

**ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ**



Kazimierz WANAT

**HIERARCHIA ZDARZEŃ SEJSMICZNYCH.
MULTIFRAKTALNE WŁASNOŚCI PARAMETRÓW
WSTRZAŚÓW GÓRNICZYCH**



Gliwice 2005

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYTY NAUKOWE
NR 1685

Kazimierz WANAT

**HIERARCHIA ZDARZEŃ SEJSMICZNYCH.
MULTIFRAKTALNE WŁASNOŚCI PARAMETRÓW
WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH**

Opiniodawcy

Prof. dr hab. inż. Józef DUBIŃSKI

Prof. dr hab. inż. Bernard DRZEŻŁA dr h.c.

Kolegium redakcyjne

Redaktor naczelny – Prof. dr hab. inż. Andrzej BUCHACZ

Redaktor działu – Prof. dr hab. inż. Franciszek PLEWA

Sekretarz redakcji – Mgr Elżbieta LEŚKO

Redakcja

Mgr Anna BŁAŻKIEWICZ

Redakcja techniczna

Alicja NOWACKA

PL ISSN 0372-9508

© Copyright by
Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
Gliwice 2005

SPIS TREŚCI

	Str.
1. WPROWADZENIE.....	7
2. KOPALNIANE ZJAWISKA SEJSMICZNE.....	10
2.1. Magnituda.....	10
2.2. Mechanizm niszczenia.....	12
2.3. Maksymalna prędkość.....	13
2.4. Parametry źródła wstrząsu.....	14
2.5. Relacje empiryczne.....	16
2.6. Geometria fraktalna.....	17
3. PRZEGLĄD MODELI WSTRZĄSÓW.....	19
3.1. Warunki powstania wstrząsu.....	20
3.1.1. Elementy ogólnej teorii katastrof.....	20
3.1.2. Równanie stanu masywu skalnego.....	24
3.1.3. Stabilność masywu skalnego.....	26
3.2. Poślizgowy mechanizm wstrząsów.....	30
3.3. Model szorstkich centrów.....	35
3.4. Proces samoorganizacji wstrząsów.....	40
4. HIERARCHIA.....	45
4.1. Hierarchia sejsmiczna.....	45
4.2. Definicja uporządkowania hierarchicznego.....	50
5. LOKALIZACJA WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH.....	54
5.1. Układ równań stacyjnych.....	55
5.2. Minimalizacja normy pierwszej.....	59
5.3. Minimalizacja normy drugiej.....	61
5.4. Estymacja parametrów pola prędkości – lokalizacja grupowa.....	62
5.5. Niejednorodność górotworu i anizotropia prędkości fal sejsmicznych.....	66
5.6. Promień sejsmiczny.....	68
5.6.1. Metoda globalna.....	69
5.6.2. Metoda lokalna.....	74
5.6.3. Losowa metoda poszukiwania rozwiązań.....	79
5.7. Lokalizacja ognisk wstrząsów górniczych z długości zapisu sejsmogramu.....	81
6. MIARY CHAOSU.....	88
6.1. Wykładnik Lapunowa.....	88
6.2. Miara informacyjna Shannona i wymiar informacyjny zbioru.....	90
6.3. Rozmiar podobieństwa i rozmiar korelacyjny.....	91
6.4. Spektrum singularne i uogólniony wymiar fraktalny.....	92
6.5. Analiza fraktalna.....	93
6.6. Multifraktale.....	94

7. FRAKTALNE WŁASNOŚCI KOPALNIANYCH ZJAWISK SEJSMICZNYCH.....	96
7.1. Rozkłady energii wstrząsów górniczych.....	96
7.2. Rozkłady czasów między wstrząsami.....	100
7.3. Rozkłady epicentrow wstrząsów górniczych.....	101
7.4. Rozkład hipocentrow wstrząsów górniczych.....	104
7.5. Entropia wstrząsów i temperatura sejsmiczna.....	108
8. ELEMENTY TEORII ZNISZCZENIA.....	115
8.1. Tensor zniszczenia.....	115
8.2. Sumowanie tensorów zniszczenia.....	116
8.3. Niszczenie górotworu.....	123
9. ZBIORY I LOGIKA ROZMYTA	126
9.1. Podstawowe definicje i operacje.....	127
10. PODSUMOWANIE.....	131
LITERATURA.....	133
SPIS OZNACZEŃ.....	146
STRESZCZENIE.....	148

CONTENTS

	Page
1. INTRODUCTION.....	7
2. SEISMIC EVENTS IN MINE	10
2.1. Magnitude.....	10
2.2. Failure mechanics.....	12
2.3. Maximal speed.....	13
2.4. Source parameters.....	14
2.5. Empirical relation.....	16
2.6. Fractal geometry.....	17
3. MODELS OF SEISMIC EVENTS.....	19
3.1. Appearance condition.....	20
3.1.1. Elements of general catastrophic theory.....	20
3.1.2. Equation of rock mass state.....	24
3.1.3. Rock mass stability.....	26
3.2. Fault model.....	30
3.3. Asperrity model.....	35
3.4. Self-organized criticality model.....	40
4. HIERARCHY.....	45
4.1. Seismic hierarchy.....	45
4.2. Definition of hierarchical order.....	50
5. SEISMIC EVENTS LOCATION.....	54
5.1. Set of general equation.....	55
5.2. Minimize of the 1st norm.....	59
5.3. Minimize of 2nd norm.....	61
5.4. Hypocenter and velocity determination.....	62
5.5. Non-homogenous of rock mass end seismic velocity.....	66
5.6. Seismic rays.....	68
5.6.1. Global method.....	69
5.6.2. Local method.....	74
5.6.3. Losowa metoda poszukiwania rozwiązań.....	79
5.7. Seismic events location by the time duration of seismogram.....	81
6. MEASURE OF CHAOS.....	88
6.1. Lapunov exponent.....	88
6.2. Shannon measure and information dimension.....	90
6.3. Similarity and corelation dimension.....	91
6.4. Singularity spectrum and generalized dimension.....	92
6.5. Fractal analysis.....	93
6.6. Multifractal.....	94

7. FRACTALS PROPERTIES OF SEISMIC EVENTS IN MINES.....	96
7.1. Energy distribution.....	96
7.2. Time among events distribution.....	100
7.3. Epicenter distribution.....	101
7.4. Hipocenter distribution.....	104
7.5. Entropy and seismic temperature.....	108
8. DAMAGE THEORY.....	115
8.1. Damage tensor.....	115
8.2. Sum of damage tensors.....	116
8.3. Rock mass destruction.....	123
9. FUZZY SETS AND LOGIC.....	126
9.1. General definition and operation.....	127
10. SUMMARY.....	131
BIBLIOGRAPHY.....	133
DESCRIPTION OF SYMBOLS.....	146
ABSTRACT.....	148

1. WPROWADZENIE

Potocznie rozumiane słowo „hierarchia” kojarzy się ze strukturą organizacyjną kościoła, państwa, przedsiębiorstwa itp. Identyfikujemy ją z dyrektorem, jego zastępcami, kierownikami działów, a na samym dole owej piramidy widzimy robotników. W istocie rzeczy wszyscy oni są pracownikami tej samej firmy – należą do jednego zbioru. Poszczególne figury reprezentują tylko różne podzbiory. Żaden z działów nie ma samoistnego bytu. Każdy - stanowi sumę swych podzbiorów.

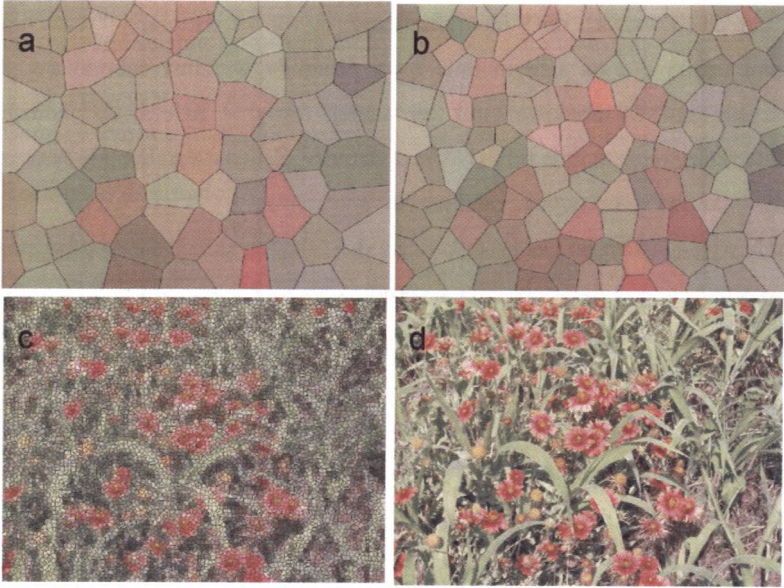
Podobnie wygląda sam proces produkcji. Produkt finalny składa się z podzespołów, które zawierają w sobie inne podzespoły. Dla wyprodukowania samochodu tworzy się podwozie, nadwozie, silnik, fotele itd. Budowane podzespoły często w odległych rejonach świata, po montażu dadzą produkt finalny. Nie jest przy tym możliwe określenie ważności poszczególnych części składowych. Pominięcie którejs z nich spowoduje albo zupełną utratę wartości użytkowej, albo w najlepszym wypadku degradację produktu końcowego.

Hierarchię widzimy poczynając od atomu (centralne jądro i wirujące wokół niego elektrony) poprzez związki chemiczne (część centralna i grupy funkcyjne cząsteczki), układ planetarny (centralna gwiazda i jej planety) aż do galaktyki. Podobnie skonstruowane są, najbardziej zaawansowane, wytwory naszego myślenia – systemy filozoficzne czy religijne. Wszechobecność hierarchii jest następstwem bardzo prostego, a zarazem podstawowego dla sposobu ludzkiego myślenia, faktu – jest ona skutkiem podziału dowolnego zbioru na dowolny zespół podzbiorów, które dalej dzielimy aż do wyczerpania możliwości rozkładu. Nie jest przy tym istotne, czy ów podział oparty jest na jakichś logicznych przesłankach czy też jest on zupełnie przypadkowy. Zawsze zbiór będący sumą swoich podzbiorów wydaje się być ważniejszy od swych części składowych, co sprawia wrażenie współzależności piramidalnej.

Hierarchia nie jest określoną raz na zawsze, zastygłą strukturą. Wraz z upływem czasu zmieniają się stosunki społeczne, metody produkcji, doskonalone są sposoby zarządzania, co przemienia struktury państw i społeczeństw. Był też czas, kiedy nie było gwiazd, galaktyk, czy nawet atomów. Oddziaływania wzajemne elementów struktury hierarchicznej są w stanie, bez ingerencji zewnętrznej, zmienić kształt hierarchii.

Rozpatrywana w tej pracy hierarchia wstrząsów górniczych zmienia się nie tylko skutkiem gromadzenia coraz to większej ilości wstrząsów, ale również z powodu udoskonalania wiedzy o polu prędkości fal sejsmicznych. Nowo rejestrowane wstrząsy dostarczają materiału umożliwiającego ciągle poprawianie pola prędkości. Zmodyfikowane

prędkości fal sejsmicznych pozwalają na dokładniejszą lokalizację wszystkich wcześniej odnotowanych wstrząsów, co modyfikuje pierwotny układ.



Rys. 1.1. Mozaiki
Fig. 1.1. Mosaics

Hierarchię wstrząsów można przyrównać do zbioru mozaik o narastającej rozdzielczości. Patrząc na mozaiki (a), (b) nie możemy zidentyfikować obiektu, który one przedstawiają, ale możemy, z narastającą dokładnością, wskazać miejsca kwiatów bądź traw. Po przypisaniu zdarzeń sejsmicznych do obszarów nie widzimy indywidualnych wstrząsów ani efektów ich wystąpienia. Dostępna jest natomiast informacja o skutkach kolektywnych, o całkowitym zniszczeniu, o globalnych zmianach naprężeń, o sumarycznej energii wyemitowanej z każdego fragmentu górotworu itp. Dostajemy szansę na skorelowanie nagromadzonej informacji z tektoniką czy z eksploatacją. Być może na którymś z poziomów hierarchii stanie się możliwe przewidzenie obszaru wystąpienia kolejnego wstrząsu.

Na niskich poziomach hierarchii predykcja obarczona jest błędem na tyle dużym, że traci praktyczny sens. Możliwe jest jednak, że w miarę narastania szczegółowej wiedzy o prawidłowościach, nawet i lokalnych, specyficznych jedynie dla danego konkretnie rozpatrywanego obszaru, możliwa będzie predykcja wstrząsu na poziomie wysokim i tak jak mozaika (c) wskazuje konkretne miejsce pojedynczego kwiatu z oryginału (d), stanie się możliwe przewidzenie miejsca wstrząsu z wystarczającą dokładnością.

Kolejne piętra hierarchii wstrząsów (tak jak mozaiki a – d) sprawiają wrażenie obiektów przypadkowych. O tym, jak wielki jest chaos dowolnego zbioru, informują stosowne miary nieporządku. Informują one o możliwościach przewidywania rozwoju obiektu, dostarczają też informacji na temat mechanizmu zachodzących w nim przemian.

Wymiar fraktalny odzwierciedla samo podobieństwo podzbiorów. Fraktale powstają na skutek działania takich samych zespołów mechanizmów porządku na kolejnych szczeblach hierarchii. Takie same mechanizmy niszczą zarówno małe okruchy, jak i wielkie bloki skał. Te same mechanizmy zmuszają duże i małe fragmenty skał do przemieszczania się wzdłuż uskoków. Zgromadzony materiał wskazuje istnienie dwu zespołów przyczyn powstawania wstrząsów. Zapewne, bifraktalna struktura wstrząsów jest następstwem pojawiania się wstrząsów na uskokach i wstrząsów powstających przez zgniatanie (rozrywanie) fragmentów górotworu.

Inna miara chaosu – entropia jest łącznikiem między tradycyjnymi sposobami badania wstrząsów i klasyczną termodynamiką. Zdefiniowana poprzez entropię temperatura sejsmiczna może być miarą zagrożenia sejsmicznego. Intuicyjne odczucie ciepła dobrze się zgadza z pojęciem temperatury sejsmicznej, przez co wygodne jest używanie tego pojęcia. Obszary, którym jest przypisana duża entropia, stanowią zwarte i proste struktury geometryczne układające się wzdłuż silnie aktywnych fragmentów kopalni. Zapewne, korelują z tektoniką obszarów górniczych. Z braku stosownych danych badania tych korelacji nie zostały przeprowadzone.

Wymuszona geometrią wstrząsów górniczych struktura hierarchiczna staje się magazynem gromadzącym informacje niesejmiczne. Poszczególnym szczeblom hierarchii można przypisać dane obrazujące stopień zniszczenia górotworu, przyrosty naprężeń, przemieszczenia mas skalnych bądź inne. Informacje tego rodzaju są niezbędne przy dokonywaniu różnego typu analiz i porównań. Gromadzone dane są zarówno czysto empiryczne, jak i otrzymane w drodze obliczeń z zastosowaniem różnych modeli.

W rezultacie, zasoby informacji, jakimi dysponujemy, przekraczają możliwości ludzkiej percepcji. Ponadto, większość danych obciążona jest dużym błędem. Spora niepewność i duża ilość informacji skłaniają do zastosowania metod sztucznej inteligencji, wyposażonych w mechanizmy logiki rozmytej, dla sprawnego i efektywnego poszukiwania prawidłowości w przebiegu zjawisk sejsmicznych. Budowa takiego sztucznego mózgu jest następnym krokiem kontynuującym badania tej pracy.

2. KOPALNIANE ZJAWISKA SEJSMICZNE

Indukowane eksploatacją górnictw, nagłe i niespodziewane pęknięcie masywu skalnego, owocujące zniszczeniami zarówno w wyrobiskach kopalnianych, jak i na powierzchni eksploatowanego terenu, były obserwowane już od dawien dawna. Jednak dopiero ostatnie dwie dekady, dzięki gwałtownemu rozwojowi technologii umożliwiającemu powstanie tanich i precyzyjnych urządzeń pomiarowych oraz odpowiednio szybkich komputerów, dały istotny wkład w poznanie przyczyn i mechanizmu dewastujących środowisko, kopalnianych oddziaływań sejsmicznych. Rodząca się sejsmologia ilościowa otwiera drogę do poznania istoty wstrząsów górnictw, co w konsekwencji może doprowadzić do opracowania bezpiecznych metod eksploatacji podziemnej.

Na obecnym stopniu rozwoju sejsmologii ilościowej można odnotować istotny postęp w poznaniu mechanizmu wstrząsów dzięki osiągnięciom uzyskanym metodami lokalizacji wstrząsów górnictw, dzięki pracom nad poznaniem mechanizmu niszczenia skał oraz przez pogłębione teoretycznie, eksperymentalne badania sejsmicznych parametrów źródeł wstrząsów. Skrótowy przegląd literatury poświęconej tym zagadnieniom został przedstawiony w kolejnych punktach tego opracowania. Jako specjalnie ważne zostały tu wyodrębnione wyniki otrzymane metodami lokalizacji wstrząsów. Oddzielne punkty dotyczą literatury relacjonującej osiągnięcia sejsmologii otrzymane w drodze analizy magnitudy wstrząsów, mechanizmu niszczenia górotworu, maksymalnej prędkości cząstek górotworu oraz parametrów źródła wstrząsu. Niektóre ze znalezionych relacji empirycznych zostały zebrane w oddzielny punkt opracowania.

Współczesne trendy w fizyce i matematyce rozprzestrzeniają się na dziedziny pokrewne dając nowe spojrzenie na istotę chaosu. Niezwykle skomplikowane, zależne od wielu czynników, procesy naturalne można generować prostymi algorytmami geometrii fraktalnej. Złożone, nieliniowe układy fizyczne o nie w pełni znanej strukturze wewnętrznej można badać i modelować posilując się teorią zbiorów rozmytych, przybliżoną logiką czy też sieciami syntetycznych neuronów.

2.1. Magnituda

Równoległe do lokalizacji wstrząsów wyznacza się ich magnitudę. Do określenia tego parametru wymagana jest bowiem jedynie odległość sejsmometru od hipocentrum

i odnotowana na nim maksymalna amplituda drgań punktów ośrodka. Tradycyjnie, polskie górnictwo (Gibowicz [1]) bazuje na empirycznym związku magnitudy i długości zapisu sejsmogramu, który umożliwia wyznaczenie, skorelowanej z magnitudą, energii wstrząsów. Taka metoda jest bardzo użyteczna w przypadku sejsmogramów o bardzo złej jakości zapisu. Magnituda wstrząsu koreluje z wieloma fizykalnymi parametrami wstrząsu. Między innymi Spottiswoode [2] wskazał istnienie związku magnitudy i momentu sejsmicznego, który należy do grupy parametrów, jakie potrafimy wyznaczyć z analizy pełnego sejsmogramu w drodze dość skomplikowanych obliczeń. Moment sejsmiczny koreluje z rozmiarami ognisk wstrząsów. Stosowne informacje zawarte są w opracowaniach: Aki [3], Spottiswoode, McGarr [4], Gibowicz [5], Hedley [6].

Magnituda jest bardzo użytecznym parametrem przy odnajdywaniu rejonów kopalni, w których wstrząsy górnicze emitują ekstremalnie duże energie (McGarr [7], Spottiswoode [8]) lub, co ma znacznie większe znaczenie praktyczne, do odnajdywania rejonów, w których wstrząsy powodują ekstremalnie duże zniszczenie górotworu (Obert, Duvall [9], Deliac, Gay [10], Lendhardt [11], Wanat [12]). Czasami, potrzebna jest procedura umożliwiająca wyznaczenie energii przy znanym zniszczeniu. Wymaganą relację podał Rudajev [13]. Związki magnitudy i stopnia zniszczenia górotworu są nieco różne dla różnych kopalń (Dempster [14]), jednak ich uniwersalny charakter umożliwia powiązanie lokalizowanych wstrząsów o zmierzonej magnitudzie z rezultatami modelowania numerycznego. Badania tego rodzaju przeprowadzili: Hedley [6], McGreary, Grant, Falmagne [15]. Dysponując eksperymentalnym ciągiem magnitud wstrząsów górniczych można odtworzyć prędkość eksploatacji podziemnej (Blake [16], Gay, Spencer, Van Wyk, Van Der Heever [19]), chociaż, jak się wydaje, stosowne związki empiryczne są istotnie różne w różnych rejonach. Najważniejszą cechą magnitudy jest jej niezależność od głębokości występowania wstrząsów. Stwierdzają to autorzy: McGarr, Bicknell, Sembera, Green [18]. Magnituda jest parametrem uniwersalnym w każdym rejonie aktywności sejsmicznej. Chociaż często z uwagi na różne sposoby wyznaczania magnitudy nie można bezwzględnych wartości tego parametru przenosić między różnymi kopalniami, to zawsze obowiązuje powszechnie znana relacja Gutenberga-Richtera

$$\log(N) = a - bM \quad (2.1)$$

gdzie:

a, b – stałe,

N – liczba wstrząsów o magnitudzie nie mniejszej od M.

Jej uniwersalność (McGarr [20]) umożliwia statystyczną ocenę ryzyka sejsmicznego. Opracowania stosownych metod zawierają prace: McGarr [21], Bath [22], Calder, Archibald, Madsen, Bullock [23], Lasocki [24], Hedley [25], Stewart., Spottiswoode [26]. Metody te pozwalają ocenić ryzyko wystąpienia wstrząsu o magnitudzie przekraczającej określoną wartość progową w zadanym interwale czasu lub przedziale czasu spodziewanego między wstrząsami o zadanym poziomie magnitudy. Uniwersalny charakter związku (2.1) pozwala na jego stosowanie przy ocenie zagrożenia sejsmicznego nowych, dopiero projektowanych poziomów eksploatacyjnych. Parametr b we wzorze (2.1) jest bliski jedności. Obniżanie się tej wartości w pewnym przedziale czasu oznacza zwiększenie zagrożenia sejsmicznego. Obniżanie wartości parametru b można powiązać ze wzrostem naprężeń w obserwowanym rejonie kopalni. Relacjonują to prace: Bath [22], Gibowicz [1]. Wzrost naprężeń może z kolei oznaczać zbliżanie się (Swanson, Sines [28]) eksploatacji do rejonu uskoków. Problemy interpretacji zachowań współczynnika b i wpływu uskoków na magnitudę wstrząsów przedstawiają: Deliac, Gay [10], Spottiswoode [2].

2.2. Mechanizm niszczenia

Najprostsza z analiz, określających sposób niszczenia masywu skalnego, polega na rejestracji znaku wychyleń przychodzących w pierwszej kolejności fal sejsmicznych (Gibowicz [1]). Dla jej urzeczywistnienia niezbędna jest jedynie poprawnie wykalibrowana aparatura rejestracyjna. Następstwem analizy polaryzacji pierwszych wejść fal sejsmicznych może być wyodrębnienie, najistotniejszego w badanym przypadku, sposobu niszczenia skał. Może to być: implozja, eksplozja bądź też powstanie pęknięcia i przemieszczenie się skał wzdłuż jego rozciągłości. Dalsze analizy umożliwiają zakwalifikowanie wstrząsu do podlegającego lub nie podlegającego pod teoretyczny model działania podwójnej pary sił. Informacje na ten temat zawarte są w opracowaniach: Gibowicz, Young, [29], Talebi, Young [30], Feignier, Young [31], Stickney, Sprenke, Kenneth [32], Swan, Semadeni, [33], Urbancic [34], Urbancic, Feustel, Marisett [35].

Wiele prac: Gibowicz [27], Ishida, Uchita [36], Urbancic [34], Stickney, Sprenke, Kenneth [32], Williams, Girard, Wideman [37], Trifu, Urbancic [38], było poświęconych poszukiwaniu związku fokalnego mechanizmu źródła wstrząsu ze strukturami geologicznymi. Znalezione korelacje umożliwiają wyodrębnienie aktywnych i nieaktywnych sejsmicznie struktur geologicznych. Poszukiwaniom tych relacji poświęcone są opracowania: Boler, Swanson [39], Scott, Williams, White [40], Trifu, Urbancic [38].

W niektórych przypadkach, co stwierdzili: Joughin, Jagger [41], Gay [42], orientacja ogniska wstrząsu jest w dobrej koincydencji z orientacją znanych uskoku geologicznych. Czasami obserwowane niezgodności (Bawden [43]) są następstwem braku aktywności uskoku. Istnieją związki (Wong [44]) między rezultatami ocen fokalnego mechanizmu źródła wstrząsu a tektoniką obszaru aktywnego sejsmicznie oraz zmierzonymi in situ naprężeniami tektonicznymi. Relacjonują je prace: Gay, Spencer, Van Wyk, Van Der Heever [17], Trifu, Urbancic [38]. Wyznaczone z fokalnego mechanizmu wstrząsu główne osie naprężeń korespondują ze stanem naprężeń górotworu. Odpowiednie badania przeprowadzili: Urbancic, Feustel, Marisett [35], Ishida, Uchita [36], Bird [45], Bawden, Mercer [46].

Czasami (Gibowicz [5]) stan górotworu jest tak skomplikowany, że fokalny mechanizm wstrząsu nie może dać satysfakcjonującego rozwiązania. Generalizując wyniki przeprowadzonych badań (Dempster [14]), można jednak stwierdzić, że małe wstrząsy podlegają mechanizmowi eksplozywnemu, natomiast duże są wynikiem zgniatania (implozji) bądź przemieszczania się skał wzdłuż uskoku. Potwierdzają to badania autorów: Kuszniar, Al-Saigh, Ashwin [47], Urbancic [34].

Wyniki badań fokalnego mechanizmu wstrząsów są łatwe do porównania z rezultatami prac symulacyjnych (Connors, Urbancic, Bawden, Young [48]) i pokrywają się z rozwiązaniami uzyskanymi metodą elementów brzegowych (Bawden [43]), jak i z rozwiązaniami uzyskanymi metodą elementów skończonych (Board [49]).

2.3. Maksymalna prędkość

Analiza pełnego, dobrej jakości sejsmogramu umożliwia wyznaczenie przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń cząstek górotworu podczas wstrząsu. Można eksperymentalnie wyznaczyć zarówno przestrzenne, jak i czasowe funkcje opisujące zmiany wymienionych parametrów. Podają to prace: Semadeni, Rochon, Niewiadomski [50], Hemp, Goldbach [51], Siebrits, Hildyard, Hemp [52]. Wymienione parametry zależą od odległości rozpatrywanego punktu górotworu do źródła wstrząsu oraz od czasu wpływającego od momentu powstania zjawiska sejsmicznego.

Informacje o zachowaniu tych parametrów są niezwykle użyteczne przy projektowaniu i doborze odpowiedniej obudowy wyrobisk kopalnianych. Badania podanych związków przeprowadzili: Butler, van Aswegen [53], McGarr [54].

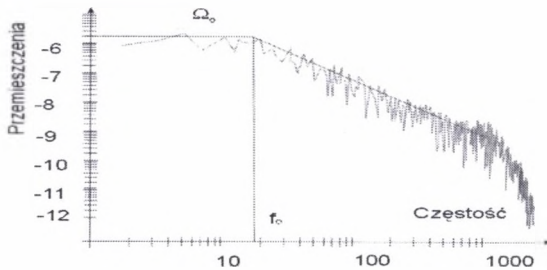
W pracach: Hedley [55], McGarr [7], Blake, Cuvelier [56], Kaiser [57] zostały powiązane szczytowe prędkości cząstek gruntu z odległością od źródła wstrząsu, którego minimalna

magnituda jest dostatecznie wielka do wywołania takich samych efektów niszczących. Ustalenie związków zniszczenia z magnitudą czy energią wstrząsu wymaga uwzględnienia specyfiki geologicznej rozpatrywanego obszaru (Drzęźła, Garus, Kijko [58], Dempster, Tyser, Wagner [59]), co znacznie komplikuje proces obliczeń. Wymienione prace stwarzają możliwość przewidywania stanu zagrożenia sejsmicznego już na etapie projektowania wyrobisk eksploatacyjnych.

Maksymalna prędkość cząstek gruntu koresponduje ze zniszczeniem górotworu. Odpowiednie relacje zawierają opracowania: Langefors, Kihlstrom [60], Hedley [55], Owen, Scholl [61], Wagner [62], Hedley [6], Jesenak, Kaiser Brummer [63], Ortlepp [64], Yi, Kaiser [65]. Maksymalna prędkość cząstek gruntu koreluje z momentem sejsmicznym wstrząsów (Spottiswoode [2], McGarr Bicknell [66], McGarr [54]) oraz ze średnim przemieszczeniem mas skalnych w ognisku i z rozmiarami ogniska wstrząsu (McGarr, Bicknell [66]).

2.4. Parametry źródła wstrząsu

Kompleksowa analiza źródła wstrząsu może być wykonana po przeprowadzeniu fourierowskiej transformacji zmierzonych wychyleń cząstek ośrodka w domenie czasu na domenę częstości. Gęstość spektralna sejsmogramu charakteryzuje się rozległym plateau Ω_0 w niskich częstościach oraz potęgowym zanikaniem powyżej częstości narożnej f_0 .



Rys. 2.1. Gęstość spektralna
Fig. 2.1. Spectral density

Po wyznaczeniu Ω_0 , f_0 oraz parametru α opisującego prędkość zanikania gęstości spektralnej ($f^{-\alpha}$) można skorzystać z jednego spośród kilku modeli źródła wstrząsu, by znaleźć jego promień r_0 , moment sejsmiczny M_0 , energię E oraz spadek naprężeń w ognisku $\Delta\sigma$.

Wyznaczone promienie ognisk wstrząsów są porównywalne z wymiarami ognisk otrzymanymi z obserwacji położen postwstrząsów (Gibowicz [5], Spottiswoode [8]) lub z rozmiarami ognisk (Spottiswoode, McGarr [4], Gibowicz [27]).

Czasami, gdy wstrząsy występują w obszarze wyrobisk, przemieszczenia mas skalnych wzdłuż powstałej płaszczyzny pęknięcia, udaje się zmierzyć moment sejsmiczny wstrząsu. Przedstawione prace: Cook [67], Tinucci, Spearing [68], Webber [69], Ryder [70] pozwalają na dokonanie oceny momentu sejsmicznego z zależności:

$$M_0 = \mu SD \quad (2.2)$$

gdzie:

μ – podatność,

S – powierzchnia pęknięcia,

D – przemieszczenia mas skalnych.

Ponieważ, jak to wynika z rozważań teoretycznych (Tinucci, Spearing [68]), moment sejsmiczny wynosi:

$$M_0 = \int_V \Delta\sigma \, d\vec{r} \quad (2.3)$$

gdzie całkowanie rozciąga się na całą objętość źródła wstrząsu, to korzystając z twierdzenia o wartości średniej, możemy ocenić spadek naprężeń $\Delta\sigma$ w ognisku wstrząsu. Okazuje się (Spottiswoode, McGarr [4]), że tak wyznaczone $\Delta\sigma$ zgadzają się z pomierzonymi wartościami naprężeń. Obserwowane własności wstrząsów zgadzają się również (Bawden [43]) z rezultatami badań numerycznych.

W wielu przypadkach estymowane, tym sposobem, parametry źródła wstrząsu nie zgadzają się z bezpośrednimi obserwacjami. Przyczyny błędów tkwią bądź w nieodpowiednim wyborze modelu źródła (Gibowicz [5]), bądź w pominięciu lub złym zdefiniowaniu pochłaniania ośrodka. Jedną z możliwości uwzględnienia efektów pochłaniania daje analiza współczynnika dobroci ośrodka Q. Metodę oceny parametru Q podają: Spathis, Blair, Grant [71], Feustel, Urbancic, Young [72]. Współczynnik dobroci może się zmieniać od 20 w skałach zniszczonych do 200 w skałach o nienaruszonej strukturze. Oceny wartości tego parametru podali: Churcher, Spottiswoode [73], Spottiswoode [2]. Pominięcie efektów pochłaniania fal sejsmicznych może więc istotnie zniekształcić obliczane parametry wstrząsu. Wiele opracowań: Talebi, Young [30], Spottiswoode, McGarr [4], Gibowicz [27], Fernandez, Van Der Heever [74], Gibowicz, Young, Talebi, Rawlence [29], wykazuje znaczne różnice w obliczanych parametrach źródła wstrząsu w różnych rejonach. Są one skutkiem rozmaitych metod pomiarowych (Gay [42]) bądź też różnymi w różnych obszarach sejsmicznych, mechanizmami wstrząsów. Stwierdzają to autorzy: McGarr, Bicknell, Sembera, Green [18], Swanson, Sines [28].

2.5. Relacje empiryczne

Przy prostej geometrii kopalń oraz przy sprężystym otoczeniu wyrobisk górniczych aktywność sejsmiczna wzrasta wraz z głębokością eksploatacji. Odpowiednie relacje stwierdzili McGarr [75], Spottiswoode [76].

- Sumaryczna energia wstrząsów jest zależna od objętości wybranej (Głowacka [77]) oraz rozmiaru zniszczeń (Gorbunova, Kal'met'eva, Voinov [78]), wywołanych eksploatacją.
- Moment sejsmiczny zależy funkcyjnie od wybranej objętości (McGarr [75], Hedley [6]), natomiast sumaryczny moment sejsmiczny jest proporcjonalny do objętości wybranych skał.
- Magnituda M jest proporcjonalna do momentu sejsmicznego M_0 .
- Moment sejsmiczny koreluje z nadwyżką naprężeń ścinających; relacjonują to: Holmes, Reeson [79], Webber [69].
- Przemieszczenia D mas skalnych w ognisku wstrząsu korelują z jego magnitudą lub momentem sejsmicznym oraz promieniem r_0 ogniska wstrząsu. Ogniskom wstrząsów o małych rozmiarach r_0 odpowiadają duże częstotliwości narożne f_0 . Zwykle (Gibowicz [5]) towarzyszą im duże spadki naprężeń w ognisku $\Delta\sigma$. Istnieją reguły skalowania (Spottiswoode, McGarr [4]), pokazujące, że wzrost r_0 przy wzrastającym momencie sejsmicznym M_0 i malejącej częstotliwości narożnej f_0 wiąże wstrząsy o tym samym spadku naprężeń w ognisku $\Delta\sigma$.
- W wielu pracach nie potwierdza się istnienia wspomnianych relacji skalujących: Hanks [80], Spottiswoode [2], Urbancic, Feustel, Marisett [35]. Badania te wskazują na niezależność $\Delta\sigma$ od magnitudy czy momentu sejsmicznego.
- Duże wstrząsy w nienaruszonym obszarze górotworu (McGarr, Bicknell, Sembera, Green [18], Board [49]) mogą mieć małe ogniska i charakteryzować się dużymi spadkami naprężeń $\Delta\sigma$. Podczas gdy takie same wstrząsy w obszarach zniszczonych wykazują duże rozmiary ognisk r_0 i małe $\Delta\sigma$.
- Niszczenie górotworu powodują czasowe serie wstrząsów skorelowane ze zmieniającymi się naprężeniami (Eneva, Young [81]). Aktywność sejsmiczna kopalni bardzo szybko spada po jej zamknięciu (Cook [67]), przy czym zwiększa się moment sejsmiczny (Young, Talebi [82]) wstrząsów.
- Metody przewidywania momentu wystąpienia wstrząsu, bazujące na danych sejsmologicznych, geologicznych i górniczych, czy też na wysoko częstotściowych

prekursorach wstrząsu (Calder, Archibald, Madsen, Bullock [23], Archibald, Calder, Moroz, Semadeni, Yeo [83]) nie dają zadowalających rezultatów (Pakalnis [84], Kijko, Fund, Brink [85]). Pewien postęp w tej dziedzinie (Mendecki [86]), dotyczący 35% – 60% populacji, został odnotowany przez analizę liczby Deborah.

- Obszar aktywności sejsmicznej koreluje z obszarem naprężeń maksymalnych (Gibowicz, Kijko [1], Gil [87]). Nagła zmiana skumulowanej objętości pozornej i skumulowanej energii oznacza zmianę warunków fizycznych.
- Zmniejszanie się parametru $\Delta\sigma$ (Trifu, Urbancic [38]), może być oznaką powstawania dużego pęknięcia górotworu w obszarze aktywnym.
- Wstrząsy o małym momencie sejsmicznym (Urbancic [34]) lokalizowane są w dużych odległościach od frontów eksploatacyjnych (rzędu 50 m). Duże momenty sejsmiczne mają wstrząsy lokalizowane na małych (do 10 m) odległościach.

