

Adam ŚWITOŃSKI, Katarzyna STĄPOR
Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

OPERACJE MORFOLOGICZNE NA OBRAZACH BINARNYCH – ZASTOSOWANIE NA POTRZEBY WIZJI KOMPUTEROWEJ

Streszczenie. Opracowanie stanowi kompleksowy przegląd operatorów morfologii matematycznej dla obrazów binarnych. Zostały podane ich pełne definicje wraz z wyjaśnieniami skutków, jakie powodują na obrazach. Działanie opisanych operacji morfologicznych zaprezentowano na przykładowych obrazach.

Słowa kluczowe: morfologia matematyczna, przetwarzanie obrazów, wizja komputerowa

MORPHOLOGICAL OPERATIONS FOR BINARY IMAGES – APPLICATION FOR COMPUTER VISION

Summary. The article is complex review of mathematical morphology operators for binary images. Their full definitions with explanations of their impact on the images have been given. The workings of described operators have been presented on example images.

Keywords: mathematical morphology, image processing, computer vision

1. Wprowadzenie

Morfologia matematyczna jest narzędziem pozwalającym na wydobywanie informacji o kształcie obiektów. Jej początki datuje się na lata 1960, kiedy to w Paris Schools of Mines G. Matheron i Jean Serra rozpoczęli badania nad geometrią obiektów porowatych. Pierwsze formalne definicje zostały wprowadzone w [4], i ta pozycja jest powszechnie uważana jako fundament morfologii matematycznej.

W niniejszym opracowaniu wprowadzimy definicje podstawowych operacji morfologicznych na binarnych obrazach cyfrowych.

Binarny obraz cyfrowy definiowany jest jako funkcja odwzorowująca zbiór $D_f \subset Z \times Z$ punktów obrazu w zbiór $\{0,1\}$ ([2,8]):

$$f : D_f \rightarrow \{0, 1\} \quad (1)$$

Czasami wygodniej obraz binarny zdefiniować jako podzbiór F zbioru D_f , dla którego funkcja f przyjmuje wartość 1 ([1]):

$$F = \{x \in D_f : f(x) = 1\} \quad (2)$$

Translacją obrazu A o wektor \underline{h} jest przesunięty obraz A o wektor \underline{h} :

$$A_h = A + \underline{h} = \{\underline{y} + \underline{h} : \underline{y} \in A\} \quad (3)$$

gdzie

$$\underline{y} = (y_1, y_2) \quad \underline{h} = (h_1, h_2) \quad \underline{y} + \underline{h} = (y_1 + h_1, y_2 + h_2) \quad (4)$$

Do wydobycia geometrycznych informacji obrazu operatory morfologiczne będą potrzebowały zdefiniowania wzorca obiektu przedstawiającego poszukiwany kształt na obrazie. Taki obiekt będziemy określali mianem elementu strukturalnego i traktowali jako obraz B . Zakładamy, że element strukturalny B jest ograniczony

2. Operacje morfologiczne

2.1. Erozja i dylatacja

Dylatacja obrazu F elementem strukturalnym B to suma obrazów powstałych z translacji obrazu wejściowego względem wszystkich punktów elementu strukturalnego [4]:

$$D(F, B) = \bigcup_{h \in B} F_h \quad (5)$$

Dylatacja będzie powodowała przyrost obiektów na brzegach, zgodnie z kształtem elementu strukturalnego.

Implementując dylatację wygodniej odwołać się do własności, która mówi, że obraz po dylatacji zawiera tylko te punkty, wobec których przesunięty odbity względem punktu $(0,0)$ element strukturalny oraz obraz wejściowy posiadają część wspólną ([1,3]):

$$D(F, B) = \left\{ h \in D_f : ((\bar{B} + h) \cap F) \neq \emptyset \right\} \quad (6)$$

gdzie

$$\bar{B} = \{(-x, -y) : (x, y) \in B\} \quad (7)$$

Erozja obrazu F elementem strukturalnym B to iloczyn obrazów powstałych z translacji obrazu wejściowego względem wszystkich punktów elementu strukturalnego [4]:

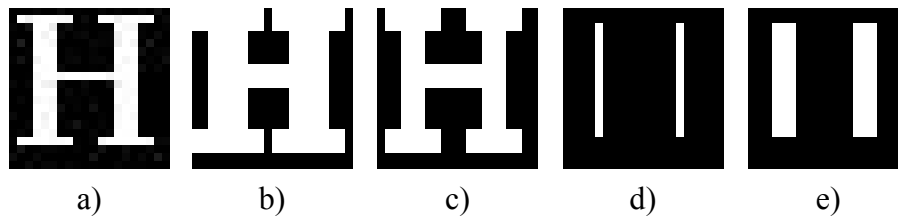
$$E(F, B) = \bigcap_{h \in B} F_h \quad (8)$$

Erozja będzie powodowała zmniejszanie się obiektów na ich brzegach, zgodnie z kształtem elementu strukturalnego.

