

Alina MOMOT

Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

Michał MOMOT, Aleksander OWCZAREK

Instytut Techniki i Aparatury Medycznej w Zabrze

ZASTOSOWANIE TRANSFORMATY FALKOWEJ W KLASYFIKACJI SYGNAŁÓW EKG

Streszczenie. W artykule przedstawiono podstawowe informacje związane z dyskretną transformatą falkową oraz opisano jej zastosowanie w przypadku klasyfikacji patologicznych cykli w analizie sygnału EKG. Artykuł zawiera porównanie wyników klasyfikacji przeprowadzonych na tych samych próbkach z użyciem różnych funkcji falkowych oraz różnych klasyfikatorów.

Słowa kluczowe: transformata falkowa, klasyfikacja, sygnał EKG.

APPLICATION OF WAVELET TRANSFORM TO CLASSIFICATION OF ECG SIGNALS

Summary. The article presents the basic information about the discrete wavelet transformation and describes application of wavelet transformation to ECG signals classification into physiological and pathological cycles. The paper contains a comparison of results of classifications, taken on the same samples using different wavelet functions as well as different classifiers.

Keywords: wavelet transformation, classification, ECG signal.

1. Wprowadzenie

W zadaniach rozpoznawania wzorców często występuje problem optymalizacji czasowej lub pamięciowej algorytmu klasyfikacji obiektu opisanego poprzez wektor o znacznej liczbie składowych. Problem ten uwidacznia się szczególnie w sytuacji, gdy pomiędzy procesami akwizycji danych oraz ich analizy zachodzi znaczny dystans w czasie lub przestrzeni.

Zachodzi wówczas potrzeba składowania lub przesyłu dużej liczby danych. Dodatkowo na ogół korzystna jest redukcja wymiaru danych, aby przyspieszyć proces ich przesyłu i klasyfikacji. Sytuacja taka ma miejsce między innymi w przypadku systemów ciągłego, zdalnego monitorowania pacjentów w celu wykrywania patologii występujących w sygnałach elektrokardiograficznych (EKG), gdzie czas przesyłu danych oraz ich klasyfikacji odgrywa szczególną rolę. Użycie transformaty falkowej pozwala na znaczną redukcję wymiaru wektora opisującego klasyfikowany obiekt przy jednoczesnym zachowaniu istotnych informacji zawartych w nim, dzięki czemu możliwe jest przyspieszenie procesu przesyłu i klasyfikacji danych.

W artykule przedstawiono przykład użycia powszechnie stosowanych klasyfikatorów dla danych przekształconych poprzez zastosowanie transformaty falkowej z funkcjami falkowymi z rodziny Daubechies. Użyte klasyfikatory to: klasyczny klasyfikator bayesowski dla rozkładu normalnego [3], klasyfikator k -tego najbliższego sąsiada (wykorzystujący estymator funkcji gęstości zaproponowany przez Loftsgaardena i Quesenberry'ego) [4] oraz klasyfikator αNN , czyli α najbliższych sąsiadów [9]. Natomiast danymi będącymi przedmiotem transformacji, a następnie klasyfikacji są cyfrowe reprezentacje sygnałów EKG, czyli rejestracji elektrycznej czynności serca.

2. Dyskretna transformata falkowa

2.1. Pojęcie falki

W przypadku funkcji jednej zmiennej rzeczywistej falką nazywa się [10] funkcję $\Psi(t) \in L_2(\mathbb{R})$ taką, że układ $\Psi_{j,k} = 2^{j/2} \Psi(2^j t - k)$, gdzie j oraz k to dowolne liczby całkowite, jest ortonormalną bazą przestrzeni Hilberta $L_2(\mathbb{R})$. Zgodnie z powyższą definicją z każdą falką związany jest układ ortonormalny $\{2^{j/2} \Psi(2^j t - k)\}_{k \in \mathbb{Z}, j \in \mathbb{Z}}$, nazywany bazą falkową. Możliwa jest zatem aproksymacja dowolnej funkcji f z przestrzeni $L_2(\mathbb{R})$:

$$f(x) = \sum_{j,k} f_{j,k} \Psi_{j,k}(x), \quad (1)$$

gdzie współczynniki falkowe $f_{j,k}$ są określone wzorem $f_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) \Psi_{j,k} dx$.