2.6. Geometria fraktalna

W naturze występuje wiele układów fraktalnych (Mandelbrot [88], Korvin [89]), którym można przypisać pojedynczy parametr – wymiar fraktalny D – całościowo opisujący ich geometrię. Fraktale tego rodzaju definiuje wzór:

$$N = \frac{C}{r^D} \quad (2.4)$$

wiążący liczbę elementów fraktala N z ich wymiarem charakterystycznym r , gdzie:

- D – wymiar fraktalny,
- N – liczba elementów zbioru,
- C – stała proporcjonalności,
- r – wymiar charakterystyczny.

Wiele empirycznych praw sejsmologii, włącznie z przedstawionym relacją (2.1) prawem Gutenberga–Richtera, opisanych jest związkami fraktalnymi.

Postwstrząsy opisywane ich liczbą $N(t)$ w przedziale czasu t , jaki upłynął od momentu wstrząsu głównego, opisuje prawo hiperboliczne

$$N(t) \propto \frac{1}{t}. \quad (2.5)$$

Jest to najstarsza z prawidłości sejsmologicznych, podana przez Omoriego (1894).

W terminologii fraktali – jest to relacja fraktalna, w której wymiar fraktalny $D=1$. Współczesne badania sejsmologiczne (Utsu [90]) dowodzą, że prawo Omoriego lepiej jest zapisać wzorem

$$N(t) = \frac{K}{(t+c)^p}. \quad (2.6)$$

Stała K jest tu stałą proporcjonalności, natomiast parametry c i p są charakterystyczne dla poszczególnych regionów sejsmicznych, przy czym, zależnie od regionu, p zmienia się od 0,9 do 1,4, natomiast c jest zawsze niewielką liczbą. Z uwagi na to, że $c \approx 0$, związek ten jest relacją fraktalną przynajmniej dla dużych t .

Liczba wstrząsów $N(>S)$, w których obszar zniszczony jest większy od S , jest odwrotnie proporcjonalna do wielkości tegoż obszaru w potęgze b .

$$N(>S) \propto \frac{1}{S^b}. \quad (2.7)$$

Tak więc rozmiary ognisk wstrząsów podlegają rozkładowi fraktalnemu.

Przestrzenne rozkłady hipocentrow i epicentrow wstrząsów można uważać za fraktalne. Wyznaczone przez Kagana i Knopoffa [91] wymiary fraktalne wstrząsów sejsmicznych z obszaru Kalifornii wynoszą $D=1,1$, a dla wstrząsów z obszaru Japonii $D=1,3$. W odniesieniu do wstrząsów wywołanych eksploatacją górnictw Domanski [92] stwierdził, że dla kopalń węgla wymiary fraktalne rozkładu epicentrow wstrząsów zmieniają się w granicach $1,5 < D < 1,75$, a dla kopalń miedzi $2 < D < 2,3$.

W wielu przypadkach proste, w pełni samopodobne fraktale są zbyt daleko idącym uproszczeniem. Układy multifraktalne opisywane są (Tadashi, Keisuke, Toshikatsu [93]) uogólnionym wymiarem fraktalnym D_q , który jest funkcją pewnego parametru q ($-\infty < q < \infty$). Analiza multifraktalnych rozkładów wstrząsów (Tadashi, Keisuke, Toshikatsu [93], Cosentino, De Luca, Luzio [94], Mortimer [95]) wskazuje potencjalne możliwości zastosowania tej metody do predykcji dużych zjawisk sejsmicznych.

3. PRZEGLĄD MODELI WSTRZĄSÓW

Nasza obecna znajomość mechanizmu powstawania wstrząsów pochodzi z danych geofizycznych, sejsmologicznych oraz geodezyjnych uzyskanych w trakcie badania wstrząsów organicznie związanych z rowami tektonicznymi. W obszarze rowów tektonicznych istnieje bowiem, duże zagrożenie wstrząsami, a ponadto dotyczy ono krajów tak bogatych, jak USA czy Japonia. Kraje te mogły sfinansować stosunkowo kosztowne prace badawcze. Bazując na wynikach tych badań skonstruowano liczną grupę modeli wstrząsów odpowiadających warunkom fizycznym panującym na uskokach i rowach tektonicznych. Na bazie mechaniki zniszczenia są to opracowania Rudnickiego [96] oraz Li [97]. Modele dynamiczne, bazujące na dynamice tworzących się pęknięć, opracowali Das i Aki [98] oraz Freund [99]. Przeglądowe prace z tej dziedziny opublikowali Rice [100] oraz Scholz [101].

Opierając się na opracowanym przez Huanga i Turcottea (1992) poślizgowym mechanizmie powstawania wstrząsu prezentujemy jeden z możliwych sposobów rozwiązania tego problemu. Choć ruch układu mas skalnych oddziałujących siłami sprężystymi jest opisywany układem równań różniczkowych i mogłoby się wydawać, że wobec tego jest on w pełni zdeterminowany, to jednak tak nie jest. Nieliniowa zależność sił od prędkości staje się źródłem chaosu. Przy niektórych układach parametrów nieskończenie małe zaburzenia stanu początkowego powodują rozbieżność rozwiązań. Układ równań opisujących ruch mas skalnych staje się niestabilny, co jest przyczyną chaosu.

Inny typ rozumowania prezentuje, przedstawiony przez Kemeny i Hagamana [102], model szorstkich centrów. Ponieważ precyzyjny opis stanu masywu skalnego w obszarze uskoków nie daje deterministycznego wyniku, to można się posłużyć metodami statystycznymi już w momencie konstruowania fizycznego modelu obszarów przyskokowych. Podstawowe prawa fizyki mogą być wprężnięte do opisanego stanu układu, w którym bloki skał podtrzymywane są przypadkowo rozłożonymi centrami sił tarcia o przypadkowych wielkościach. Precyzyjny opis fizyczny dotyczy statystycznie rozłożonych sił, a otrzymane wyniki odnoszą się do rzeczywistości tak samo dokładnie, jak i wyniki uzyskane w drodze analizy układu równań różniczkowych.

Istnieje wiele modeli powstawania wstrząsów ujmujących rozumowanie fizyczne oraz elementy statystyki. Bywa tak, że różne modele bazują na wykluczających się założeniach, a mimo to prowadzą do bardzo podobnych rezultatów. Ito i Matsuzaki [103] poszukiwali przyczyny tego stanu rzeczy. Opracowany przez nich model procesu samoorganizacji wstrząsów wskazuje, że istotą wszelkich modeli wstrząsów jest samoorganizacja, którą krótko

ujęli postulując wprowadzenie relaksacji entropii. Model samoorganizacji wstrząsów można uważać za uogólnienie szerokiej klasy modeli powstawania wstrząsów. Proces samoorganizacji wstrząsów, chociaż matematycznie jest najprostszym ze znanych mi modeli, ujmuje najistotniejsze zasady postępowania, takie że dowolna ich reprezentacja fizykalna doprowadzi do poprawnych wyników. Ideowo podobny do niego, jednowymiarowy model samoorganizacji wstrząsów zaproponowali Newman, Turcotte i Gabrielov [104] dla oceny statystyki rozkładu czasu kolejnych wstrząsów.

Zwykle układy fizyczne dają się zwięźle opisać w drodze analizy ich energii. Prezentację modeli powstawania wstrząsów poprzedziłem rozważaniami tego rodzaju. Ich najważniejszym wynikiem jest stwierdzenie, że przekroczenie naprężeń krytycznych wymaganych do zniszczenia fragmentu górotworu jest jedynie koniecznym warunkiem powstania wstrząsu. Ważniejszy od niego jest warunek dostateczny – aby powstał wstrząs sejsmiczny, potrzebny jest odpowiedni układ stałych materiałowych otoczenia i niszczonego fragmentu.

3.1. Warunki powstania wstrząsu

Obszerny opis warunków stabilności górotworu zawiera seria czterech artykułów Tanga i Hudsona [105], która jest podstawą poniższego opracowania. Niektóre z elementów mechaniki niszczenia zostały zaczerpnięte z pracy Lemaitre [106] oraz Kachanova [107]. W pierwszym podpunkcie opracowania przedstawiony jest ogólny sposób rozwiązywania problemów fizycznych rozpatrywanych przez ogólną teorię katastrof. Następnie przedstawione jest wyprowadzenie przybliżonego równania stanu masywu skalnego. A ostatni z podpunktów koncentruje się na ustaleniu warunków niezbędnych do powstania wstrząsu. Przedstawione rozważania obowiązują dla wstrząsów dowolnego rodzaju.

3.1.1. Elementy ogólnej teorii katastrof

Teoria katastrof znalazła szerokie zastosowanie w mechanice, biologii, sejsmologii i innych dziedzinach nauki. Jej główne zadanie polega na odnajdywaniu wpływu parametrów kontrolnych układu na nieciągłe (katastroficzne) zmiany jego stanu. Parametrami kontrolnymi nazywamy takie parametry fizyczne, które decydują o jakościowych zmianach w przebiegu opisywanych zjawisk. W typowym przypadku, zmieniający się wraz z czasem t , stan układu $\vec{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ jest opisywany zespołem równań ewolucyjnych

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

w którym zespół parametrów kontrolnych można krótko oznaczyć jako wektor $\vec{\lambda}^T = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ pewnej m -wymiarowej przestrzeni kontrolnej C . Wektory \vec{x} należą z kolei do pewnej n -wymiarowej przestrzeni stanu S .

Bardzo ważne we wszystkich działach nauki są tzw. układy zachowawcze, tj. takie, dla których istnieje potencjał V , czyli taka funkcja zmiennych stanu uzależniona od parametrów kontrolnych, że

$$F_i(\vec{x}, \vec{\lambda}) = \frac{\partial}{\partial x_i} V(\vec{x}, \vec{\lambda}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2)$$

Zadaniem teorii katastrof jest wskazanie takich wartości parametrów $\vec{\lambda}$ oraz takich wartości \vec{x} , przy których rozwiązania układu równań ewolucyjnych (3.2) zmieniają się jakościowo. Dla realizacji tego celu nie jest konieczne rozwiązywanie układu (3.2). Wystarczy prześledzić pewne szczególne cechy potencjału V . Zwykle, potencjał układu jest przedstawiony przez skomplikowaną funkcję zmiennych stanu, co znacznie utrudnia proces badania zachowań równań ewolucyjnych. Dla ominięcia tych trudności można rozwinąć V w szereg Taylora wokół pewnego ustalonego punktu \vec{x}^0 ucinając go na kilku, początkowych wyrazach. Dzięki czemu uzyskuje się wielomianowe przedstawienie potencjału w najbliższym otoczeniu interesującego punktu. Wyrażone związkami (3.2) funkcje F_i są siłami. Układ znajduje się w równowadze, jeśli wszystkie działające na niego siły zerują się. Warunek równowagi pozwala skonstruować powierzchnię równowagową M zanurzoną w n -wymiarowej przestrzeni stanu S , na której znajdują się wszystkie możliwe stany układu. Powierzchnię M reprezentuje rozwiązanie układu równań algebraicznych

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} V(\vec{x}, \vec{\lambda}) &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \nabla_n V(\vec{x}, \vec{\lambda}) &= \vec{0} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Z uwagi na (3.3) M zbudowana jest ze wszystkich punktów ekstremalnych potencjału V , punktów siodłowych oraz innych punktów zdegenerowanych. Wszystkie punkty osobliwe mogą być wydzielone z powierzchni równowagowej, gdyż obliczony w nich wyznacznik drugich pochodnych (Hesjan) potencjału musi się zerować

$$\det(H(V)) = 0 \quad (3.4)$$

$$H(V) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 V}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 V}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 V}{\partial x_n^2} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Punkty osobliwe tworzą obszar bifurkacji **B**. W punktach obszaru **B** rozwiązania układu równań ewolucyjnych (3.1) mają kilka gałęzi o istotnie jakościowo różnych właściwościach.

Zamiast rozwiązywania układów skomplikowanych równań różniczkowych teoria katastrof zajmuje się znacznie prostszym zadaniem polegającym na badaniu osobliwości powierzchni stanu **M**. Należy znaleźć **M**, a to wymaga rozwiązania układu równań algebraicznych (3.3) w miejsce, znacznie bardziej skomplikowanych, równań różniczkowych. Następnie odnajduje się obszar bifurkacji **B**, co wymaga rozwiązania układu równań algebraicznych (3.4). Obszar bifurkacji rozdziela powierzchnię stanu **M** na kilka części, w których rozwiązania ewolucyjnych równań różniczkowych (3.1) mają jakościowo różne właściwości. Zarówno obszar **M**, jak i **B** opisywany jest funkcjami zmiennych stanu \vec{x} oraz parametrów $\vec{\lambda}$. Przez eliminację zmiennych \vec{x} dostaje się związki, jakie muszą spełniać parametry $\vec{\lambda}$, by rozwiązania układu równań ewolucyjnych należały do poszczególnych fragmentów powierzchni równowagowej.

Badanie osobliwości powierzchni w dowolnych, wielowymiarowych przestrzeniach nie jest jednak prostym zadaniem. Dlatego wyszczególniono i szczegółowo opracowano niektóre przypadki katastrof modelowych, mających duże znaczenie praktyczne. Więcej szczegółów na ten temat można znaleźć w pracy Awrejcewicza [108]. Warunki powstania wstrząsu opisuje katastrofa typu A_3 .

Katastrofa A_3 jest opisywana potencjałem

$$V(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} \lambda_1 x^2 + \lambda_2 x. \quad (3.6)$$

Rozpatrywany układ opisuje jeden parametr stanu x oraz dwa parametry kontrolne. Zgodnie z (3.3) i (3.4) dostajemy:

Powierzchnię równowagową

$$x^3 + \lambda_1 x + \lambda_2 = 0. \quad (3.7)$$

Powierzchnię bifurkacji

$$3x^2 + \lambda_1 = 0. \quad (3.8)$$

Powierzchnia bifurkacji redukuje się do jednego punktu, w którym

$$x = \sqrt{\frac{-\lambda_1}{3}}. \quad (3.9)$$

Po wyeliminowaniu parametru λ_1 z wyrażenia (3.7) otrzymuje się

$$\lambda_2 = 2x^3 \quad (3.10)$$

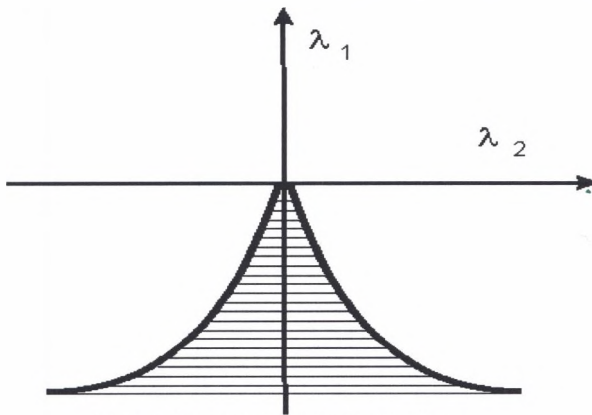
z czego dostajemy

$$x = \sqrt[3]{\frac{\lambda_2}{2}}. \quad (3.11)$$

Z porównania wzorów (3.11) i (3.9) można uzyskać równanie opisujące zbiór punktów bifurkacji w dwuwymiarowej przestrzeni parametrów kontrolnych

$$\left(\frac{\lambda_1}{2}\right)^3 + \left(\frac{\lambda_2}{2}\right)^2 = 0. \quad (3.12)$$

Obszar płaszczyzny parametrów (λ_1, λ_2) krzywa (3.12) rozdziela na dwa podobszary



Rys. 3.1. Obszar parametrów katastrofy A_3
Fig. 3.1. Space of parameters of A_3 catastrophe

W zakreskowanym obszarze parametrów kontrolnych potencjał katastrofy A_3 ma trzy ekstrema. Są to dwa minima lokalne rozdzielone przez jedno maksimum lokalne. Dla wartości parametrów λ_1, λ_2 spoza tego obszaru potencjał ma tylko jedno minimum lokalne i punkt przegięcia.

3.1.2. Równanie stanu masywu skalnego

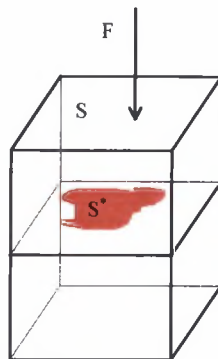
Ogólne rozważania teorii katastrof mogą być użyteczne dla określenia warunków powstania wstrząsu. Wytrzymałe skały otoczenia oddziałują na osłabioną część górotworu siłami sprężystymi

$$F = k_s u_s \quad (3.13)$$

gdzie symbolu s indeksującego stałą siłową k_s , reprezentującej skały otoczenie i ich przemieszczenia u_s , użyliśmy dla podkreślenia sprężystości tych sił. W obszarze przyszłego źródła wstrząsu skały są osłabione i częściowo zniszczone. Siły w tym zdefektowanym obszarze nie są proporcjonalne do deformacji. Dla przybliżonego określenia związku między naprężeniami σ i odkształceniami ε możemy przyjąć, że odkształcenia korelujące z lokalnymi defektami ośrodka podlegają rozkładowi Weibulla

$$f(\varepsilon) = \frac{m}{\varepsilon_0} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{m-1} \exp \left(- \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^m \right) \quad (3.14)$$

gęstość prawdopodobieństwa f znalezienia odkształceń ε wyraża się przez średnie odkształcenia mas skalnych w obszarze źródła ε_0 , a m jest stałą materiałową, tak zwanym parametrem kształtu. Interesującą nas relację $\sigma(\varepsilon)$ można uzyskać z pomocą mechaniki zniszczenia. Szczegółowy przegląd teorii zniszczenia można znaleźć w pracy Lemaitre [106], tutaj ograniczymy się jedynie do naszkicowania podstawowej idei mechaniki zniszczenia.



Rys. 3.2. Efektywna powierzchnia oddziaływań
Fig. 3.2. Effective surface of interaction

Siła F działająca na zdefektowaną próbkę wywołuje naprężenia efektywne σ^* przewyższające naprężenia σ rozumiane tradycyjnie jako stosunek siły do powierzchni S jej działania. Jeśli bowiem wyobrazimy sobie powierzchnię w zdefektowanym materiale, to

pewna jej część, równa powierzchni wszystkich defektów przecinających pomyślaną powierzchnię, nie będzie przenosiła oddziaływań mechanicznych.

Zgodnie z tym naprężenia efektywne (faktycznie działające w zdefektowanym materiale) wynoszą

$$\sigma^* = \frac{F}{S - S^*} = \frac{\sigma}{1 - \frac{S^*}{S}} = \frac{\sigma}{1 - D},$$

$$D = \frac{S^*}{S}$$
(3.15)

Parametr D nazywa się parametrem zniszczenia (damage). Jeśli $D=0$, próbka jest pozbawiona defektów i naprężenia efektywne równają się naprężeniom σ . W przypadku całkowitego zniszczenia materiału $D=1$, a naprężenia efektywne stają się nieskończenie wielkie. W cytowanej już pracy [106] autor postuluje zasadę ekwiwalentności odkształceń. W myśl zasady ekwiwalentności wszystkie równania konstytutywne klasycznej mechaniki

$$\varepsilon = f(\sigma, \dots)$$
(3.16)

obowiązują w mechanice zniszczenia, z tym że występujące w nich naprężenia należy zastąpić naprężeniami efektywnymi

$$\varepsilon = f\left(\frac{\sigma}{1 - D}, \dots\right).$$
(3.17)

Wracając do wzoru (3.15), zauważmy, że stosunek pola powierzchni zniszczonego fragmentu próbki do powierzchni jej przekroju geometrycznego równy jest prawdopodobieństwu znalezienia odkształceń $\varepsilon > 0$. Mamy więc:

$$\frac{S^*}{S} = \int_0^\varepsilon f(\varepsilon^*) d\varepsilon^* = \frac{m}{\varepsilon_0} \int_0^\varepsilon \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0}\right)^{m-1} \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0}\right)^m\right) d\varepsilon^*.$$
(3.18)

Zgodnie z definicją (3.15) parametru zniszczenia D dostajemy

$$D = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^m\right)$$
(3.19)

Zgodnie z prawem Hooke'a i zasadą ekwiwalentności związek $\sigma(\varepsilon)$ w zdefektowanej części masywu skalnego jest postaci

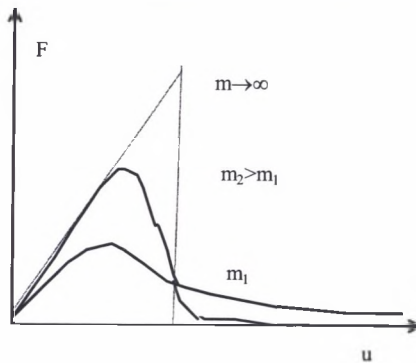
$$\sigma = E\varepsilon \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^m\right) \quad (3.20)$$

gdzie E jest stałą. Wyrażając teraz ε przez przemieszczenie u otrzymujemy

$$F = \lambda u \exp\left(-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m\right) \quad (3.21)$$

natomiast λ oznacza początkową sztywność skał, a u_0 jest średnim przemieszczeniem interesującego nas obszaru.

Schematyczną zależność sił od przemieszczeń przedstawia rysunek 3.3.



Rys. 3.3. Teoretyczne związki sił i przemieszczeń
Fig. 3.3. Theoretical full load-deformation curves

Związek (3.21) całkiem nieźle opisuje zachowanie się skał zarówno w dokrytycznej części charakterystyki, jak i, przynajmniej częściowo, w zakresie postkrytycznym. Zawsze jest on niesymetryczną funkcją przemieszczeń. Dla małych u charakterystyka skał jest niemal liniowa, a dla dużych u podlega relaksacji, co dobrze oddaje obserwowane prawidłowości. Gdy współczynnik kształtu $m \rightarrow \infty$, zależność siły od przemieszczeń opisywana jest funkcją trójkątną.

3.1.3. Stabilność masywu skalnego

W każdym momencie czasu górotwór musi się znajdować w równowadze. Oznacza to, że muszą istnieć takie przemieszczenia u_∞ skał otoczenia odpowiadające przemieszczeniom u ośrodka zniszczonego, by zachodziła relacja

$$k_s(u_\infty - u) = \lambda u \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right). \quad (3.22)$$

Przemieszczenie u_∞ w tym równaniu zależy od przemieszczeń u osłabionego obszaru. Będziemy poszukiwali właściwości układu w przedziale na tyle bliskim istniejących przemieszczenia u , by można było w wyrażeniach na siłę oddziaływań sprężystych oraz w wyrażeniach na ich energię traktować u_∞ jako stałą. Ponadto, dla uproszczenia dalszych obliczeń przyjmujemy $m=1$. Całkowita energia V rozpatrywanego układu jest sumą energii sprężystej skał otaczających niszczonego fragment V_s i energii V_f skumulowanej w niszczonym fragmencie. Zgodnie z (3.13) dostaje się

$$V_s = \int_0^{u_\infty - u} k_s u_s du_s = \frac{1}{2} k_s (u_\infty - u)^2 \quad (3.23)$$

natomiast energia V_f zgromadzona w skałach niszczonych

$$V_f = \lambda \int_0^u u \exp\left(-\frac{u_s}{u_0}\right) du_s = \lambda u_0 \left(u_0 - (u + u_0) \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right) \right) \quad (3.24)$$

Ostatecznie

$$V = \lambda u_0 \left(u_0 - (u + u_0) \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right) \right) + \frac{1}{2} k_s (u_\infty - u)^2 \quad (3.25)$$

Dla uzyskania wygodnej dla teorii katastrof, standardowej postaci potencjału rozwijamy to wyrażenie w szereg Taylora do czwartego wyrazu włącznie, wokół pewnego punktu $u = u_s^*$

$$\begin{aligned} V = V_0 + \frac{\partial V}{\partial u} \Big|_{u=u_s^*} (u - u_s^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} \Big|_{u=u_s^*} (u - u_s^*)^2 \\ + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 V}{\partial u^3} \Big|_{u=u_s^*} (u - u_s^*)^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 V}{\partial u^4} \Big|_{u=u_s^*} (u - u_s^*)^4 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Zgodnie z (3.25) kolejne pochodne V wynoszą

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial u} &= \lambda u \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right) - k_s (u_\infty - u), \\ \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} &= \lambda \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right) + k_s, \\ \frac{\partial^3 V}{\partial u^3} &= \frac{\lambda}{u_0} \left(\frac{u}{u_0} - 2\right) \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right), \\ \frac{\partial^4 V}{\partial u^4} &= \frac{\lambda}{u_0} \left(3 - \frac{u}{u_0}\right) \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ustalmy teraz punkt, wokół którego rozwijamy potencjał układu, tak by zachodziło $u_s^* = 2u_0$. Przy takim wyborze znika trzecia pochodna potencjału, a pozostałe pochodne upraszczają się

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial u} &= \frac{2\lambda u_0}{e^2} - k_s(u_\infty - 2u_0), \\ \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} &= -\frac{\lambda}{e^2} + k_s, \\ \frac{\partial^4 V}{\partial u^4} &= \frac{\lambda}{u_0 e^2}.\end{aligned}\quad (3.28)$$

Potencjał V (3.26) można teraz doprowadzić do postaci

$$V = V_0 + \frac{8u_0^3 \lambda}{3e^2} \left[\frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} \lambda_1 x^2 + \lambda_2 x \right] \quad (3.29)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}x &= \frac{u - 2u_0}{2u_0}, \\ \lambda_1 &= \frac{3}{2u_0} \left(\frac{e^2 k_s}{\lambda} - 1 \right), \\ \lambda_2 &= \frac{3}{2u_0} \left(1 - \frac{e^2 k_s u_\infty - 2u_0}{\lambda} \right).\end{aligned}\quad (3.30)$$

Jest to postać potencjału katastrofy typu A_3 uprzednio przedstawionej wzorem (3.6). Przybliżony wygląd powierzchni równowagowej M w przestrzeni $(\lambda_1, \lambda_2, x)$ przedstawia rysunek 3.4.

Z (3.9) otrzymuje się powierzchnię bifurkacji

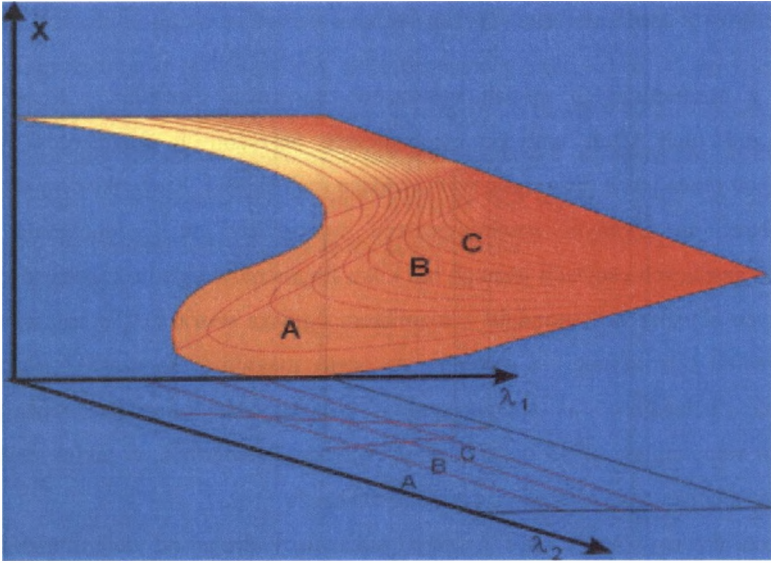
$$x = \sqrt{\frac{3}{2u_0} \left(1 - \frac{e^2 k_s}{\lambda} \right)}. \quad (3.31)$$

Aby wstrząs mógł wystąpić, musi zachodzić

$$1 - \frac{e^2 k_s}{\lambda} > 0 \quad (3.32)$$

Z równania powierzchni równowagowej (3.7) możemy teraz obliczyć wartości x przed i po wstrząsie

$$x_1 = 2\sqrt{-\frac{\lambda_1}{3}}, \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{\lambda_1}{3}} \quad (3.33)$$



Rys. 3.4. Zmiany zmiennych stanu na różnych drogach procesu
 Fig. 3.4. Jump of state variables in different pathways

Zmiana przemieszczeń skał wywołana wstrząsem wynosi

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \sqrt{-3\lambda_1}. \quad (3.34)$$

Podobnie korzystając ze znanych x_1 i x_2 oraz z potencjału (3.29) możemy obliczyć zmianę energii potencjalnej układu

$$\Delta V = V(x_1) - V(x_2) = \frac{8u_0^3\lambda}{3e^2} \left(\frac{1}{3}\lambda_1^2 \right). \quad (3.35)$$

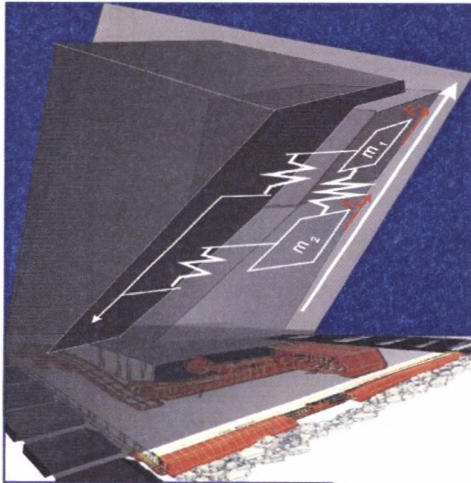
Jej część zostaje zamieniona na energię fal sejsmicznych.

Wszystkie obliczane wielkości zależą jedynie od parametru λ_1 , z czego wnioskujemy, że zarówno energia wstrząsu, jak i zmiana przemieszczeń mas skalnych w obszarze źródła zależą wyłącznie od parametrów mechanicznych skał otaczających oraz od parametrów mechanicznych charakteryzujących obszar niszczoney. Jeśli zmiany parametrów opisujących skały i przemieszczenia układają się tak, że zespół przemieszcza się wzdłuż odcinka C (relacja (3.32) nie jest wówczas spełniona), nie zaobserwujemy wstrząsu. Gdy ewolucję układu opisują odcinki A lub B, wówczas nastąpi wstrząs, przy czym zmiany energii układu i przemieszczeń skał towarzyszące odcinkowi A będą większe od analogicznych zmian na odcinku B.

3.2. Poślizgowy mechanizm wstrząsów

Jeden z mechanicznych modeli wstrząsów opracowali Burridge i Knopoff [109]. Analizują oni ruch kilku małych, mechanicznie sprzężonych fragmentów górotworu przesuwanym przez jedną dużą masę wymuszającą ruch całości. Ruch układów tego rodzaju może polegać na płynnym przemieszczaniu wszystkich mas jednocześnie bądź na wzbudzeniu gasnących oscylacji jednego lub kilku fragmentów układu. Liczba równocześnie poruszających się mas koresponduje z rozmiarem ogniska wstrząsu. To zaś wystarcza do oceny momentu sejsmicznego, a następnie do oceny magnitudy wstrząsów. Eksperymenty numeryczne, polegające na numerycznym rozwiązywaniu równań różniczkowych opisujących wspomniany układ mechaniczny, pozwalają stwierdzić, w jakim stopniu nasze wyobrażenia mechaniczne zgadzają się z rzeczywistością.

Nieco nowszy model tego rodzaju, pokazujący drogę od determinizmu równań klasycznej fizyki do chaosu, przedstawili Huang i Turcotte [102]. Praca ta jest podstawą dalszych rozważań. Ogólne przedstawienie przejścia od determinizmu do zdeterminowanego chaosu można znaleźć w pracy Schustera [110]. Rozpatrujemy układ skał zobrazony na rysunku 3.5.



Rys. 3.5. Oddziaływanie mas skalnych

Fig. 3.5. Rock mass interaction

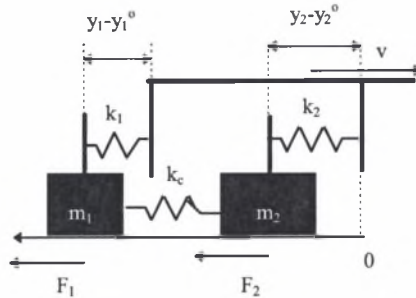
Fragmenty pokruszonego masywu skalnego m_1 , m_2 są mechanicznie sprzężone z większą częścią skały wymuszającej ruch układu. Skała ta pełni rolę suwaka pociągającego, związane z nim siłami sprężystymi, masy m_1 , m_2 . Przyjmujemy, że oddziaływania między skałami są czysto sprężyste. Siły tarcia F_1 , F_2 przeciwstawiają się ruchowi układu, a działają na styku

mas m_1 , m_2 z resztą górotworu. System działających sił został przedstawiony na schemacie. Sprężyny, reprezentujące oddziaływania elastyczne, mają stałe siłowe k_1 , k_2 i k_c . W stanie równowagi masy m_1 i m_2 zajmują położenia y_1^0 oraz y_2^0 . Skutkiem ruchu zespołu, położenia te ulegają zmianie, tak że w dowolnym momencie czasu t wynoszą y_1 , y_2 . W każdym momencie czasu wydłużenie (skrócenie) sprężyny k_1 wynosi $y_1 - y_1^0$, a siła, z jaką wymuszający ruch suwak oddziałuje na tę masę, jest równa

$$f_1 = -k_1(y_1 - y_1^0). \quad (3.36)$$

Podobnie, siła działająca między suwakiem i masą m_2 wynosi

$$f_2 = -k_2(y_1 - y_2^0). \quad (3.37)$$



Rys. 3.6. Model układu mas i sprężyn
Fig. 3.6. Two-block mass-spring model

Zmiana odległości między m_1 , m_2 (skrócenie sprężyny k_c) wynosi $(y_1 - y_1^0) - (y_2 - y_2^0)$ i odpowiada mu siła

$$f_c = -k_c(y_1 - y_1^0 - y_2 + y_2^0). \quad (3.38)$$

Po oznaczeniu drugich pochodnych czasowych dwoma kropkami równanie ruchu masy m_1 przyjmuje postać

$$F_1 = m_1 \ddot{y}_1 - f_1 - f_c, \quad (3.39)$$

ruch drugiej z rozpatrywanych mas podlega podobnemu równaniu

$$F_2 = m_2 \ddot{y}_2 - f_2 + f_c, \quad (3.40)$$

Uwzględniając wyrażenia (3.36) - (3.38) układ równań dla obydwu mas możemy zapisać jako

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_c)y_1 - k_c y_2 - (k_1 + k_c)y_1^o + k_c y_2^o &= F_1, \\ m_2 \ddot{y}_2 + (k_2 + k_c)y_2 - k_c y_1 - (k_2 + k_c)y_2^o + k_c y_1^o &= F_2. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Suwak przemieszcza się z prędkością v , w wyniku czego zmieniają się położenia y_1^o i y_2^o

$$y_1^o = y_1^{oo} - vt, \quad y_2^o = y_2^{oo} - vt \quad (3.42)$$

gdzie y_1^{oo} , y_2^{oo} są położeniami suwaka w momencie $t=0$.

Siły sprężyste wzrastają, aż w pewnej chwili zostaną przekroczone siły tarcia statycznego i rozpocznie się ruch opisywany równaniami (3.41). Moment rozpoczęcia ruchu, zgodnie z (3.41) i (3.42), określają ten z warunków

$$-(k_1 + k_c)(y_1^{oo} - vt) + k_c(y_2^{oo} - vt) = F_1$$

lub (3.43)

$$-(k_2 + k_c)(y_2^{oo} - vt) + k_c(y_1^{oo} - vt) = F_2$$

który zostanie spełniony pierwszy.

