Grzegorz Nowak. Modeling the operation of a thermoacoustic engine. *Energy*, 138:249–256, 2017.
- [131] Krzysztof Rogoziński and Grzegorz Nowak. Numerical investigation of dual thermoacoustic engine. *Energy Conversion and Management*, 203:112231, 2020.
- [132] Stephen C. Beecher, Ryan E. Giedd, David G. Onn, Richard M. Anderson, and John B. Wachtman. Thermal properties of mullite-cordierite composites. *Thermal Conductivity*, 20:119–127, 1989.

# Spis rysunków

1.1	Wendelin Weissheimer grający na pyrofonie - 1880	12
1.2	Pyrofon na wystawie światowej w Paryżu - 1878	13
1.3	Urządzenia termoakustyczne fali stojącej. U góry silnik, na dole chło-	
	dziarka. Kolorem czerwonym oznaczono gorący a niebieskim zimny	
	koniec urządzenia	15
2.1	Rozkłady $\operatorname{Re}[f_{\kappa}]$ i $\operatorname{Im}[-f_{\kappa}]$ w funkcji $r_h/\delta_{\kappa}$	38
2.2	Osłony bilansowe dla chłodziarki fali stojącej [16]	40
4.1	Wpływ ciśnienia oraz temperatury na $\delta_{\kappa}$ dla częstotliwości 100 Hz	72
4.2	Liczba Prandtla	73
4.3	Model obliczeniowy przygotowany w programie DeltaEC	74
4.4	Współczynnik wnikania ciepła dla wymiennika $HX$ i $TX.$	77
4.5	Porównanie modelu DeltaEC i analitycznego dla 250 mm	83
4.6	Porównanie modelu Delta EC i analitycznego dla 500 mm $\hdots$	83
5.1	Model numeryczny	86
5.2	Siatka numeryczna	89
5.3	Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji $\delta_\kappa/r_h$ dla wszystkich ana-	
	lizowanych przypadków	89
5.4	Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji $\delta_\kappa/r_h$	90
5.5	Względna zmiana strumienia ciepła w funkcji $\delta_\kappa/r_h$	91
5.6	Częstotliwość oscylacji w funkcji $\delta_\kappa/r_h$	92
5.7	Wektory prędkości w rejonie wylotu stosu na początku oscylacji gazu $% \left( {{{\rm{c}}} \right)$ .	92
5.8	Wektory prędkości w rejonie wylotu stosu w trakcie oscylacji gazu $\ . \ .$	93
5.9	Geometria analizowanych modeli silnika termoakustycznego $[130]$ . . .	95
5.10	Dyskretyzacja modeli numerycznych [130]	96
5.11	Warunki brzegowe dla poszczególnych modeli [130]	98

5.12	Oscylacje ciśnienia na wylocie z urządzenia termoakustycznego [130] 99
5.13	Oscylacje temperatury na wylocie ze stosu dla wariantu potrójnego [130]101
5.14	Rozkład ciśnienia statycznego i prędkości w poszczególnych fazach oscy-
	lacji dla modelu analitycznego (linia przerywana) i CFD (linia ciągła)
	- model z pojedynczym kanałem [130]
5.15	Rozkład ciśnienia statycznego i prędkości w poszczególnych fazach oscy-
	lacji dla modelu analitycznego (linia przerywana) i CFD (linia ciągła)
	- model z potrójnym kanałem [130] 
5.16	Silnik podwójny - model numeryczny (wymiary w mm) [131] 105
5.17	Rozkład temperatury w stosie [131] $\ldots \ldots 106$
5.18	Przebieg ciśnienia podczas rozruchu urządzenia [131] 108
5.19	Rozkład prędkości tłok 10 g
5.20	Przebieg oscylacji ciśnienia dla poszczególnych mas tłoka, w stanie usta-
	lonym [131]
5.21	Analiza FFT oscylacji tłoka [131] $\hdots$
5.22	Rozkłady temperatury wzdłuż długości urządzenia [131] 111
5.23	Schemat chłodziarki Hoflera [16]
5.24	Model geometryczny chłodziarki. 1. Membrana głośnika, 2. Gorący
	koniec urządzenia, 3. Wymiennik ciepła po stronie gorącej, 4. Stos, 5.
	Wymiennik po stronie zimnej, 6. Rezonator, 7. Bańka zwiększająca
	objętość
5.25	Siatka numeryczna
5.26	Rozkład ciśnienia wzdłuż urządzenia $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 117$
5.27	Rozkład prędkości wzdłuż urządzenia
5.28	Rozkład prędkości wewnątrz urządzenia dla fazy $1/2$ i $DR=1,24\%$ 119
5.29	Wykres $COP$ dla poszczególnych Drive Ratio
5.30	Temperatury wymienników ciepła $\hdots$
## Spis tablic

