

Andrzej WIECZOREK
Politechnika Śląska

MOŻLIWOŚCI ZWIĘKSZENIA CZOŁOWEGO WSKAŹNIKA ZAZĘBIENIA KÓŁ POPRZEZ ZASTOSOWANIE NIESTANDARDOWEGO UZĘBIENIA

Streszczenie. W pracy omówiono główne przyczyny powstawania obciążeń dynamicznych przekładni zębatych oraz wpływ wskaźnika zazębienia na ograniczenie wewnętrznych sił dynamicznych. Przedstawiono także możliwość zwiększenia czołowego wskaźnika zazębienia poprzez odpowiedni dobór takich parametrów geometrycznych jak wysokość zęba czy kąt przyporu.

ABILITIES OF INCREASING OF TRANSVERSE CONTACT RATIO BY MEANS OF UTILITY NONSTANDARD PARAMETERS OF GEAR WHEELS

Summary. In the paper there was discussed main reasons of dynamic load creation in gear meshing and was indicated the influence of contact ratio on the degreasing of inner dynamic load. There was also presented the abilities of increasing of transverse contact ratio by means of suitable selection parameters such as height of tooth and pressure angle.

1. Wprowadzenie

Minimalizacja wewnętrznych sił dynamicznych podczas eksploatacji przekładni zębatej odbywa się najczęściej poprzez ograniczenie wpływu uderzeń związanych z wchodzeniem kolejnych zębów w zazębienie oraz wahań sztywności zazębienia wzdłuż odcinka zazębienia.

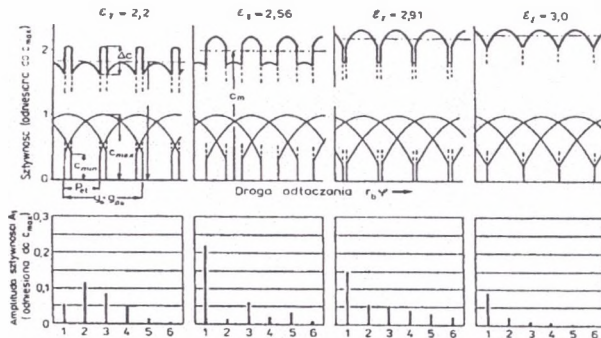
W celu minimalizacji wpływu pierwszego z wymienionych czynników stosowanym rozwiązaniem technologicznym jest wykonanie modyfikacji poprzecznej zarysu zębów o wartości równej spodziewanym ich ugięciom.

W przypadku drugiego czynnika konieczne jest, aby przebiegi wypadkowej sztywności ząbienia charakteryzowały się niewielkimi zmianami wartości.

Od przebiegu sztywności ząbienia zależy zachowanie się pod względem dynamicznym układu drgającego, a w szczególności od [2,3,4,8] :

- średniej wartości sztywności ząbienia c_{γ} ; wpływa ona na zwiększenie częstotliwości drgań własnych n_{E1} ,
- amplitudy wahań sztywności ząbienia Δc jako miary intensywności wzbudzenia.
- kształtu wahań sztywności w zakresie Δc (zakres zmienności został określony na rysunku 1 jako różnica maksymalnej i minimalnej wartości wypadkowej sztywności ząbienia); określa strukturę częstotliwościową funkcji wzbudzającej i powoduje wystąpienie rezonansów pobocznych w zakresie podrezonansowym,

Na rysunku 1 przedstawione zostały przebieg zmian sztywności ząbienia i jego widmo częstotliwościowe w zależności od całkowitego wskaźnika ząbienia ϵ_{γ} .



Rys. 1. Przebieg zmian sztywności ząbienia i jego widmo w zależności od całkowitego wskaźnika ząbienia ϵ_{γ} [2]

Fig. 1. The course of the teeth stiffness variation and its spectrum in a function of the total contact ratio ϵ_{γ}

W przypadku zębów prostych minimum sił dynamicznych osiągane jest dla kół o czołowym wskaźniku ząbienia bliskim wartości 2,0, natomiast w przypadku zębów skośnych minimum sił dynamicznych osiągane jest dla całkowitego wskaźnika ząbienia większego od 2,5; znaczne zwiększenie wartości wskaźnika ponad wymienioną wartość nie powoduje znaczącego zmniejszenia sił dynamicznych.