Jeśli w wyniku rozwiązania obydwu równań algebraicznych okaże się, że czas wyznaczony z pierwszego równania wskazuje na chwilę wcześniejszą niż moment obliczony z drugiej zależności, to najpierw nastąpi ruch masy m_1 i odwrotnie. Dla zilustrowania ruchu układu, przyjmijmy, że dla masy m_1 został spełniony pierwszy z warunków (3.43) oraz że oddziaływanie między masami m_1 , m_2 jest zaniedbywane małe $k_c \approx 0$. Pierwsze równanie (3.41) opisujące ruch tej masy będzie miało postać

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 = 0 \quad (3.44)$$

Jego rozwiązaniem jest funkcja postaci

$$y_1 = A \cos(\omega t + \varphi), \quad \omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}. \quad (3.45)$$

Tak więc masa m_1 zacznie wykonywać drgania harmoniczne. Kiedy nie można pominąć oddziaływań mas m_1 , m_2 , to przy pewnym y_1 okaże się, że siły sprężyste przekroczą siły

tarcia statycznego dla masy m_2 , a wówczas i ona będzie wykonywać drgania. Od czasu do czasu obydwie masy mogą się zderzać, co spowoduje chwilowe, radykalne zmiany ich zachowania i skomplikuje sytuację. Ruch obydwu mas będzie teraz bardzo skomplikowany, ale będzie to wciąż ruch okresowy, chociaż zanikający z uwagi na rozpraszanie energii ruchu przez siły tarcia. Istotną komplikację ruchu uzyskamy, jeśli uwzględnimy zależność sił tarcia od prędkości. Tarcie dynamiczne jest mniejsze od tarcia statycznego. Jakościowo poprawną zależnością opisującą ten efekt jest funkcja postaci

$$F_i = \frac{F_{i0}}{1 + \left(\frac{|\dot{y}_i|}{v_{fi}} \right)}, \quad i = 1, 2. \quad (3.46)$$

w której F_{i0} oznacza tarcie statyczne i -tej masy, a v_{fi} jest stałą.

Możemy teraz przedstawić kompletny zespół równań opisujących ruch układu mas z elastycznymi oddziaływaniami. Załóżmy, że ruch rozpoczyna masa m_1 . Spełnione jest pierwsze z kryteriów (3.43). Masa m_2 spoczywa aż do momentu, w którym m_1 uzyska takie wychylenie y_1 , by było spełnione drugie z kryteriów (3.43). Układ opisywany jest pierwszym z równań (3.41), natomiast $y_2 = y_2^0$. Przybliżone, nie uwzględniające tłumienia, rozwiązanie ruchu masy m_1 podaje wzór (3.45). Przy czym, w momencie początkowym t_0 mamy $\dot{y}_1(t_0) = 0$, oraz $y_1(t_0) = y_1^0$. Warunki początkowe umożliwiają wyznaczenie stałych A , φ .

$$\begin{aligned} y_1^0 &= A \cos(\omega t_0 + \varphi), \\ 0 &= -A\omega \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Drugi z nich prowadzi do wniosku, że musi być

$$\omega t_0 + \varphi = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.48)$$

Co po wstawieniu do pierwszego równania daje

$$\begin{aligned} A \cos(n\pi) &= y_1^0, \\ A &= \pm y_1^0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

Jeśli w pewnym momencie t_1 spełnione jest drugie z kryteriów (3.43), to zachodzą równania

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1(t_1), \quad \dot{y}_1 = \dot{y}_1(t_1), \\ y_2 &= y_2^0, \quad \dot{y}_2 = 0. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ruch zespołu obydwu mas opisywany jest układem równań

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_c) y_1 - k_c y_2 &= F_{10} \left(\frac{1}{1 + \frac{|\dot{y}_1|}{v_{f1}}} - 1 \right), \\ m_2 \ddot{y}_2 + (k_2 + k_c) y_2 - k_c y_1 &= F_{20} \left(\frac{1}{1 + \frac{|\dot{y}_2|}{v_{f2}}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.51)$$

Uzyskanego układu równań różniczkowych nie udaje się analitycznie rozwiązać.

Przy pewnych kombinacjach, wchodzących w ich skład, stałych materiałowych ruch obydwu mas staje się chaotyczny. Mamy do czynienia ze zdeterminowanym chaosem, którego przyczyną jest istnienie nieliniowego związku między położeniem punktu i jego prędkością. Chaos prowadzi z kolei do rozkładu fraktalnego i jest on typowy dla wstrząsów tak sejsmicznych, jak i górniczych.

W cytowanej już pracy Huanga i Turcottea [102] rozpatrywana była uproszczona wersja równań (3.51). Autorzy przyjęli

$$\begin{aligned} k_1 &= k_2 = k, \\ k_c &= \alpha k, \\ F_2 &= \beta F_1 = \beta F, \\ F_{20} &= F_{10} = F_0, \\ 1/v_{f1} &= 1/v_{f2} = \gamma, \end{aligned} \quad (3.52)$$

oraz wprowadzili bezwymiarowe współrzędne ruchu Y_1 , Y_2 i bezwymiarowy czas τ

$$\begin{aligned} Y_i &= y_i k / F_0, \quad i = 1, 2, \\ \tau &= t \sqrt{k / m}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Przy takich oznaczeniach kryteria rozpoczęcia ruchu (3.43) przyjmują postać

$$\begin{aligned} Y_1 + \alpha(Y_1 - Y_2) &= 1, \\ Y_2 + \alpha(Y_2 - Y_1) &= \beta, \end{aligned} \quad (3.54)$$

a równania ruchu (3.51) można zapisać jako

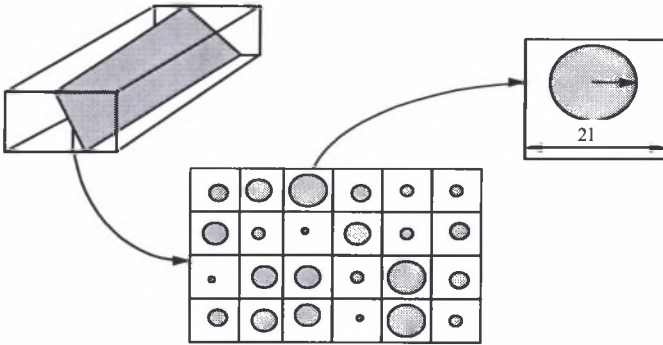
$$\begin{aligned} \ddot{Y}_1 + Y_1 + \alpha(Y_1 - Y_2) &= \frac{1}{1 + \gamma|\ddot{Y}_1|}, \\ \ddot{Y}_2 + Y_2 + \alpha(Y_2 - Y_1) &= \frac{1}{1 + \gamma|\ddot{Y}_2|}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

W ten sposób otrzymuje się trójparametrowy model wstrząsów $M(\alpha, \beta, \gamma)$ i można prześledzić jego własności przy różnych układach parametrów. Równania (3.56) były rozwiązywane numerycznie metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. W celu zbadania własności ruchu układu obliczane były pary współrzędnych $r_i = (Y_1, Y_2)_i$ dla $i=1, 2, 3, \dots, N$, a następnie długości wektorów $|r_i - r_{i-1}|$. Pozwalało to na estymację wykładnika Lapunowa rozwiązań przy zmieniających się wartościach parametrów modelu.

3.3. Model szorstkich centrów

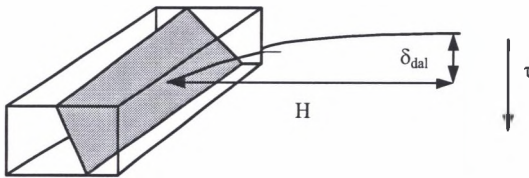
Poniższy model powstawania wstrząsów na uskokach przedstawiam opierając się na pracy Kemeny i Hagamana [111].

Wzdłuż uskoku skalnego istnieją różnego rodzaju niejednorodności i nierówności, na których zawieszona jest część masywu skalnego. Regiony te przedstawiają sobą centra dużych sił zrównoważonych siłami tarcia. W stosunku do otaczającego je ośrodka centra te charakteryzują się dużą koncentracją naprężeń i dużymi ograniczeniami możliwych ruchów skał. Stanowią one chropowate bariery utrzymujące zespół skał w bezruchu. Dopiero zniszczenie nierówności umożliwia przezwycięzenie anomalnie wysokich sił tarcia i pozwala na przesuwanie się skał wzdłuż uskoku. Zerwanie więzów umożliwia ruch skał, który identyfikujemy ze wstrząsem. Uprzednio (punkt 2.3) przedstawiliśmy dynamikę takiego procesu, teraz będziemy dążyli do odtworzenia najważniejszych cech źródeł powstających wstrząsów. Realne centra sił tarcia mogą być zastąpione modelowymi okręgami o promieniach r zmieniających się od kilku milimetrów do kilometrów w przypadku trzęsień Ziemi, oraz dziesiątek i setek metrów w przypadku uskoków i wstrząsów kopalnianych. Uskok, przedstawiony na rysunku 3.7, możemy podzielić na kwadratowe cele o boku długości $2l$ wypełnione kolistymi centrami sił tarcia o promieniach $r \leq l$.



Rys. 3.7. Model uskoku zawierającego kołowe centra sił tarcia o przypadkowych rozmiarach i wartościach sił poddanych oddziaływaniu odległych przemieszczeń
 Fig. 3.7. Fault model containing circular asperities with random sizes and strengths subjected to a far-field displacement rate

Analiza rozkładu naprężeń i odkształceń w najbliższym otoczeniu centrów jest niezwykle skomplikowana. Można ją przeprowadzić tylko metodami numerycznymi. W pewnej, dużej odległości H od uskoku obydwie pola odkształceń i naprężeń przestają „widzieć” szczegóły budowy uskoku. Górnotwór reaguje na uśrednioną siłę ciężkości zawieszonych na nim mas skalnych i dopasowuje się do niej odpowiednio zmieniając swój kształt. Przemieszczenia punktów ośrodka (rys. 3.8) w odległości H oznaczymy symbolem δ_{dal} , natomiast odpowiadające im naprężenia ścinające, działające wzdłuż płaszczyzny uskoku, oznaczamy symbolem τ .



Rys. 3.8. Przemieszczenia i naprężenia daleko od uskoku
 Fig. 3.8. Fare field stress and strain

Zgodnie z prawem Hooke’a istnieje związek między naprężeniami i odkształceniami, który w przypadku przemieszczeń skał na uskoku można zapisać wzorem

$$\delta_c = \frac{\tau}{K}. \quad (3.56)$$

Przemieszczenia δ_c skał wzdłuż uskoku są proporcjonalne do naprężeń ścinających. Stała K reprezentuje sztywność uskoku. Jest ona zależna od sztywności istniejących centrów sił tarcia. Przemieszczenia dalekie są sumą przemieszczeń skał na uskoku oraz przemieszczeń wywołanych sprężystą reakcją ośrodka

$$\delta_{dal} = \frac{\tau}{K} + \frac{4(1+\nu)H\tau}{E} \quad (3.57)$$

Symbolem E oznaczono moduł Younga, a ν oznacza liczbę Poissona.

Gdyby istniało tylko jedno centrum sił tarcia o promieniu r umieszczone w kwadratowym pudełku o boku $2l$, wówczas (Kemeny, Hagaman [111]) sztywność układu wyrażałaby się wzorem

$$K_1 = \frac{Er}{(1+\nu)(2-\nu)(l-r)2l}. \quad (3.58)$$

Autorzy pracy, którą aktualnie omawiam (Kemeny i Hagamana [111]), przyjęli, że sztywność uskoku zawierającego N kolistych centrów sił tarcia o promieniach r_i jest średnią arytmetyczną sztywności wszystkich pudełek zawierających poszczególne centra sił tarcia

$$K = \frac{E}{N(1+\nu)(2-\nu)2l} \sum_{i=1}^N \frac{r_i}{l-r_i}. \quad (3.59)$$

Ponieważ potrafimy obliczyć sztywność uskoku ze wzoru (3.59), a wszystkie pozostałe stałe materiałowe oraz odległość H wchodzące do zależności (3.57) są znane, możemy, przyjmując δ_{dal} (co można wyznaczyć doświadczalnie), obliczyć naprężenia ścinające τ na uskoku.

Wstrząs w rozpatrywanym układzie centrów sił tarcia nastąpi, jeśli któryś z nich zgromadzi energię G_i wystarczającą do wykonania pracy przeciwko siłom tarcia, wliczając w to ewentualne zmiążdżenie fragmentu skał blokujących ruch układu. Dla wstrząsów sejsmicznych graniczna gęstość energii G , jaką muszą w jednostkowej objętości zgromadzić skały, by powstały w nich pęknięcia umożliwiające ruch (Li [97]), jest rzędu od 10^6 do 10^8 J/m². By zerwać barierę o powierzchni c_i , musimy wykonać pracę Gc_i . Warunkiem powstania wstrząsu na i -tym centrum jest więc dostarczenie energii $G_i > Gc_i$. Wzory konieczne do wyznaczenia energii zgromadzonej w kolistej barierze sił tarcia dla układu takiego, jaki został przedstawiony na rys. (3.7), podali Kassir i Sihu [112]. Autorzy Kemeny i Hagamana [111] w opisywanej przez nas pracy uśrednili je uzyskując

$$G_i = \frac{(1+\nu)(2-\nu)2\tau^2 l^4}{\pi E r_i^3}. \quad (3.60)$$

Symulacja wstrząsów rozpoczyna się w momencie, gdy w jednym z centrów sił tarcia (w i -tym centrum) zostanie spełniony energetyczny warunek inicjacji wstrząsu

$$G_i \geq Gc_i, \quad c_i = \pi r_i^2, \quad G = const. \quad (3.61)$$

Przekroczenie sił tarcia w tym centrum oznacza, że pierwotnie bardzo duże naprężenia wewnętrzne zerują się $\tau_i=0$. Ponieważ całkowity ciężar skał rozkłada się teraz na $N-1$ centrów, τ_i zostaje rozdzielone na wszystkie pozostałe centra. Centra położone blisko punktu inicjacji muszą przejść większą część obciążeń niż centra odległe. Z tej przyczyny można wszystkim pozostałym centrom $j \neq i$ dopisać naprężenia $\Delta\tau_{ij} \propto 1/d_{ij}$, gdzie d_{ij} jest odległością punktu inicjacji wstrząsu od j -tego centrum sił tarcia. Z warunku zachowania sił i związanych z nimi naprężeń

$$\tau_i = \sum_{j \neq i}^N \Delta\tau_{ij} \quad (3.62)$$

dostajemy

$$\tau_i = \sum_{j \neq i}^N \Delta\tau_{ij} = \sum_{j \neq i}^N \frac{C\tau_i}{d_{ij}} \quad (3.63)$$

z czego obliczamy stałą proporcjonalności C potrzebną do pełnego określenia zasady rozdziału naprężeń

$$C = 1 / \sum_{j \neq i}^N \frac{1}{d_{ij}}, \quad (3.64)$$

Wszystkie elementy przyjętej zasady rozdziału naprężeń ścinających są teraz znane

$$\Delta\tau_{ij} = \tau_i \frac{C}{d_{ij}}. \quad (3.65)$$

Przy rozdzielaniu naprężeń może dojść do spełnienia kryterium (3.61) w którymś z kolejnych centrów sił tarcia. Musimy więc rekurencyjnie sprawdzać ten warunek i rekurencyjnie rozpisywać kolejne ubytki naprężeń na kolejno pękających centrach sił tarcia. Każdy wstrząs będzie się składał z jednego lub kilku aktów pęknięć, co z uwagi na wzór (3.60) pozwala przyporządkować mu energię

$$E_{\text{wrs}} = \sum_j G_j \quad (3.66)$$

gdzie j przebiega wszystkie numery pękniętych centrów sił tarcia.

Każdemu z aktów pęknięcia towarzyszy zmiana sztywności układu K , gdyż w sumie (3.58) odpadają kolejne wyrazy dla nieistniejących już centrów. Oznaczmy nową sztywność

symbolem K' . W dużej odległości H od uskoku przemieszczenia δ_{dal} są stałe, bo wcześniej założyliśmy, że H musi być tak duże, by ten warunek był spełniony. Wobec tego naprężenia τ daleko od uskoku muszą się zmienić o pewną wielkość $\Delta\tau$, tak by relacja (3.56) była zawsze prawdziwa

$$\delta_{dal} = \frac{\tau + \Delta\tau}{K'} + \frac{4(1+\nu)H(\tau + \Delta\tau)}{E}. \quad (3.67)$$

Możemy teraz wyliczyć zmianę naprężeń ścinających towarzyszącą wstrząsowi

$$\Delta\tau = \frac{K'\delta_{dal}}{1 + \frac{4(1+\nu)H}{E}} - \tau \quad (3.68)$$

co po przyjęciu $\Delta\tau = -\Delta\tau$ pozwala efektywnie przeprowadzić rozdział naprężeń zgodnie z relacją (3.65). Znak minus jest wymagany z uwagi na równowagę układu jako całości.

Zmianie naprężeń o $\Delta\tau$ musi towarzyszyć zmiana przemieszczeń δ_c na uskoku skalnym, co wyrażone zostało wzorem (3.56). Zgodnie z nim zmiana przemieszczeń na uskoku wynosi

$$\Delta\delta_c = \frac{\tau + \Delta\tau}{K'} - \frac{\tau}{K} \quad (3.69)$$

Uwzględniając definicję momentu sejsmicznego M_o (2.12), w wyniku wstrząsu zrywającego więzy w centrach numerowanych indeksem j dostajemy

$$M_o = \mu\pi \sum_j \Delta\delta_{sj} r_j^2. \quad (3.70)$$

Zmianę przemieszczeń δ_c w tym wzorze należy opatrzyć indeksem j , gdyż musi być ona obliczana oddzielnie dla każdego z centrów sił tarcia w momencie jego zniszczenia.

Autorzy opisywanego modelu przyjęli, że średnio po czasie T_{nowy} zniszczone centra sił tarcia mogą się odnawiać, przy czym rozkład czasów odnowy jest wykładniczy. Zgodnie z tym liczba $N(t)$ odnowionych centrów sił tarcia po czasie t wyraża się zależnością

$$N(t) \propto \exp\left(-\left(\frac{t}{T_{nowy}}\right)^\alpha\right), \quad \alpha = const. \quad (3.71)$$

W wyniku niszczenia centrów, na których wspierają się skały wzdłuż uskoku, zmienia się jego sztywność, a co za tym idzie, zmianie ulegają przemieszczenia skał na uskoku. W pewnej odległości H górotwór nie widzi geometrycznych szczegółów budowy uskoku, co znaczy, że przemieszczenia daleko od uskoku muszą być stałe. Jednak przemieszczenia te zależą od sztywności uskoku i aby pozostały niezmiennie, górotwór musi odczuć zmianę naprężeń wywołaną wstrząsem. Zmianę naprężeń w tym miejscu będziemy odbierali jako wstrząs. Po zniszczeniu pewnego obszaru skał pojawiają się procesy rekonsolidacji. Procesy rekonsolidacji mogą odnowić niektóre z uprzednio zniszczonych centrów sił tarcia i proces może się rozpocząć od początku. Pierwotną przyczyną powstawania wstrząsów jest natomiast powolny ruch górotworu daleko od uskoku skalnego. Parametr δ_{dal} zmienia się z niewielką prędkością v , a w konsekwencji, po odpowiednio długim czasie, prowadzi do powstania dynamicznych zjawisk sejsmicznych.

3.4. Proces samoorganizacji wstrząsów

Istnieje wiele, matematycznych modeli wstrząsów skonstruowanych na bazie tak zwanego automatu komórkowego. Modele te, chociaż bardzo proste, wyjaśniają szereg obserwowanych właściwości wstrząsów sejsmicznych i górniczych. Poprawnie opisują przestrzenne rozkłady epicentrów czy też rozkłady obserwowanych odstępów czasu między kolejnymi wstrząsami. Wyjątkowo prosty model tego rodzaju omawiają Ito i Matsuzaki [103]. Nosi on nazwę SOC pochodzącą od skrótu nazwy angielskiej „self-organized criticality model”. Wyobrażamy sobie, że bloki skalne znajdują się w węzłach regularnej sieci punktów (i, j) , natomiast indeksy i, j , przyjmują niezależnie od siebie wartości od 1 do N . W rozpatrywanym układzie mamy więc N^2 bloków. W dyskretnych momentach czasu t ($t=1,2,3,\dots$) losujemy dowolny jeden z rozpatrywanych bloków skalnych i zmieniamy jego stan wewnętrzny. Może to spowodować wstrząs i zmienić stany wewnętrzne bloków w najbliższym otoczeniu wylosowanego bloku skał. Zmiana stanu wewnętrznego bloku może oznaczać jego ruch bądź zniszczenie. Aby to nastąpiło, do wybranego bloku w chwili t musi być przyłożona pewna siła $x(i, j, t)$ przewyższająca siły tarcia F lub możemy wyobrazić sobie, że siła $x(i, j, t)$ musi przekroczyć wytrzymałość bloku. Równanie opisujące stan bloku w chwili $t+1$ może być symbolicznie zapisane jako

$$x(i, j, t+1) = x(i, j, t) - F. \quad (3.72)$$

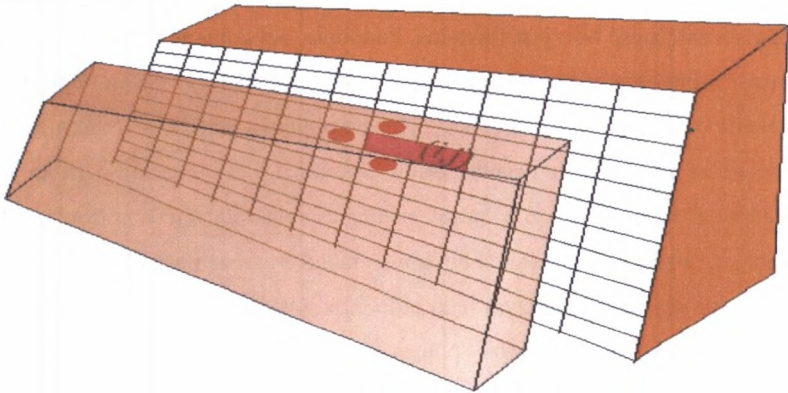
Tak długo jak siła $x(i, j, t)$ jest mniejsza od F , wybrany blok nie zmienia swojego stanu. W całym układzie nic szczególnego się nie dzieje. Siły tarcia bądź wytrzymałość skał zostaną przezwyciężone, gdy w pewnym momencie t wystąpi równość $x(i, j, t) = F$.

Jeśli w bloku (i, j) w momencie t doszło do wstrząsu, tzn. została przekroczona siła F , wówczas w jego wyniku nastąpi spadek naprężeń w punkcie $x(i, j, t) = 0$, ale wzrosną naprężenia w punktach sąsiadujących.

$$x(i \pm 1, j \pm 1, t + 1) = \begin{cases} x(i \pm 1, j \pm 1, t) + \Delta, & \text{gdy } x(i, j, t) \geq F, \\ x(i \pm 1, j \pm 1, t), & \text{gdy } x(i, j, t) < F. \end{cases} \quad (3.73)$$

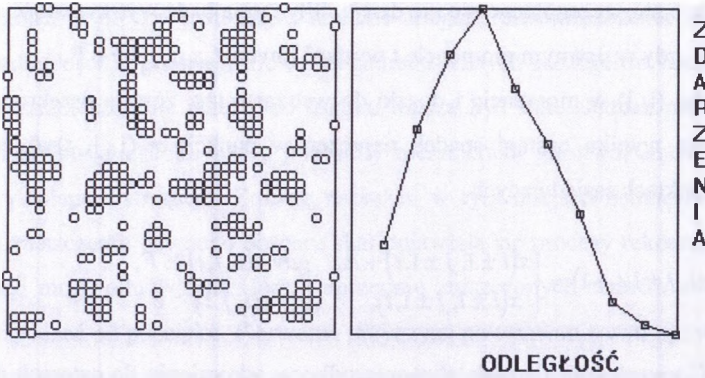
W modelu SOC uwzględnia się oddziaływanie tylko w odniesieniu do czterech najbliższych sąsiadów. Umożliwia to przyjęcie znormalizowanej siły krytycznej $F=4$ oraz $\Delta=1$. Ostateczny program postępowania jest niezwykle prosty. Najpierw losujemy liczby i, j , czyli wybieramy blok skalny podlegający oddziaływaniu czynników zewnętrznych w momencie t . Następnie, do indeksowanej cyframi i, j tablicy punktów $x(i, j)$ dodajemy liczbę 1.

Jeśli w wyniku otrzymamy 4, to jest jeśli uzyskamy wartość kryterialną oznaczającą zmianę stanu wewnętrznego bloku skał, to zerujemy $x(i, j)$, a wielkości sił w sąsiadujących blokach zwiększamy o 1. Każde przekroczenie kryterialnej wartości sił w blokach najbliższego otoczenia wylosowanego punktu oznacza rozwój ogniska wstrząsu.



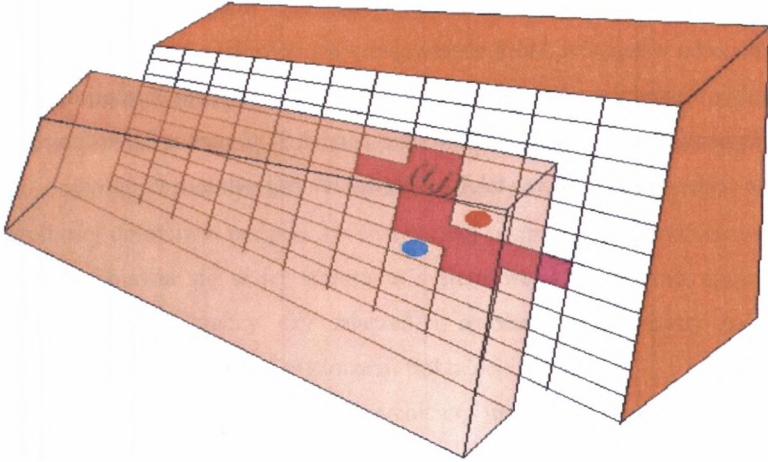
Rys. 3.9. Rozwój ogniska wstrząsu
Fig. 3.9. The growth of source of seismic event

Symulację wstrząsów kontynuujemy aż do uzyskania wcześniej zadanej liczby zdarzeń. Otrzymane współrzędne wstrząsów i czasy ich pojawienia się są syntetycznymi danymi, z których możemy tworzyć różne zestawienia statystyczne dla porównania stochastycznych cech modelu z rzeczywistością. Najprostsze badania można przeprowadzić przez bezpośrednią obserwację wyników symulacji cyfrowej.



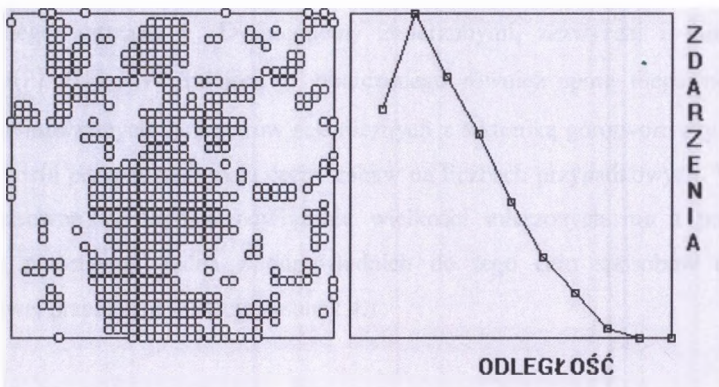
Rys. 3.10. Obliczony rozkład hipocentrow wstrząsów w prostym modelu samoorganizacji SOC
 Fig. 3.10. Evaluation of the hypocenter distribution in the simple SOC model

Okręgi, wskazujące miejsca wstrząsów, najpierw pojedynczo, a później małymi grupkami dążą do równomiernego wypełnienia całej dostępnej przestrzeni. Zależność liczby wstrząsów $N(r)$ od odległości między wstrząsami r jest chaotyczna. Generowane wstrząsy nie mają żadnych wyróżnionych cech. Po stworzeniu dostatecznie licznej populacji wstrząsów funkcja $N(r)$ stabilizuje się. Ma ona teraz wyraźne maksimum odpowiadające uprzywilejowanej odległości między wstrząsami. Jednak, obserwowany obraz nie odzwierciedla prawidłowości obserwowanych w naturze. Prawdziwe wstrząsy grupują się inaczej, niż czyni to prosty model SOC. Rzeczywista zależność $N(r)$ jest fraktalna. Podobnie, uzyskana w tym modelu zależność liczby wstrząsów od interwału czasu między wstrząsami nie jest prawdziwa. Opisany model nie odzwierciedla rzeczywistości. Błędem było pominięcie procesów relaksacji układu, odpowiedzialnych za powstawanie postwstrząsów w najbliższym otoczeniu ogniska wstrząsu głównego. Jedną z własności, która może podlegać relaksacji, jest entropia. Możemy wyobrazić sobie, że wstrząs doprowadził do kompletnego zniszczenia skał w obszarze źródła oraz do uszkodzenia skał w najbliższym jego otoczeniu. Uszkodzone skały nierównomiernie otaczają źródło, a relaksacja entropii polega na dążeniu układu do równomiernego zniszczenia. Jeśli relaksacja entropii ma prowadzić do postwstrząsów, to w opisywanym modelu musimy dodatkowo wylosować dwa punkty najbliższego otoczenia wstrząsu i dodatkowo zwiększyć w jednym z nich działającą tam siłę, a w drugim, dla zachowania równowagi, zmniejszyć siłę o tę samą wartość.



Rys. 3.11. Relaksacja entropii
Fig. 3.11. The entropy relaxation

Początkowe stadium rozwoju obszaru sejsmicznego jest podobne do tego, które było obserwowane w modelu prostym. W przypadkowych miejscach obszaru pojawiają się pojedyncze wstrząsy lub niewielkie ich grupki. Zależność $N(r)$ jest nieregularna, chociaż zazwyczaj można obserwować wyraźne maksimum w jej części środkowej. W pewnym momencie obraz ulega radykalnej zmianie. Jeden z istniejących klasterów wstrząsów rozrasta się w znaczne zgrupowanie, a związek $N(r)$ staje się fraktalny.



Rys. 3.12. Obliczony rozkład hipocentrow wstrząsów w zmodyfikowanym modelu samoorganizacji SOC
Fig. 3.12. Evaluation of the hypocenter distribution in the modified SOC model

Podobnie zachowują się rozkłady odstępów czasu między wstrząsami. Model jakościowo poprawnie opisuje природę. Zmiana sposobu rozmieszczania (uporządkowania) wstrząsów w zmodyfikowanym modelu SOC jest typowa dla przemian fazowych, takich jak topnienie

ciał stałych, wrzenie cieczy bądź zmiana struktury magnetycznej materii. Jest to najważniejsza cecha wstrząsów, którą obserwujemy w przyrodzie. Model stał się poprawny w momencie, gdy uwzględniono proces relaksacji entropii. Relaksacja entropii oznacza dążenie układu do równomiernego zniszczenia ośrodka. Model SOC można łatwo uogólnić, tak by opisywał inne cechy wstrząsów oraz tak by oddawał ich trójwymiarową naturę.

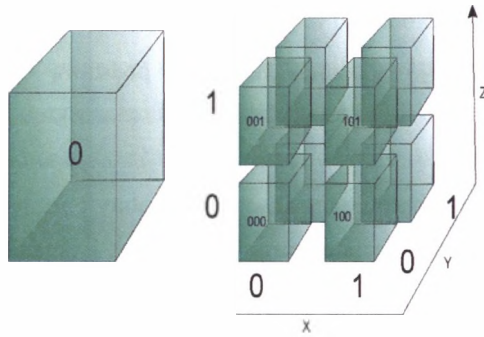
4. HIERARCHIA

Koncepcja hierarchicznego uporządkowania jest podstawą ogólnej teorii systemów. Eksponowanie geometrii fraktalnej (Mandelbrot [88]) stwarza nowy paradygmat porządku naturalnego, oferujący teoretyczne i matematyczne podstawy systemów w ogólności, a w szczególności umożliwia badanie ich chaotycznej natury i samopodobieństwa. Fraktalna natura przyrody objawia się w jej strukturze systemowej i organicznej spójności. Samopodobieństwo replikacji rzeczy czy zdarzeń i rezonans harmoniczny są naturalnymi własnościami struktur fraktalnych i organizacji fraktalnej.

Clement Narteau [113] opracował hierarchiczny model powstawania wstrząsów, który jest uogólnieniem prezentowanego modelu samoorganizacji wstrząsów. Uwzględniając hierarchiczną strukturę uskoków, udaje się wygenerować kaskady wstrząsów o źródłach rozprzestrzeniających się zarówno w górę, jak i w dół hierarchicznie uporządkowanych, płaskich obszarów uskoków. Model hierarchiczny generuje wstrząsy podlegające prawom Gutenberga-Richtera oraz Omoriego.

4.1. Hierarchia sejsmiczna

Pomiary sejsmologiczne odnoszą mierzone wielkości, takie jak moment sejsmiczny M , tensor momentu sejsmicznego, energię wstrząsów E , objętości źródła V itp. do punktu zlokalizowanego wstrząsu \vec{r} . Dysponujemy zmierzonymi, zazwyczaj z dużym błędem, funkcjami $M(\vec{r})$, $E(\vec{r})$, $V(\vec{r})$ miejsca \vec{r} obarczonego również sporą niepewnością. Próby skorelowania mierzalnych parametrów sejsmicznych z tektoniką górotworu czy eksploatacją górniczą w wielu przypadkach mają cechy zabaw na liczbach przypadkowych. Wobec takiej sytuacji, sensowne się wydaje powiązanie wielkości mierzonych nie z punktem, lecz z obszarem przestrzeni. Jeden z odpowiednich do tego celu sposobów dyskretyzacji trójwymiarowej przestrzeni ilustruje rysunek 4.1.



Rys. 4.1. Kodowanie przestrzeni
Fig. 4.1. Space coding

Obszar aktywności sejsmicznej zamykamy w sześcianie o odpowiednio dużych rozmiarach. Jest to zerowy stopień dyskretyzacji i zerowy stopień budowy hierarchicznej struktury danych. Wszelkie parametry zjawisk fizycznych mogą mieć przypisaną współrzędną miejsca wystąpienia równą współrzędnej środka tegoż sześcianu. Na pierwszym stopniu konstrukcji dzielimy sześcian podstawowy na 8 równych sześcianów, którym przypisujemy symboliczne współrzędne $(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1)$, gdzie $\alpha_i = 0, 1; i = 1, 2, 3$. Zespół cyfr $(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1)$ reprezentuje liczbę dwójkową β , której wartością w układzie dziesiętnym jest $\beta = \alpha_3 * 2^2 + \alpha_2 * 2^1 + \alpha_1 * 2^0$. Z uwagi na przyjętą zasadę podziału β musi być cyfrą z przedziału 0-7. Wstrząsom i ich parametrom fizycznym, jeśli wystąpiły w sześcianie o numerze β , przypisujemy współrzędne centrum tego sześcianu. Wskazaną konstrukcją można przedłużyć aż do uzyskania założonej dokładności odwzorowania. Każdy z sześcianów r -tego piętra hierarchii będzie opisany zespołem cyfr $\beta_r, \beta_{r-1}, \dots, \beta_1$, który można interpretować jako liczbę zapisaną w układzie ósemkowym. Jej wartość dziesiętna $\gamma = \beta_1 8^0 + \beta_2 8^1 + \dots + \beta_r 8^{r-1}$ jest numerem sześcianu utworzonej hierarchii danych.

W ogólnym przypadku w -wymiarowej przestrzeni euklidesowej obszar, do którego należą wszystkie wartości argumentów $f(\vec{r})$, można zamknąć, czasami po dokonaniu odpowiedniej transformacji zmiennych, w -wymiarowym hipersześcianem (rzędu 0) o krawędziach długości $d_i (i = 1, \dots, w)$. Każdą z jego osi dzielimy na $k_i (i = 1, \dots, w)$ równych części uzyskując $L_1 = k_1 k_2 \dots k_w$ hipersześcianów rzędu 1 o krawędziach długości $d_i / k_i (i = 1, \dots, w)$. Wskazaną konstrukcją można przedłużać dowolnie długo. Na r -tym kroku podziału otrzymamy długości boków hipersześcianów rzędu r równe

d_i / k_i^r ($i=1, \dots, w$), a wszystkich elementów, na jakie został podzielony hipersześcian rzędu zerowego, jest $L_r = L_1^r = (k_1 k_2 \dots k_w)^r$. Poczynając od pewnego rzędu konstrukcji pojawiają się hipersześciany nie zawierające ani jednej realizacji funkcji f . Takie puste fragmenty rozkładu nie wchodzi w skład konstruowanej struktury hierarchicznej oszczędzając pamięć komputera kosztem komplikacji zapisu struktury danych.