Podobnie jak dla dylatacji, implementując erozję, lepiej posłużyć się własnością, która mówi, że obraz po erozji zawiera tylko te punkty, wobec których przesunięty element strukturalny całkowicie zawiera się w obrazie wejściowym ([1,3]):

$$E(F, B) = \{h \in D_f : (B + h) \subset F\} \quad (9)$$

Poniżej zaprezentowano działanie operacji dylatacji i erozji dla binarnego obrazu litery H z rysunku 1a.



Rys.1. Dylatacja i erozja: a) obraz wejściowy, b) Dylatacja elementem strukturalnym o kształcie kwadratu, c) dylatacja elementem strukturalnym o kształcie pionowego odcinka, d) erozja elementem strukturalnym o kształcie kwadratu, e) dylatacja elementem strukturalnym o kształcie pionowego odcinka

Fig. 1. Dilatation and erosion: a) input image, b) dilatation with square structuring element, c) dilatation with vertical structuring element, d) erosion with square structuring element, e) erosion with vertical structuring element

Na rysunku 1b znajduje się obraz po dylatacji elementem strukturalnym A o kształcie kwadratu (10). Dylatacja spowodowała rozrost litery H we wszystkich kierunkach. Na rysunku 1c znajduje się litera H po dylatacji elementem strukturalnym B w kształcie odcinka o orientacji pionowej (11). W tym przypadku rozrost jest zauważalny jedynie dla krawędzi horyzontalnych.

Na rysunkach 1d i 1e znajdują się obrazy po erozji obrazu litery H tymi samymi elementami strukturalnymi A i B . Dla elementu strukturalnego A zanik obiektu jest widoczny dla wszystkich kierunków, natomiast dla elementu B zanik następował jedynie dla krawędzi horyzontalnych.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (1) & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ (1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

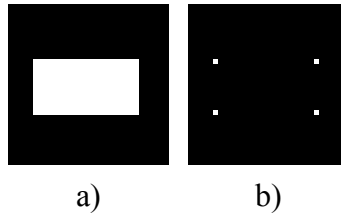
2.2. HitMiss

Wynik operacji HitMiss (trafi-nie trafi) obrazu F z elementami strukturalnymi: Hit A i Miss B jest równy iloczynowi obrazów uzyskanych z erozji obrazu F elementem strukturalnym A i erozji dopełnienia obrazu F elementem strukturalnym B [7]:

$$\text{HitMiss}(F, A, B) = E(F, A) \cap E(F^C, B) \quad (12)$$

Operację HitMiss stosuje się do poszukiwania kształtów na płaszczyźnie obrazu, gdyż w wyniku jej działania uzyskujemy obiekty bądź ich znaczniki mieszczące się pomiędzy elementami A i B.

2.2.1. Wyznaczanie narożników



Rys.2. Zastosowanie operacji HitMiss do detekcji narożników: a) obraz wejściowy, b) wykryte narożniki

Fig. 2. The application of HitMiss for corner detection: a) input image, b) detected corners

Na rysunku 2a znajduje się binarny obraz prostokąta. W celu wyznaczenia jego narożników zastosowano operacje HitMiss z następującymi parami elementów strukturalnych:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & (1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & (0) & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & (1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0) & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & (1) & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & (0) & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1) & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & B_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & (0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

Para (A_1, B_1) wykrywa prawy górny narożnik, (A_2, B_2) prawy dolny, (A_3, B_3) lewy dolny, natomiast (A_4, B_4) lewy górny narożnik.

Wykryte narożniki znajdują się na rysunku. 2b, który jest sumą obrazów powstałych w wyniku operacji HitMiss obrazu 2a wyżej wymienionymi parami elementów strukturalnych.