Z pojęciem falek wiąże się na ogół pojęcie analizy wieloskalowej [6], zwanej również analizą wielorozdzielczą, zdefiniowanej jako ciąg $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ domkniętych podprzestrzeni $L_2(\mathbb{R})$ spełniających następujące warunki:

$$1. \quad \dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots,$$

2. $\text{span} \bigcup_{j \in Z} V_j = L_2(R)$,
3. $\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\}$,
4. $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2^{-j}x) \in V_0$,
5. $f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(x-m) \in V_0$ dla wszystkich $m \in Z$,
6. istnieje funkcja $\Phi \in V_0$, zwana funkcją skalującą taka, że układ $\{\Phi(t-m)\}_{m \in Z}$ jest bazą ortonormalną w V_0 .

Warto zauważyć, że dokonując zamiany zmiennych, warunek (6) można przeformułować następująco: dla każdego $j \in Z$ układ $\{2^{j/2}\Phi(2^j t - m)\}_{m \in Z}$ jest bazą ortonormalną w przestrzeni V_j . Przyjmując, że dla każdego $j \in Z$ układ $\{2^{j/2}\Psi(2^j t - k)\}_{k \in Z}$ jest bazą ortonormalną w podprzestrzeni W_j przestrzeni $L_2(R)$, związek pomiędzy funkcją falkową i funkcją skalującą określony jest warunkiem:

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1}, \quad (2)$$

gdzie symbol \oplus oznacza sumę prostą przestrzeni, tzn. dla każdego $v_{j+1} \in V_{j+1}$ istnieją $v_j \in V_j$ oraz $w_j \in W_j$ takie, że $v_{j+1} = v_j + w_j$.

2.2. Transformata falkowa a transformata Fouriera

Transformacja falkowa [7] polega na przejściu od reprezentacji funkcji $f \in V_j$ za pomocą współczynników $\{c_{j,k}\}_{k \in Z}$ w wyrażeniu:

$$f(x) = \sum_{k \in Z} c_{j,k} \Phi_{j,k}(x) \quad (3)$$

do reprezentacji $f \in V_{j-1} \oplus W_{j-1} = V_j$ za pomocą współczynników $\{c_{j-1,k}\}_{k \in Z}$ oraz $\{d_{j-1,k}\}_{k \in Z}$ w wyrażeniu:

$$f(x) = \sum_{k \in Z} c_{j-1,k} \Phi_{j-1,k}(x) + \sum_{k \in Z} d_{j-1,k} \Psi_{j-1,k}(x). \quad (4)$$

Rekurencyjne powtarzanie powyższej transformacji doprowadzi w końcu do reprezentacji funkcji za pomocą wyrażenia:

$$f(x) = \sum_{k \in Z} c_{0,k} \Phi_{0k}(x) + \sum_{j \geq 0} \sum_{k \in Z} d_{j,k} \Psi_{j,k}(x). \quad (5)$$

Przyjmując, że dysponuje się ciągiem wyjściowym $\{c_{M,0}, c_{M,1}, \dots, c_{M,N-1}\}$ o długości $N = 2^M$, w wyniku zastosowania powyższego algorytmu uzyskuje się nowy ciąg:

$$DWT\{c_{M,0}, c_{M,1}, \dots, c_{M,N-1}\} = \{c_{0,0}, d_{0,0}, d_{1,0}, d_{1,1}, \dots, d_{M-1,0}, \dots, d_{M-1, \frac{N}{2}-1}\}. \quad (6)$$

Analizując sposób opisu funkcji za pomocą jej transformaty falkowej można zauważyć pewne podobieństwo do transformaty Fouriera [8], gdyż układ funkcji $\{\exp(-i\alpha x)\}_{\alpha \in R}$ jest również ortonormalny. Zmienne ω oraz t w przypadku transformaty Fouriera funkcji $f(t)$ określonej dla wszystkich $t \in R$ wzorem:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\alpha t) dt \quad (7)$$

identyfikuje się na ogół z pojęciem czasu (t) oraz częstotliwości (ω). Jednak, aby uzyskać informację o składowych częstotliwościach, należy całkować funkcję f na całej jej dziedzinie nawet, gdy potrzebna jest wiedza o zachowaniu się funkcji tylko w pewnym wybranym okresie czasu. Natomiast transformata falkowa stanowi jedną z metod uzyskiwania lokalnych informacji o składowych częstotliwościowych, gdyż współczynniki falkowe $d_{j,k}$ dostarczają informacji o funkcji f w pobliżu punktu $2^{-j}k$ i częstotliwości proporcjonalnej do 2^j .