Każdemu fragmentowi struktury można przyporządkować adres, liczbę całkowitą lub jej kod, co umożliwi wykonywanie niezbędnych operacji matematycznych i logicznych oraz zapewni dostęp do danych struktury. Hipersześcian rzędu $r-1$ rozkładamy na L_1 hipersześcianów rzędu r dzieląc jego poszczególne krawędzie na k_i równych części. Każdemu fragmentowi podziału można przypisać numery α_i od 0 do k_i-1 ($i=1, 2, \dots, w$). Ciąg cyfr $\alpha_w, \alpha_{w-1}, \dots, \alpha_1$ oznaczających numery fragmentów krawędzi wybranego hipersześcianu reprezentuje liczbę

$$\beta_r = \alpha_w n^{w-1} + \alpha_{w-1} n^{w-2} + \dots + \alpha_1 n^0 \quad (4.1)$$

zapisaną w układzie o podstawie n , gdzie:

$$n = \max\{k_1, k_2, \dots, k_w\}. \quad (4.2)$$

Liczba β_r jest numerem fragmentu konstrukcji na r -tym ($r=1, 2, 3, \dots$) stopniu podziału. Jest ona adresem wybranego fragmentu przestrzeni na r poziomach hierarchii odniesionym do znanego adresu konstrukcji na poprzednim poziomie $r-1$.

Ciąg liczb $\beta_r, \beta_{r-1}, \dots, \beta_1$, numerujących poszczególne hipersześciany kolejnych poziomów konstrukcji, stanowi kod wybranego fragmentu przestrzeni. Z drugiej strony ciąg liczb β można skojarzyć z liczbą całkowitą

$$\begin{aligned} \gamma &= \beta_1 m^0 + \beta_2 m^1 + \dots + \beta_r m^{r-1}, \\ m &= k_1 * k_2 * \dots * k_w. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Liczba γ określa numer i położenie sześcianu r -tego stopnia w hipersześcianie podstawowym. Jest to globalny adres wybranego fragmentu konstrukcji hierarchicznej.

Znając współrzędne $\vec{r}^T = (r_1, r_2, \dots, r_w)$ dowolnego punktu w -wymiarowej przestrzeni, można teraz przyporządkować mu adres γ hipersześcianu, którego centrum będzie przybliżało \vec{r} z dowolnie ustaloną dokładnością σ . Współrzędne wszystkich punktów należących do

hipersześcianu o adresie γ na r -tym stopniu konstrukcji, różnią się od współrzędnych jego środka \vec{r}_γ nie więcej niż

$$\pm \sigma = \frac{1}{2} \max\{d_i / k_i^r\} \quad (i = 1, \dots, w) \quad (4.4)$$

Tym sposobem określony jest, wymagany do uzyskania żądanej dokładności zapisu, rząd hierarchii R .

Kodowanie wektorów z wymaganą dokładnością przebiega wyjątkowo prosto. Długości boków hipersześcianów r -tego stopnia konstrukcji oznaczamy symbolicznym wektorem

$$\vec{d}_r^T = \left(\frac{d_1}{k_1^r}, \frac{d_2}{k_2^r}, \dots, \frac{d_w}{k_w^r} \right) = (d_1^{(r)}, d_2^{(r)}, \dots, d_w^{(r)}), \quad r = 0, 1, 2, \dots, R. \quad (4.5)$$

Dla wszystkich składowych wektora \vec{r} poszukujemy cyfr $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_w$, takich że

$$\begin{aligned} \alpha_i d_i^{(r)} < r_i \leq (\alpha_i + 1) d_i^{(r)}, \\ \alpha_i := \alpha_i /_{\text{mod}} k_i, \\ i = 1, 2, \dots, w, \quad r = 0, 1, 2, \dots, R \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie symbolem $/_{\text{mod}}$ została oznaczona operacja dzielenia modulo. Otrzymany ciąg liczb α na r -tym poziomie konstrukcji jest kodem numeru sześcianu zawierającego rozpatrywany wektor. Można teraz obliczyć liczbę β_r stojącą na r -tej pozycji adresu γ wektora \vec{r} .

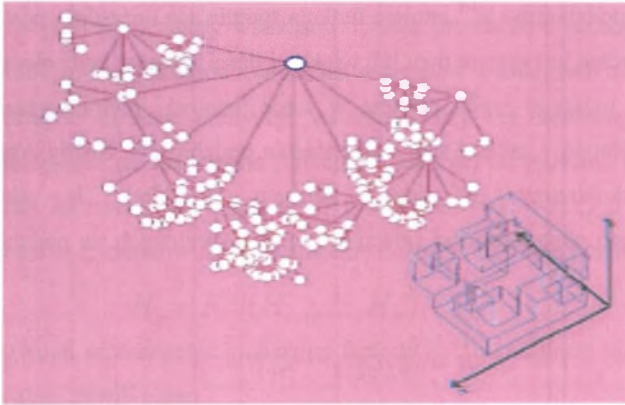
Wektor \vec{r}_γ środka sześcianu r -tego poziomu hierarchii różni się od wektora \vec{r} nie więcej niż o σ . Można go obliczyć ze znanego adresu γ . W pierwszym etapie obliczeń rozkładamy liczbę γ na czynniki $\beta_r, \beta_{r-1}, \dots, \beta_1$. Następnie każdą z liczb β_r rozkładamy na składowe $\alpha_w^{(r)}, \alpha_{w-1}^{(r)}, \dots, \alpha_1^{(r)}$. Współrzędne wektora \vec{r}_γ są współrzędnymi środków hipersześcianów r -tego stopnia konstrukcji i mogą być wyznaczone ze wzoru

$$\vec{r}_\gamma^T = \sum_{r=1}^R (\alpha_w^{(r)} d_1^{(r)}, \alpha_{w-1}^{(r)} d_2^{(r)}, \dots, \alpha_w^{(r)} d_1^{(r)}) + \frac{1}{2} \vec{d}_R. \quad (4.7)$$

Przedstawiona reprezentacja wektorów w zastosowaniach sejsmologicznych ma szereg zalet. Przede wszystkim umożliwia ona operowanie na dużych bazach danych, gdyż znacznie obniża wymagania co do wielkości pamięci operacyjnej komputera. Na zapisanie liczby rzeczywistej komputer rezerwuje przynajmniej 2 razy więcej pamięci operacyjnej niż na

liczbę całkowitą. Zapisanie współrzędnych hipocentrum wstrząsu w kodzie całkowitym daje więc 6-krotną oszczędność pamięci.

Ciągi adresów $\beta_r, \beta_{r-1}, \dots, \beta_1$ kolejno rejestrowanych wstrząsów tworzą hierarchię obszaru sejsmicznego. Przemieszczając się od prawej strony kodu w lewo, napotyka się kolejno zagnieżdżone sześciany o coraz to mniejszych rozmiarach. Wiele z tych sześcianów będzie wspólnych dla całych grup wstrząsów. Chcąc więc sprawdzić korelacje między wstrząsami a tektoniką obszaru górniczego lub korelacje dowolnych innych parametrów, wystarczy przypisać stosowne dane do pudełek hierarchii wstrząsów. Otrzymane tym sposobem powiązania danych mogą być przedstawione graficznie. Hierarchię wstrząsów zawsze da się przedstawić pod postacią drzewa oraz trójwymiarowego obszaru. Drzewo jest systemem węzłów, odpowiadających kolejnym sześcianom, powiązanych gałęziami wskazującymi przynależność węzłów wysokich pięter hierarchii do węzłów pięter poprzedzających. Trójwymiarowy obszar hierarchii powstaje ze złożenia wszystkich sześcianów wybranego piętra.



Rys. 4.2. Trzecie piętro hierarchii wstrząsów górnich kopalni złota Gen. Brandt RPA.
 Obszar 3D został narysowany w technice anaglificznej
 Fig. 4.2. The 3ed level of seismic hierarchy of Gen. Brandt gold mine RSA.
 The 3D area has draw in anaglyph technique

Obszary trójwymiarowe, zwłaszcza wysokich pięter hierarchii, są skomplikowanymi twórami geometrycznymi, przez co konieczne jest ich obrazowanie z użyciem techniki anaglifów. Równoważność obydwu przedstawień umożliwia łatwy dostęp operatora systemu (przez wskazanie węzła drzewa) do wybranych obszarów przestrzeni trójwymiarowej.

4.2. Definicja uporządkowania hierarchicznego

Niechaj Ω będzie dziedziną pewnej relacji f , a zbiór Ξ ($\text{mes}(\Xi) = n; n > 0$) o skończonej liczbie elementów niech będzie zbiorem jej wartości. Dla dowolnego elementu $\xi \in \Xi$ można wyróżnić podzbiór elementów $\omega \in \Omega$

$$\Omega^\xi = \{\omega \in \Omega \wedge f(\omega) = \xi\} \quad (4.8)$$

takich że:

$$\text{jesli } \xi_i \neq \xi_j \text{ to}$$

$$\Omega^{\xi_i} \cap \Omega^{\xi_j} = \emptyset, \Omega \supseteq \bigcup_{i=0}^{i=n-1} \Omega^{\xi_i} \quad (4.9)$$

Zbiór $H^{(l)}$ podzbiorów Ω :

$$H^{(l)} = \{\Omega^{\xi_i}\} \text{ dla } l = 1 \text{ oraz } i = 1, \dots, n \quad (4.10)$$

definiuje pierwsze piętro hierarchii. Zbiór $H^{(l)}$ określa węzły hierarchii na l -tym poziomie. Każde, wyższe $l = 1, \dots, L$ piętro hierarchii może być zbudowane w ten sam sposób, jeśli tylko dla dowolnego z podzbiorów H^{l-1} istnieje funkcja spełniająca uprzednio postawione warunki. Generalnie, hierarchią jest system dwu lub większej ilości zbiorów bądź elementów (węzłów), w którym piętro niższego rzędu zawiera w sobie jednostki piętra wyższego, kontrolując wszelką ich aktywność, a także i sam fakt istnienia podzbiorów. Każdy z węzłów hierarchii może być skojarzony z jego adresem (kodem) h składającym się z uporządkowanego ciągu wartości relacji $f_l \xi_i \in \Xi^l$ określonych na podzbiórach kolejnych pięter

$$h = \{\xi_L \xi_{L-1} \dots \xi_1\} \quad (4.11)$$

Przemieszczając się od pierwszego do L -tego piętra hierarchii po kolejnych podzbiórach Ω^{ξ_i} indeksowanych wartościami relacji ξ_i dojdziemy do podzbioru czy elementu wskazywanego kodem (4.11). Ponieważ każde z pięter hierarchii jest zbudowane ze skończonej liczby podzbiorów, kod h można traktować jako ciąg liczb całkowitych

$$h = \{i_L i_{L-1} \dots i_1\} \quad (4.12)$$

lub jako pojedynczą liczbę

$$h = n^{L-1} * i_L + n^{L-2} * i_{L-1} \dots n^0 * i_1 \quad (4.13)$$

zapisaną w układzie o podstawie $n = \max\{\text{mes}(\Xi^l)\}, l = 1, 2, \dots, L$.

Podobnie jak pojedynczy element hierarchii, cała struktura H może być zapisana uporządkowanym ciągiem kodów swych elementów

$$H = \left\{ i_L^{(N)} i_{L-1}^{(N)} \dots i_1^{(N)} \dots i_L^{(1)} i_{L-1}^{(1)} \dots i_1^{(1)} \right\}. \quad (4.14)$$

W rezultacie hierarchię można identyfikować z jej kodem bądź też z pojedynczą liczbą całkowitą

$$H = n^{NL-1} * i_L^{(N)} + n^{NL-2} i_{L-1}^{(N)} + \dots + n^0 i_1^{(1)} \quad (4.15)$$

Znając podstawę układu numerycznego n , w którym ta liczba jest zapisana, i długości kodów poszczególnych części składowych hierarchii, można zdekodować tę liczbę i w rezultacie odtworzyć całą strukturę wewnętrzną obiektu reprezentowanego hierarchią.

Wielopostaciowość przedstawień hierarchii otwiera kilka dróg postępowania przy badaniu zarówno statyki, jak i dynamiki takich obiektów. Z jednej strony - obiekty hierarchiczne identyfikowane przez ich kod można badać metodami genetycznymi. Otwiera to zupełnie nowe perspektywy badawcze w odniesieniu do populacji wstrząsów górniczych. Z drugiej strony – punktowe zbiory wstrząsów można przedstawić pojedynczymi liczbami całkowitymi H_t kodującymi położenia wszystkich wstrząsów w kolejnych momentach czasu t . Można więc postawić zadanie predykcji wstrząsów czy też dowolnej innej struktury hierarchicznej, polegające na znalezieniu funkcji $F^{(l)}$ zależnej od poziomu l hierarchii i liczb kodujących kształt hierarchii we wszystkich momentach $t-1, t-2, \dots, 0$ poprzedzających interesującą nas chwilę t , umożliwiającą obliczenie liczby H_t na l -tym poziomie hierarchii

$$H_t = F^{(l)}(H_{t-1}, \dots, H_0). \quad (4.16)$$

Ideałem byłoby z kolei wyznaczenie granicznej funkcji $F^{(\infty)}$ określającej hierarchię dowolnie dokładnie w dowolnej chwili czasu

$$H_t = \lim_{\substack{l \rightarrow \infty \\ t_l - t_{l-1} \rightarrow 0}} F^{(l)}(H_{t-1}, \dots, H_0). \quad (4.17)$$

Narzucającym się sposobem zrealizowania predykcji wyrażonej wzorem (4.15) jest przedstawienie funkcji F , odpowiednim dla każdego poziomu hierarchii, szeregiem czasowym. W szczególności, szereg taki istnieje dla poziomu zerowego. Wszystkie liczby H_t są wówczas zerami. Predykcja zagrożenia sejsmicznego na zerowym poziomie hierarchii stwierdza jedynie, że w jakimś momencie czasu nastąpi wstrząs. Szeregi czasowe dla niezerowych poziomów hierarchii uściślają tę wiedzę, jednak nie dają zadowalającej dokładności. Wydaje się, że bez uwzględnienia danych niesejsmicznych oraz bez odwołania

się do praw fizycznych nie uda się skonstruować zadowalającej prognozy zagrożenia sejsmicznego.

Identyfikowanie hierarchii z zespołem kodów (4.14) pozwala na wprzęgnięcie metod fizyki statystycznej i termodynamiki do badania dynamiki struktur tego rodzaju. W końcu lat czterdziestych XX wieku Shannon [114] opracował brzemienne w skutkach technikę badania urządzeń emitujących ciągi dyskretnych symboli. Pierwotnie praca ta dotyczyła jedynie urządzeń telekomunikacyjnych. Okazało się jednak (Żurek [115]), że wprowadzone przez Shannona pojęcie entropii konfiguracyjnej S definiuje, funkcjonującą od dawna w termodynamice, entropię dowolnych układów fizycznych

$$S = - \sum_{k=1}^N P_{i_L^{(k)} i_{L-1}^{(k)} \dots i_1^{(k)}} \ln P_{i_L^{(k)} i_{L-1}^{(k)} \dots i_1^{(k)}} \quad (4.18)$$

gdzie:

$P_{i_L^{(k)} i_{L-1}^{(k)} \dots i_1^{(k)}}$ jest prawdopodobieństwem wystąpienia ciągu kodowego $\dots i_1^k$ k -tego elementu hierarchii, uprzednio zapisanego wzorem (4.12).

Prawdopodobieństwa te mogą być estymowane przy znanej strukturze hierarchicznej, co pozwala estymować jeden z podstawowych potencjałów termodynamiki. Dysponując entropią można określić inne funkcje termodynamiczne. W odniesieniu do hierarchii wstrząsów górniczych została wyznaczona temperatura sejsmiczna.

Struktury hierarchiczne umożliwiają gromadzenie i przetwarzanie informacji pochodzącej z różnych źródeł. Każdemu węzłowi hierarchii na dowolnym z pięter można przypisać dowolne dane zewnętrzne. Dane genetycznie niezwiązane z hierarchią wygodnie jest podzielić na dwa rodzaje: dane indywidualne – dotyczą jedynie tego węzła, któremu zostały przypisane, dane globalne – dotyczą tego węzła, któremu zostały przypisane i wszystkich węzłów wewnętrznych, chyba że któremuś z nich przypisana jest inna, nowa wartość. Dla hierarchii wstrząsów górniczych przykładem danych indywidualnych może być całkowita energia wstrząsów, całkowity moment sejsmiczny wstrząsów należących do wskazanego węzła itp. Danymi globalnymi są wszelkiego rodzaju stałe materiałowe, prędkości fal sejsmicznych, naprężenia, przemieszczenia mas skalnych czy też wielkość wydobywania pochodzącego z obszaru objętego wyszczególnionym węzłem. Z braku stosownej, szczegółowej informacji (stałe materiałowe, prędkości fal) jesteśmy zmuszeni przyjąć na wyższych poziomach hierarchii uboższą informację szczebla niższego. Z kolei dane

o wydobyciu czy np. dane dotyczące systemu eksploatacji mogą nie mieć sensu na wysokich poziomach hierarchii.

Istnieje sprzężenie między niektórymi z danych globalnych i samą strukturą hierarchii. Hierarchia sejsmiczna powstaje w oparciu o współrzędne wstrząsów, które zależą od przyjętego modelu propagacji fal sejsmicznych. W miarę rozrastania się populacji wstrząsów zyskujemy dane umożliwiające poprawienie modelu propagacji fal. Wstrząsom wcześniej zarejestrowanym przypisujemy poprawione współrzędne, co może zmienić pierwotny kształt hierarchii. Mamy do czynienia ze swoistym mechanizmem samoregulacji. Istniejąca hierarchia jest swego rodzaju „hipotezą”, która w wyniku gromadzenia nowych faktów podlega reorganizacji. Z uwagi na ten mechanizm można mieć nadzieję, że w pewnym momencie rozwoju hierarchii uda się znaleźć relacje obowiązujące między gromadzonymi danymi czy też danymi niesejsmicznymi i strukturą wstrząsów sejsmicznych, chociaż wcześniej nie były one obserwowane.

Numeryczna implementacja hierarchii wymaga dość subtelnych metod programowania. Musimy utworzyć abstrakcyjną klasę danych wewnętrznych. Jej konkretna zawartość zależy od indywidualnych cech rozpatrywanego problemu, jednak zawsze będzie w niej zawarta kolejka odnośników do danych zewnętrznych. Nie można z góry określić rozmiaru kolejki tych adresów, w związku z czym konieczne jest utworzenie obiektu dynamicznego, którego rozmiar będzie się zmieniał zależnie od zaistniałej sytuacji. Każdy element hierarchii musi zawierać inną kolejkę tego samego typu – kolejkę adresów struktur hierarchii następnego piętra. Będzie ona zawierała adresy elementów powstających w wyniku rozkładu zbioru. Ostatnim z wymaganych obiektów jest identyfikator elementu. Jest on numerem podzbioru powstającego z odpowiedniego zbioru piętra poprzedzającego. Dla łatwiejszego poruszania się po strukturze hierarchicznej można dodatkowo zapisać adres elementu poprzedniego – rodzica rozpatrywanego piętra hierarchii. Przechodząc od zerowego elementu hierarchii przez kolejne piętra aż do wszystkich elementów zamykających strukturę możemy utworzyć uporządkowane ciągi liczb całkowitych z identyfikatorów napotykanymi elementami. Każdy z nich jest swoistym kodem genetycznym elementu hierarchii, a kolejno ustawione kody wszystkich elementów można uważać za kod genetyczny całej struktury. Interpretacja genetyczna umożliwia zastosowanie metod genetycznych do badania, i przetwarzania struktur hierarchicznych.

5. LOKALIZACJA WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH

Podstawy współczesnych metod lokalizacji wstrząsów podał Geiger [116]. Metoda Geigera bazuje na zadanym modelu prędkości rozchodzenia się fal sejsmicznych w górotworze. Zaproponowana przez niego technika wyznaczania współrzędnych wstrząsów sejsmicznych czy górniczych sprowadza się do rozwiązania układu równań stacyjnych ze znanymi czasami pierwszych wejść fal sejsmicznych. Fizyczne podstawy metody są powszechnie akceptowane, co znalazło odzwierciedlenie w licznych udoskonaleniach pierwotnego pomysłu Geigera. Można je znaleźć w pracach: Buland [117], Drzęźła, Mendecki [118, 119, 120], Kołodziejczyk, Wanat [121, 122, 123, 125], Wanat [126], Aki, Lee [127], Matsu'ura [128], Pavlis, Booker [129]. Analiza błędów lokalizacji wstrząsów (Kijko [130]) umożliwiła opracowanie metody optymalizacji sieci stacji sejsmicznych i minimalizację błędów lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych dla różnych modeli propagacji fal sejsmicznych. Ponieważ magnituda wstrząsu czy też długość trwania zjawiska sejsmicznego zależy od odległości punktu rejestracji wstrząsów od ich źródła, to można dowolny z tych parametrów wykorzystać do zlokalizowania ognisk wstrząsów górniczych. Metodę tego rodzaju opracował Wanat [131].

Najważniejszym i zarazem najłatwiejszym do uzyskania rezultatem lokalizacji źródeł wstrząsów górniczych jest określenie stref górotworu o podwyższonym rozkładzie naprężeń lub obszarów wyjątkowo osłabionych skał. Badania tego rodzaju przeprowadził McGarr [20]. Opierając się jedynie na danych sejsmologicznych nie potrafimy jednak określić, która z tych ewentualności ma miejsce.

Badania rozkładu źródeł wstrząsów pozwalają na wyodrębnienie trzech, powszechnie występujących, mechanizmów powstawania wstrząsów. Można je skojarzyć z następującymi efektami:

- a) Uwolnieniem naprężeń w pobliżu wyrobisk górniczych. Relacjonują je prace: Gibowicza [5], Rorke'a i Roeringa [132].
- b) Ruchem skał wzdłuż nieciągłości struktur geologicznych lub rozwarstwieniem i ruchem wzdłuż kontaktów warstw skalnych o istotnie różnych parametrach mechanicznych, co przedstawiają: Bourbonais [133], Gay, Spencer, Van Wyk, Van Der Heever [17], Hasegawa i Wetmiller oraz Gendzwill [134], Urbancic i Trifu [135] oraz Dubiński [136].
- c) Niszczaniem filarów przedstawionym w pracach: Hedley i Wetmiller [137], Deliac, Gay [10], Kuszniur oraz Kuszniur, Al-Saigh [47].

Generalnie - wstrząsy górnice pojawiają się najczęściej w obszarze bliskim eksploatacji górnicej. Informacje na ten temat można znaleźć w pracach: Salamon [138], McGarr [7]. Niektóre czynniki geologiczne (Scott [139]), systemy eksploatacji czy też specyficzny rozkład własności mechanicznych skał (Cook [67]) mogą istotnie skomplikować ten prosty obraz. Typowo wstrząsy niskoenergetyczne lokalizują się w obszarach eksploatowanych wyrobisk i nie są związane z żadną charakterystyczną strukturą bądź formacją geologiczną. Wstrząsy wysokoenergetyczne są najczęściej związane z nieciągłością struktur geologicznych. Relacjonują to prace: Gay, Spencer, Van Wyk, Van Der Heever [17], Ortlepp [64], Spottiswoode [2], Talebi, Young [30], Brummer, Rorke [140]. Wstrząsy wysokoenergetyczne są zazwyczaj lokalizowane w pewnym oddaleniu od eksploatowanych wyrobisk. Istotnym sukcesem badań nad rozkładem zlokalizowanych wstrząsów było udokumentowanie wpływu uskoków czy zapadlisk na indukowaną aktywność sejsmiczną. Informują o tym autorzy: Dempster [14], Deliac, Gay [10], Shepherd, Blackwood, Rixon [141], Blake, Cuvelier [56], McGarr [20], Gay [42]. Precyzyjne metody lokalizacji pozwoliły potwierdzić spostrzeżenie Hedleya [6], że częstość pojawiania się wstrząsów wysokoenergetycznych przy odchodzeniu od uskoków jest mniejsza niż w przypadku dochodzenia do nich. Identyfikacja anormalnych obszarów górotworu jest jednym z podstawowych czynników, często o decydującym znaczeniu dla projektowanych pokładów eksploatacyjnych (Stevens [142]). Precyzyjne techniki lokalizacji wstrząsów umożliwiają kontrolę efektywności strzelań odprężających (Quesnel, Hong [143]), oraz migracji ognisk wstrząsów w filarach ochronnych (Urbancic, Trifu [135]).

Uwzględnienie hierarchicznej struktury obszarów zagrożonych sejsmicznie wymusza opracowanie metod lokalizacji wstrząsów w ośrodkach niejednorodnych i nieizotropowych. Musi też być opracowana metoda estymacji parametrów pola prędkości fal sejsmicznych w niejednorodnych ośrodkach. Dopiero dysponując takimi narzędziami mamy szansę na zbudowanie poprawnych struktur hierarchicznych i na uruchomienie mechanizmów samoorganizacji hierarchii.

5.1. Układ równań stacyjnych

Odchyłkę ε_i między odczytanymi t_i i obliczonymi czasami rejestracji pierwszych wejść fal sejsmicznych na i -tm sejsmometrze ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) można zapisać wzorem

$$\varepsilon_i = t_i - t_0 - T_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5.1)$$

gdzie:

t_0 - moment powstania wstrząsu,

T_i - czas potrzebny na przejście fal sejsmicznych od źródła wstrząsu $\vec{r}^T = (x_0, y_0, z_0)$ do punktu rejestracji $\vec{r}_i^T = (x_i, y_i, z_i)$. Funkcyjna postać T_i zależy od przyjętego, fizycznego modelu propagacji fal sejsmicznych.

Zakładamy, że pomiary są rzetelne. Oznacza to, że ich rozkład jest gaussowski o średniej 0

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i = 0 = \sum_{i=1}^N (t_i - t_0 - T_i). \quad (5.2)$$

Zapisany warunek pozwala wyznaczyć moment powstania wstrząsu

$$t_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - T_i). \quad (5.3)$$

Błąd ε_i popełniony na i -tym sejsmometrze można teraz zapisać w postaci

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^N \left(\delta_{ij} - \frac{1}{N} \right) (t_j - T_j), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5.4)$$

Natomiast

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (5.5)$$

Po zdefiniowaniu kwadratowej macierzy M o wyrazach

$$m_{ij} = \delta_{ij} - \frac{1}{N}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (5.6)$$

oraz wektorów

$$\begin{aligned} \vec{\varepsilon}^T &= (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N), \\ \vec{t}^T &= (t_1, \dots, t_N), \\ \vec{T}^T &= (T_1, \dots, T_N) \end{aligned} \quad (5.7)$$

wyrażeniu (5.1) można nadać formę

$$\vec{\varepsilon} = M(\vec{t} - \vec{T}). \quad (5.8)$$

Jest to zredukowana forma układu równań stacyjnych (5.1). W porównaniu ze swym pierwowzorem nie zawiera ona momentu powstania wstrząsu t_0 , co zmniejsza liczbę poszukiwanych niewiadomych i poprawia stabilność rozwiązań numerycznych.

Macierz M jest symetryczna i osobliwa. Aby to pokazać, wystarczy dać wszystkie jej wiersze lub kolumny do jednej dowolnie wybranej. Ponadto, M spełnia relację

$$M = M M. \quad (5.9)$$

Zadaniem lokalizacji wstrząsów jest znalezienie współrzędnych ogniska $(x_0, y_0, z_0) = (x_{01}, x_{02}, x_{03})$ oraz parametrów (x_{04}, \dots, x_{0K}) determinujących prędkość fal sejsmicznych, takich by norma wektora $\vec{\varepsilon}$ była minimalna.

W szczególności można zażądać zerowania się wszystkich współrzędnych $\vec{\varepsilon}$. Oznacza to, że dysponujemy idealnym modelem propagacji fal sejsmicznych i idealnym zespołem pomiarów nie obarczonych żadnymi błędami. Nierealistyczne założenia prowadzą do układu N równań algebraicznych na K niewiadomych

$$\vec{\varepsilon} = M(\vec{t} - \vec{T}) = \vec{0}, \quad (5.10)$$

który winien być spełniony dla każdego $N \geq K$. Jeśli $N = K$, to zadanie (5.10) nie może być rozwiązane. Macierz M jest wówczas osobliwa. Jednak rozważany problem będzie rozwiązalny, jeśli wybierzemy K równań spośród N relacji, gdy $N > K$. Okaże się jednak, że różne zespoły K równań doprowadzą do różnych rozwiązań. Najlepsze estymatory poszukiwanych zmiennych uzyska się przez uśrednienie wszystkich wyników rozwiązań układu (5.10) otrzymane dla wszystkich możliwych zestawów K równań spośród wszystkich N wyrażeń.

Dla poprawienia przybliżonego zespołu związków (5.10) rozwijamy go w szereg Taylora wokół przybliżenia początkowego (x_{01}, \dots, x_{0K}) poszukiwanych zmiennych, co po uwzględnieniu jedynie liniowych wyrazów rozwinięcia można zapisać w postaci:

$$\vec{0} = M(\vec{t} - \vec{T}) - MJ\vec{\Delta}. \quad (5.11)$$

gdzie:

$$J = \left(\vec{\partial T}_1, \vec{\partial T}_2, \dots, \vec{\partial T}_K \right) \quad (5.12)$$

oraz

$$\vec{\partial T}_k = \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_{0k}}, \frac{\partial T_2}{\partial x_{0k}}, \dots, \frac{\partial T_N}{\partial x_{0k}} \right)^T, \quad k = 1, \dots, K \quad (5.13)$$

i

$$\vec{\Delta}^T = (\dots, x_{0k} - x_{0k}^0, \dots). \quad (5.14)$$

jest wektorem odchyłek poszukiwanych parametrów od ich wartości początkowych.

Operację wyboru zestawu K związków spośród dostępnych N wyrażeń można przedstawić $K \times N$ -elementową macierzą L , której wierszami są N -wymiarowe wektory mające zera na wszystkich pozycjach poza jedną, dowolnie ustaloną, gdzie wstawia się 1. Żąda się, by żadna z par wektorów nie miała różnej od zera składowej na tej samej pozycji. Wiersze macierzy L reprezentują w tym przypadku kwantyfikatory lingwistyczne typu „istnieje”. Możliwe jest skonstruowanie całej klasy kwantyfikatorów odpowiadających potocznie rozumianym operacjom logicznym, z których udaje się skonstruować wymaganą macierz L . Szczegółową dyskusję tych problemów przedstawiają Yager i Filev [144] przy okazji prac nad logiką rozmytą.

W istocie rzeczy macierz L może być dowolną macierzą $K \times N$ -elementową rzędu K . Można zmieniać formę L na kolejnych etapach obliczeń. Istotne jest jedynie to, by iloczyn macierzy LMJ był nieosobliwy. Możemy więc postawić zadanie takiego wyboru L , by zminimalizować błąd obliczeń numerycznych determinowany specyficzną konfiguracją sejsmometrów.

W szczególności, przyjmując $L = J^T$, uzyska się rozwiązanie odpowiedzialne za minimalizację sumy kwadratów współrzędnych wektora błędu $\vec{\epsilon}$. Ostatecznie, w miejsce nadwymiarowego układu liniowych równań algebraicznych (5.11) na niewiadome $\vec{\Delta}$ dostaje się układ K równań na tyle samo niewiadomych

$$LM(\vec{i} - \vec{T}) = LMJ\vec{\Delta}. \quad (5.15)$$

Jak łatwo zauważyć, dla dowolnego α wektor postaci

$$\alpha\vec{i} = \alpha(\dots, 1, \dots)^T \quad (5.16)$$

przemnożony przez macierz M da wektor zerowy. Staje się widoczne, że jeśli w trakcie obliczeń zdarzy się przypadek, w którym

$$\vec{i} - \vec{T} - J\vec{\Delta} = \alpha\vec{i} \quad (5.17)$$

$$\vec{i} = (\dots, 1, \dots)^T \quad (5.18)$$

to wektor błędu $\vec{\varepsilon}$ ulegnie wyzerowaniu, mimo że wektor $\vec{\Delta}$ będzie istotnie różny od wektora zerowego. Kontynuacja obliczeń może doprowadzić do wyzerowania $\vec{\Delta}$, ale rozwiązanie utraci wymaganą postać. Można wówczas jedynie powiedzieć, że został znaleziony ciąg przekształceń wektora $\vec{\varepsilon}$, formalnie reprezentowany ciągiem macierzy L stosowanych na kolejnych krokach iteracji, zerujący wszystkie składowe $\vec{\Delta}$. Jednakże to nie gwarantuje poprawności rozwiązania zagadnienia fizycznego w rzeczywistym przypadku przybliżonej teorii.

5.2. Minimalizacja normy pierwszej

Niefizyczne postulaty towarzyszące rozważaniom poprzedniego punktu można wyeliminować żądaniem osiągnięcia minimum normy wektora błędu $\vec{\varepsilon}$ w miejsce zerowania się jego wszystkich współrzędnych. Chcemy więc tak wybrać poszukiwane współrzędne ogniska wstrząsu i ewentualnie jeszcze inne parametry prędkości, by zachodziła relacja

$$\|\vec{\varepsilon}\| = \|M(\vec{t} - \vec{T})\| = \min. \quad (5.19)$$

W najprostszym przypadku normę wektora możemy określić jako sumę bezwzględnych wartości wszystkich jego składowych. Jest to tzw. norma pierwsza

$$\|M(\vec{t} - \vec{T})\|_1 = \sum_{i=1}^N |M(\vec{t} - \vec{T})_i| = \sum_{i=1}^N s_i \{M(\vec{t} - \vec{T})\}_i. \quad (5.20)$$

gdzie:

$$s_i = \operatorname{sgn}(\{M(\vec{t} - \vec{T})\}_i). \quad (5.21)$$

Intuicja podpowiada nam, że minimalizacja normy pierwszej powinna być najprostszym sposobem osiągnięcia zamierzonego celu, tj. znalezienia współrzędnych miejsca wstrząsu. Jednak, jak to pokażą dalsze obliczenia, jest to nieosiągalne. Minimalizacja normy pierwszej prowadzi do osobliwego układu równań spełnionego przez nieskończenie wiele zestawów odchyłek poprawiających hipocentrum wstrząsu.

Minimum J wyznacza konieczność spełnienia K relacji

$$0 = -\sum_{i=0}^N s_i \left\{ M \frac{\partial T_k}{\partial t_i} \right\}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (5.22)$$

gdzie symbolem K została oznaczona liczba poszukiwanych niewiadomych, natomiast wektorem pochodnych cząstkowych $\vec{\partial T}_k$, zdefiniowany wzorem (5.13).

Wszystkich K równań (5.22) można przedstawić wyrażeniem macierzowym po określeniu $N \times N$ -wymiarowej, diagonalnej macierzy S

$$S = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_N \end{pmatrix}, \quad (5.23)$$

N -wymiarowego wektora I , którego wszystkie elementy są jedynkami

$$I^T = (1, \dots, 1). \quad (5.24)$$

W miejsce wzoru (5.22) dostaje się układ K równań algebraicznych na tyle samo niewiadomych

$$0 = I^T S M \vec{\partial T}_k, \quad k = 1, \dots, K. \quad (5.25)$$

Przyjmujemy, że znane są zerowe przybliżenia poszukiwanych pierwiastków i rozwijamy wyrazy wektora $\vec{\partial T}_k$ w szereg Taylora. Po obcięciu szeregu do wyrazów liniowych dostaje się

$$\vec{\partial T}_k := \vec{\partial T}_k + H_k \bar{\Delta} \quad (5.26)$$

gdzie:

$$H_j = \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_{0j} \partial x_{01}}, \dots, \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_{0j} \partial x_{0K}} \right) \quad (5.27)$$

a wektor $\bar{\Delta}$ (5.14) zbudowany jest z polepszających rozwiązanie przyrostów poszukiwanych niewiadomych.