2. Sposób wyznaczania wartości czołowego wskaźnika zazębienia

W celu zaprojektowania uzębienia kół przekładni konieczna jest znajomość szeregu parametrów, które można podzielić na trzy grupy [5] :

- parametry określające część ewolwentową : $z_1, z_2, x_1, x_2, h_{aP1}^*, h_{aP2}^*, \alpha_n, \beta$
- parametry narzędzia opisujące część stopy : $\rho_{aO1}^*, h_{aP1}^*, \rho_{aO2}^*, h_{aP2}^*$
- parametry charakteryzujące wielkość koła : m_n, b_w

Czołowy wskaźnik zazębienia zależy bezpośrednio od niezależnych parametrów wymienionych w pierwszej grupie. Można wskaźnik ten opisać za pomocą równania :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_{et}} = \frac{g_f + g_a}{p_{et}} = \frac{g_f^* + g_a^*}{p_{et}^*} \quad (1)$$

Po wstawieniu znanych zależności, wartości odcinków wżębienia g_f i wyżębienia g_a odniesionych do wartości modułu m_n przyjmują wartości określone wzorami :

$$g_f^* = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left[\frac{z_2}{\cos \beta} + 2(x_2 + h_{aP2}^*) \right]^2 - \left(\frac{z_2 \cos \alpha_t}{\cos \beta} \right)^2} - z_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta} \tan \alpha_w \right) \quad (2)$$

$$g_a^* = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left[\frac{z_1}{\cos \beta} + 2(x_1 + h_{aP1}^*) \right]^2 - \left(\frac{z_1 \cos \alpha_t}{\cos \beta} \right)^2} - z_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta} \tan \alpha_w \right) \quad (3)$$

$$p_{et}^* = \frac{\pi \cos \alpha_t}{\cos \beta}, \quad (4)$$

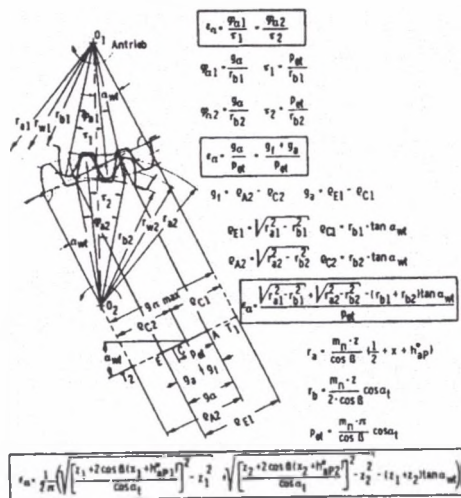
natomiast czołowy wskaźnik zazębienia jest równy (rys. 2) :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \left(\sqrt{\left[\frac{z_1 + 2 \cos \beta (x_1 + h_{aP1}^*)}{\cos \alpha_t} \right]^2 - z_1^2} + \sqrt{\left[\frac{z_2 + 2 \cos \beta (x_2 + h_{aP2}^*)}{\cos \alpha_t} \right]^2 - z_2^2} - (z_1 + z_2) \tan \alpha_w \right) \quad (5)$$

Jak wynika z powyższych wzorów, zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia możliwe jest poprzez zwiększenie odcinka wżębienia g_f lub wyżębienia g_a , lub przez zmniejszenie podziałki p_{et}^* .

Tym samym parametrami wpływającymi na wartość wskaźnika są :

- liczba zębów z_1, z_2 oraz związany z nimi parametr u ,
- kąt przyporu α_n ,
- kąt pochylenia linii zęba β (w przypadku zębów prostych nie wpływa na wartość wskaźnika i nie będzie dalej omawiany),
- suma współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx i jego rozdział na zębniak i koło x_1/x_2 ,
- współczynniki wysokości h_{aP1}^* i h_{aP2}^* .