3. Klasyfikacja sygnałów EKG

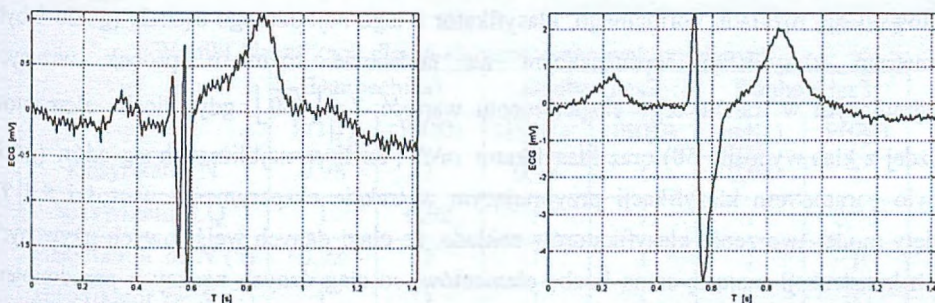
3.1. Opis klasyfikowanych sygnałów EKG

Współczesna kardiologia posiada ogromną wiedzę dotyczącą przebiegu chorób serca, metod skutecznego ich leczenia i sposobów zapobiegania im. Elektrokardiografia nieinwazyjna stanowi obecnie podstawową metodę badania bioelektrycznej czynności serca oraz oceny skutków leczenia schorzeń układu krążenia [5]. Elektrokardiogram (sygnał EKG) stanowi graficzne odwzorowanie zmian napięcia elektrycznego wytwarzanego przez mięsień sercowy na powierzchni ciała jako funkcji czasu [1].

Klasyfikacja sygnału elektrokardiograficznego dostarczanego z powierzchni klatki piersiowej stanowi istotny proces automatycznej analizy stosowanej w urządzeniach medycznych, służących wspomaganie intensywnej terapii (np. w monitorach EKG), w implantowanych stymulatorach serca (aparatach wytwarzających bodźce elektryczne pobudzające mięsień sercowy przez chirurgicznie wszczepioną do serca elektrodę) oraz w analizie zapisów badań Holtera (wielogodzinnego monitorowania sygnału EKG) [5]. Systemy analizy sygnału EKG automatycznie wykrywają różnego rodzaju groźne dla życia pacjenta patologie, jakie pojawiają się w trakcie monitorowania jego stanu, uruchamiając w razie konieczności alarm. Na przykład w trakcie badania wysiłkowego EKG, pozwalającego ocenić stopień niewydolności ukrwienia mięśnia sercowego, jedną z istotnych

wykrywanych patologii stanowią przedwczesne zespoły komorowe (PVC – ang. premature ventricular contraction) [2].

Aby umożliwić testowanie urządzeń kardiologicznych stworzono na świecie kilka rodzajów baz danych zawierających różnego rodzaju sztuczne (np. europejska baza CTS, Hannover) i rzeczywiste (np. baza CSE, Leuven) sygnały EKG. Przebiegi użyte w pracy pochodziły z bazy MIT-BIH (Boston's Beth Israel Hospital – Massachusetts Institute of Technology) udostępnionej przez Instytut Techniki i Aparatury Medycznej w Zabrze. Baza ta zawiera 48 przebiegów dwukanałowych sygnałów EKG, trwających po 30 minut każdy. Wśród cykli pracy mięśnia sercowego zarejestrowanych w pojedynczym przebiegu znajdują się zarówno cykle o charakterze fizjologicznym, jak i patologicznym. Z przebiegów oznaczonych symbolami 114 i 119 w sposób losowy wybrano po 50 ewolucji fizjologicznych oraz patologicznych PVC. Każda z wybranych ewolucji serca reprezentowana jest poprzez ciąg o rozmiarze 512 próbek, wyśrodkowanych wokół punktu centrującego (FP – ang. fiducial point). Częstotliwość próbkowania wynosi 360 Hz. Rysunek 1 przedstawia przykładowe sygnały poddane klasyfikacji w niniejszej pracy.