2.2.2. Szkieletyzacja

Szkielet obiektu definiowany jest jako zbiór środków wszystkich okręgów stycznych do przynajmniej dwóch krawędzi obiektu i całkowicie zwartych wewnątrz obiektu [1].

Jednym ze sposobów wyznaczenia przybliżonego szkieletu jest zastosowanie morfologii matematycznej. Do tego celu wykorzystuje się operację ścieniania (ang. thinning) ([2]), która podobnie do erozji powoduje zmniejszanie się obiektów na ich brzegach. W odróżnieniu od erozji, zanik nie może powodować podziału jednego obiektu na dwie części oraz powinien być równomierny ze wszystkich kierunków. Do realizacji ścieniania stosuje się operację HitMiss. Z jej pomocą zostaną wykryte wszystkie wierzchołki obiektów oraz płaskie brzegi nie będące jedynymi połączeniami pomiędzy odrębnymi partiami obiektów.

Do wykrycia wierzchołków wykorzystamy elementy strukturalne z równania (12), natomiast do wykrycia brzegów elementy z równania (13):

$$\begin{aligned}
 A'_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & B'_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & (0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & A'_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & (1) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B'_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & (0) & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A'_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & (1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B'_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & A'_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & (1) & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & B'_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & (0) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Obraz ścieniony będzie obrazem pozbawionym wierzchołków oraz brzegów. Dla każdej pary elementów strukturalnych (A,B) dokonujemy ścieniania:

$$Thin(F, A, B) = F - HitMiss(F, A, B) \tag{15}$$

Istotna jest kolejność w jakiej będziemy usuwali brzegi oraz wierzchołki. Jest ona następująca: (A'_1, B'_1) , (A_1, B_1) , ..., (A'_4, B'_4) , (A_4, B_4) .

$$Thinning(F) = Thin(Thin(...Thin(Thin(F, A'_1, B'_1), A_1, B_1)...A'_4, B'_4), A_4, B_4) \tag{16}$$

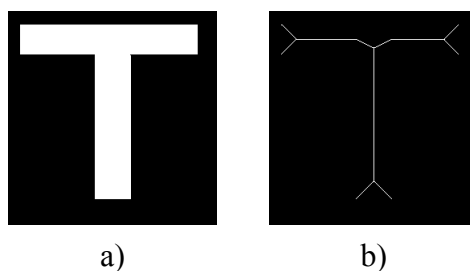
Szkielety obiektów obrazu uzyskamy przez powtarzanie ścieniania aż do momentu, gdy nie będzie ono powodowało żadnych zmian na obrazie:

$$Skeleton(F) = Thinning^k(F) \tag{17}$$

$$Thinning^k(F) = \underbrace{Thinning(Thinning(...(Thinning(F)...))}_{k\text{-razy}} \tag{18}$$

$$k = \inf \{k : Thinning^k(F) = Thinning^{k+1}(F)\} \tag{19}$$

Na rysunku. 3b znajduje się szkielet litery T z obrazu 3a, uzyskany za pomocą powyższego algorytmu:



Rys.3. Szkieletyzacja: a) obraz wejściowy, b) uzyskany szkielet
 Fig. 3. Skeletonization: a) input image, b) achieved skeleton

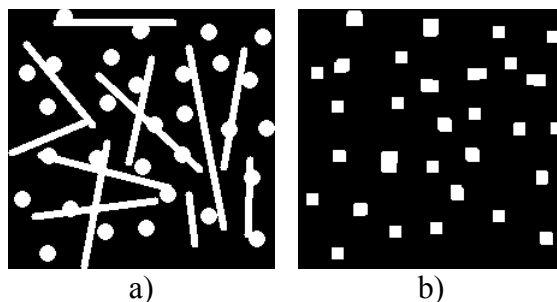
2.3. Otwarcie i zamknięcie

Otwarcie obrazu F za pomocą elementu strukturalnego B definiowane jest jako sekwencyjne wykonanie operacji erozji i dylatacji elementem strukturalnym B ([1,3,4 i 7]):

$$O(F, B) = D(E(F, B), B) \quad (20)$$

Otwarcie jest operacją, która powoduje zanik obiektów oraz połączeń pomiędzy obiektami, węższych, od rozmiaru elementu strukturalnego.