Rys. 2. Czołowy współczynnik zazębienia jako funkcja parametrów geometrycznych uzębienia
Fig. 2. Transverse contact ratio as a function of geometrical parameters of teeth

Wymienione wcześniej 8 parametrów uzębienia są wzajemnie od siebie niezależne i możliwe są tylko zestawienia tych parametrów w wąskim przedziale wartości. Koła zębate, z których kojarzy się przekładnię, muszą spełniać pewne warunki w celu zapewnienia możliwości prawidłowej obróbki mechanicznej i cieplno-chemicznej oraz prawidłowej pracy przekładni.

Najważniejszymi warunkami, które muszą być spełnione na etapie projektowania uzębienia, są:

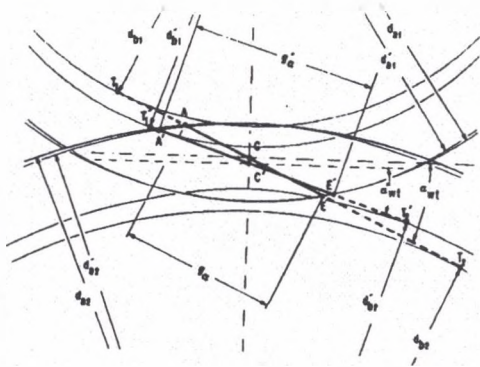
- koło uzębione zewnętrznie nie może być zaostrome u wierzchołka.

$$s_{an} \geq 0,2m_n \quad (6)$$

- zębnek nie powinien wykazywać żadnego podcięcia.

3. Czołowy wskaźnik zazębienia jako funkcja jako funkcja stosunku liczby zębów i sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba [5]

Suma współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx ma istotny wpływ na wartość czołowego wskaźnika zazębienia e_n . Na rysunku 3 przedstawiono wpływ minusowych wartości sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx (jednocześnie także zmniejszenia czołowego kąta α_{wt} przyporu na średnicy toczonej) na długość odcinka zazębienia g_a .



Rys. 3. Wpływ minusowych wartości sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx na długość odcinka zazębienia g_a

Fig. 3. Influence of negative sum of profile modification coefficients Σx on length of line of action g_a

Zastosowanie minusowych wartości sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx skutkuje zwiększeniem długości odcinka zazębienia g_a (odcinek A'E' na rys. 3), co powoduje także zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_a . Towarzyszy temu jednak zmniejszenie długości odcinka T_1T_2 , co sprawia, że punkty A' i E' leżą w pobliżu leżących na średnicy podziałowej punktów T_1, T_2 .

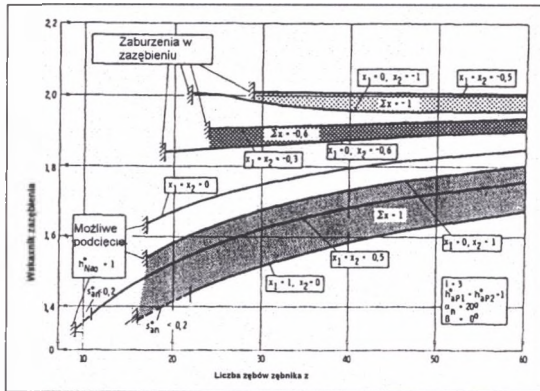
Skutkuje to możliwością powstania następujących zagrożeń :

- zaburzeń w przyporze w przypadku minusowych tolerancji odległości osi a,
- wysokiej wartości współczynników poślizgu w punktach A' i E',
- podcięcia zęba w czasie wytwarzania przez narzędzie zębatkowe.

Także w przypadku trwałości na złamanie zmęczeniowe zęba stosowanie minusowych wartości sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx jest niekorzystne.

Na rysunku 4 wpływ sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx na wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_a . W dolnej części rys. 4 przedstawione są krzywe odpowiadające dodatnim wartościom sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx , w górnej części – ujemnym ($\Sigma x = -1$). Na rysunku tym zaznaczono także krzywą odniesienia odpowiadającą zerowym wartościom współczynników przesunięcia zarysu.