5.1	Zestawienie wyników dla analizowanych modeli	. 99
5.2	Zestawienie parametrów gazu dla modelu analitycznego	. 102

### Streszczenie

# Symulacja numeryczna urządzeń termoakustycznych z falą stojącą

Dysertacja dotyczy modelowania pracy urządzeń termoakustycznych z wykorzystaniem różnej klasy modeli. W ramach badań wykorzystywano różne sposoby numerycznego podejścia do symulacji procesów cieplno-przepływowych zachodzących w urządzeniach termoakustycznych oraz porównywano je z wynikami rozwiązania analitycznego równań Rotta. Analizowane modele obejmowały przypadki jedno- dwu- i trójwymiarowe rozwiązywane za pomocą różnego oprogramowania numerycznego.

Powszechnie wykorzystywanym programem do obliczeń termoakustycznych, bazującym na jednowymiarowym, numerycznym rozwiązaniu równań Rotta jest platforma DeltaEC. Ponieważ jest to narzędzie niekomercyjne, posiada ono szereg ograniczeń, a jego świadome stosowanie wymaga dogłębnych studiów. W efekcie w pracy omówiono tok postępowania podczas budowy modelu, definiowania warunków brzegowych oraz ustawień programu prowadzących do jego stabilnej pracy. Przeprowadzone symulacje traktowane jako referencyjne walidowano przy pomocy własnego rozwiązania analitycznego.

Dalszy etap badań opierał się na wykorzystaniu oprogramowania komercyjnego Ansys CFX oraz Ansys Fluent, które bazują odpowiednio na metodzie objętości skończonych i metodzie elementów skończonych. Ponieważ modele jednowymiarowe nie odzwierciedlają lokalnie zachodzących zjawisk, modelowanie w wyższych wymiarach jest pożądane i daje szanse na uzyskanie wyników znacznie bliższych warunkom rzeczywistym. Najczęściej, ze względu na konieczność zadbania o akceptowalny czas obliczeń, modelowania prowadzone jest w układzie płaskim.

Ponieważ wymiana ciepła w programie DeltaEC jest arbitralna i nie ma możliwości jej modyfikacji, a także ze względu na obserwowane w literaturze daleko idące uproszczenia w tym zakresie, zdecydowano się na bardziej szczegółowe przeanalizowanie wymiany ciepła za pomocą CFD. W tym celu badano zjawiskach zachodzące w obrębie stosu oraz wymienników ciepła podczas oscylacyjnego ruchu gazu. Symulacje wykazały, że dla kanałów stosu, zwykle o bardzo małych rozmiarach, stosowanie popularnych korelacji do wymiany ciepła jest niewłaściwe. Zauważono także, że optymalna wymiana ciepłą zachodzi przy głębokości penetracji termicznej równej w przybliżeniu promieniowi hydraulicznemu kanału. Przeprowadzenie tego typu symulacji, ze względu na czas obliczeń, wymagało odpowiedniego ograniczenia domeny obliczeniowej i zastosowania dynamicznych warunków brzegowych definiowanych za pomocą opracowanego skryptu UDF.

W kolejnym etapie przeprowadzono symulacje numeryczne pracy silnika termoakustycznego. Przedstawiono sposób przygotowania siatki numerycznej z użyciem programu ICEM CFD, a także pokazano sposób definiowania warunków brzegowych dla trzech różnych stopni uproszczenia modelu 2D. Opisano również podejście do modelowania silników fali stojącej zapewniające samoczynne wzbudzenia oscylacji termoakustycznych. Ze względu na długi czas obliczeń pojedynczego wariantu, przedstawiono sposób przyspieszenia osiągnięcia stanu ustalonego, dzięki wprowadzeniu wstępnego rozkładu ciśnienia w urządzeniu. Wyniki porównano z rezultatami dostarczonymi przez program DeltaEC, a także omówiono obserwowane przyczyny różnic w rozwiązaniach.