Ostatecznie układ równań (5.25) daje się zapisać w postaci

$$- \begin{pmatrix} I^T S M \vec{\partial T}_1 \\ I^T S M \vec{\partial T}_2 \\ \vdots \\ I^T S M \vec{\partial T}_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I^T S M H_1 \\ I^T S M H_2 \\ \vdots \\ I^T S M H_K \end{pmatrix} \bar{\Delta}. \quad (5.28)$$

lub

$$-P \begin{pmatrix} \partial \bar{T}_1 \\ \partial \bar{T}_2 \\ \vdots \\ \partial \bar{T}_K \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_K \end{pmatrix} \bar{\Delta}. \quad (5.29)$$

gdzie:

$$P = \begin{pmatrix} I^T SM & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I^T SM & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & I^T SM \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Jak łatwo zauważyć, iloczyn $I^T SM$ jest podmacierzą osobliwą, co sprawia, że macierz P nie ma macierzy odwrotnej i otrzymanego rezultatu nie da się wykorzystać do lokalizacji wstrząsów.

5.3. Minimalizacja normy drugiej

Chcemy tak dobrać parametry ogniska wstrząsu i ewentualne parametry modelu prędkości, aby suma kwadratów wszystkich składowych wektora odchyłek $\bar{\varepsilon}$ była minimalna

$$\bar{\varepsilon}^T \bar{\varepsilon} = (\bar{i} - \bar{T})^T M (\bar{i} - \bar{T}) = \min. \quad (5.31)$$

Warunek minimum wymaga spełnienia K związków algebraicznych

$$\frac{\partial (\bar{\varepsilon}^T \bar{\varepsilon})}{\partial x_{0k}} = 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (5.32)$$

co daje K równań algebraicznych

$$\partial \bar{T}_k^T M (\bar{i} - \bar{T}) = 0, \quad k = 1, \dots, K. \quad (5.33)$$

Zarówno $\partial \bar{T}_k^T$, jak i $(\bar{i} - \bar{T})$ zależą od poszukiwanych parametrów wstrząsu. Po rozwinięciu tych wektorów w szereg Taylora i po odrzuceniu wyrazów nieliniowych otrzymuje się

$$\partial \bar{T}_k^T := \partial \bar{T}_k^T + H_k \bar{\Delta}, \quad k = 1, \dots, K, \quad (5.34)$$

gdzie H_k zostało zdefiniowane wzorem (5.27) oraz

$$(\bar{i} - \bar{T}) := (\bar{i} - \bar{T}) - MJ \bar{\Delta} \quad (5.35)$$

a J jest określone wzorem (5.12). Po uwzględnieniu tych wyrażeń we wzorze (5.33) i pominięciu wyrazu proporcjonalnego do kwadratu poszukiwanych odchyłek $\Delta_k \Delta_l$ ($k, l = 1, \dots, K$) otrzymuje się

$$\begin{pmatrix} \partial \bar{T}_1^T \\ \partial \bar{T}_2^T \\ \vdots \\ \partial \bar{T}_K^T \end{pmatrix} M(\bar{i} - \bar{T}) = \begin{pmatrix} \partial \bar{T}_1^T \\ \partial \bar{T}_2^T \\ \vdots \\ \partial \bar{T}_K^T \end{pmatrix} M(\partial \bar{T}_1, \partial \bar{T}_2, \dots, \partial \bar{T}_K) + \begin{pmatrix} (\bar{i} - \bar{T})^T MH_1 \\ (\bar{i} - \bar{T})^T MH_2 \\ \vdots \\ (\bar{i} - \bar{T})^T MH_K \end{pmatrix} \bar{\Delta}. \quad (5.36)$$

Drugi ze składników sumy w nawiasie kwadratowym jest macierzą osobliwą. Podobnie jak w problemie minimalizacji normy pierwszej nie ma on wpływu na wyniki obliczeń. Ostatecznie dla wyznaczenia poprawek $\bar{\Delta}$ poszukiwanych parametrów dostaje się układ K równań

$$J^T M(\bar{i} - \bar{T}) = J^T M J \bar{\Delta} \quad (5.37)$$

co pokrywa się z wyrażeniem (5.15), jeśli tylko $L = J^T$.

5.4. Estymacja parametrów pola prędkości – lokalizacja grupowa

Zadanie równoczesnego wyznaczenia parametrów pola prędkości i lokalizację wstrząsu po raz pierwszy sformułował Crosson [145]; dotyczyło ono przypadku jednowymiarowego. Następnie Aki i Lee [127] rozszerzyli je do przypadku trójwymiarowego. Praktyczne zastosowania (Mendecki [146, 147]) tych metod, z uwagi na bardzo złe uwarunkowania macierzy uzyskiwanych układów równań algebraicznych, są jednak wyjątkowo trudne. Wskazane niedogodności można w znacznej mierze ominąć stosując metodę przedstawioną w tym punkcie. Przy jej użyciu można dokonać realistycznych ocen pól prędkości reprezentowanych różnymi tensorami spowolnienia w kilku obszarach kopalni.

Poprawną ocenę parametrów modelu prędkości można uzyskać rozpatrując grupę wielu N wstrząsów. Dla każdego wstrząsu grupy obowiązują równania (5.15), które wygodnie będzie przepisać w postaci

$$L^n M^n (\bar{i} - \bar{T})^n = L^n M^n J^n \begin{pmatrix} \bar{\Delta}_r^n \\ \bar{\Delta}_c^n \end{pmatrix}, \quad (5.38)$$

$$n = 1, 2, \dots, N.$$

Wektor poprawek został przedstawiony w częściach reprezentujących odchyłki hipocentrum wstrząsu $\bar{\Delta}_r^n$ i odchyłki poszukiwanych parametrów prędkości $\bar{\Delta}_c^n$.

Dla uproszczenia zapisu definiujemy wektor wyrazów wolnych

$$\bar{w}^n = L^n M^n (\bar{t} - \bar{T})^n \quad (5.39)$$

oraz macierz indywidualnego wstrząsu grupy

$$L^n M^n J^n = \begin{pmatrix} A^n & B^n \\ C^n & D^n \end{pmatrix}. \quad (5.40)$$

Dla każdego wstrząsu grupy należy wyznaczyć 3 poprawki przestrzenne i k_n poprawek parametrów pola prędkości. Z uwagi na to dokonujemy podziału macierzy układu równań (5.36) na $3+k_n$ niewiadomych wybierając macierz A^n z 3 pierwszych wyrazów kolejnych 3 kolumn. Macierz A^n jest więc macierzą 3×3 -elementową, macierz B^n jest $3 \times k_n$ -elementową. Macierz C^n składa się z k_n wierszy i 3 kolumn, a macierz D^n jest $k_n \times k_n$ -elementowa.

Wszystkie równania grupy wstrząsów można zapisać w symbolicznej postaci:

$$\begin{pmatrix} \bar{w}^1 \\ \bar{w}^2 \\ \vdots \\ \bar{w}^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^1 & 0 & \dots & B^1 \\ C^1 & 0 & \dots & D^1 \\ 0 & A^2 & \dots & B^2 \\ 0 & C^2 & \dots & D^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & A^N & B^N \\ 0 & 0 & C^N & D^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Delta}_r^1 \\ \bar{\Delta}_c^1 \\ \bar{\Delta}_r^2 \\ \bar{\Delta}_c^2 \\ \vdots \\ \bar{\Delta}_r^N \\ \bar{\Delta}_c^N \end{pmatrix}. \quad (5.41)$$

Podmacierze poprawek przestrzennych kolejnych wstrząsów układają się wzdłuż głównej przekątnej globalnego układu równań. Umożliwia to zredukowanie macierzy układu do postaci trójkątnej. Przeprowadzamy pierwszy etap rozwiązania globalnego układu równań sprowadzając każdą z macierzy A^n do postaci górnej trójkątnej

$$A^n = \begin{pmatrix} a_{11}^n & a_{12}^n \\ 0 & a_{22}^n \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

równocześnie zerując wszystkie współrzędne macierzy C^n . W procesie redukcji ulegają zmianie zarówno wyrazy wolne, jak i pozostałe podmacierze

$$\begin{aligned}
 \bar{w}^n &\Rightarrow \bar{w}'^n, \\
 B^n &\Rightarrow B'^n, \\
 D^n &\Rightarrow D'^n.
 \end{aligned}
 \tag{5.43}$$

Praktyczna realizacja tego procesu może być dokonana z wyborem elementu głównego dla każdego z indywidualnych wstrząsów. Uzyskuje się tym sposobem poprawę dokładności rozwiązania, a faktyczny podział macierzy indywidualnych wstrząsów wyrażony wzorem (5.42) uzyskuje się po etapie redukcji macierzy globalnej.

Po uwzględnieniu poczynionych transformacji układ równań (5.41) może być teraz zapisany w formie:

$$\begin{pmatrix} \bar{w}_r^1 \\ \bar{w}_c^1 \\ \bar{w}_r^2 \\ \bar{w}_c^2 \\ \vdots \\ \bar{w}_r^N \\ \bar{w}_c^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^1 & 0 & \dots & B^1 \\ 0 & 0 & & D^1 \\ 0 & A^2 & & B^2 \\ 0 & 0 & \dots & D^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & A^N & B^N \\ 0 & 0 & & D^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Delta}_r^1 \\ \bar{\Delta}_c^1 \\ \bar{\Delta}_r^2 \\ \bar{\Delta}_c^2 \\ \vdots \\ \bar{\Delta}_r^N \\ \bar{\Delta}_c^N \end{pmatrix}.
 \tag{5.44}$$

gdzie wyrazy wolne indywidualnych wstrząsów zostały zgrupowane na części przestrzenną \bar{w}_r^n (wektor 3-wymiarowy) i prędkościową \bar{w}_c^n (wektor k_n -wymiarowy). Ponadto zostały pominięte znaki primowania.

Rozwiązanie globalnego układu równań daje się teraz rozdzielić na dwa zadania. Pierwsze z nich sprowadza się do znalezienia poprawek parametrów pola prędkości. Wymaga to rozwiązania układu równań

$$\begin{pmatrix} \bar{w}_c^1 \\ \bar{w}_c^2 \\ \vdots \\ \bar{w}_c^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \vdots \\ D^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Delta}_c^1 \\ \bar{\Delta}_c^2 \\ \vdots \\ \bar{\Delta}_c^N \end{pmatrix}.
 \tag{5.45}$$

Znając poprawki parametrów prędkości, można przeprowadzić relokalizację poszczególnych wstrząsów. Zadanie to sprowadza się do rozwiązania ciągu układów 3 równań na 3 niewiadome z górnymi trójkątnymi macierzami i nie następuje żadnych trudności

$$\begin{aligned}\bar{w}_r^n - B^n \bar{\Delta}_c^n &= A^n \bar{\Delta}_r^n, \\ n &= 1, 2, \dots, N.\end{aligned}\tag{5.46}$$

Przy rozwiązywaniu układu (5.45) istnieje spora dowolność. Poszczególne wstrząsy grupy dają tyle samo równań co i niewiadomych, a niektóre z poszukiwanych poprawek pola prędkości występują w kilku zespołach poprawek $\bar{\Delta}_c^n$. Formalnie można więc zamiast rozwiązywania pełnego układu równań (5.45) zamienić go na ciąg zadań analogicznych do relokalizacji wstrząsów. W takim jednak przypadku utraci się sprzężenie między identycznymi parametrami pola prędkości. Istnienie tego sprzężenia jest zaś główną przyczyną podjęcia zadania estymacji parametrów pola prędkości. W celu pełnego wykorzystania informacji zawartej w kompletnym układzie równań (5.45) wystarczy dokonać niewielkiej reorganizacji postawionego zadania. Wektor poprawek parametrów pola prędkości modyfikujemy tak, by poprawki dotyczące tego samego parametru pola prędkości pojawiały się jednokrotnie. Powstaje wektor $\bar{\Delta}_c$ o wymiarze nie większym od pierwotnego wektora $(\bar{\Delta}_c^{1T}, \bar{\Delta}_c^{2T}, \dots, \bar{\Delta}_c^{NT})^T$. Równocześnie przekształcamy poszczególne podmacierze D^n uzupełniając je zerowymi współczynnikami w miejscach mnożonych przez niewystępujące w pierwotnym wyrażeniu poprawki pola prędkości. Po reorganizacji macierzy równań układu (5.45) dostaje się prostokątną macierz D o ilości wierszy równej ilości równań w pierwotnym układzie i o liczbie kolumn nie większej od sumy wymiarów wszystkich początkowo występujących poprawek. Zastępując wektor wyrazów wolnych $(\bar{w}_c^{1T}, \bar{w}_c^{2T}, \dots, \bar{w}_c^{NT})^T$ jednym symbolem \bar{w}_c zmodyfikowany układ równań (5.45) można zapisać w postaci

$$\bar{w}_c = D \bar{\Delta}_c.\tag{5.47}$$

Dysponujemy teraz większą liczbą równań niż niewiadomych. Postawione zadanie można rozwiązać klasyczną metodą Moora-Penrosego. Po przemnożeniu obydwu stron przez macierz transponowaną D^T otrzymuje się zgodny układ równań zawierający tyle samo związków co i poszukiwanych niewiadomych

$$D^T \bar{w}_c = D^T D \bar{\Delta}_c.\tag{5.48}$$

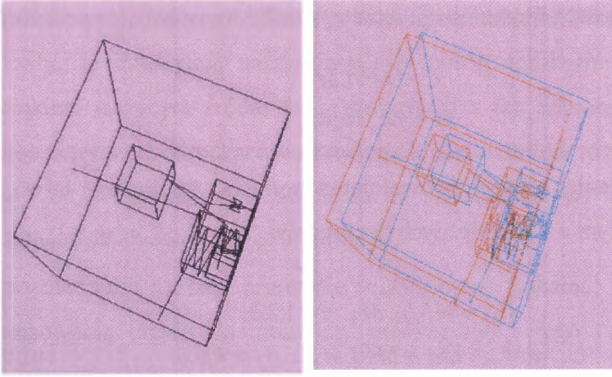
Macierz $D^T D$ jest symetryczna i określona nieujemnie. Na ogół istnieje więc rozwiązanie uzyskanego układu równań. Tym samym, można obliczyć poprawki pola prędkości, a następnie obliczyć ulepszone współrzędne wszystkich wstrząsów grupy i poprawić pole

prędkości. Cykl obliczeń powtarza się aż do uzyskania wymaganej dokładności bądź do spełnienia innego kryterium zakończenia rachunków.

5.5. Niejednorodność górotworu i anizotropia prędkości fal sejsmicznych

Mechaniczna anizotropia pokładów skalnych demonstruje się zależnością prędkości fal sejsmicznych od kierunku propagacji. Typowo, prędkości fal są większe w kierunku równoległym do uławicenia od prędkości w kierunku prostopadłym. Ten stosunkowo prosty obraz komplikują uskoki skalne, obszary źródeł wstrząsów czy też wyrobiska górnicze. Ponadto, prędkość fal zmienia się wraz z głębokością. Empiryczne prawa rządzące ostatnimi z tych zjawisk podali Dubiński i Konopko [148]. Niestety, podane relacje obowiązują tylko dla regionu górnosląskiego, a i to z marginesem sporego błędu. Zarówno naturalna różnorodność warunków bytowania masywu skalnego, jak i czynniki górnicze wpływają na stan naprężenia górotworu, modyfikują jego parametry mechaniczne i fizyczne, co z kolei zmienia prędkości fal sejsmicznych.

Wielorakość geometryczną masywu skalnego można odwzorować w hierarchicznej strukturze obszaru. Anizotropię prędkości fal sejsmicznych można zaś przedstawić zbiorem tensorów spowolnienia przypisanych każdemu elementowi hierarchii. Są to wewnętrzne dane układu. Jeśli któremuś poziomowi struktury geometrycznej nie potrafimy przypisać jego indywidualnych parametrów prędkości, to rozumiemy, że obowiązują w nim prawa rządzące na poprzednim, niższym poziomie hierarchii. Spełnienie tego warunku wymaga przypisania parametrów pola prędkości przynajmniej zerowemu poziomowi hierarchii. W granicznym przypadku znany jest więc tensor spowolnienia uśredniony po całym, analizowanym obszarze. Jesteśmy w „klasycznej” sytuacji, kiedy to całemu obszarowi przypisane jest uniwersalne pole prędkości, a promienie fal sejsmicznych są odcinkami prostych. Każda dodatkowa informacja wzbogaca posiadaną wiedzę i komplikuje obraz pola promieniowania sejsmicznego. Promienie sejsmiczne stają się łamanymi. Pojawiają się ich załamania na granicach ośrodków. Dochodzi do odbić, w tym do odbić wewnętrznych stanowiących przyczynę powstawania fal pokładowych.



Rys. 5.1. Promienie fal sejsmicznych w niejednorodnym ośrodku
Fig. 5.1. Seismic ray path in non isotropic media

Anizotropia prędkości fal sejsmicznych sprawia, że obrazem powierzchni stałej fazy drgań sejsmicznych w izolowanym elemencie hierarchii jest elipsoida. Sprzężona z nią prędkość fal sejsmicznych musi więc również być elipsoidą, a determinujący ją zestaw sześciu niezależnych współczynników określa tensor symetryczny $C = \{ c_{ij} \}$ drugiego rzędu.

W układzie osi własnych tensora C przekątniowe współczynniki tensora spowolnienia są odwrotnościami kwadratów prędkości fal mierzonymi wzdłuż osi układu odniesienia

$$C = L = \begin{pmatrix} \frac{1}{v_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{v_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{v_z^2} \end{pmatrix}. \quad (5.49)$$

Pozaprzekątniowe współczynniki C odpowiadają za skrócenie elipsoidy spowolnienia i elipsoidalnego frontu falowego w dowolnie obranym układzie współrzędnych. Wygodnie jest je wyrazić przez trzy kąty φ , ν , η opisujące skrócenie układu osi głównych tensora w odniesieniu do osi wybranego układu współrzędnych. Macierze obrotów M_x , M_y , M_z osi o podane kąty (K. Wanat [149]) mają postać:

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \quad M_y = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta) & 0 & -\sin(\vartheta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\vartheta) & 0 & \cos(\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (5.50)$$

$$M_z = \begin{pmatrix} \cos(\eta) & -\sin(\eta) & 0 \\ \sin(\eta) & \cos(\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a przekształcony tensor spowolnienia można wyrazić transformacją podobieństwa:

$$\begin{aligned} C &= M^T L M \\ M &= M_x M_y M_z \end{aligned} \quad (5.51)$$

Takie przedstawienie tensora spowolnienia sprawia, że można łatwo wyznaczyć jego pochodne po każdym z 6 niezależnych parametrów $\{v_x, v_y, v_z, \phi, \psi, \eta\}$.

$$\begin{aligned} C_{,i} &= M^T L_{,i} M, \quad i = 1, 2, 3. \\ C_{,j} &= M_{,j}^T L M + M^T L M_{,j}, \quad j = 4, 5, 6. \end{aligned} \quad (5.52)$$

W powyższym wzorze pochodna cząstkowa jest oznaczona przecinkiem poprzedzającym numer zmiennej.

Czas przejścia promieniowania między punktami $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$, $\vec{r}_k = (x_k, y_k, z_k)^T$ w ośrodku anizotropowym może być obliczony z wyrażenia

$$T_k = \sqrt{(\vec{r}_0 - \vec{r}_k)^T C_k (\vec{r}_0 - \vec{r}_k)}. \quad (5.53)$$

W szczególności gdy tensor spowolnienia jest izotropowy, wyrażenie to redukuje się do stosunku drogi między punktami \vec{r}_0, \vec{r}_k przez prędkość.

5.6. Promień sejsmiczny

Droga promieniowania sejsmicznego w ośrodku o złożonej strukturze geometrycznej, których poszczególne fragmenty różnią się prędkościami fal sejsmicznych, a same prędkości zależą od kierunku propagacji fal, może być znaleziona na dwa sposoby. Pierwsza z prezentowanych metod (globalna) sprowadza się do znalezienia zespołu połączonych odcinków przecinających poszczególne, izotropowe fragmenty obszaru, na którym czas przejścia fali jest minimalny. Wszystkie punkty łamanej są przy tym wyznaczane w jednym akcie rozwiązania stosownego układu nieliniowych równań algebraicznych. Specyfika zadania pozwala na skonstruowanie bardzo wydajnej metody numerycznej rozwiązywania układu liniowych równań algebraicznych na poprawki współrzędnych wierzchołków łamanej aproksymującej promień sejsmiczny. Sprawne rozwiązanie podstawowego zadania umożliwiającego rozwiązanie układu równań nieliniowych nie usuwa podstawowej wady iteracyjnych metod rozwiązywania nieliniowych układów równań algebraicznych,

tj. konieczności podania wstępnego, przybliżonego rozwiązania układu. Przeprowadzone testy numeryczne pokazały, że intuicyjnie narzucający się sposób aproksymowania promienia sejsmicznego odcinkiem łączącym źródło fal sejsmicznych z ich odbiornikiem, już nawet w dość prostych geometrycznie ośrodkach warstwowych, ale o istotnie różnych parametrach anizotropii, tworzy zerowe przybliżenie promienia na tyle odległe od rzeczywistości, że metoda nie może odnaleźć poprawnej drogi promienia.

Inna metoda wyznaczania kształtu promienia sejsmicznego (lokalna) sprowadza się do rekurencyjnego stosowania prawa Snelliusa czy precyzyjniej - jego uogólnionej formy narzuconej typem rozpatrywanej anizotropii ośrodka, na granicy każdego obszaru o różnych parametrach pola prędkości fal. Poszukiwany jest kierunek, pod jakim musi być wysłane promieniowanie w jego źródle, by dotrzeć do wskazanego punktu obszaru. Formalnie zadanie to sprowadza się do rozwiązania jednego nieliniowego równania algebraicznego na trzy niewiadome parametry wektora kierunkowego. Testy numeryczne pokazały, że w tym przypadku zerowa aproksymacja poszukiwanego kierunku od źródła do odbiornika (równoważna użyciu odcinka w metodzie globalnej) pozwala na poprawne rozwiązanie zadania w znacznie szerszej liczbie przypadków. Wydaje się, że w bardzo złożonych sytuacjach celowe byłoby użycie tego sposobu do wyznaczenia przybliżonego rozwiązania problemu, a ostateczne rozwiązanie powierzyć metodzie globalnej.

5.6.1. Metoda globalna

Droga promienia fal sejsmicznych w niejednorodnym, anizotropowym ośrodku może być wyznaczona przez odnalezienie minimum całkowitego czasu przejścia t fal sejsmicznych między punktem początkowym $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ i końcowym $\vec{r}_{K+1} = (x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})^T$

$$t = \sum_{k=0}^K T_k = \min . \quad (5.54)$$

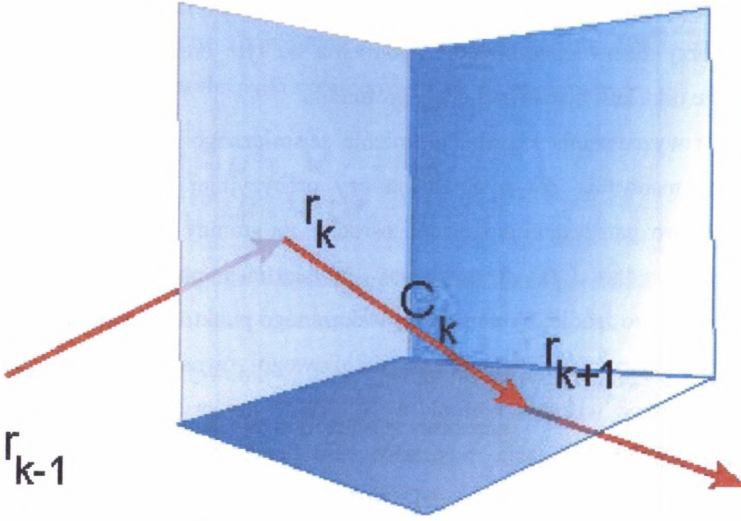
gdzie:

$$T_k = \sqrt{(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)^T C_k (\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)} . \quad (5.55)$$

C_k – tensor spowolnienia fal sejsmicznych w k -tym obszarze ośrodka.

Należy znaleźć współrzędne wszystkich wektorów $\vec{r}_k = (x_k, y_k, z_k)^T$, różnych od wektora początkowego i końcowego, wyznaczających pozycje promienia sejsmicznego na granicach poszczególnych obszarów o odmiennych własnościach sejsmicznych. Dla uproszczenia

postawionemu zadaniu przyjmujemy, że rozpatrywany ośrodek jest złożony ze stykających się sześciątów o ścianach równoległych do płaszczyzn $x = 0$, $y=0$, $z = 0$ przyjętego układu odniesienia.



Rys. 5.2. Konfiguracja promienia sejsmicznego
Fig. 5.2. Seismic ray configuration

W takim przypadku poszukiwane będą tylko dwie współrzędne każdego z $K-1$ odcinków aproksymujących drogę promienia sejsmicznego. Przez zróżniczkowanie wzoru (5.54) po zmieniających się współrzędnych wektora \vec{r}_k dostaje się dwa nieliniowe równania algebraiczne spośród trzech możliwych zależności

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x_k} &= \frac{1}{T_{k-1}} \vec{c}_{k-1}^{1T} (\vec{r}_k - \vec{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_k} \vec{c}_k^{1T} (\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k) = 0, \\ \frac{\partial t}{\partial y_k} &= \frac{1}{T_{k-1}} \vec{c}_{k-1}^{2T} (\vec{r}_k - \vec{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_k} \vec{c}_k^{2T} (\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k) = 0, \\ \frac{\partial t}{\partial z_k} &= \frac{1}{T_{k-1}} \vec{c}_{k-1}^{3T} (\vec{r}_k - \vec{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_k} \vec{c}_k^{3T} (\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k) = 0. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Są to warunki konieczne istnienia ekstremum drogi promienia sejsmicznego.

Wektory \vec{c}_k^j ($j=1, 2, 3$) są wierszami (kolumnami) tensora spowolnienia k -tego ośrodka

$$C_k = \begin{pmatrix} \vec{c}_k^{1T} \\ \vec{c}_k^{2T} \\ \vec{c}_k^{3T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1k} & c_{2k} & c_{3k} \\ c_{2k} & c_{4k} & c_{5k} \\ c_{3k} & c_{5k} & c_{6k} \end{pmatrix}. \quad (5.57)$$

Z uwagi na podobieństwo związków (5.56) można je zapisać jednym wzorem

$$f_j^k = \frac{\partial t}{\partial x^j_k} = \frac{1}{T_{k-1}} \bar{c}_{k-1}^{jT} (\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_k} \bar{c}_k^{jT} (\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k) = 0, \quad (5.58)$$

dla $j = 1, 2, 3$.

Symbol x^j_k oznacza

$$x^j_k = \begin{cases} x_k, & \text{dla } j = 1, \\ y_k, & \text{dla } j = 2, \\ z_k, & \text{dla } j = 3. \end{cases} \quad (5.59)$$

Zakładamy, że znane są przybliżone współrzędne poszukiwanych punktów przejścia promienia sejsmicznego, a chcemy znaleźć metodę pozwalającą na ich poprawienie. W tym celu rozwijamy poszczególne funkcje f_j^k w szereg Taylora ze względu na poszukiwane zmienne i pomijamy jego wyrazy nieliniowe jako małe w porównaniu z liniowymi.

$$f_j^k := f_j^k + \sum_{l=1,2,3} \frac{\partial f_j^k}{\partial x^l_{k-1}} \Delta x^l_{k-1} + \sum_{l=1,2,3} \frac{\partial f_j^k}{\partial x^l_k} \Delta x^l_k + \sum_{l=1,2,3} \frac{\partial f_j^k}{\partial x^l_{k+1}} \Delta x^l_{k+1}. \quad (5.60)$$

Indeks l w każdej z sum tego wyrażenia numeruje zmieniające się współrzędne pozycji promienia sejsmicznego na granicach ośrodków $k-1$, k , $k+1$.

W wygodniejszej postaci macierzowej każdą parę równań generowanych tym związkiem można zapisać jako:

$$\bar{w}_k = a(k)\bar{y}_{k-1} + b(k)\bar{y}_k + c(k)\bar{y}_{k+1}, \quad (5.61)$$

$$a(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_{k-1}^{l_1}} & \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_{k-1}^{l_2}} \\ \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_{k-1}^{l_1}} & \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_{k-1}^{l_2}} \end{pmatrix}. \quad (5.62)$$

$$b(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_k^{j_1}} & \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_k^{j_2}} \\ \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_k^{j_1}} & \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_k^{j_2}} \end{pmatrix}. \quad (5.63)$$

$$c(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_{k+1}^{m_1}} & \frac{\partial f_{j_1}^k}{\partial x_{k+1}^{m_2}} \\ \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_{k+1}^{m_1}} & \frac{\partial f_{j_2}^k}{\partial x_{k+1}^{m_2}} \end{pmatrix}. \quad (5.64)$$

$$\bar{w}_k^T = (-f_{j_1}^k, -f_{j_2}^k). \quad (5.65)$$

Symbole $l_1, l_2, j_1, j_2, m_1, m_2$ oznaczają pary zmieniających się pozycji współrzędnych wektorów $k-1, k, k+1$, a symbolem Δ zostały oznaczone poszukiwane poprawki wektorów znaczących drogę promienia sejsmicznego. Jeśli poszukiwane są współrzędne tylko jednego wektora na granicy dwu ośrodków o różnych prędkościach fal sejsmicznych, to kompletny układ równań zawiera tylko macierz $b(1)$

$$\bar{w}_1^T = b(1)\bar{\Delta}_1. \quad (5.66)$$

Po jego rozwiązaniu uzyskuje się poprawki Δ konieczne do skorygowania poprzednich przybliżeń współrzędnych promienia sejsmicznego.

Macierz pełnego układu równań ma szczególnie prostą pseudotrójprzekątniową postać. Niezerowe elementy grupują się w seriach podmacierzy 2×2 -elementowych położonych na głównej przekątnej oraz powyżej i poniżej głównej przekątnej.

$$\left(\begin{array}{ccc} b(1) & c(1) & \\ a(2) & b(2) & c(2) \\ & \vdots & \\ & a(k-1) & b(k-1) & c(k-1) \\ & & a(k) & b(k) & c(k) \\ & & & a(k+1) & b(k+1) & c(k+1) \\ & & & & \vdots & \\ & & & & a(K-2) & b(K-1) & c(K-1) \\ & & & & & a(K) & b(K) \end{array} \right) \quad (5.67)$$

Taka forma macierzy pozwala na skonstruowanie szczególnie efektywnej, rekurencyjnej metody tworzenia i rozwiązywania układu równań. W pierwszym etapie budowana jest macierz układu z równoczesną redukcją wszystkich elementów położonych poniżej głównej przekątnej. Proces redukcji przeprowadza się bezpośrednio po utworzeniu kolejnej pary równań. W etapie drugim następuje odzyskanie poszukiwanych niewiadomych. Dla dowolnie

wielu K poszukiwanych wektorów położenia promienia sejsmicznego proces tworzenia macierzy układu, jej redukcji do postaci trójkątnej i ostatecznego rozwiązania przebiega w kilku prostych krokach:

- 1) Pomocniczej zmiennej k przypisujemy wartość 1 i tworzymy macierz $b(1)$ układu równań oraz stosowny wektor wyrazów wolnych w_1, w_2 .
- 2) Jeśli $k < K$, to tworzona jest macierz $c(k)$ i budowane są macierze $a(k+1)$ $b(k+1)$ następczej pary równań oraz odpowiadające im wyrazy wolne w_3 i w_4 . W przeciwnym razie wykonywana jest treść punktu 6.
- 3) Redukuje się wszystkie wyrazy macierzy $a(k+1)$ oraz wyraz b_{11} macierzy $b(k)$. Proces redukcji zmienia wartości wyrazów wolnych i wszystkich istniejących macierzy.
- 4) Dla dalszych obliczeń zapamiętywane są elementy b_{12}, c_{11}, c_{12} oraz c_{21}, c_{22} przekształconych macierzy $b(k)$ i $c(k)$ w kolejnych wierszach macierzy $m_{2k-1,1}, m_{2k-1,2}, m_{2k-1,3}$ oraz $m_{2k,1}, m_{2k,2}$, a odpowiadające im wyrazy wolne zapamiętywane są we współrzędnych wektora f $f_{2k-1}=w_1, f_{2k}=w_2$. Każda para równań wymaga zapamiętania wektora trzech i dwóch współrzędnych macierzy ogólnego układu równań oraz pary wyrazów wolnych.
- 5) Zmodyfikowaną macierz $b(k+1)$ przepisuje się do macierzy $b(k)$, a wyrazy wolne w_3 i w_4 przepisuje się do w_1 i w_2 , po czym przechodzi się do realizacji punktu 2 inkrementując parametr k .
- 6) Rozwiązuje się układ równań postaci (5.69) na ostatnie dwie spośród poszukiwanych niewiadomych Δ_{2K-1} Δ_{2K} .
- 7) Kolejną parę niewiadomych Δ_{2K-3} Δ_{2K-2} można teraz obliczyć w oparciu o ostatnio zapamiętane wyrazy macierzy m i wektora f . $\Delta_{2K-2} = f_{2K-2} - m_{2K-2,1} * \Delta_{2K-2,2} * \Delta_{2K-1}$ oraz $\Delta_{2K-3} = f_{2K-3} - m_{2K-3,1} * \Delta_{2K-2} - m_{2K-3,2} * \Delta_{2K-1} - m_{2K-3,3} * \Delta_{2K}$. Po stosownej zamianie oznaczeń proces ten można powtarzać aż do wyznaczenia wszystkich niewiadomych.

W jawnej postaci kolejne pochodne f wynoszą:

$$\frac{\partial f_j^k}{\partial x_{k-1}^m} = \frac{1}{T_{k-1}^3} \bar{c}_{k-1}^{mT} (\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}) \bar{c}_{k-1}^{jT} (\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_{k-1}} \bar{c}_{k-1}^{jT} \bar{I}_m, \quad (5.68)$$

$$m = 1, 2, 3.$$

$$\frac{\partial f_j^k}{\partial x_k^m} = \left(\frac{1}{T_k} \bar{c}_k^{jT} + \frac{1}{T_{k-1}} \bar{c}_{k-1}^{jT} \right) \bar{I}_m - \frac{1}{T_{k-1}^3} \bar{c}_{k-1}^{mT} (\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}) \bar{c}_{k-1}^{jT} (\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}) - \frac{1}{T_k^3} \bar{c}_k^{mT} (\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k) \bar{c}_k^{jT} (\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k), \quad (5.69)$$

$$m = 1, 2, 3.$$

$$\frac{\partial f_j^k}{\partial x_{k+1}^m} = \frac{1}{T_k^3} \bar{c}_k^{mT} (\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k) \bar{c}_k^{jT} (\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k) - \frac{1}{T_k} \bar{c}_k^{jT} \bar{I}_m, \quad (5.70)$$

$$m = 1, 2, 3.$$

gdzie:

$$\bar{I}_m^T = (\delta_{1m}, \delta_{2m}, \delta_{3m}). \quad (5.71)$$

Jak łatwo zauważyć

$$\frac{\partial f_j^k}{\partial x_{k+1}^m} = -\frac{\partial f_j^k}{\partial x_{k+1}^m} - \frac{\partial f_j^k}{\partial x_{k+1}^m}, \quad (5.72)$$

$$m = 1, 2, 3.$$

5.6.2. Metoda lokalna

Na granicy obszarów muszą być spełnione dwa spośród trzech równań (5.56), które po uwzględnieniu związków

$$\begin{aligned} \bar{r}_k - \bar{r}_{k-1} &= \hat{n}_k |\bar{r}_k - \bar{r}_{k-1}|, \\ \bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k &= \hat{n}_{k+1} |\bar{r}_{k+1} - \bar{r}_k| \end{aligned} \quad (5.73)$$

definiujących wersory kierunkowe promienia padającego \hat{n}_k i załamane \hat{n}_{k+1} mogą być przepisane w postaci

$$\frac{\bar{c}_{k-1}^{jT} \hat{n}_k}{\sqrt{\hat{n}_k^T C_{k-1} \hat{n}_k}} = \frac{\bar{c}_k^{jT} \hat{n}_{k+1}}{\sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}} \quad (5.74)$$

$$j = 1, 2, 3.$$

Odnalezienie drogi promienia sejsmicznego wymaga obliczenia trzech składowych wersora \hat{n}_{k+1} w oparciu o 2 zależności spośród związków (5.73). Trzeciego z wymaganych równań dostarcza warunek normalizacji $|\hat{n}_{k+1}| = 1$. Warunek normalizacji może być spełniony automatycznie, jeśli współrzędne \hat{n}_{k+1} zostaną wyrażone przez kąty kierunkowe α , β

$$\begin{aligned} \hat{n}_{k+1} &= (\cos(\alpha) \cos(\beta), \sin(\alpha) \cos(\beta), \sin(\beta))^T, \\ 0 &\leq \alpha < 2\pi, \\ -\frac{\pi}{2} &\leq \beta \leq \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (5.75)$$

Ostatecznie kierunek propagowania fal zostanie wyznaczony po określeniu dwu nieznanych kątów, do czego wystarczają dwie z relacji (5.74). Są one odpowiednikami prawa Snelliusa dla ośrodków nieizotropowych i przechodzą w powszechnie znane prawa załamania i odbicia, jeśli tensory spowolnienia C_{k-1} , C_k stają się izotropowe.