Rys. 1. Przykładowe sygnały EKG; fizjologiczny po lewej, PVC po prawej

Fig. 1. Hypothetical ECG signals; physiological on the left, PVC on the right

3.2. Przebieg eksperymentu

W ramach niniejszej pracy został zbudowany system komputerowy pozwalający na przekształcanie falkowe wektora danych poprzez zastosowanie transformacji falkowej z funkcjami falkowymi z rodziny Daubechies oraz konstruowanie klasyfikatorów: klasycznego klasyfikatora bayesowskiego dla rozkładu normalnego [3], klasyfikatora k -tego najbliższego sąsiada (wykorzystującego estymator funkcji gęstości zaproponowany przez Loftsgaardena i Quesenberry'ego) [4] oraz klasyfikatora αNN [9], czyli α najbliższych sąsiadów. System pozwala również na testowanie klasyfikatorów metodą usuwania (*leave-one-out*) [3].

3.2.1. Przyjęta procedura przekształcania falkowego danych i ich klasyfikacji

Pierwsza faza eksperymentu polegała na kilkustopniowej falkowej transformacji ciągu danych opisujących sygnał EKG $\{c_{M,0}, c_{M,1}, \dots, c_{M,N-1}\}$ za pomocą funkcji falkowych o zwartym nośniku z rodziny Daubechies o indeksach 1, 2 oraz 3 [7]. Wykonanie j kroków transformacji prowadzi do ciągu opisanego wzorem:

$$\{c_{M,0}, c_{M,1}, \dots, c_{M,N-1}\} \rightarrow \{c_{M-j,0}, \dots, c_{M-j,k}, d_{M-j,0}, \dots, d_{M-j,k}, \dots, d_{M-1,0}, \dots, d_{M-1, \frac{N}{2}-1}\}. \quad (8)$$

W wyniku transformacji z oryginalnego wektora danych można było wyodrębnić podciąg opisujący analizowany sygnał w przestrzeni o niższej rozdzielczości:

$$\{c_{M-j,0}, \dots, c_{M-j,k}, d_{M-j,0}, \dots, d_{M-j,k}\}. \quad (9)$$

W tej fazie z początkowych 100 ciągów 512-elementowych (50 odpowiadających sygnałom patologicznym oraz 50 odpowiadających sygnałom fizjologicznym) utworzono kolejne 100 ciągów odpowiednio 32-, 16-, 8- i 4- elementowych.

W dalszej części eksperymentu na podstawie wyżej wymienionych ciągów o zredukowanej liczbie elementów skonstruowano klasyfikatory: klasyczny klasyfikator bayesowski dla rozkładu normalnego, klasyfikator k -tego najbliższego sąsiada (gdzie k było parametrem klasyfikacji wyznaczanym na podstawie rozmiaru próbek uczących i przyjmującym w trakcie tego eksperymentu wartość $7 = \lfloor \sqrt{50} \rfloor$, gdyż liczba elementów w każdej z klas wynosiła 50) oraz klasyfikator αNN , czyli α najbliższych sąsiadów (gdzie α było parametrem klasyfikacji przyjmującym w trakcie eksperymentu wartości 5 i 7). Przyjęty model tworzenia klasyfikatorów zakłada, że ciągi danych wejściowych używanych do ich konstrukcji mają tę samą liczbę elementów, co ciąg danych będących przedmiotem klasyfikacji.

W ostatniej fazie eksperymentu na wejście klasyfikatora podawano ciąg danych zmodyfikowany w sposób opisany wzorami (8) i (9), czyli o znacznie zredukowanej liczbie elementów. Następnie testowano skuteczność klasyfikatorów metodą usuwania (*leave-one-out*).