Na rysunku 4b znajduje się otwarty obraz z rysunku 4a elementem strukturalnym w kształcie kwadratu i długości boku 5. Widoczny jest zanik połączeń pomiędzy obiektami.

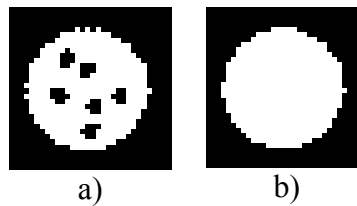


Rys.4. Otwarcie: a) obraz wejściowy, b) otwarcie
 Fig. 4. Opening: a) input image, b) opening

Zamknięcie obrazu F za pomocą elementu strukturalnego B definiowane jest jako sekwencyjne wykonanie operacji dylatacji i erozji elementem strukturalnym B ([1,3,4 i 7]):

$$C(F, B) = E(D(F, B), B) \quad (21)$$

Zamknięcie powoduje wypełnienie wszystkich dziur oraz przerw pomiędzy obiektami, które są węższe od rozmiaru elementu strukturalnego.



Rys.5. Zamknięcie: a) obraz wejściowy, b) zamknięcie
 Fig. 5. Closing: a) input image, b) closing

Na rysunku 5b znajduje się zamknięty obraz z rysunku 5a, elementem strukturalnym w kształcie kwadratu i długości boku 5. Widoczny jest zanik dziur wewnątrz obiektu z rysunku 5a.

2.4. Gradient morfologiczny

Wewnętrzny gradient morfologiczny obrazu F elementem strukturalnym B jako wynik działania daje obraz będący różnicą wejściowego obrazu F i obrazu F po erozji elementem strukturalnym B ([1]):

$$G_{\text{internal}}(F, B) = F - E(F, B) \quad (22)$$

Gradient wewnętrzny uwydatnia krawędzie obiektów, które są zaznaczane od strony wewnętrznej. Wielkość i kształt elementu strukturalnego decyduje o rozległości krawędzi. Do wyznaczenia rzeczywistych krawędzi należy stosować podstawowy element strukturalny z równania 10.

Zewnętrzny gradient morfologiczny obrazu F elementem strukturalnym B jako wynik działania daje obraz będący różnicą dylatacji wejściowego obrazu F elementem strukturalnym B i obrazu F ([1]):

$$G_{\text{external}}(F, B) = D(F, B) - F \quad (23)$$

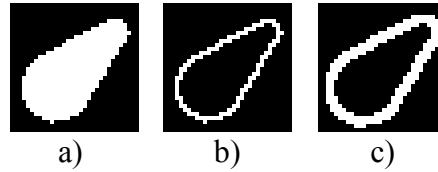
Efekt działania jest podobny do gradientu wewnętrznego z tą różnicą, że w tym przypadku krawędzie będą zaznaczane po stronie zewnętrznej obiektu.

Całkowity gradient morfologiczny obrazu F z elementem strukturalnym B jako wynik działania daje obraz będący różnicą dylatacji wejściowego obrazu F elementem strukturalnym B i erozji obrazu F elementem strukturalnym B ([1]):

$$G(F, B) = D(F, B) - E(F, B) = G_{\text{internal}}(F, B) + G_{\text{external}}(F, B) \quad (24)$$

Efekt działania jest uwydatnienie krawędzi zarówno po stronie wewnętrznej i zewnętrznej obiektów.

Obraz na rysunku 6b stanowi wewnętrzny, natomiast na rysunku 6c całkowity gradient morfologiczny elementem strukturalnym z równania 10 obrazu wejściowego z rysunku. 6a.



Rys.6. Gradient: a) obraz wejściowy, b) gradient wewnętrzny, c) gradient całkowity
 Fig. 6. Gradient: a) input image, b) internal gradient, c) full gradient

2.5. Rekonstrukcja geodezyjna

Idea rekonstrukcji geodezyjnej przestawiona zostanie za pomocą składowych spójnych obrazu [9].