Następnie przedstawiono koncepcję silnika podwójnego, który złożony jest z dwóch silników fali stojącej połączonych wspólnym tłokiem. Oba silniki pracują z przesunięciem fazowym względem siebie zapewniając ciągły dopływ mocy do tłoka. W ramach badań zbudowano model numeryczny takiego urządzenia oraz przeprowadzono symulacje jego pracy. Określono m. in. wpływ bezwładności tłoka na uzyskiwane parametry pracy. Modelowanie wymagało użycia dynamicznego przesiatkowywania modelu związanego z ruchem tłoka. Dynamikę tłoka odzwierciedlono przy pomocy autorskiego skryptu UDF.

Ostatnim etapem prac było modelowanie pracy chłodziarki Hofflera zasilanej falą akustyczną pochodzącą z głośnika. Modelowanie przeprowadzono w układzie 3D analizując wpływ stosunku amplitudy ciśnienia do ciśnienia średniego (DR) na wymianę ciepła w urządzeniu. Wyniki pokazały, że istnieje optymalna wartość DR zapewniająca najwyższą efektywność pracy chłodziarki.

### Abstract

#### Numerical simulation of standing wave thermoacoustic devices

The dissertation concerns the modelling of the operation of thermoacoustic devices by means of models of different classes. The research was performed adopting different numerical approaches to the simulation of thermal and flow processes occurring in thermoacoustic devices. The results obtained by means of different numerical methods were compared with the results of the analytical solution of Rott's equations. The analysed models included one-, two- and three-dimensional cases solved using different numerical software packages.

A program which is commonly used for thermoacoustic calculations, based on the onedimensional numerical solution of Rott's equations, is the DeltaEC platform. Since it is a non-commercial tool, it has a number of limitations and its conscious use requires in-depth studies. Therefore the dissertation presents the procedure adopted to construct the model, define the boundary conditions and select the program settings to ensure its stable operation. The conducted simulations, treated as reference cases, were validated using an own analytical solution.

Further research was carried out with the use of the Ansys CFX and Ansys Fluent commercial packages, which are based on the finite volume method and the finite element method, respectively. As one-dimensional models do not reflect local phenomena, modelling in higher dimensions is desirable and creates an opportunity to obtain results much closer to real conditions. Most often, due to the need to ensure an acceptable computation time, the modelling is carried out in a plane system.

Because the heat transfer in the DeltaEC program is arbitrary and cannot be modified, and due to the far-reaching simplifications in this area observed in the literature, it was decided to analyse the heat transfer more deeply by means of CFD methods. For this purpose, the phenomena occurring within the stack and heat exchangers during the oscillating motion of gas were studied. The simulations demonstrated that for the stack channels, which are usually very small, the use of popular heat transfer correlations was inappropriate. It was also observed that the optimal heat transfer occurs at a thermal penetration depth which is approximately equal to the hydraulic radius of the channel. Due to the computation time, performing this type of simulations required adequate limitation of the computational domain and application of dynamic boundary conditions defined using the developed UDF script.

In the next stage, numerical simulations were performed of the thermoacoustic engine operation. The method of the numerical mesh preparation using the ICEM CFD program and the way in which the boundary conditions were defined for three different degrees of the 2D model simplification are presented. An approach to modelling standing wave motors that ensures self-excitation of thermoacoustic oscillations is also described. Due to the long computation time of a single variant, a way is presented that makes it possible to accelerate the achievement of the steady state by introducing a pre-distribution of pressure in the device. The results are compared with those produced by the DeltaEC program, and the observed reasons for the differences in the solutions are discussed.

Next, the concept of a dual motor, composed of two standing wave motors connected by a common piston, is presented. The two motors operate with a phase shift relative to each other providing a continuous supply of power to the piston. Within the works, a numerical model of such a device was built and simulations of its operation were carried out. Among others, the impact of the piston inertia on the device operating parameters was determined. The modelling required dynamic remeshing of the model due to the piston motion. The dynamics of the piston were mapped using an original own UDF script.

The final stage of the works was to model the operation of a Hofler refrigerator powered by an acoustic wave coming from a loudspeaker. The modelling was performed in a 3D system analysing the effect of the drive ratio (DR) on the heat transfer in the device. The results show that there is an optimum DR value that ensures the highest efficiency of the refrigerator.