W przypadku izotropowym niezerowe i identyczne są jedynie przekątniowe współrzędne tensorów spowolnienia. Przy ustalonej trzeciej współrzędnej obowiązują dwa pierwsze z równań (5.74). Oznaczenie symbolem „o” kątów kierunkowych promienia padającego i parametrów ośrodka, przez który ten promień przebiega, pozwala uzyskać związki

$$\begin{aligned}\sqrt{c_{1o}} \cos(\alpha_o) \cos(\beta_o) &= \sqrt{c_1} \cos(\alpha) \cos(\beta), \\ \sqrt{c_{1o}} \sin(\alpha_o) \cos(\beta_o) &= \sqrt{c_1} \sin(\alpha) \cos(\beta).\end{aligned}\quad (5.76)$$

Po podzieleniu stronami równania drugiego przez pierwsze dostaje się $\text{tg}(\alpha) = \text{tg}(\alpha_o)$, co oznacza, że $\alpha = \alpha_o$, a promienie padający i załamany leżą w tej samej płaszczyźnie prostopadłej do granicy ośrodków $z = \text{const}$. Identyczność kątów α pociąga zaś relację

$$\frac{\cos(\beta_o)}{\cos(\beta)} = \sqrt{\frac{c_1}{c_{1o}}}.\quad (5.77)$$

Przechodząc od kątów poślizgu promieni β do kątów padania i załamania i $(\pi/2 - \beta)$ i uwzględniając definicję przekątniowych współczynników tensora spowolnienia ($c_1 = 1/v^2$) wzór (5.77) może być ostatecznie doprowadzony do ogólnie znanej postaci. W podobny sposób można otrzymać prawo odbicia. W przypadku ogólnym dla znalezienia promienia odbitego należy we wzorach (5.74) i wszystkich następnych zastąpić tensor spowolnienia C_k tensorem C_{k-1} , gdyż obydwa promienie propagują się w tym samym ośrodku.

Ogólne rozwiązanie problemu przejścia promieniowania przez granicę ośrodków anizotropowych jest znacznie bardziej skomplikowane. Dwa równania, jakie dają nam do dyspozycji związki (5.74), można zapisać w postaci

$$\begin{aligned}a_j &= \frac{\bar{c}_k^{jT} \hat{n}_{k+1}}{\sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}}, \\ a_l &= \frac{\bar{c}_k^{lT} \hat{n}_{k+1}}{\sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}}.\end{aligned}\quad (5.78)$$

Indeksy j , l są różne i odnoszą się do nieustalonych współrzędnych powierzchni rozdziału ośrodków. Parametry a_j , a_l są znanymi liczbami obliczonymi z lewych stron relacji (5.74) i ze

znanego wektora kierunkowego \hat{n}_k promienia padania. Przechodząc do notacji wektorowej wyrażenie to może być doprowadzone do postaci

$$\begin{pmatrix} a_j \\ a_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{c}_k^{jT} \\ \bar{c}_k^{lT} \end{pmatrix} \frac{\hat{n}_{k+1}}{\sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}}. \quad (5.79)$$

Nieznane wyrażenie

$$\frac{\hat{n}_{k+1}}{\sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}} = \bar{f}(\alpha, \beta). \quad (5.80)$$

jest wektorem zależnym od poszukiwanych kątów α, β . Jeśli znane są ich przybliżenia α^o, β^o , to po oznaczeniu $\bar{f}^o = \bar{f}(\alpha^o, \beta^o)$, przybliżoną wartość wektora $\bar{f}(\alpha, \beta)$ w punkcie α, β można obliczyć z obciętego do wyrazów liniowych szeregu Taylora

$$\bar{f}(\alpha, \beta) = \bar{f}^o + \bar{f}_{,\alpha} \Delta\alpha + \bar{f}_{,\beta} \Delta\beta. \quad (5.81)$$

Poprawki $\Delta\alpha, \Delta\beta$ poszukiwanych kątów mogą teraz być obliczone. Są one pierwiastkami układu dwóch liniowych równań algebraicznych

$$\begin{pmatrix} a_j \\ a_l \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{c}_k^{jT} \\ \bar{c}_k^{lT} \end{pmatrix} \bar{f}^o = \begin{pmatrix} \bar{c}_k^{jT} \\ \bar{c}_k^{lT} \end{pmatrix} (\bar{f}_{,\alpha}, \bar{f}_{,\beta}) \begin{pmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\beta \end{pmatrix} \quad (5.82)$$

Pochodne funkcji $\bar{f}(\alpha, \beta)$ wynoszą

$$\begin{aligned} \bar{f}_{,\alpha} &= \frac{\hat{n}_{k+1,\alpha} \sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}} - \hat{n}_{k+1} (\hat{n}_{k+1,\alpha}^T C_k \hat{n}_{k+1}) / \sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}}{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}, \\ \bar{f}_{,\beta} &= \frac{\hat{n}_{k+1,\beta} \sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}} - \hat{n}_{k+1} (\hat{n}_{k+1,\beta}^T C_k \hat{n}_{k+1}) / \sqrt{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}}{\hat{n}_{k+1}^T C_k \hat{n}_{k+1}}. \end{aligned} \quad (5.83)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \hat{n}_{k+1,\alpha} &= (-\sin(\alpha)\cos(\beta), \cos(\alpha)\cos(\beta), 0)^T, \\ \hat{n}_{k+1,\beta} &= (-\cos(\alpha)\sin(\beta), -\sin(\alpha)\sin(\beta), \cos(\beta))^T. \end{aligned} \quad (5.84)$$

Jeśli macierz układu równań (5.82) jest osobliwa

$$\det \left(\begin{pmatrix} \bar{c}_k^{jT} \\ \bar{c}_k^{lT} \end{pmatrix} (\bar{f}_{,\alpha}, \bar{f}_{,\beta}) \right) = 0 \quad (5.85)$$

to nie istnieje promień załamany. W miejsce promienia załamanego pojawia się promień odbity. Dochodzi wówczas do tzw. całkowitego odbicia wewnętrznego. Wspomniany efekt prowadzi do powstania fal pokładowych, które mogą się rozchodzić na znaczne odległości bez rozpraszania energii. Dla znalezienia promienia odbitego dokonujemy zamiany wektorów $(\vec{c}_k^j, \vec{c}_k^l)$ na $(\vec{c}_{k-1}^j, \vec{c}_{k-1}^l)$ nie zmieniając metody obliczeń. Jednakowe traktowanie promieni odbitego i załamanego istotnie upraszcza procedury numeryczne niezbędne do efektywnego rozwiązania problemu.

Poszukiwanie drogi promienia między punktem początkowym $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ i końcowym $\vec{r}_{K+1} = (x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})^T$ dzielimy na dwa etapy. Pierwszym zadaniem jest znalezienie promienia propagującego się z punktu $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ w zadanym kierunku \hat{n}_0 aż do granicy obszaru. Etap drugi polega na znalezieniu takiego kierunku propagacji, by promień przechodził przez żądany punkt $\vec{r}_{K+1} = (x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})^T$. Punkt początkowy \vec{r}_0 na pewno znajduje się we wnętrzu jednego z pudełek aproksymujących ośrodki. Prowadząc prostą zaczynającą się w punkcie początkowym w dowolnym kierunku \hat{n}_0 , dostaniemy jeden punkt przecięcia z którąś ze ścian rozpatrywanego prostopadłościąnu. W odnalezionym punkcie przecięcia promień zmienia kierunek propagacji, jeśli rozpatrywana ściana rozgranicza różne ośrodki. Nowy kierunek propagacji fali załamanej lub odbitej można teraz wyznaczyć stosując uprzednio opisaną metodę postępowania. W przeciwnym przypadku fale propagują się wzdłuż tego samego kierunku aż do granicy następnego z pudełek. Dysponując nowym kierunkiem propagacji możemy kontynuować obliczenia. Proces powtarza się aż do momentu dojścia fali do granicy obszaru. Wyznaczony bieg promienia umożliwia funkcyjne określenie odległości $g(\alpha, \beta)$ promienia od zadanego punktu $\vec{r}_{K+1} = (x_{K+1}, y_{K+1}, z_{K+1})^T$ w zależności od kątów α, β determinujących początkowy kierunek propagacji \hat{n}_0 .

Proces odnajdywania promienia przechodzącego przez punkt \vec{r}_{K+1} sprowadza się do rozwiązania nieliniowego równania algebraicznego $g(\alpha, \beta) = 0$ ze względu na niewiadome kąty α, β . Punkt zerowy $\langle \alpha^*, \beta^* \rangle$ funkcji g jest równocześnie jej minimum globalnym. Formalnie mamy więc dodatkowe dwa związki, którym muszą podlegać pochodne g : $g_{,\alpha}(\alpha^*, \beta^*) = 0$, $g_{,\beta}(\alpha^*, \beta^*) = 0$. Istnienie 3 relacji dla 2 parametrów oznacza, że jedna z nich jest konsekwencją pozostałych. Można by było wziąć dowolne dwie spośród tych relacji i skonstruować metodę wyznaczania poszukiwanych kątów, jednak funkcja g jest

nieróżniczkowalna. Odbicia wewnętrzne, którym ulega promień, prowadzą do pojawienia się nieciągłości funkcji g . Można jedynie mieć nadzieję, że w najbliższym otoczeniu rozwiązania $\langle \alpha^*, \beta^* \rangle$ g jest różniczkowalna. Jedynie wówczas możliwe jest zastosowanie aparatu analizy matematycznej. Podejmując ryzyko numerycznego estymowania pochodnych z funkcji, która może być jedynie lokalnie różniczkowalna, narażamy się na niebezpieczeństwo zgubienia całkiem dobrze estymowanego rozwiązania. Pojawia się możliwość przypadkowego błędzenia po całym obszarze zmienności niewiadomych. Pochodne g muszą być estymowane numerycznie, co wiąże się z ogromnym nakładem pracy i wymaga znacznego czasu obliczeń. W niejednorodnych ośrodkach istnieje wiele dróg, którymi promieniowanie sejsmiczne dochodzi do punktu rejestracji. Tylko jedna z nich odpowiada globalnemu minimum czasu przejścia. Wstępny etap obliczeń winien wyłowić maksymalnie wiele potencjalnych ścieżek promienia, z których wybrana zostanie droga zapewniająca minimalny czas przejścia.

Z uwagi na duże ryzyko błędzenia przypadkowego staramy się poprawić jakość znalezionej drogi wykorzystując jedynie fakt zerowania się $g(\alpha, \beta) = 0$.

Losujemy przyrost kąta Δ i estymujemy pochodne $g_{,\alpha}$, $g_{,\beta}$ funkcji g . Jeśli bezwzględna wartość pochodnej $g_{,\alpha}$ jest większa od modułu $g_{,\beta}$, to przyjmujemy $\Delta\alpha = \Delta$ i odwrotnie. Ponieważ zachodzi przybliżona relacja

$$0 = g(\alpha, \beta) = g^o + g_{,\alpha}\Delta\alpha + g_{,\beta}\Delta\beta, \quad (5.86)$$

możemy obliczyć przyrost drugiego z kątów. Postępowanie to prowadzimy, dopóki poprawia się jakość estymowanej drogi promienia. Jeśli żaden krok nie zmniejszył odległości promienia od punktu końcowego, to zmieniamy Δ na liczbę o przeciwnym znaku. Taka zamiana na ogół skutkuje pozytywnym rezultatem. Wskazaną procedurę można stosować kilkakrotnie.

Jeśli czas przejścia fali na znalezionej drodze dobrze się zgadza z czasem obserwowanym, to obliczenia mogą być przerwane. Można też zastosować metodę globalną dla skorygowania błędów rozwiązania niezbyt odległych od granicy wymaganej dokładności obliczeń. W przeciwnym wypadku konieczne jest skorzystanie z metody probabilistycznej. Z jej użyciem można poprawić już istniejące przybliżenie, jak również skonstruować nowe rozwiązania.

5.6.3. Losowa metoda poszukiwania rozwiązań

Zakończony niepowodzeniem wstępny etap poszukiwań promienia dostarcza kilku jego egzemplarzy. Są one trzonem pierwotnej populacji promieni sejsmicznych niezbędnych do zastosowania genetycznych metod rozwiązywania równań. W odróżnieniu od pozostałych metod losowych, metoda genetyczna operuje na zbiorze kodów poszukiwanych niewiadomych. Technika hierarchicznego kodowania przestrzeni dostarcza więc podstawowego mechanizmu umożliwiającego praktyczną realizację niezbędnych funkcji. Dla rozwiązywania problemów wielowymiarowych, klasycznie rozumianą metodą genetyczną Goldberga [1989], konieczne jest utworzenie kodu każdej z poszukiwanych zmiennych. Po ich sklejeniu dostaje się długi kod, który następnie ulega przekształceniom genetycznym. W procesie przemian współdziałają liczne, pierwotnie przypadkowo wygenerowane kody. Tworzona hierarchia reprezentuje kody punktów wielowymiarowej przestrzeni. Pojedynczy kod reprezentuje więc dowolnie wiele poszukiwanych niewiadomych. Jest to zasadnicza cecha odróżniająca prezentowaną metodę od metody klasycznej. Hierarchia kodów prowadzi do oszczędności pamięci operacyjnej komputera oraz do skrócenia czasu obliczeń.

Przy rozwiązywaniu wielu problemów (De Jong [150]) metoda genetyczna korzysta z bardzo ogólnie pojętego podobieństwa kodów. Odległość Hamminga ciągów kodowych (ilość różniących się pozycji dwu kodów podzielona przez ich długość) jest istotnym parametrem wyjaśniającym powstawanie nisz ekologicznych (Goldberg i Richardson [151]), tj. współistnienia różnych gatunków korzystających z tych samych zasobów itp. Utworzenie w miejsce zbioru niezależnych kodów struktury hierarchicznej pozwala, bez dokonywania obliczeń związanych z określeniem miary Hamminga, na prostą implementację czynników uwzględniających podobieństwo.

W miejsce ślepego poszukiwania, typowego dla innych metod losowych, w metodzie genetycznej stosowane jest próbkowanie naśladujące ożywioną przyrodę. Operacje genetyczne odpowiedzialne za procesy ewolucji żywych organizmów mogą się poszczycić sporymi osiągnięciami. Doprowadziły one do pojawienia się całej różnorodności organizmów, w tym do powstania istot myślących. Możemy więc przypuszczać, nawet bez zrozumienia istoty operacji genetycznych, że są one lepsze od metod czysto stochastycznych. Wspomniane operacje podstawowe to reprodukcja, krzyżowanie proste i mutacja.

Reprodukcja polega na przepisaniu istniejącej sekwencji kodowej do następnego zestawu genów. O skopiowaniu genu decyduje losowanie o rozkładzie wyznaczonym przez tzw. funkcję przystosowania. Zapewnia to wzrost liczby kodów bliższych poszukiwanemu rozwiązaniu w kolejnych generacjach. Kody gorzej przystosowane wymierają, jednak nie są

zupełnie eliminowane. W kolejnych cyklach przetwarzania może się bowiem okazać, że z udziałem któregoś z nich zostanie wyprodukowana sekwencja kodów będąca rozwiązaniem postawionego problemu.

Krzyżowanie proste jest mechanizmem odpowiedzialnym za powstawanie kodów o nowych własnościach. W wyniku tej operacji powstają chromosomy bliższe poszukiwanego rozwiązania. Do krzyżowania losuje się dwa kody, a następnie liczbę całkowitą nie przekraczającą ich długości. Wylosowana liczba wskazuje pozycję genu, w której nastąpi rozcięcie obydwu chromosomów. Ostatnim krokiem krzyżowania jest wymiana końcowych fragmentów kodu między krzyżowane osobniki. W najprostszym przypadku losowanie chromosomów do skrzyżowania odbywa się za pomocą tej samej procedury co i przy wyborze chromosomu do reprodukcji. Większość zaawansowanych problemów wymaga pewnego uprzywilejowania niektórych grup sekwencji kodowych. W tych procesach uwzględnia się podobieństwo genów, a niekiedy wprowadza się metody losowania z udziałem rozróżnienia płciowego.

Najmniej istotna z operacji genetycznych jest mutacja. Mutacja sprowadza się do zmiany wartości wylosowanego allelu w wylosowanym chromosomie. Najczęściej prowadzi ona do pogorszenia własności wcześniej istniejącego chromosomu. Mutacja jest źródłem sekwencji kodowych zwiększających różnorodność populacji. Następne pokolenia mutantów i kodów nie zmutowanych zyskują szansę odnalezienia rozwiązań w pierwotnie nie eksplorowanych obszarach.

Prawdopodobieństwo mutacji P_{mutation} jest niewielkie (na poziomie 0.02, 0.03), prawdopodobieństwo krzyżowania P_{cross} (około 0.6) stanowi o najistotniejszym udziale tej operacji w przetwarzaniu genetycznym i oczywiście, prawdopodobieństwo reprodukcji wynosi $1 - P_{\text{cross}} - P_{\text{mutation}}$. W organizmach żywych zachodzą jeszcze inne rodzaje operacji genetycznych. Ich rola pozostaje tajemnicą. Algorytmy genetyczne nie znalazły dla nich zastosowania z uwagi na brak zauważalnych różnic w efektach przetwarzania z zastosowaniem wspomnianych operacji i bez nich.

Decyzję o przetrwaniu lub śmierci poszczególnych osobników podejmuje się w drodze losowania uwzględniając stopień przystosowania indywidualnych genów. Przy poszukiwaniu najlepszego z promieni fali sejsmicznej dysponujemy odległością $g(\alpha, \beta)$ promienia od punktu docelowego \vec{r}_{k+1} . Tym lepiej zostały dobrane kąty α, β określające kierunek propagacji w punkcie początkowym \vec{r}_0 im mniejsza jest wartość funkcji g . Aby lepiej dopasowanym promieniom przyporządkować większe wartości przystosowania, wystarczy największą

z możliwych odległości między punktami ośrodka zmniejszyć o odległość promienia i punktu docelowego. W prostopadłościanie zerowego stopnia, zawierającym wszystkie punkty analizowanego obszaru, jest nią długość największej przekątnej L . W miejsce funkcji celu $g(\alpha, \beta)$ możemy więc łatwo utworzyć funkcję przystosowania $F(\alpha, \beta)$

$$F(\alpha, \beta) = L - g(\alpha, \beta). \quad (5.87)$$

Stoień (siła) przystosowania F jest zawsze dodatni. W celu wybrania konkretnego chromosomu losujemy dowolną liczbę f z przedziału $\langle 0, F_{total} \rangle$, gdzie:

$$F_{total} = \sum_{i=1}^N F_i \quad (5.88)$$

a w sumowaniu uwzględnia się indywidualne stopnie dostosowania F_i wszystkich N chromosomów populacji. Wybraniu podlega ten (j -ty element ciągu) spośród nich, który jako pierwszy w uporządkowanym ciągu chromosomów spełnia warunek

$$f \leq \sum_{i=1}^j F_i \quad (5.89)$$

Niepowodzenie metody stochastycznej wskazuje na błąd modelu ośrodka. Zwykle jeden z obszarów o obniżonych prędkościach propagacji fal jest zbyt wielki. Fale wchodzące do niego ulegają serii odbić wewnętrznych, co zawyża obliczany czas przejścia. Anaglifowa technika przestrzennej prezentacji wyników obliczeń umożliwia szybką korektę modelu ośrodka.

5.7. Lokalizacja ognisk wstrząsów górniczych z długości zapisu sejsmogramu

Do zlokalizowania wstrząsu sejsmicznego czy górniczego nie musimy się posługiwać czasami pierwszych wejść fal sejsmicznych. Dowolna cecha sejsmogramu, zależna od odległości miejsca powstania wstrząsu od miejsca rejestracji, może być źródłem potrzebnej informacji. Mogą to więc być maksymalna amplituda fal sejsmicznych lub długość trwania zjawiska sejsmicznego.

W polskich kopalniach węgla dla oceny energii wstrząsów górniczych stosuje się prawo Gutenberga - Richtera w ogólnej postaci:

$$\log(E) = a - bM \quad (5.90)$$

w którym a , b są stałymi, E oznacza energię, a M jest magnitudą wyznaczaną z długości zapisu wstrząsu. M powinno być niezależne od miejsca rejestracji sejsmogramu (od numeru sejsmometru) i wyraża się wzorem (S. Gibowicz, Kijko [1])

$$M = B \log(\tau_i) + CR_i + D + E_i. \quad (5.91)$$

Stała kalibracyjna D wybrana jest w taki sposób, by uzyskać zgodność magnitudy obliczanej z tego wzoru z jej definicyjną wartością, tj. z magnitudą amplitudową. Indywidualne dla poszczególnych sejsmografów stałe E_i uwzględniają lokalne zmiany tłumienia fal w obszarach ich rejestracji. Stała B jest bliska 2, a C bliskie 0. Symbole τ_i oraz R_i oznaczają długość zapisu zdarzenia sejsmicznego oraz odległość miejsca wstrząsu od i -tego sejsmometru. W praktycznym użyciu wzoru (5.91) okazuje się jednak, że magnitudy obliczane dla różnych stanowisk sejsmometrycznych często dość znacznie różnią się między sobą. Przyczyną takiego stanu może być wstawienie błędnych lub nieodpowiednich odległości R_i między kolejnymi sejsmometrami a źródłem wstrząsu. Współrzędne ogniska wstrząsu r_0 , „widziane” przez prędkości fal sejsmicznych, mogą być inne od współrzędnych wskazywanych przez tłumienie ośrodka skalnego, ponieważ prędkość fal w ośrodku nie jest w żaden sposób związana z zanikaniem fal w tymże medium. Punkt r_0 wyznaczony klasycznymi metodami lokalizacji oraz widziany przez zjawiska opisujące zanikanie amplitudy fal - co pośrednio wyraża magnituda winien być taki sam tylko w przypadku o anizotropii tłumienia zgodnej z anizotropią prędkości fal sejsmicznych. Możemy wyznaczyć hipocentrum wstrząsu r_0 tak, by zminimalizować błędy magnitudy

$$\varepsilon_i = M - B \log(\tau_i) - CR_i - D - E_i. \quad (5.92)$$

obliczane na kolejnych stanowiskach sejsmometrów $i=1, \dots, N$.

Pierwszy warunek, jaki musi być spełniony przez magnitudę, to takie określenie M , by suma kwadratów wszystkich odchyłek ε_i była minimalna. Prowadzi on do zależności

$$M = \frac{B}{N} \sum_{i=1}^N \log(\tau_i) + \frac{C}{N} \sum_{i=1}^N R_i + D + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i. \quad (5.93)$$

Drugi warunek, jaki możemy postawić w celu zlokalizowania wstrząsu, jest żądaniem zminimalizowania wszystkich ε_i przez odpowiedni wybór odległości stanowisk sejsmometrów R_i od źródła wstrząsu r_0 .

Ponieważ

$$R_i = \sqrt{(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2 + (z_i - z_o)^2} \quad (5.94)$$

więc, przy założeniu że dysponujemy zerowym przybliżeniem ogniska wstrząsu

$$\vec{r}_o^0 = (x_o^0, y_o^0, z_o^0)^T \quad (5.95)$$

możemy rozwinąć (5.94) w szereg Taylora wokół znanego przybliżenia początkowego. Co, po odrzuceniu wyrazów nieliniowych, daje

$$R_i = R_i^0 + R_{i,x_c} \Delta x + R_{i,y_o} \Delta y + R_{i,z_o} \Delta z \quad (5.96)$$

gdzie:

$$R_i^0 = \sqrt{(x_i - x_o^0)^2 + (y_i - y_o^0)^2 + (z_i - z_o^0)^2}, \quad (5.97)$$

$$R_{i,x_o} = \frac{\partial R_i}{\partial x_o}, R_{i,y_o} = \frac{\partial R_i}{\partial y_o}, R_{i,z_o} = \frac{\partial R_i}{\partial z_o},$$

oraz

$$\Delta x = x_o - x_o^0, \Delta y = y_o - y_o^0, \Delta z = z_o - z_o^0. \quad (5.98)$$

Definiując odchyłki ε wzór (5.92) można zapisać teraz w postaci

$$\varepsilon_i = M - D - B \log(\tau_i) - E_i - C(R_i^0 + R_{i,x_o} \Delta x + R_{i,y_o} \Delta y + R_{i,z_o} \Delta z) = 0 \quad i = 1, \dots, N. \quad (5.99)$$

Jest to układ N-liniowych równań algebraicznych na poprawki współrzędnych wstrząsu.

Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$w_i = (M - D - B \log(\tau_i) - E_i) / C - R_i^0,$$

$$\vec{w}^T = (w_1, \dots, w_N),$$

$$A = \begin{pmatrix} R_{1,x_o} & R_{1,y_o} & R_{1,z_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N,x_o} & R_{N,y_o} & R_{N,z_o} \end{pmatrix}, \quad (5.100)$$

$$\vec{\Delta}^T = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

możemy go zapisać w wygodnej do obliczeń formie macierzowej

$$\vec{w} = A \vec{\Delta}. \quad (5.101)$$

W przypadku gdy $N = 3$, dysponujemy tą samą liczbą równań co niewiadomych i rozwiązanie układu liniowych równań algebraicznych nie nastęrcza żadnych trudności. Kiedy jednak $N > 3$,

mamy więcej warunków nałożonych na poszukiwane niewiadome, niż jest to możliwe do spełnienia. Rozwiązaniem problemu jest wówczas układ takich liczb Δx , Δy , Δz , które najlepiej, jak to tylko jest możliwe, spełniają wszystkie postawione ograniczenia. W takim przypadku układ (5.101) wymaga niewielkiej modyfikacji, doprowadzającej go do postaci umożliwiającej zastosowanie znanych metod rozwiązywania liniowych układów równań.

Mnożąc lewostronnie (5.101) przez macierz A^T

$$A^T \vec{w} = A^T A \vec{\Delta} \quad (5.102)$$

dostaje się układ 3 równań na tyle samo niewiadomych z symetryczną, nieujemnie określoną macierzą $A^T A$.

Proces lokalizacji rozpoczynamy od przyjęcia za początkowe współrzędne wstrząsu wyników lokalizacji klasycznej. Przez znane interwały czasu τ_i ($i=1, \dots, N$) między wejściem fal P i końcem zapisu sejsmogramu na N stanowiskach sejsmometrycznych oblicza się magnitudę wstrząsu ze wzoru (5.93) oraz współrzędne wektora wyrazów wolnych korzystając z pierwszej spośród zależności grupy (5.100). Następnie można obliczyć wyrazy macierzy A i rozwiązać układ (5.102). Nowe współrzędne wstrząsu wynoszą

$$\begin{aligned} x_0 &= x_0^0 + \Delta x, \\ y_0 &= y_0^0 + \Delta y, \\ z_0 &= z_0^0 + \Delta z \end{aligned} \quad (5.103)$$

i mogą być użyte do następnej iteracji lub, gdy obliczone poprawki są dostatecznie małe, można zakończyć proces lokalizacji.

Wyznaczone tym sposobem współrzędne ogniska wstrząsu różnią się od współrzędnych wyznaczonych sposobem klasycznym. Trudno powiedzieć, które z nich są bliższe rzeczywistości. Zbyt duże różnice między nimi są sygnałem, że albo przyjęty model prędkości ośrodka jest zbyt odległy od rzeczywistości, albo oceny energii wstrząsów różnią się istotnie od prawdziwych. Lokalizacja poprzez długość zapisu wymaga przyjęcia jakiegoś modelu rozpraszania fal sejsmicznych. W przedstawionym przypadku został taki model przyjęty niejawnie, a objawia się w wartościach współczynników wzoru (5.91). W miarę uzyskiwania informacji o położeniu ognisk wstrząsów wyznaczanych obydwoma metodami będzie możliwe polepszenie zarówno tego wzoru, jak i urealnienie modelu rozpraszania fal. Jeśli ogniska wstrząsów lokalizowanych na dwa wspomniane sposoby nie odbiegają od siebie w istotny sposób, można przeprowadzić dalsze analizy istotne dla praktyki górnictwej. Poprawnie wyznaczona magnituda M daje sposobność obliczenia momentu sejsmicznego wstrząsu M_0 (Hanks, Kanamori [152])

$$M = \frac{2}{3} \log(M_o) - 6 \quad (5.104)$$

a to z kolei umożliwia ocenę objętości V ogniska wstrząsu (Aki i Richards [153])

$$M_o = \mu A u_o = \mu V \quad (5.105)$$

gdzie:

A - powierzchnia powstała w wyniku wstrząsu pęknięcia masywu skalnego,

u_o - średnie przemieszczenie mas skalnych,

μ - podatność skał w rejonie wstrząsu.

Dalej (Mendecki [147]) można ocenić efektywne przemieszczenie skał u_{ef} w obszarze występowania wstrząsów

$$u_{ef} = \frac{1}{\mu S} \sum_{k=1}^M M_{ok} \quad (5.106)$$

gdzie:

S - średnia powierzchnia pęknięcia generowanego wstrząsem górnicyzycznym,

M_{ok} - moment sejsmiczny indywidualnego wstrząsu,

M - liczba wstrząsów w rozpatrywanym obszarze kopalni.

Poprawnie zlokalizowane wstrząsy z użyciem opisanej metody lokalizacji pozwalają więc na ocenę stopnia zniszczenia górotworu w obserwowanym rejonie, a tym samym na wnioskowanie o przewidywanym zagrożeniu sejsmicznym.

Powodzenie metody lokalizacji wstrząsów zależy od jakości parametrów podstawowej zależności (5.93), opisującej sposób obliczenia magnitudy wstrząsu

$$M = \frac{B}{N} \sum_{i=1}^N \log(\tau_i) + \frac{C}{N} \sum_{i=1}^N R_i + D + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i. \quad (5.107)$$

W celu wyznaczenia współczynników B , C , E_i ($i = 1, \dots, S$) tego wzoru musi być określona grupa J wstrząsów ($J \geq S+2$) o znanych magnitudach M^j , długościach zapisu τ^j i o znanych odległościach R^j do wszystkich N_j stacji sejsmometrycznych ($j = 1, \dots, J$), które zarejestrowały każdy ze wstrząsów rozpatrywanego zespołu. Współczynnik D może być włączony do stałych E_i indywidualnych dla każdego stanowiska sejsmometrycznego. Dla wygody dalszych obliczeń wygodnie jest wprowadzić upraszczające oznaczenia

$$m_j = N_j (M^j - D), \quad (5.108)$$

$$t_i^j = \log(\tau^j_i),$$

Aby uniezależnić sposób sumowania we wzorze (5.107) od konkretnie analizowanego wstrząsu, wygodnie jest zdefiniować wektor o wymiarze N równym liczbie wszystkich stacji sejsmometrycznych, które zarejestrowały przynajmniej jeden wstrząs z rozpatrywanej grupy J wstrząsów

$$\vec{\delta}^T_j = (\delta_j^1, \delta_j^2, \dots, \delta_j^N) \quad (5.109)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} 1 & \text{ gdy stacja } k \text{ jest aktywna,} \\ 0 & \text{ w pozostałych przypadkach} \end{aligned} \quad (5.110)$$

Po zdefiniowaniu N -wymiarowych wektorów

$$\begin{aligned} \vec{t}_j^T &= (t_1^j, t_2^j, \dots, t_N^j), \\ \vec{r}_j^T &= (R_1^j, R_2^j, \dots, R_N^j), \\ \vec{e}^T &= (E_1, E_2, \dots, E_N), \end{aligned} \quad (5.111)$$

takich że na i -tej pozycji każdego z nich jest wartość odpowiadająca logarytmowi długości zapisu zjawiska sejsmicznego bądź odległości i -tej stacji sejsmometrycznej od ogniska j -tego wstrząsu, jeśli i -ty sejsmometr zarejestrował j -ty wstrząs, lub dowolna liczba. Ostatni ze zdefiniowanych wektorów jest zaś stały dla każdego wstrząsu, a jego współrzędnymi są indywidualne parametry E_i dla kolejnych stacji sejsmometrycznych.

Poszukiwane współczynniki chcemy dobrać w taki sposób, by suma kwadratów odchyłek magnitud zadanych i policzonych z zależności (5.92) była minimalna. Przyjęte oznaczenia pozwalają powyższy warunek zapisać w postaci

$$\sum_{j=1}^J (m_j - \vec{\delta}_j^T (B\vec{t}_j + C\vec{r}_j + \vec{e}))^2 = \min. \quad (5.112)$$

Po zróżniczkowaniu tego wzoru względem poszukiwanych parametrów B , C , E_k ($k=1, \dots, N$) i po przyrównaniu pochodnych do zera, co jest warunkiem koniecznym i wystarczającym istnienia minimum sumy kwadratów, dostaje się układ $N+2$ równań algebraicznych na tyle samo niewiadomych

$$\begin{aligned}
& B \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j + C \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j + \bar{e}^T \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j = \sum_{j=1}^J N_j m_j \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j, \\
& B \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j + C \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j + \bar{e}^T \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j = \sum_{j=1}^J N_j m_j \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j, \\
& B \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{t}_j \delta_j^k + C \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j^T \bar{r}_j \delta_j^k + \bar{e}^T \sum_{j=1}^J \bar{\delta}_j \delta_j^k = \sum_{j=1}^J N_j m_j \delta_j^k, \\
& \qquad \qquad \qquad k = 1, \dots, N.
\end{aligned} \tag{5.113}$$

Jak łatwo zauważyć, macierz otrzymanego układu równań jest symetryczna, co umożliwia zastosowanie specjalnej, szybkiej techniki rozwiązywania.

6. MIARY CHAOSU

Wymiary zbiorów są uogólnieniem koncepcji wymiaru przestrzeni używanego już w starożytności przez Euklidesa. Fraktalem nazywamy zbiór (Mandelbrot [88]), którego wymiar Hausdorffa [154] jest różny od liczby całkowitej. Fraktal możemy traktować jak przestrzeń o niepełnym rozmiarze topologicznym (Euklidesa). Nasze wyobrażenia, zaczerpnięte z obserwacji obiektów przestrzeni jedno-, dwu- i trójwymiarowych, zawodzą przy próbie przeniesienia do przestrzeni wielowymiarowych i są zupełnie nieprzydatne dla fraktali.

Można sformułować wiele definicji wymiaru. Należą do nich wymiar Hausdorffa, Kołmogorowa [155] czy też wymiar korelacyjny (Forest i Witten [156]) lub informacyjny (Balatoni i Renyi [157]). Rozmiar fraktalny, będący wymiarem Hausdorffa rozpatrywanego fraktala, może charakteryzować geometryczne cechy nieporządku. Ważność rozmiaru fraktalnego wiąże się z kolei z czysto praktyczną sposobnością generowania bardzo złożonych fraktali przez niezwykle proste algorytmy (Von Koch [158]), których wymiar fraktalny można dowolnie zadać. Chaos, będący następstwem nieliniowości równań różniczkowych opisujących zjawiska fizyczne, może być ilościowo opisywany wykładnikiem Lapunowa lub rozmiarem fraktalnym. Obydwie metody opisu bałaganu wiążą się wzajemnie i uzupełniają. Obydwa sposoby opisu relacji zachodzących między wstrząsami górnictwymi znalazły swoje praktyczne zastosowanie.