W przypadku dodatnich wartości Σx wraz ze wzrostem liczby zębów wzrasta wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_a , natomiast dla ujemnych wartości Σx wskaźnik ten zmniejsza się ($\Sigma x = -1, x_1 = 0, x_2 = -1$). Jednocześnie dla takich wartości Σx wzrasta minimalna liczba zębów, przy której nie dochodzi do zakłóceń w zazębieniu (odcinek AE wewnątrz T_1T_2).

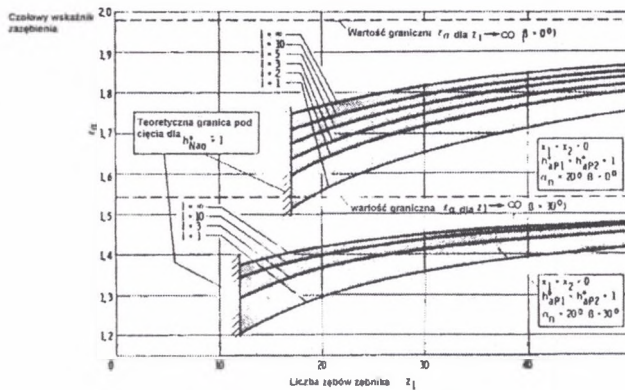


Rys. 4. Wpływ sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx i ich rozdziu na wartość czołowego wskaźnika ząbienia ϵ_{α}

Fig. 4. Influence of sum of profile modification coefficients Σx and their distribution on the transverse contact ratio ϵ_{α}

Powyżej przedstawione właściwości uzębień o ujemnych wartościach sumy współczynników przesunięcia zarysu zęba Σx powodują, że zazwyczaj nie są one stosowane w praktycznych rozwiązaniach przekładni zębatych.

Na rysunku 5 przedstawiono wpływ stosunku zębów u na wartość czołowego wskaźnika ząbienia ϵ_{α} dla uzębienia prostego i skośnego o kącie β równym 30° .



Rys. 5. Wpływ stosunku zębów na wartość czołowego wskaźnika ząbienia ϵ_{α} dla uzębienia prostego i skośnego o kącie β równym 30°

Fig. 5. Influence of a gear ratio on the value of transverse contact ratio ϵ_{α} for spur gear and helical gear with $\beta=30^{\circ}$

4. Czołowy wskaźnik zazębienia jako funkcja wysokości zęba [1,5]

Maksymalna wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α określona jest zależnością :

$$\epsilon_{\alpha \max} = \frac{2(h_{aP}^* + h_{nP}^*)}{\pi \sin 2\alpha} \quad (7)$$

Dla standardowego zarysu odniesienia (rys. 6) parametry geometryczne wynoszą:

$$\alpha_p = 20^\circ \quad (8)$$

$$h_p = h_p^* m = 2m + c_p \quad (9)$$

$$h_{aP} = h_{aP}^* m = 1m \quad (10)$$

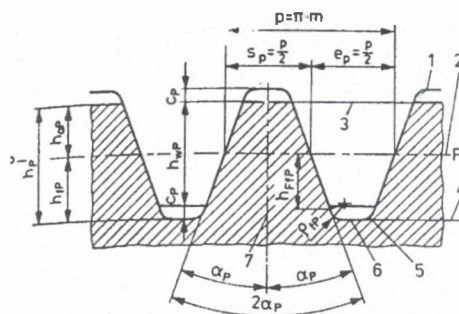
$$h_{fP} = h_{fP}^* m = h_{aP}^* m + c_p = 1m + c_p \quad (11)$$

$$h_{wP} = h_{wP}^* m = 2h_{aP}^* m = 2m \quad (12)$$

$$c_p = c_p^* m \quad (13)$$

Dla tych parametrów maksymalna wartość czołowego wskaźnika zazębienia wynosi $\epsilon_{\alpha \max} = 1,98$.