Rekonstrukcją geodezyjną obiektów obrazu F z obrazu znacznika obiektów M stanowi suma takich składowych spójnych F_1, F_2, \dots, F_n obrazu F , które mają część wspólną z obrazem znacznika ([3]):

$$GR(F, M) = \bigcup_{F_i: F_i \cap M \neq \emptyset} F_i \quad (25)$$

Rekonstrukcją geodezyjną tła obrazu F z obrazu znacznika tła M jest dopełnienie zbioru takich składowych spójnych dopełnienia obrazu F , które mają część wspólną z dopełnieniem obrazu znacznika:

$$GRB(F, M) = \left(\bigcup_{F_i^c: F_i^c \cap M^c \neq \emptyset} F_i^c \right)^c \quad (26)$$

Jednym ze sposobów wyznaczenia rekonstrukcji geodezyjnej jest zastosowanie morfologii matematycznej. Do tego celu wprowadzona zostaną definicje dylatacji i erozji warunkowej:

Dylatacja warunkowa obrazu F z maską M i elementem strukturalnym B jest równa iloczynowi obrazu maski i obrazu uzyskanego przez dylatację obrazu F elementem strukturalnym B ([1, 3]):

$$D_c(F, B, M) = M \cap D(F, B) \quad (27)$$

Erozja warunkowa obrazu F z maską M i elementem strukturalnym B jest równa sumie obrazu maski i obrazu uzyskanego przez erozję obrazu F elementem strukturalnym B :

$$E_c(F, B, M) = M \cup E(F, B) \quad (28)$$

Rekonstrukcja geodezyjna obiektów obrazu F , ze znacznika M , elementem strukturalnym B otrzymujemy przez powtarzanie dylatacji warunkowej z maską F i elementem strukturalnym B na obrazie wejściowym M ([1]):

* Dalej rekonstrukcje obiektów obrazu będziemy określali mianem rekonstrukcji obrazu

$$GR(F, B, M) = D_C^\infty(M, B, F) \quad (29)$$

gdzie

$$D_C^k(M, B, F) = D_C(D_C(\dots(M, B, F), B, F \dots)B, F) \quad (30)$$

k-razy

Z punktu widzenia implementacji dylatację warunkową kończymy w momencie, gdy kolejne dylatacje nie powodują żadnych zmian w obrazie wejściowym

$$GR(F, B, M) = D_C^k(M, B, F) \quad (31)$$

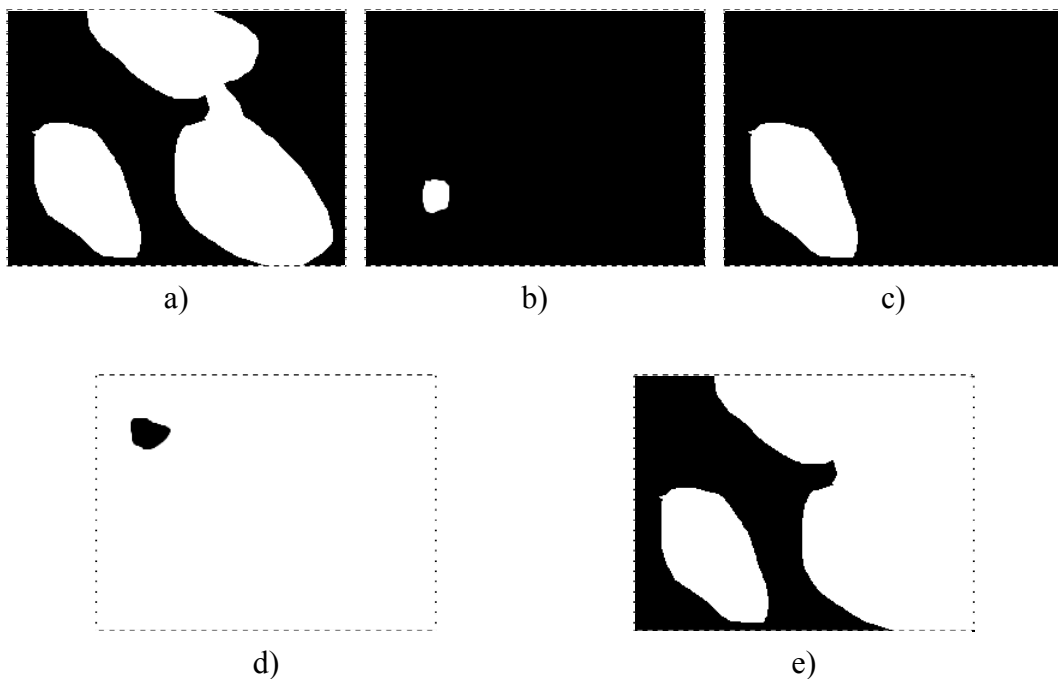
gdzie

$$k = \inf \left\{ k : D_C^k(M, B, F) = D_C^{k+1}(M, B, F) \right\} \quad (32)$$

Rekonstrukcję geodezyjną tła obrazu F ze znacznika M, elementem strukturalnym B uzyskujemy przez powtarzanie erozji warunkowej z maską F i elementem strukturalnym B na obrazie wejściowym M, aż do momentu, gdy nie będzie ona powodowała zmian:

$$GRB(F, B, M) = E_C^k(M, B, F) \quad (33)$$

$$k = \inf \left\{ k : E_C^k(M, B, F) = E_C^{k+1}(M, B, F) \right\}$$



Rys.7. Rekonstrukcja geodezyjna: a) obraz wejściowy, b) znacznik obiektów, c) zrekonstruowany obraz a ze znacznika obiektów, d) znacznik tła, e) zrekonstruowane tło obrazu a ze znacznika tła

Fig. 7. Geodesic reconstruction: a) input image, b) object marker, c) reconstructed image from the object marker, e) reconstructed image background from the background marker

Na rysunku. 7c znajduje się zrekonstruowany obraz z rysunku 7a ze znacznika z rysunku. 7b, podstawowym elementem strukturalnym z równania (10).

Na rysunku 7e znajduje się zrekonstruowane tło tego obrazu ze znacznika tła z rysunku 7d, tym samym elementem strukturalnym.

LITERATURA

1. Goutsias J., Batman S.: Morphological Methods for Biomedical Image Analysis. Handbook of Medical Imaging. Volume 2. Medical Image Processing and Analysis, Optical Engineering Press, 2000, s. 175-272.
2. Gonzales R.: Digital Image Processing. Prentice Hall, Boston, 2001.
3. Nieniewski M.: Morfologia matematyczna w przetwarzaniu obrazów. Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 1998.
4. Serra J.: Image Analysis and Mathematical Morphology. Academic Press, London, 1982.
5. Serra J.: Introduction to mathematical morphology. Computer Vision Graphics and Image Processing, 1986, 35(3), s. 283-305.
6. Serra J.: Image Analysis and Mathematical Morphology vol. 2. Academic Press, London, 1988.
7. Soille P.: Morphological Image Analysis: Principles and Applications, Springer-Verlag, Berlin 2003.
8. Tadeusiewicz R., Korohodza P. Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów, Wydawnictwo Postępu Telekomunikacji, Kraków 1997.
9. Tadeusiewicz R., Flasiński M.: Rozpoznawanie obrazów, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1991.
10. Pavlidis T. Grafika i przetwarzanie obrazów, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1987.

Recenzent: Dr hab. inż. Ewa Piętka Prof. Pol. Śląskiej

Wpłynęło do Redakcji 9 stycznia 2004 r.

Abstract

The article presents mathematical morphology operators for binary images. In the first section binary image (1,2) and structuring element have been defined. The following section has been devoted to a complex review of binary mathematical morphology operators with their applications to selected images. The basic ones are dilatation (5) and erosion (8). Dilatation enlarges (fig. 1b, 1c) and erosion shrinks (fig. 1d, 1e) objects in size and the shape of structuring element. HitMiss operator (12) is based on erosion and results in objects or their markers, which are between two structuring elements. HitMiss can, for instance, be applied to detect corners (fig. 2) or to find skeleton of an object (fig. 3).

In the subsequent part such operators as opening (20) and closing (21) are presented. They are sequences of dilatation and erosion. Another application of dilatation and erosion is gradient operator, which detects edges of objects. They can be marked inside the object - internal gradient (22), outside the object – external gradient (23) and on both sides (24). Subsection 2.5 provides a definition of geodesic reconstruction of the foreground (25) and the background (26) objects. It also presents the way to reconstruct objects (29) and the background (33) from the marker image by means of mathematical morphology operations.

Adresy

Adam Świtoński: Politechnika Śląska, Instytut Informatyki, ul. Akademicka 16,
44-101 Gliwice, Polska, a.switonski@zti.iinf.polsl.gliwice.pl

Katarzyna Stapor: Politechnika Śląska, Instytut Informatyki, ul. Akademicka 16,
44-101 Gliwice, Polska, delta@zti.iinf.polsl.gliwice.pl