6.1. Wykładnik Lapunowa

Nawet jeśli ruch jest bardzo skomplikowany, ale opisują go równania deterministyczne, to nie jest on chaotyczny. Może jedynie sprawiać takie wrażenie, co wynika z tego, że niewielkie zaburzenie warunków początkowych prowadzi do ruchu układu po trajektoriach, które wraz z upływem czasu szybko oddalają się od siebie. W takiej sytuacji zupełnie małe, przypadkowe zaburzenie ruchu w istotny sposób wpływa na jego przebieg. Jest to mechanizm powstawania chaosu deterministycznego, który może prowadzić do rozkładu fraktalnego. Miarę chaosu (Schuster [110]) otrzymamy śledząc punkty kolejno generowane w dowolnym procesie. Ewolucję procesu opisuje równanie, czy też układ równań różniczkowych. Możemy, dokonując odpowiednich przekształceń, znaleźć związek, który stan układu (położenie,

prędkość itp.) w momencie $t+\Delta$ wyrazi przez jego stan w momencie t . Zależność tę daje się zapisać ogólnym wzorem postaci:

$$x_{n+1} = f(x_n). \quad (6.1)$$

W takim przypadku możemy obliczyć położenia punktu x_{n+1} w kolejnych momentach czasu poprzez znane współrzędne w przeszłości. Niechaj, przy użyciu relacji (6.1), dla punktu początkowego x_0 i innego punktu oddalonego o ε $x_1 = x_0 + \varepsilon$ zostanie wygenerowana seria N pozycji. Po N krokach, stosując ciągle zależność (6.1), dla obydwu punktów x_0 i x_1 otrzymane zostaną punkty $x_N = f^N(x_0)$ i $x_{N+1} = f^N(x_0 + \varepsilon)$. Początkowa długość odcinka łączącego obydwie punkty wynosiła ε , a po N krokach wynosi $|f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0)|$. Poszukujemy takiej stałej λ , zwanej wykładnikiem Lapunowa, by odległość między tymi punktami była równa

$$|f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0)| = \varepsilon \exp(N\lambda) \quad (6.2)$$

Tak zdefiniowany wykładnik Lapunowa jest zależny od x_0 i od liczby kroków procesu N . Związek $\lambda(x_0)$ jest oczywisty, różne warunki początkowe dają różne wyniki. Aby wzór (6.2) uczynić niezależnym od liczby kroków procesu, która może być subiektywnie narzucona, musimy przejść do granicy, wykonując nieskończenie wiele operacji przejścia. Równocześnie musimy zmniejszać do zera odległość ε punktów początkowych. Wzór (6.2) prowadzi wówczas do relacji (wykładnik N oznacza tu N -krotne złożenie operacji, a nie potęgę)

$$\lambda(x_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{N} \frac{|f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0)|}{\varepsilon} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \left(\frac{df^N(x_0)}{dx_0} \right) \quad (6.3)$$

definiującej wykładnik Lapunowa. Znając $\lambda(x_0)$, wiemy, jaka jest średnia zmiana odległości pierwotnie nieskończenie bliskich punktów przypadająca na 1 krok iteracji. Odległość ta zwiększa się (lub zmniejsza) $\exp(\lambda(x_0))$ -krotnie. Jeśli więc $\lambda(x_0)$ jest większe od zera, to dwa pierwotnie nieskończenie blisko położone punkty będą się oddalać od siebie, co oznacza chaos. W przeciwnym wypadku dwa początkowo odległe od siebie punkty będą się zbiegać do jednego, co oznacza stabilność.

Możemy uzyskać jeszcze jedną interpretację wykładnika Lapunowa. W tym celu zastosujemy N -krotnie regułę różniczkowania funkcji złożonej do wyrażenia pod znakiem logarytmu we wzorze (6.3)

$$\frac{df^N(x_o)}{dx_o} = \frac{df(x_o)}{dx_o} \frac{df(x_1)}{dx_1} \dots \frac{df(x_{N-1})}{dx_{N-1}} = \prod_{i=0}^{N-1} \frac{df(x_i)}{dx_i} \quad (6.4)$$

a wynik wstawimy do wzoru definiującego $\lambda(x_o)$

$$\lambda(x_o) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \prod_{i=0}^{N-1} \frac{df(x_i)}{dx_i} \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right| \right). \quad (6.5)$$

Specjalna metodyka estymacji wykładnika Lapunowa (Mendecki [147]) pozwala ocenić możliwość predykcji zagrożenia sejsmicznego w ustalonym rejonie. Niezależnie od tego λ jest jedną z możliwych miar chaosu. W analizach fraktalnych używane są inne, łatwiejsze do estymacji, miary fraktalne.

6.2. Miara informacyjna Shannona i wymiar informacyjny zbioru

Miara informacyjna przedstawia średni ubytek informacji, którą tracimy na jeden krok procesu. Dla ilustracji, wyobraźmy sobie, że punkt należy do jednej z dwu połówek odcinka jednostkowego. Jeśli dowiemy się, która jest to część, to dostaniemy informację o wartości jednego bitu i zauważymy, że informacji o większej wartości w układzie dwustanowym nie można uzyskać. Mówimy, że układ dwustanowy ma maksymalną pojemność informacyjną równą 1. W przypadku kwadratu podzielonego na cztery równe części trzeba, ogólnie biorąc, zadać 2 pytania, by się dowiedzieć, do której z jego części należy rozpatrywany punkt. Maksymalna zawartość informacyjna takiego kwadratu reprezentującego cztery możliwe stany wynosi 2 bity. Ogólnie, zawartość informacyjna układu o N stanach wynosi

$$I_{\max} = \log_2(N) \quad (6.6)$$

Jeśli każdy z możliwych N stanów układu zachodzi z pewnym prawdopodobieństwem p_i ($i=1,2,\dots,N$), a ich suma jest równa jedności i dowiemy się w wyniku eksperymentu, że zaszło jedno, konkretne zdarzenie j , to uzyskujemy informację o wartości

$$I = \sum_{i=1}^N p_i \log_2(p_i) \quad (6.7)$$

Gdy $l_i = \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right|$ oznacza długość odcinka w i -tej iteracji, to po podzieleniu tej długości przez sumę długości L wszystkich odcinków uzyskanych po N iteracjach uzyskamy prawdopodobieństwo $p_i = \frac{\left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right|}{L}$, że losowo wybrany punkt z odcinka o długości L należy do l_i . Średnio na jedną iterację przypada więc ubytek wiedzy wyrażony wzorem (6.5), co równocześnie znajduje swoje odzwierciedlenie w rezultacie (6.7). Miara informacyjna jest ściśle powiązana z wymiarem informacyjnym zbioru

$$D_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{N(r)} P_i(r) \log(P_i(r)) / \log(r). \quad (6.8)$$

$P_i(r)$ oznacza tu prawdopodobieństwo przynależności przynajmniej jednego punktu badanego zbioru do pudełka o długości boku równej r . Pudełkiem, zależnie od rozmiaru przestrzeni, do której należy badany zbiór, nazywamy odcinek, kwadrat, sześcian itd.

6.3. Rozmiar podobieństwa i rozmiar korelacyjny

Jedną z prostszych do obliczenia miar fraktalnych zbioru przyjęto nazywać (Takayasu [159]) rozmiarem podobieństwa D_s lub rozmiarem ładunkowym D_c

$$D_s = \frac{\ln(N(r))}{\ln(1/r)} \quad (6.9)$$

gdzie r oznacza charakterystyczny rozmiar, a $N(r)$ liczbę elementów zbioru o rozmiarze r pokrywających cały zbiór.

Rozmiar korelacyjny zbioru D_{cor} definiuje się poprzez tzw. całkę korelacyjną $C(r)$

$$C(r) \approx r^{D_{cor}-d} \quad (6.10)$$

w której d oznacza wymiar przestrzeni, natomiast

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N^2} N(r) \right) \quad (6.11)$$

gdzie:

$N(r)$ oznacza liczbę par elementów zbioru odległych od siebie o mniej niż r .

Między wymienionymi miarami fraktalnymi, generalnie biorąc, zachodzą nierówności

$$D_s \geq D_f \geq D_{cor} \quad (6.12)$$

Równość wszystkich trzech miar występuje w przypadku zbiorów czysto fraktalnych. Nierówności związane są z tzw. multifrakalnym charakterem zbioru. Możemy wyobrażać sobie zbiory multifrakalne jako takie, których miara fraktalna D jest funkcją jakiegoś parametru. Rzeczywiste obiekty czy zbiory nie są czysto fraktalne i w pełni (czy nawet statystycznie) samopodobne. Najczęściej nie wystarcza jedna uniwersalna stała D do określenia wymiaru fraktalnego; wymiar fraktalny musimy uważać za pewną funkcję. Istnieją dwie możliwości uogólnienia pojęcia wymiaru fraktalnego. Jedna z nich polega na wprowadzeniu tzw. spektrum syngularności $f(\alpha)$, a druga polega na wprowadzeniu wymiaru uogólnionego D_q .

6.4. Spektrum syngularne i uogólniony wymiar fraktalny

Spektrum syngularne $f(\alpha)$ jest rozmiarem fraktalnym podzbiorów mających taką samą moc syngularną α . Formułując spektrum syngularne $f(\alpha)$ pokrywamy badany zbiór pudełkami o boku r i określamy dla każdego z nich funkcję prawdopodobieństwa $P_i(r)$ postaci

$$P_i(r) \approx r^{-\alpha_i}. \quad (6.13)$$

Następnie wyznaczamy liczby pudełek $N_\alpha(r)$, w których moc syngularna zawiera się między α i $\alpha+d\alpha$ i definiujemy związek $f(\alpha)$ poprzez wyrażenie

$$N_\alpha(r) \approx r^{-f(\alpha)}. \quad (6.14)$$

Spektrum syngularności jest więc rozmiarem fraktalnym zbioru miar fraktalnych.

Rozmiar uogólniony D_q definiuje się dla dowolnej liczby rzeczywistej q z przedziału $-\infty$, $+\infty$ jako

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{\log \left(\sum_i \{P_i(r)\}^q \right)}{\log(r)} \right) \quad (6.15)$$

Dla $q=0$ rozmiar uogólniony koresponduje z rozmiarem podobieństwa D_s , dla $q=1$ jest on rozmiarem informacyjnym D_f , natomiast dla $q=2$ staje się rozmiarem korelacyjnym D_{cor} .

6.5. Analiza fraktalna

Analiza geometrycznych własności zbiorów uporządkowanych hierarchicznie jest wyjątkowo prosta. Wyrażony w kodzie dziesiętnym (4.3) adres dowolnego wektora w w -wymiarowej przestrzeni ma przedstawienie

$$\gamma = \beta_1 n^0 + \beta_2 n^1 + \dots + \beta_r n^{r-1} \quad (6.16)$$

a charakterystyczna długość krawędzi hipersześcianu wynosi

$$d_i / k_i^r \quad (i = 1, \dots, w). \quad (6.17)$$

Jeśli te długości zależą od indeksu osi i i przyjętego układu odniesienia, możemy zastąpić je wielkością

$$d_r = \left(\sum_{i=1}^w \left(\frac{d_i}{k_i^r} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (6.18)$$

lub innym typem normy, wiążącym jednoznacznie rząd podziału r z długością boków hipersześcianu.

Na r -tym stopniu podziału dysponujemy zbiorem N_r różnych adresów, a odpowiadający im wymiar charakterystyczny wynosi d_r . W wyniku zwężenia wszystkich adresów (6.16), na $r-1$ stopniu konstrukcji, dostajemy liczbę $N_{r-1} < N_r$ różnych adresów, powstałych przez pominięcie ostatniego składnika sumy (6.16). Odpowiada im długość charakterystyczna d_{r-1} .

Jeśli liczby N_r powiązane są z rozmiarami d_r relacją

$$N_r = \frac{C}{d_r^D}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.19)$$

w której C jest stałą proporcjonalności, a D wymiarem fraktalnym, to rozpatrywany zbiór jest fraktalem.

Wyznaczony ze związku

$$\ln(N_r) = \ln(C) - D \ln(d_r), \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.20)$$

metodą najmniejszych kwadratów, parametr D jest estymatorem wymiaru ładunkowego.

Z uwagi na to, że badane zespoły danych sejsmologicznych często wykazują strukturę bifraktalną, stało się konieczne opracowanie metody wyznaczania dwu wymiarów fraktalnych

charakteryzujących badany zbiór danych. Stosowana metoda wyznaczania tych parametrów polega na znalezieniu takiego numeru danych r^* , że dla wszystkich $r \leq r^*$ rozpatrywany zbiór ma wymiar D_1 , a dla pozostałych numerów hierarchicznej konstrukcji ma wymiar D_2 . Wymaga to znalezienia dwu odcinków prostych przecinających się w takim punkcie r^* , by najlepiej spośród wszystkich możliwych jego położenia były aproksymowane dane pomiarowe.

Dla wyznaczenia, zdefiniowanego wzorem (6.15), uogólnionego wymiaru fraktalnego D_q konieczne jest określenie prawdopodobieństw $P_i(d_r)$.

Poszukiwane prawdopodobieństwa można aproksymować przez częstości, z jakimi wstrząsy trafiają do poszczególnych pudełek konstrukcji hierarchicznej. Następnie, dla przyjętych wartości q , można wyznaczyć, metodą najmniejszych kwadratów, wielkość $(q-1)D_q$, która jest współczynnikiem kierunkowym prostej

$$(q-1)D_q \log(d_r) = C + \log\left(\sum_i \{P_i(d_r)\}^q\right), \quad (6.21)$$

zdefiniowanej związkiem (6.15).

6.6. Multifraktale

Rozkłady wszystkich obserwowanych parametrów wstrząsów górniczych wykazują prostą strukturę multifraktalną. Jest ona sekwencją kilku (na ogół dwóch) fraktali o dobrze określonym wymiarze fraktalnym. Przeprowadzone obserwacje umożliwiają podanie ogólnego sposobu budowy hierarchicznych struktur danych wszystkich obserwowanych parametrów wstrząsów o wymaganym wymiarze fraktalnym.

Ustalamy wymiar przestrzeni, zależnie od obserwowanego parametru, i ustalamy długość boku h stosownego hipersześcianu (odcinek, kwadrat, sześcian) wymaganą dla opisanego rozpatrywanego problemu. W pierwszym etapie konstruowania hierarchii danych dzielimy wybrany hipersześcian na b^w (w jest wymiarem przestrzeni) równych cel o charakterystycznym wymiarze $r_1=h/b$. Spośród wszystkich hipersześcianów rzędu 1 wybieramy n_1 obiektów. W drugim kroku każdy z wybranych hipersześcianów dzielimy na b^w równych części i wybieramy n_2 nowych elementów konstrukcji drugiego stopnia. Na k -tym stopniu konstrukcji liczba wybranych elementów o rozmiarze $r_k=h/b^k$ wynosi

$$N(r) = n_1 n_2 \cdots n_k \quad (6.22)$$

Jeśli utworzony fragment konstrukcji jest fraktalem, to z uwagi na relację (6.9) musi być

$$\log\left(\prod_{i=1}^k n_i\right) = kD \log(b), \quad (6.23)$$

Wymiar fraktalny D nie może zależeć od rzędu konstrukcji k , co wymusza związki $n_i = n = \text{const}$ dla $i=1, 2, \dots, k$. Wymiar utworzonego fragmentu hierarchii wynosi

$$D = \frac{\log(n)}{\log(b)}, \quad (6.24)$$

$1 < n < b^w$, w – wymiar przestrzeni.

Dalej, można dowolnie długo kontynuować budowę hierarchii o wymaganych wymiarach fraktalnych.

7. FRAKTALNE WŁASNOŚCI KOPALNIANYCH ZJAWISK SEJSMICZNYCH

Multifraktalna struktura rozkładu hipocentrow wstrząsów górniczych, epicentrow, energii i czasu może być otrzymana bardzo prostymi metodami generowania hierarchii o wymaganych własnościach. Proste modele zbiorów multifraktalnych stanowią wzorce zerowego przybliżenia struktur o wymaganych właściwościach. Hierarchia danych nie wymaga dokładnego określenia pozycji wstrząsu. Wstrząsy przypisywane są obszarom, a nie punktom. Ułatwia to prowadzenie badań nad kolektywnymi własnościami wstrząsów, w tym nad badaniem ich struktury geometrycznej. Dla odwzorowania różnego rodzaju funkcji, jak naprężenia, tensor zniszczenia czy efektywne przemieszczenia mas skalnych, można, na każdym poziomie hierarchicznej struktury danych, wpisać ich wartości średnie. W miarę zwiększania rzędu hierarchii dostaje się coraz to dokładniejsze odwzorowanie modelowanych przebiegów.

Precyzyjne badania struktury rozkładu hipocentrow wstrząsów górniczych z zastosowaniem uogólnionego wymiaru fraktalnego pokazały, że istnieje związek między geometryczną strukturą wstrząsów i możliwością wystąpienia wstrząsu wysokoenergetycznego.

Badania rozkładów energii i czasów pojawiających się wstrząsów potwierdzają bimodalny mechanizm ich powstawania. Niezależność obydwu mechanizmów może być przyczyną małej skuteczności predykcji zagrożenia sejsmicznego opartej na analizie współczynnika b z prawa Gutenberga-Richtera.

7.1. Rozkłady energii wstrząsów górniczych

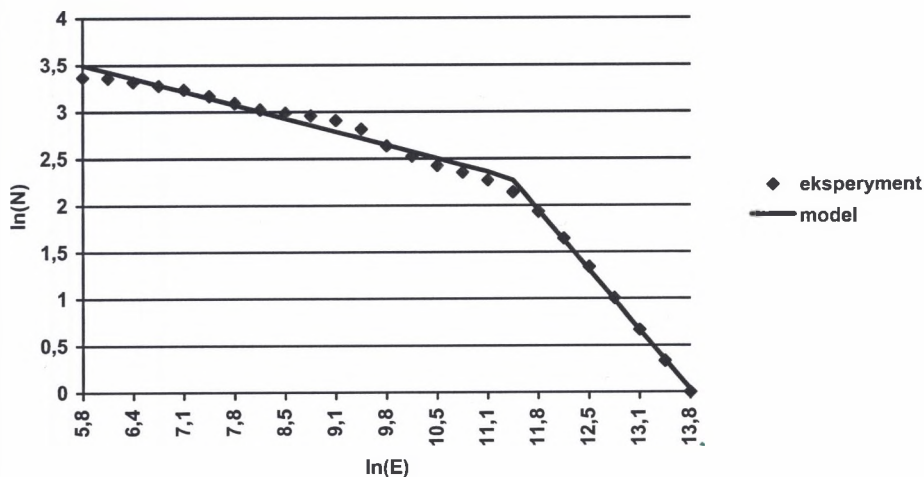
Ogólnie znane prawo Gutenberga-Richtera

$$\log(N_{>M}) = a - bM \quad (7.1)$$

gdzie $N_{>M}$ oznacza liczbę wstrząsów o magnitudzie nie mniejszej od M , natomiast a oraz b są stałymi, można wyrazić przez energię wstrząsów. Magnituda M jest zdefiniowana jako $\log(A)$, przy czym A oznacza maksymalną amplitudę fali sejsmicznej. Ponieważ energia fal jest proporcjonalna do A^2 , wzór (7.1) można sprowadzić do postaci

$$\log(N_{>E}) = a - \frac{b}{2} \log(E). \quad (7.2)$$

Możemy się spodziewać, że wymiar fraktalny energii wstrząsów $D=b/2$ będzie bliski wartości 0,5, gdyż stała b jest bliska 1. Rozważania te dotyczą uśrednionego wymiaru fraktalnego wstrząsów. W kilku rejonach świata, w tym i na Górnym Śląsku, rozkład energii wstrząsów (Gibowicz, Kijko [1]) jest wyraźnie bimodalny. Otrzymane rozkłady energii kopalni Anna i Marcel przedstawiają poniższe wykresy. Bifraktalny rozkład energii wstrząsów świadczy, że istnieją dwa mechanizmy odpowiedzialne za nisko- i wysokoenergetyczne wstrząsy kopalniane. Niskoenergetyczne wstrząsy stanowią główną masę wstrząsów i najprawdopodobniej mechanizm odpowiedzialny za ich generację związany jest z odprężeniem górotworu. Wstrząsy wysokoenergetyczne będą skojarzone z przemieszczaniem mas skalnych wzdłuż uskoków bądź ze zgniataniem większych fragmentów górotworu.



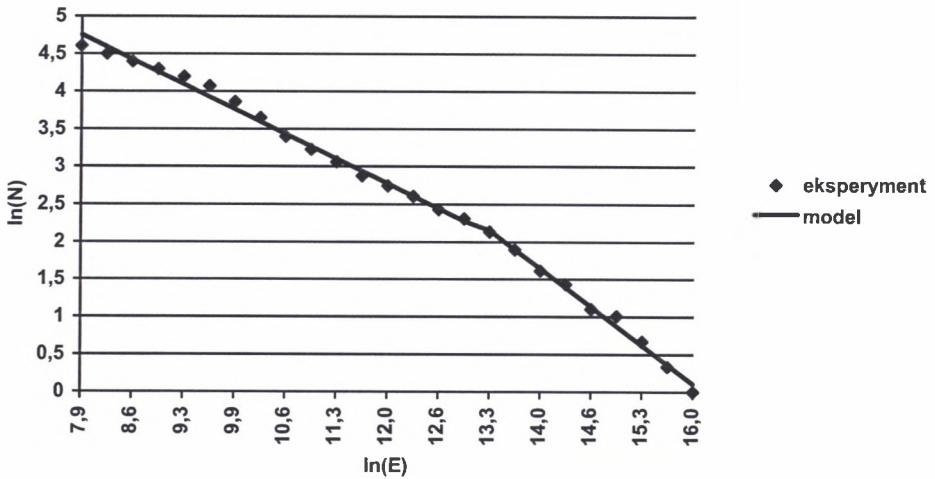
Rys. 7.1. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu energii. KWK Anna – 1264 zdarzenia sejsmiczne w okresie 26.11.96-30.03.98

Fig. 7.1. Plot of log. of cumulative number of seismic events vs. log. of energii. The Anna coal mine – 1264 seismic events in time period 26.11.96 – 30.03.98

Tablica 7.1

Wymiar fraktalny rozkładu energii wstrząsów

	D_1	D_2	D średnio
KWK Anna	0.47 energia $<6.3 \cdot 10^4$ [J]	0.95 $6.3 \cdot 10^4 < \text{energia} < 1.0 \cdot 10^6$ [J]	0.36
KWK Marcel	0.49 energia $<3.5 \cdot 10^4$ [J]	0.76 $3.5 < \text{energia} < 8.7 \cdot 10^6$ [J]	0.55



Rys. 7.2. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu energii. KWK Marcel – 3350 zdarzenia sejsmiczne w okresie 21.01.97-01.07.99

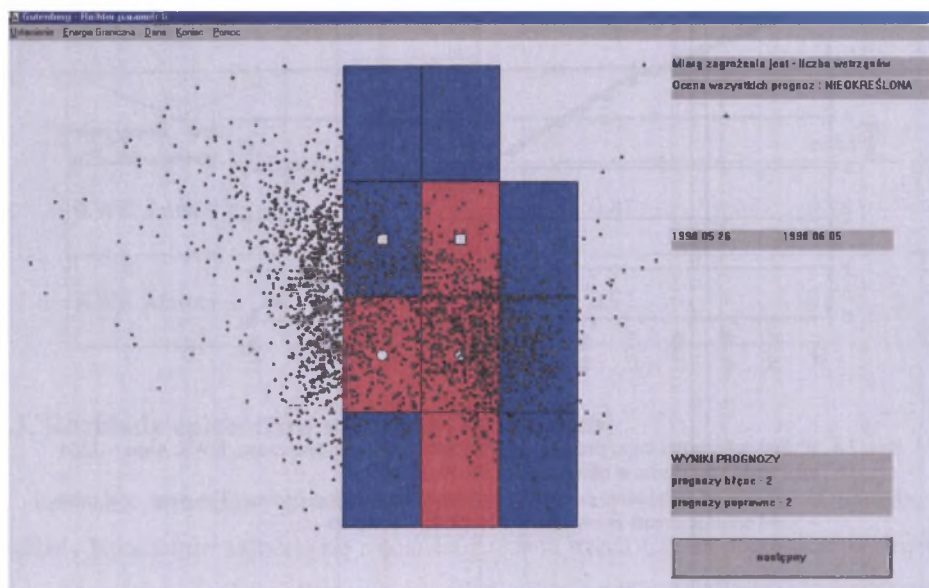
Fig. 7.2. Plot of log. of cumulative number of seismic events vs. log. of energy. The Marcel coal mine –3350 seismic events in time period 21.01.97 – 01.07.99

Bifraktalny rozkład energii wstrząsów KWK Marcel można uzyskać przez podział odcinka, od około 100[J] do $3.5 \cdot 10^5$ [J], reprezentującego niskoenergetyczną modę wstrząsów na 10 równych fragmentów. Na pierwszym i na wszystkich kolejnych stopniach hierarchii należy przypadkowo wybierać po 3 segmenty nowo tworzonego piętra hierarchii. Po kilku krokach, zależnych jedynie od wymaganej dokładności odwzorowania, zostanie uzyskany zbiór energii wstrząsów syntetycznych o wymiarze fraktalnym $D=0.477$ bardzo bliski obserwowanemu wymiarowi $D=0.49$.

Wysokoenergetyczną modę wstrząsów można uzyskać dzieląc początkowy przedział energii $< 3.5 \cdot 10^5, 8.7 \cdot 10^6 >$ na 10 części i przypadkowo wybierając 6 z nich. Następne kroki budowy mody wysokoenergetycznej są kopią konstrukcji rzędu pierwszego. Wymiar fraktalny modelu wynosi $D=0,78$, podczas gdy eksperyment daje $D=0,76$.

Powszechnie przyjmuje się, że parametr $b=2D$ ze wzoru Gutenberga-Richtera (7.2) wyznacza miarę zagrożenia sejsmicznego. Jeśli b maleje, to zagrożenie rośnie i odwrotnie. Lasocki [24] opracował metodę umożliwiającą ocenę prawdopodobieństwa pojawienia się dużego zdarzenia sejsmicznego i pokazał, że wiele dużych wstrząsów występuje w jego maksimach. Przy zastosowaniu hierarchii danych można było wykonać prognozy zagrożenia sejsmicznego na różnych szczeblach hierarchii. Kolejny rysunek dotyczy KWK Marcel i przedstawia wynik jednej z poczynionych obserwacji. Ocenie poddawano zagrożenie sejsmiczne, wyrażone maksymalną energią wstrząsu w zadanym przedziale czasu,

sumaryczną energią wstrząsów bądź całkowitą liczbą wstrząsów. Predykcja była dokonywana w oparciu o estymację parametru b podaną przez Lasockiego w cytowanej uprzednio pracy. Ocenę jakości predykcji można było zobiektywizować przez przyjęcie trójstopniowej skali ocen „zła”, „nieokreślona”, „dobra” opartej na wzorcach rozmytych (punkt 9). Każda z obserwacji cząstkowych była przekształcana w pojęcie rozmyte zależne od częstości ocen poprawnych. Pojęcia odpowiadające ocenom cząstkowym były następnie sumowane i porównywane ze wzorcami. Analizy zostały przeprowadzone dla różnych przedziałów czasu. Przyjęto, że minimalny rozmiar zbioru wstrząsów umożliwiający ocenę zagrożenia wynosi 7. Przeprowadzone testy pokazały, że najlepsze wyniki uzyskuje się na poziomie hierarchii danych, przy których długość krawędzi kwadratu pokrywającego obszar wstrząsów nie jest mniejsza od 200 m. Na zamieszczonym rysunku obszary, w których można było wykonać predykcję, oznaczone są kolorem czerwonym. Pozostałe niebieskie obszary wskazują miejsca występowania wstrząsów, które w poprzednim przedziale czasu umożliwiały wyznaczenie parametru b . Chociaż w pokolorowanych na niebiesko obszarach nie można w aktualnym przedziale czasu wyznaczyć tego parametru, to można podać wynik uprzednio dokonanej prognozy. Prognozy poprawne znaczone są białymi kwadratami, a błędne białymi okręgami. Najczęstszym efektem wykonanych eksperymentów okazywała się być ocena „nieokreślona”.

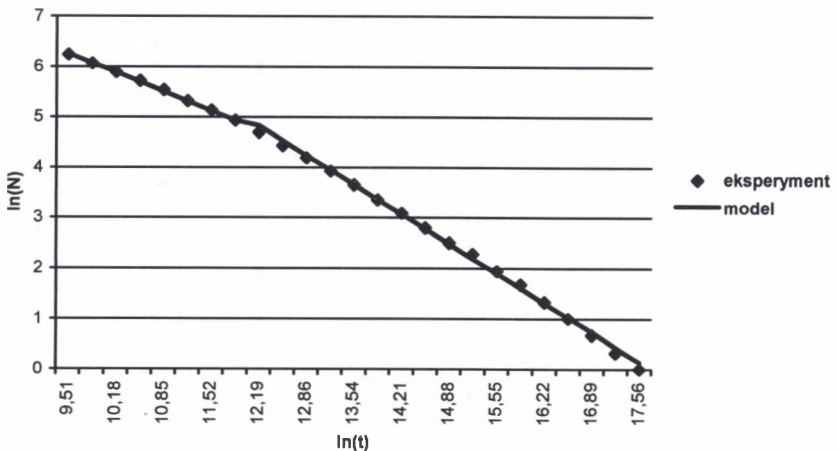


Rys. 7.3. KWK Marcel – ocena jakości prognozy zagrożenia sejsmicznego
Fig. 7.3. Marcel coal mine – the quality of seismic hazard prediction

Poczynione obserwacje wskazują na nieprzydatność parametru b do ocen zagrożenia sejsmicznego. Przyczyn takiego stanu rzeczy można się dopatrywać w niezależności mody nisko- i wysokoenergetycznej wstrząsów kopalnianych. Zmniejszenie liczebności wstrząsów mody niskoenergetycznej w jej najniższym przedziale energetycznym powoduje wówczas obniżenie uśrednionego współczynnika b , co jest sygnalizowane jako wzrost zagrożenia sejsmicznego. Podobnie dzieje się przy zwiększeniu liczby wstrząsów w górnym przedziale energii mody niskoenergetycznej. Przy niezależności obydwu mechanizmów odpowiedzialnych za wstrząsy nisko- i wysokoenergetyczne nie oznacza to jednak wzrostu zagrożenia istotnie groźnymi zdarzeniami.

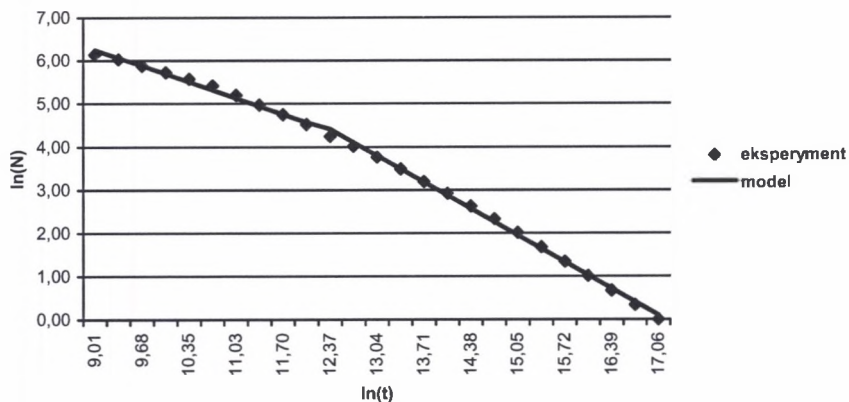
7.2. Rozkłady czasów między wstrząsami

Obserwowana struktura rozkładu pojawiania się wstrząsów, podobnie jak i struktura rozkładu energii wstrząsów jest bifraktalna. Potwierdza to hipotezę o występowaniu dwu niezależnych mechanizmów powstawania wstrząsów. Każdy z nich odbija swoje piętno zarówno na obserwowanych rozkładach energii, jak i czasu.



Rys. 7.4. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu czasu. KWK Anna – 1264 zdarzenia sejsmiczne w okresie 26.11.96-30.03.98

Fig. 7.4. Plot of log. of cumulative number of seismic events vs. log. of time. The Anna coal mine – 1264 seismic events in time period 26.11.96 – 30.03.98



Rys. 7.5. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu czasu. KWK Marcel – 3350 zdarzenia sejsmiczne w okresie 21.01.97-01.07.99

Fig. 7.5. Plot of log. of cumulative number of seismic events vs. log. of time. The Marcel coal mine – 3350 seismic events in time period 21.01.97 – 01.07.99

Można mieć zastrzeżenia co do dokładności oszacowań energii wstrząsów, a co za tym idzie - do wysuwanych na ich podstawie wniosków. Momenty powstawania wstrząsów są jednak mierzone dokładnie. Bifraktalne rozkłady momentów powstawania wstrząsów są zatem pewnym potwierdzeniem istnienia dwu mechanizmów powstawania wstrząsów górniczych.

Tablica 7.2

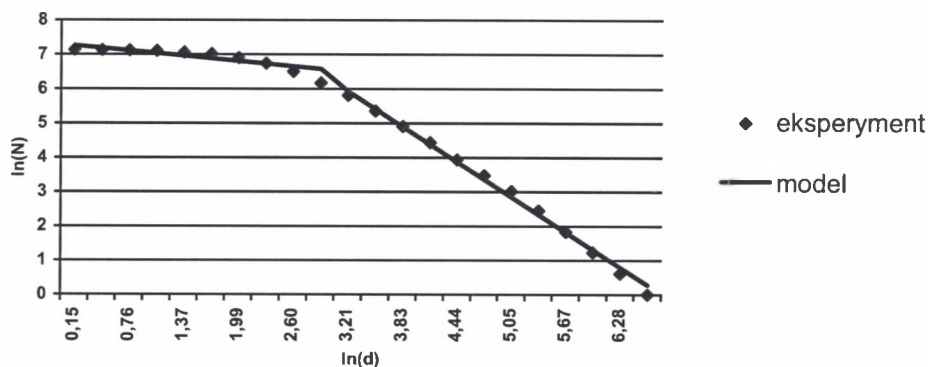
Wymiary fraktalne rozkładu czasów

	D_1	D_2	D średni
KWK Anna	0.57 czas <2671 [min]	0.87	0.78
KWK Marcel	0.55 czas <3284 [min]	0.92	0.55

7.3. Rozkłady epicentrów wstrząsów górniczych

Epicentra wstrząsów górniczych charakteryzują się bifraktalnością. Obserwowane rozkłady hipocentrów składają się natomiast z układu trzech fraktali. Uproszczona struktura relacji geometrycznych w porównaniu z rozkładem hipocentrów wstrząsów jest następstwem zmniejszonego zasobu informacji zawartej w zespole pary współrzędnych płaskich, a nie

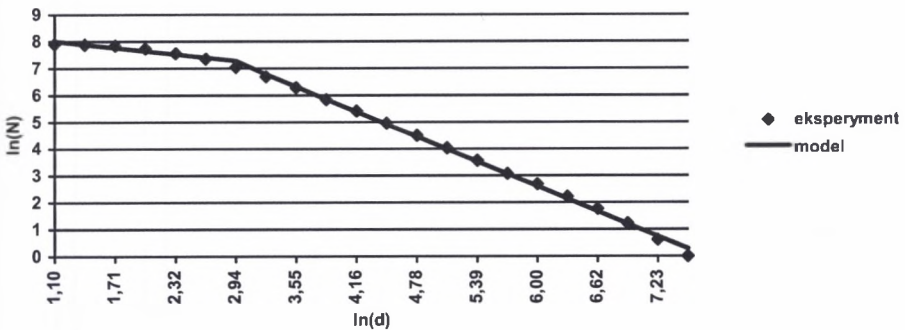
trójce współrzędnych przestrzennych. Pominięcie z-towej współrzędnej wstrząsów uniemożliwia wyznaczenie geometrycznych rozmiarów ognisk, co udaje się zrobić przy analizie rozkładów hipocentrow wstrząsów. Obserwowane dwie mody rozkładu pozwalają ocenić odległości korelacyjne wstrząsów, dla których mogą istnieć związki przyczynowo-skutkowe w seriach obserwowanych zjawisk sejsmicznych.