3.2.2. Wyniki eksperymentu

Po przeprowadzeniu ciągu eksperymentów numerycznych otrzymano wyniki, które są przedstawione w zamieszczonych dalej tabelach. Każda z tabel zawiera wyniki uzyskane z wykorzystaniem wektorów danych wejściowych o stałej długości, odpowiednio 32-, 16-, 8- i 4-elementowych. Poszczególne tabele opisują prawdopodobieństwa poprawnej klasyfikacji sygnałów fizjologicznych (oznaczonych symbolem P(1|1)) oraz poprawnej klasyfikacji sygnałów patologicznych (oznaczonych symbolem P(0|0)) kolejno dla klasyfikatorów: klasycznego klasyfikatora bayesowskiego dla rozkładu normalnego (oznaczonego symbolem

„klasyfikator N”), klasyfikatora k -tego najbliższego sąsiada (oznaczonego symbolem „klasyfikator LQ”) i klasyfikatora αNN (oznaczonego symbolem „klasyfikator αNN (5)”) dla parametru α równego 5 oraz symbolem „klasyfikator αNN (7)”) dla parametru α równego 7), a także dla kolejnych funkcji falkowych z rodziny Daubechies o indeksach 1, 2 oraz 3.

Tabela 1

Wyniki klasyfikacji dla 32-elementowego wektora danych

	Daubechies1		Daubechies2		Daubechies3	
	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)
klasyfikator N	0,94	0,96	0,98	1	0,98	1
klasyfikator LQ	1	0,98	1	1	1	1
klasyfikator αNN (5)	1	1	0,98	1	0,98	1
klasyfikator αNN (7)	1	1	0,98	1	0,98	1

Tabela 2

Wyniki klasyfikacji dla 16-elementowego wektora danych

	Daubechies1		Daubechies2		Daubechies3	
	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)
klasyfikator N	0,98	1	0,98	1	0,94	1
klasyfikator LQ	1	0,92	1	1	1	0,96
klasyfikator αNN (5)	0,98	1	1	1	1	1
klasyfikator αNN (7)	1	1	1	1	1	1

Tabela 3

Wyniki klasyfikacji dla 8-elementowego wektora danych

	Daubechies1		Daubechies2		Daubechies3	
	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)
klasyfikator N	0,84	0,72	1	0,78	0,94	0,84
klasyfikator LQ	1	0,92	1	0,88	1	0,8
klasyfikator αNN (5)	1	0,98	1	0,98	1	0,92
klasyfikator αNN (7)	1	0,94	1	0,94	1	0,86

Tabela 4

Wyniki klasyfikacji dla 4-elementowego wektora danych

	Daubechies1		Daubechies2		Daubechies3	
	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)	P(1 1)	P(0 0)
klasyfikator N	0,94	0,96	0,96	0,96	0,9	0,88
klasyfikator LQ	0,98	0,9	1	0,84	0,92	0,72
klasyfikator αNN (5)	0,98	0,92	0,96	0,92	0,86	0,78
klasyfikator αNN (7)	0,98	0,92	0,98	0,86	0,92	0,74

3.2.3. Wnioski

Wyniki eksperymentu (zawarte w tabelach 1 do 4) nasuwają następujące wnioski:

1. Wraz z redukcją wymiaru wektora danych prawdopodobieństwa poprawnej klasyfikacji cykli patologicznych sygnału EKG wyraźnie maleją. Optymalny wymiar wydaje się wynosić 16, gdyż wzrost wymiaru do 32 nie przynosi istotnej poprawy wyników (ze względu na liczbę klasyfikowanych cykli, najmniejsza różnica prawdopodobieństw wynosi 0,02).
2. Rodzaj zastosowanej funkcji falkowej ma również wpływ na skuteczność klasyfikatorów. Optymalną falką wydaje się być falka Daubechies o indeksie 2, której nośnik jest węższy w porównaniu z falką o indeksie 3 i szerszy w porównaniu z falką o indeksie 1.
3. Wśród zastosowanych klasyfikatorów dla wektora 16-elementowego, uzyskanego poprzez zastosowanie transformaty falkowej z falką Daubechies o indeksie 2, jedynie klasyczny klasyfikator bayesowski zakładający normalność rozkładu nie daje 100% poprawności klasyfikacji zarówno cykli fizjologicznych, jak i patologicznych. Natomiast pozostałe, tzn. klasyfikator k -tego najbliższego sąsiada oraz klasyfikator αNN (5) i klasyfikator αNN (7) poprawnie zaklasyfikowały wszystkie analizowane cykle.