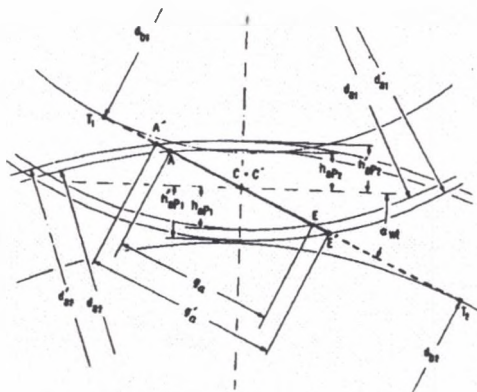
Jak wynika z tego, jedynie praktycznie zastosowanie niestandardowych wartości wysokości zęba i kąta przyporu umożliwia uzyskanie wysokich wartości czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α . Zmiana tych dwóch parametrów dokonywana jest często łącznie i zwiększa się przez to ilość możliwych wariantów uzębienia.



Rys. 6. Znormalizowany zarys odniesienia wg PN – 92/M-88503

Fig. 6. Normalised outline of cutting tool according to PN – 92/M-88503

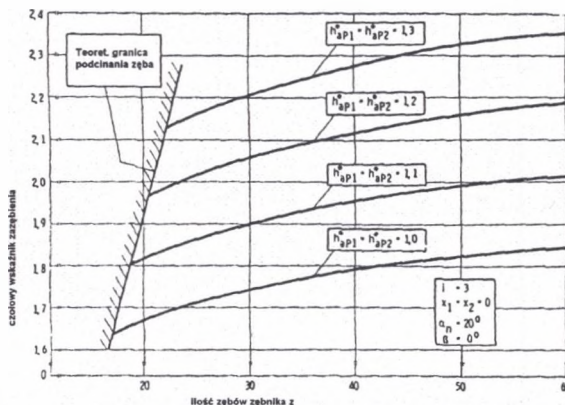
Na rysunku 7 przedstawiono wpływ zwiększenia wysokości zębów na długość odcinka zazębienia g_α .



Rys. 7. Wpływ zwiększenia wysokości zębów na długość odcinka zazębienia g_a
 Fig. 7. Influence of increasing of teeth height on the length of line of action g_a

Z rysunku wynika, że użycie większych wartości współczynników wysokości głowy zęba skutkuje wzrostem g_a (oczywiście także ϵ_α) przy jednoczesnym zachowaniu długości odcinka T_1T_2 .

Realizacja uzębienia o wysokich wartościach czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α poprzez zastosowanie większych od standardowych wartości współczynników wysokości głowy zęba jest kompromisem między zwiększonymi współczynnikami poślizgu, granicą podcinania i minimalną grubością wierzchołka zęba (rys. 8).



Rys. 8. Przebiegi wartości czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α dla różnych wartości współczynników wysokości głowy zęba w zależności od liczby zębów

Fig. 8. The course of transverse contact ratio ϵ_α for varies values of addendum coefficient in function of number of teeth

Zwiększenie wysokości zęba skutkuje:

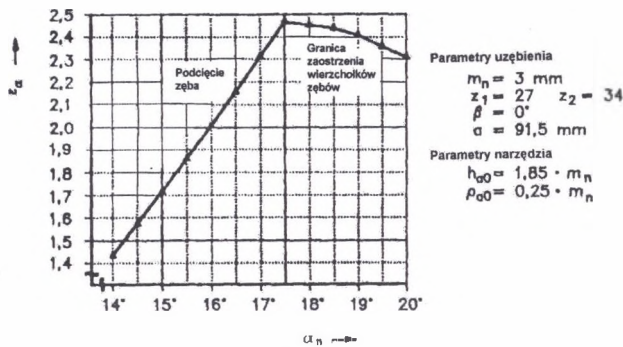
- zwiększeniem się granicznej liczby zębów,
- zmniejszeniem się naprężenia u podstawy zęba (dla większej liczby zębów),

- zwiększeniem się czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α ,
- zwiększeniem się prędkości poślizgu na głowie zęba poślizgu.