4. Podsumowanie

Przedstawione wyniki eksperymentów potwierdzają zasadność wykorzystania transformaty falkowej w celu znacznego zmniejszenia wymiaru wektora danych wykorzystywanych w procesie klasyfikacji patologicznych cykli pracy mięśnia sercowego. Wykorzystując transformatę falkową z użyciem jako funkcji falkowej falki z rodziny Daubechies o indeksie 2 uzyskano redukcję wektora danych do 16-elementowego wektora

przy jednoczesnej 100% poprawności klasyfikacji cyklu EKG odpowiadającego zredukowanemu wektorowi. Wynik ten uzyskano niezależnie stosując klasyfikatory k -tego najbliższego sąsiada oraz klasyfikatory α najbliższych sąsiadów - αNN (5) i αNN (7).

Użycie transformaty falkowej, jak świadczą o tym przykłady obliczeniowe, pozwala zatem na znaczną redukcję wymiaru wektora danych opisujących cykl EKG. Możliwe jest więc przyspieszenie procesu przesyłu i klasyfikacji danych, co ułatwia konstrukcję urządzeń służących do zdalnej, ciągłej analizy sygnałów EKG, w których procesy składowania lub transmisji danych stanowią istotny element ze względu na złożoność czasową i pamięciową.

LITERATURA

1. Dąbrowska B., Dąbrowski A.: Podręcznik elektrokardiografii. Wyd. Lekarskie PZWL, Warszawa 1999.
2. Froelicher V. F.: Podręcznik testów wysiłkowych. Bel Corp, Warszawa 1999.
3. Kurzyński M.: Rozpoznawanie obiektów: metody statystyczne. Wyd. Pol. Wrocławskiej, Wrocław 1997.
4. Loftsgaarden D. O., Quesenberry C. P.: A nonparametric estimate of a multivariate density function. *Annals of Mathem. Statistics*, 1965, Vol. 36, s. 1049-1051.
5. Łęski J.: Nowe możliwości nieinwazyjnej diagnostyki elektrokardiologicznej. *Zeszyty Naukowe Elektronika*, Nr 1233, Gliwice 1994.
6. Mallat S.: Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L_2(R)$. *Trans. Am. Math. Soc.*, 1989, Vol. 315, No 1, s. 69-87.
7. Nason G. P., Silverman B. W.: The Discrete Wavelet Transform in S. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1994, Vol. 3, s. 163-191.
8. Strang G.: Wavelet Transforms versus Fourier Transforms. *Bulletin of The American Mathematical Society*, 1993, Vol. 28, No 2, s. 288-305.
9. Tadeusiewicz R., Flasiński M.: Rozpoznawanie obrazów. PWN, Warszawa 1991.
10. Wojtaszczyk P.: Teoria falek. PWN, Warszawa 2000.

Recenzent: Dr inż. Lucjan Karwan

Wpłynęło do Redakcji 12 marca 2003 r.

Abstract

The article discusses the use of discrete wavelet transformation in classification for ECG signals. The paper presents the basic information about the wavelets and the discrete wavelet transformation based on the multiresolution analysis background. The article also contains the definition of ECG signals and its applications together with a short description of areas in which classification of ECG signals plays an important role. Two figures are presented showing hypothetical ECG signals: physiological and pathological PVC - Premature Ventricular Contraction (Fig.1).

The paper describes a numerical experiment aimed to reduce the size of ECG signals data vector, which is the subject of classification, with the highest possible simultaneous obtained probabilities of correct classification. Results of classifications, taken on the same samples (from MIT-BIH database) using different wavelet functions as well as different classifiers are given in tables Tabela 1 – Tabela 4. The tables show the probabilities of correct classification into physiological and pathological cycles for all cases. The conclusion says the optimal classifications were obtained using the discrete wavelet transformation for Daubechies 2 function with a vector of size 16 and classifiers based on sample neighbourhood.

Adresy

Alina MOMOT: Politechnika Śląska, Instytut Informatyki, ul. Akademicka 16,
44-101 Gliwice, Polska, alamomot@zeus.polsl.gliwice.pl.

Michał MOMOT: Instytut Techniki i Aparatury Medycznej, ul. Roosevelta 118,
14-800 Zabrze, Polska, michalm@itam.zabrze.pl.

Aleksander OWCZAREK: Instytut Techniki i Aparatury Medycznej, ul. Roosevelta 118,
14-800 Zabrze, Polska.