5. Wpływ kąta przyporu na wartość czołowego wskaźnika zazębienia [6]

Jak już wspomniano, zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α możliwe jest poprzez zmniejszenie kąta przyporu α , ale wartość wskaźnika, jaka może zostać osiągnięta dla określonego kąta, jest też uzależniona od kryteriów: szkodliwego podcinania, minimalnej grubości wierzchołka zęba oraz zapewnienia wystarczającego luzu międzyzębnego.

Wpływ kąta przyporu α_n na wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α dla uzębień niekorygowanych ($\alpha_{wt} = \alpha_n$) został przedstawiony na rys. 9.



Rys. 9. Wpływ kąta przyporu α_n na wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α
 Fig. 9. Influence of the pressure angle α_n on the transverse contact ratio ϵ_α

Maksymalna wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α jest osiągana dla wartości $\alpha_n = 17,5^\circ$ i wynosi 2,47. W przypadku uzębień korygowanych lepiej jest rozpatrywać wpływ czołowego kąta α_{wt} przyporu na średnicy tocznej, który zależy jest od kąta α_n , kąta pochylenia β , liczby zębów z i współczynników przesunięcia x . Maksymalna wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α jest w tym przypadku osiągana dla wartości $\alpha_{wt} = 16,09^\circ$ i wynosi 2,75.

Zwiększenie kąta przyporu α_n skutkuje zmianą następujących wskaźników charakteryzujących uzębienie :

- zmniejszeniem się granicznej liczby zębów,
- zmniejszeniem się prędkości poślizgu na głowie zęba poślizgu,
- zmniejszeniem się czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α ,

- zmniejszeniem się grubości wierzchołka zęba,
- zwiększeniem się grubości zęba u podstawy.

Wraz ze zmniejszeniem nominalnego kąta przyporu α_0 zmniejsza się także sprawność zazębienia η zgodnie ze wzorem [7] :

$$\eta = 1 - \left(\frac{8}{\pi \cdot \sin^2 2\alpha_0} \right) \cdot \mu \cdot \frac{1}{z_1} \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) \quad (14)$$

6. Podsumowanie

W pracy przedstawiono podstawowe przyczyny wewnętrznych sił dynamicznych oraz wpływ wskaźnika zazębienia na wartość nadwyżek dynamicznych w przekładniach o zębach prostych.

Na podstawie przeprowadzonych rozważań można przedstawić wniosek: oczekiwane wartości wskaźnika zazębienia można uzyskać poprzez zwiększenie wysokości zębów lub obniżenie wartości kąta przyporu; zmiana tych parametrów może się odbywać łącznie.

LITERATURA

1. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe t. I. WKiŁ, Warszawa 1995.
2. Möllers W.: Parametererregte Schwingungen in einstufigen Zylinderradgetrieben. Einfluss von Verzahnungsabweichungen und Verzahnungssteifigkeitsspektren. Praca doktorska. RWTH Aachen, 1982.
3. Weck M, Lachenmaier S.: Auslegung einer geräuscharmen Schrägverzahnung. Industrie-Anzeiger, 103/1981.
4. Müller R.: Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. Praca doktorska TU München, 1990.
5. Lachenmaier S.: Auslegung von evolventischen Sonderverzahnungen von Schwingungs- und geräuscharm Lauf von Getrieben. VDI-Forschungsberichte Reihe 11, Nr. 54; Düsseldorf 1983. Praca doktorska RWTH Aachen.
6. Döbereiner R.: Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanregung. Praca doktorska TU München, 1998.
7. Ochęduszek K.: Koła zębate t. I. Konstrukcja. WN-T, Warszawa 1969.
8. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe t. II. WKiŁ, Warszawa 1997.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Walery Szuścik

Abstract

Significant problem in mining machines design is providing of suitable durability of devices. One of the directions of required durability ensuring is decreasing of dynamic excitations. The main reason of creation dynamic excitation are impacts occurred in time of starting and ending of meshing a pair of teeth as well as varying tooth stiffness. Reduction of the second reason is able by means of increasing of the transverse contact ratio ϵ_α .

In the paper there was presented set of geometrical parameters influencing on the value of coefficient ϵ_α and their influence on the other parameters of the gear.