Rys. 7.6. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu odległości. KWK Anna – 1264 zdarzenia sejsmiczne w okresie 26.11.96-30.03.98

Fig. 7.6. Plot of log. of number of seismic events vs. log. of distance. The Anna coal mine – 1264 seismic events in time period 26.11.96 – 30.03.98

Bimodalny rozkład epicentrow wstrząsów dla KWK Marcel można otrzymać realizując hierarchiczną strukturę kopalni z podziału kwadratu pokrywającego obszar aktywny kopalni na 6×6 równych części. Z uzyskanego zbioru kwadratów pierwszego stopnia hierarchii należy wybrać 2 kwadraty i kontynuować podaną konstrukcję aż do uzyskania charakterystycznego wymiaru kwadratu bliskiego 19 m. Następnie należy wybierać po 15 kwadratów każdego stopnia hierarchii. Wymiar fraktalny hierarchii na małych odległościach (do około 19 m) wynosi $D=0,387$, podczas gdy jego wartość eksperymentalna jest równa $D=0,39$. Wymiar fraktalny modelu pokrywa się z rzeczywistością na dużych odległościach, gdzie dostaje się $D=1,511$.



Rys. 7.7. Wykres zależności logarytmu liczby wstrząsów od logarytmu odległości. KWK Marcel – 3350 zdarzenia sejsmiczne w okresie 21.01.97-01.07.99

Fig. 7.7. Plot of log. of number of seismic events vs. log. of distance. The Marcel coal mine – 3350 seismic events in time period 21.01.97 – 01.07.99

Tablica 7.3

Wymiary fraktalne rozkładu epicentrow wstrząsów

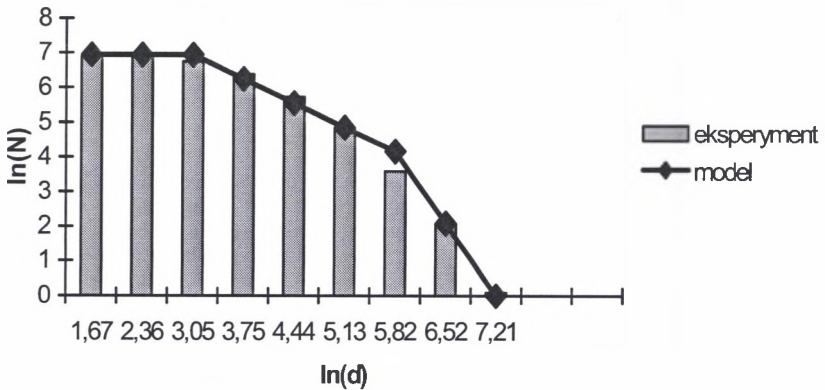
	D_1	D_2	D średni
KWK Anna	0.25 odległość <18.3 [m]	1.67 18.3< odległość <724[m]	1.08
KWK Marcel	0.39 odległość <18.9 [m]	1.51 18.9< odległość <1875[m]	1.26

We wszystkich sprawdzonych przypadkach górnośląskich kopalń węgla występuje krótko zasięgowa moda rozkładu epicentrow wstrząsów. Wstrząsy mogą być generowane tym samym zespołem przyczyn, gdy ich odległość nie przekracza około 20 m. Jest to wartość wyraźnie zaniżona w stosunku do korelacji obserwowanych w afrykańskich kopalniach złota. Dla kopalni złota Gen. Brandt zasięg korelacji wynosi 340 m. Obniżenie zasięgu oddziaływań w kopalniach górnośląskich jest zapewne następstwem nieuwzględniania ich struktury przestrzennej i mniejszej zwięzłości górotworu.

Sprowadzenie zespołu wstrząsów do płaskiego zbioru epicentrow pozbawia sensu stosowanie bardzo precyzyjnych metod korelujących silne zjawiska sejsmiczne z uogólnionym wymiarem fraktalnym.

7.4. Rozkład hipocentrow wstrząsów górniczych

Dla poprawnego odtworzenia multifraktalnej struktury hipocentrow wstrząsów kopalni General Brandt wymagane jest użycie kodów o długości 8. Każdy z sześciastków kolejnych rzędów hierarchii danych dzielimy na 8 równych części przypisując im właściwe numery. Na pierwszych dwóch szczeblach hierarchii adresem generowanej pozycji wstrząsu może być dowolna z cyfr 0 – 7 numerujących fragmenty podziału. Jeśli pierwsze dwie pozycje adresu są ustalone, to na kolejnych czterech pozycjach mogą wystąpić jedynie po dwa numery 0 – 7, niezależnie od siebie. Na ostatnich dwu pozycjach adresu może wystąpić już tylko jedna, dowolna cyfra. Porównanie multifraktalnego rozkładu hipocentrow wstrząsów otrzymanego z zastosowaniem wskazanego sposobu generacji z rozkładem wstrząsów rzeczywistych przedstawia poniższy rysunek.

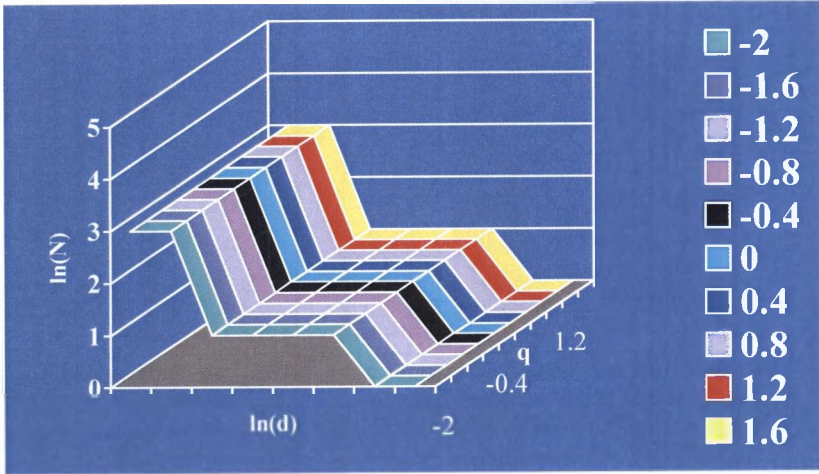


Rys. 7.8. Obliczona i eksperymentalna struktura hipocentrow wstrząsów
Fig. 7.8. Computing and experimental structure of hypocenters of rock-burst

Średni wymiar fraktalny wygenerowanego rozkładu wynosi $D=1,2$, podczas gdy dla danych eksperymentalnych otrzymano $D=1,18$. Zarówno dane modelowe, jak i eksperymentalne pokazują duże odstępstwa rozkładu hipocentrow wstrząsów od w pełni samopodobnego rozkładu fraktalnego. Uzyskane zależności są multifraktalne. Obserwowany rozkład można rozdzielić na 3 części. Poczynając od lewej strony wykresu mamy kolejne trzy różne obszary struktury. Pierwszy z nich w przedziale od 0 do około 21 m ma wymiar fraktalny bliski zero. Jest to obszar źródeł wstrząsów górniczych. Średni rozmiar ognisk wstrząsów obliczony z momentu sejsmicznego wynosi 7,2 m, co dobrze odpowiada środkowi tego przedziału. Wymiar fraktalny modelu wstrząsów centralnej części obszaru (21 m – 340 m) wynosi $1/3$ i prawie dokładnie odpowiada rzeczywistości. Ostatni z obszarów odpowiadający odległościom większym od 340 m ma wymiar fraktalny 1. Oznacza to, że

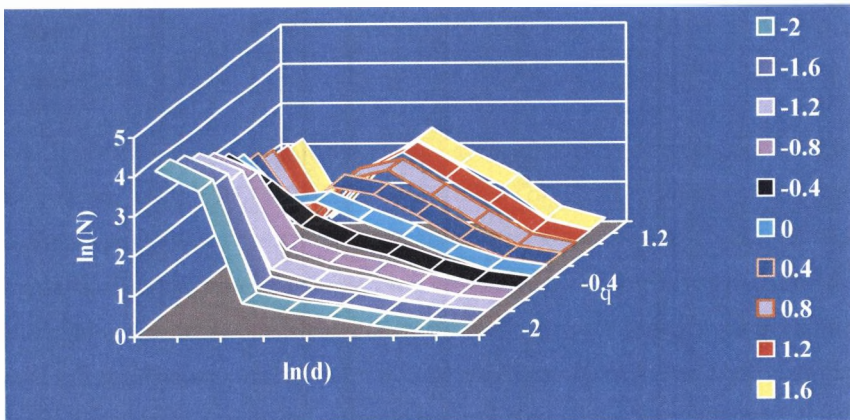
fizykalnych związków między wstrząsami nie należy się spodziewać, gdy są one odległe o więcej niż 340 m.

Multifraktalna struktura danych syntetycznych obrazowana uogólnionym wymiarem fraktalnym (3.15) jest bardzo prosta, przedstawia ją kolejny rysunek. Niezależnie od parametru q wymiar uogólniony D_q jest taką samą funkcją rozmiaru charakterystycznego.



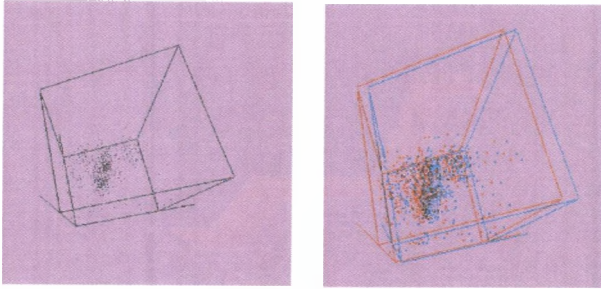
Rys. 7.9. Wymiar uogólniony D_q modelu rozkładu hipocentrow wstrząsów
Fig. 7.9. The generalized dimension of computed hypocenter distribution

Obserwowany wymiar uogólniony zgadza się z uogólnionym wymiarem modelu tylko dla $q=0$. Przedstawiony model rozkładu hipocentrow nie wprowadza żadnych osobliwości struktury. Można się spodziewać, że obserwowane związki naturalne odpowiadają jakimś anomalom struktury hipocentrow być może towarzyszącym silnym wstrząsoms górnicyzm.



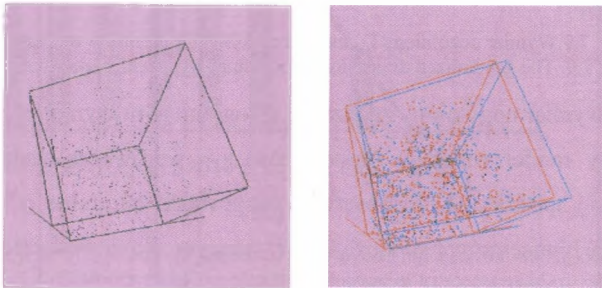
Rys. 7.10. Wymiar uogólniony D_q rozkładu zarejestrowanych hipocentrow wstrząsów
Fig. 7.10. The generalized dimension of experimental hypocenter distribution

Mimo dobrej zgodności wymiarów fraktalnych zbioru rzeczywistych i sztucznych wstrząsów widoczne są istotne różnice rozkładu hipocentrów. Odnotowane eksperymentalnie pozycje wstrząsów koncentrują się w wyraźnie izolowanych klasterach, natomiast syntetycznie utworzony zbiór wykazuje znaczną dowolność pozycji utworzonych punktów. Poza zgodnością wymiarów fraktalnych nie ma żadnych podobieństw geometrycznych w rozkładach sztucznych i rzeczywistych wstrząsów.



Rys. 7.11. Pozycje 988 wstrząsów górniczych zanotowanych na kopalni złota Gen. Brandt RPA.
Wymiar fraktalny wstrząsów wynosi 1,18

Fig. 7.11. Positions of 988 seismic events Gen. Brandt gold mine R.S.A.
Fractal dimension 1.18



Rys. 7.12. Wynik typowego eksperymentu numerycznego. Zbiór 988 punktów o wymiarze fraktalnym 1.2 wygenerowany w obszarze kopalni złota Gen Brandt

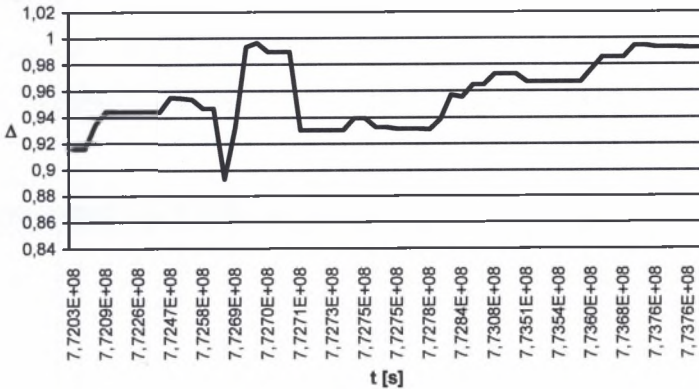
Fig. 7.12. Numerical experiment data of 988 points. Fractal dimension of this set of points is equal 1.2

Wyniki eksperymentów numerycznych uwiadcniają znacznie większy stopień uporządkowania wstrząsów, niżby to wynikało z czysto statystycznego procesu samoorganizacji. Systemy uskoków i obszary działalności górniczej wprowadzają dodatkowy czynnik deterministyczny, istotnie modyfikujący prawdopodobieństwa znalezienia wstrząsów w różnych obszarach kopalni. Wygląda na to, że samoorganizacja wstrząsów górniczych jest drugorzędnym efektem współuczestniczącym w kreowaniu kopalnianych zjawisk sejsmicznych, natomiast najistotniejsza jest eksploatacja górnicza, która oddziałując na górotwór narusza istniejący stan równowagi, co w sprzyjających warunkach objawia się

powstawianiem wstrząsów. Uprzywilejowane stają się obszary uskoków i filarów wytworzonych pracami górnictwami.

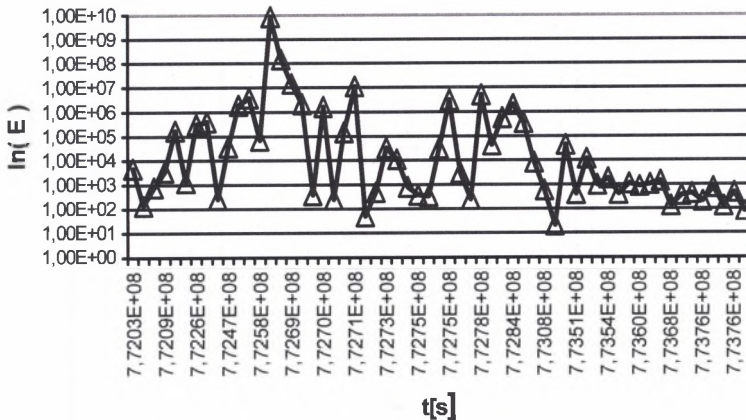
Anomalie wymiaru uogólnionego były obserwowane dla wstrząsów sejsmicznych. W niektórych rejonach aktywnych sejsmicznie wykryto związek (Hirabayashi, Ito, Yoshii [160]) między silnymi wstrząsami sejsmicznymi i zmianami uogólnionego wymiaru fraktalnego dla parametru $q=-2$.

W poszukiwaniu analogicznego przebiegu zjawisk dla górnictw zdarzeń sejsmicznych zostało przeanalizowanych kilka możliwości. Okazało się, że najsilniejszym zmianom podlega parametr $\Delta = |D_{q=-2} - D_{q=2}|$. Na przedstawionym poniżej wykresie widoczna jest istotna zmiana zachowania parametru Δ przed i po najsilniejszym wstrząsie w badanym zbiorze danych.



Rys. 7.13. Czasowa zależność parametru $\Delta = |D_{2.2} - D_2|$

Fig. 7.13. Time dependence of parameter $\Delta = |D_{2.2} - D_2|$



Rys. 7.14. Energie wstrząsów

Fig. 7.14. Energies of seismic events

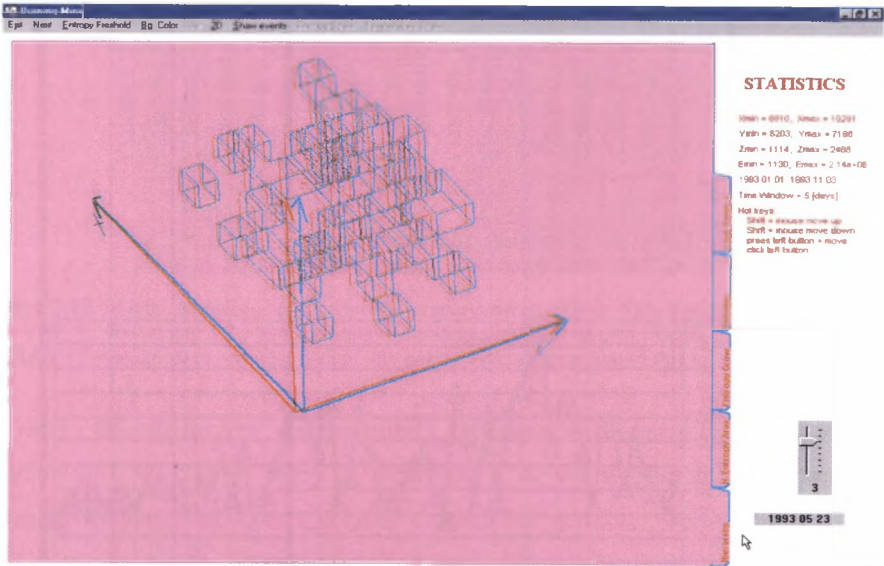
Globalne minimum parametru Δ występuje dokładnie w momencie powstania maksymalnego wstrząsu, co jest widoczne przy porównaniu obydwu wykresów. W przypadkach innych kopalń występują podobne minima, którym jednak nie towarzyszą silne wstrząsy.

7.5. Entropia wstrząsów i temperatura sejsmiczna

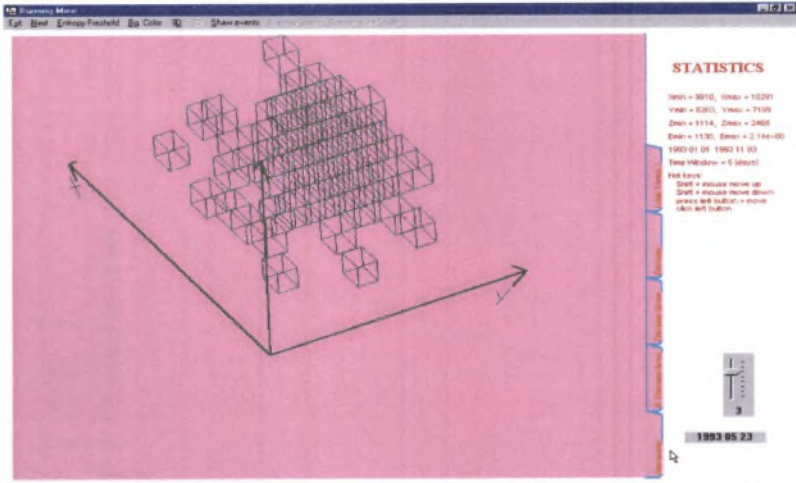
Formalny związek hierarchicznego uporządkowania wstrząsów z termodynamiką można uzyskać dzięki znanej zależności C. E. Shannona [114]

$$S = - \sum_{i_0 i_1 \dots i_n} P_{i_0 i_1 \dots i_n} \ln P_{i_0 i_1 \dots i_n}, \quad (7.3)$$

wyrażającej „ilość informacji” niezbędną do zlokalizowania układu w stanie $i_0 i_1 \dots i_n$ z prawdopodobieństwami $P_{i_0 i_1 \dots i_n}$ zajęcia przez układ wskazanej konfiguracji. Przy rozpatrywaniu układu hierarchicznego symbole $i_0 i_1 \dots i_n$ są adresami poszczególnych pudełek hierarchii na n – tym poziomie.



Rys. 7.15. Hierarchia wstrząsów. Kopalnia złota Gen. Brandt
Fig. 7.15. Hierarchy of seismic events. Gen Brandt gold mine R.S.A.



Rys. 7.16. Hierarchia wstrząsów. Kopalnia złota Gen. Brandt
 Fig. 7.16. Hierarchy of seismic events. Gen Brandt gold mine R.S.A.

W każdym współczesnym podręczniku fizyki statystycznej można znaleźć dowody pokazujące, że wielkość S jest entropią. Gdyby wstrząsy górnicze mogły zajmować wszystkie pozycje wewnątrz dowolnego z pudełek hierarchii z równymi częstościami (totalny bałagan), entropia byłaby proporcjonalna do liczby wstrząsów i wzrastałaby do nieskończoności przy zwiększaniu liczby poziomów hierarchii. W przypadku deterministycznym (wstrząsy nie mają żadnych możliwości błędzenia) poszczególne pozycje hierarchii obsadzone są z prawdopodobieństwem 1, a entropia $S = 0$. Rozpatrując rzeczywisty układ wstrząsów musimy estymować prawdopodobieństwa zajmowania kolejnych pozycji hierarchii poprzez obserwowane częstości występowania wstrząsów. Następnie możemy obliczyć entropię hierarchii bądź dowolnej z podhierarchii tworzących cały układ. Tym sposobem staje się możliwe obliczenie entropii wstrząsów w dowolnym miejscu kopalni i narysowanie map jej rozkładu.

M. Mendes France [161, 162] wyznaczył entropię, a następnie temperaturę i równanie stanu krzywych. Posługując się analogią do klasycznej termodynamiki można zdefiniować temperaturę T obszarów aktywnych sejsmicznie:

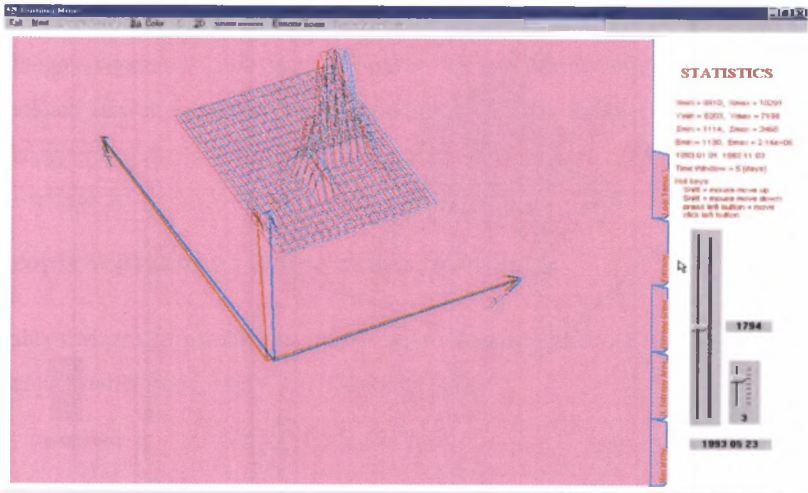
$$T = \frac{Q}{\Delta S} \quad (7.4)$$

gdzie:

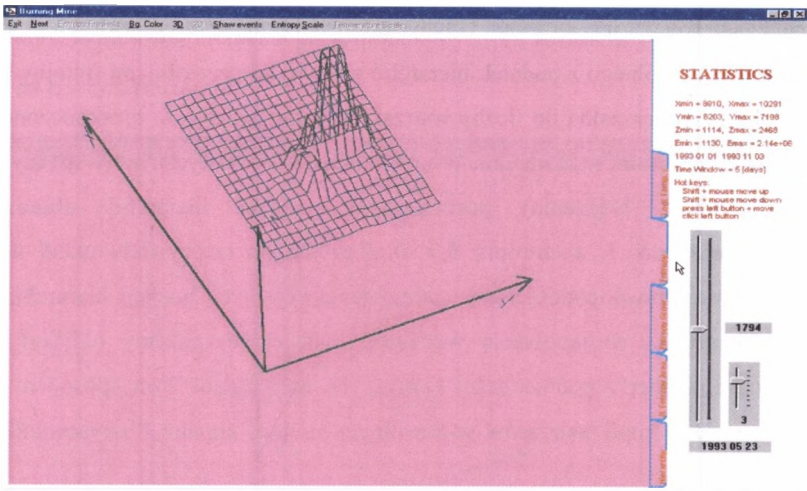
T - temperatura,

ΔS - przyrost entropii,

Q - przyrost energii sejsmicznej.

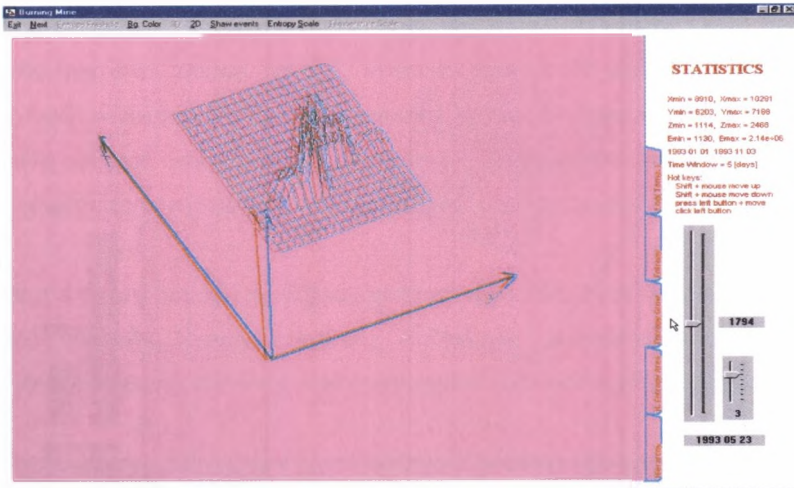


Rys. 7.17. Entropia konfiguracyjna wstrząsów. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
 Fig. 7.17. Plot of configuration entropy of seismic events. Gen. Brandt gold mine R.S.A. Deep 1794 m

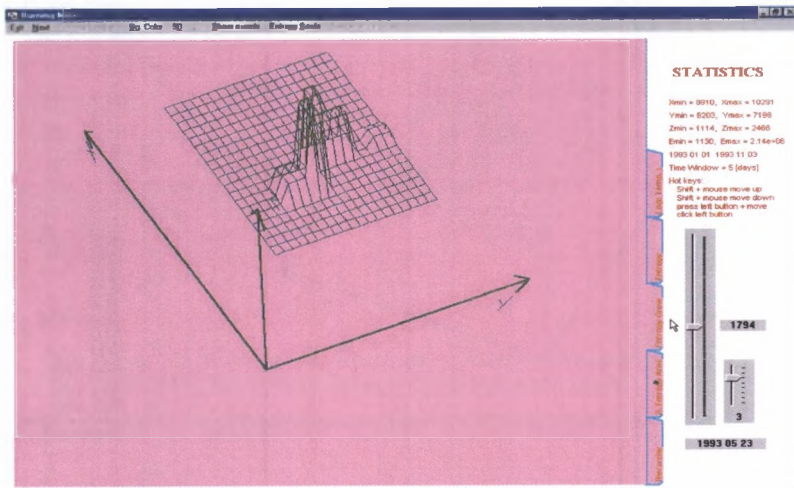


Rys. 7.18. Entropia konfiguracyjna wstrząsów. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
 Fig. 7.18. Plot of configuration entropy of seismic events. Gen. Brandt gold mine R.S.A. Deep 1794 m

Procesy naturalne produkują entropię. Powiększeniu liczebności wstrząsów również towarzyszy wzrost entropii, co jednak nie wyklucza lokalnych fluktuacji prowadzących do jej chwilowego, ograniczonego przestrzennie, obniżenia. Mimo tych efektów, nigdy nie były obserwowane ujemne temperatury sejsmiczne. Zmiany entropii w pięciodniowym okresie czasu na kopalni złota Gen. Brandt pokazane są na rys. 7.19. Obliczenia zostały wykonane na trzecim poziomie hierarchii.

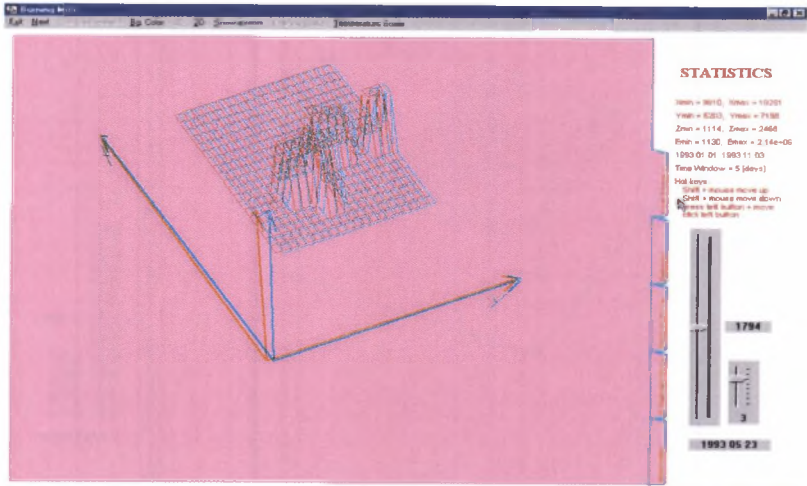


Rys. 7.19. Zmiany entropii. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
 Fig. 7.19. Change of entropy. Gen. Brandt gold mine R.S.A. Deep 1794 m

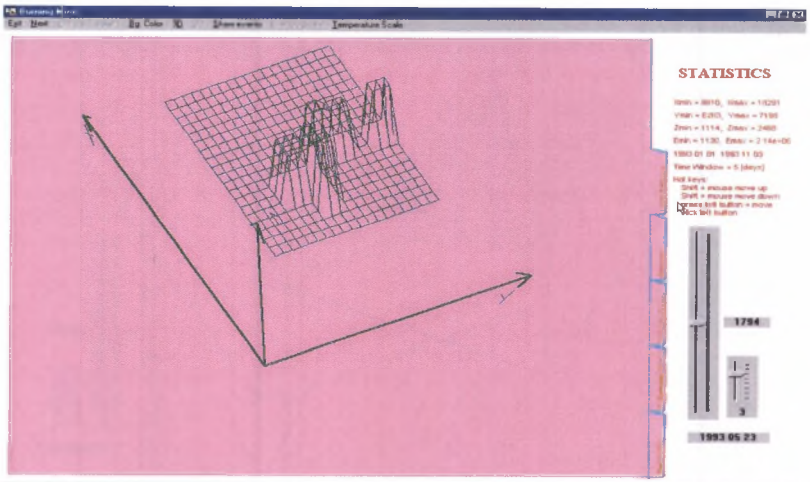


Rys. 7.20. Zmiany entropii. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
 Fig. 7.20. Change of entropy. Gen. Brandt gold mine R.S.A. Deep 1794 m

Przeprowadzone obserwacje pokazują, że zawsze w obszarze malejącej entropii następuje wstrząs o ponadprzeciętnej energii. Niestety – momenty pojawienia się wstrząsów nie wykazują żadnych prawidłowości. Być może konieczne są dodatkowe, ilościowe badania korelacji czasu zjawiska z wartościami zmian entropii czy temperatury sejsmicznej. Przed i w trakcie istnienia ujemnej przyrostów entropii w najbliższym sąsiedztwie anomalii pojawiają się liczne, wstrząsy niskoenergetyczne.



Rys. 7.21. Logarytm temperatury sejsmicznej. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
Fig. 7.21. Plot of log. of seismic temperature. Gen. Brandt gold mine. Deep 1794 m

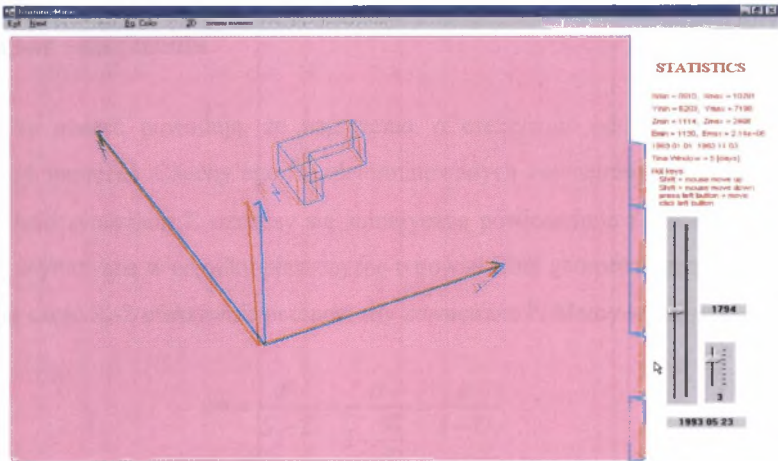


Rys. 7.22. Logarytm temperatury sejsmicznej. Kopalnia złota Gen. Brandt. Głębokość 1794 m
Fig. 7.22. Plot of log. of seismic temperature. Gen. Brandt gold mine. Deep 1794 m

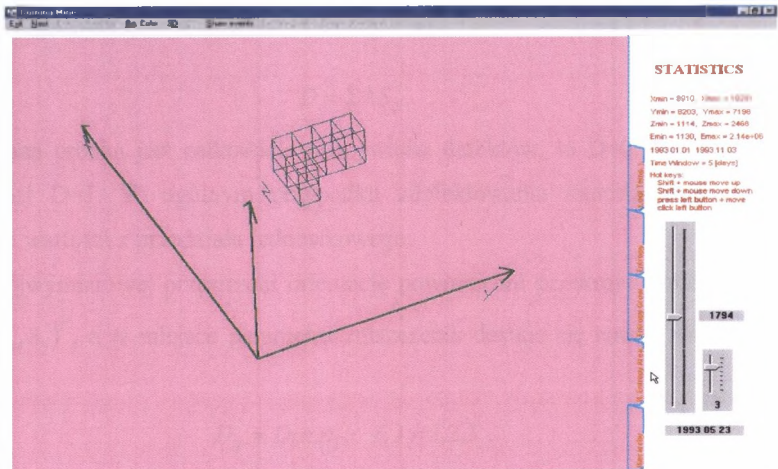
Temperatura sejsmiczna jest parametrem dobrze opisującym stopień destrukcyjnego wpływu wstrząsów na ośrodek skalny. Wysoka temperatura sejsmiczna może istnieć w obszarze wielu wstrząsów niskoenergetycznych, lecz następujących blisko siebie. W takim przypadku następują niewielkie (mniejsze od 1) przyrosty entropii, co z uwagi na postać wzoru (7.4), daje dużą wartość temperatury. Seria wielu niskoenergetycznych wstrząsów występujących w niewielkich oddaleniach powoduje jednak duże zniszczenie całego obszaru. Często, w późniejszych przedziałach czasu występują tam wstrząsy wysokoenergetyczne.

Jeśli przestrzenny rozkład wysokoenergetycznych wstrząsów jest chaotyczny i towarzyszy mu duża zmiana entropii, wówczas temperatura sejsmiczna obniża się. W typowej sytuacji w obszarach o dużej temperaturze sejsmicznej występują silnie skorelowane przestrzennie wstrząsy zarówno nisko-, jak i wysokoenergetyczne. Niewiele zróżnicowana temperatura sejsmiczna występuje w obszarach, gdzie zmiany entropii są zbliżone do siebie i wysokie.

Obszar o wysokiej entropii zajmuje stosunkowo niewielki, silnie skupiony i skorelowany z systemem uskoków, fragment kopalni. Praktycznie pojawia się on w całości po uwzględnieniu pierwszej, startowej części wstrząsów (100 wstrząsów z kopalni złota Gen. Brandt).



Rys. 7.23. Kopalnia złota Gen. Brandt. Obszar wysokiej entropii
Fig. 7.23. Gen. Brandt gold mine. Plot of high entropy area



Rys. 7.24. Kopalnia złota Gen. Brandt. Obszar wysokiej entropii
Fig. 7.24. Gen. Brandt gold mine. Plot of high entropy area

Temperatura sejsmiczna wnętrza obszaru wysokiej entropii z reguły utrzymuje się na poziomie średnim i niskim. Natomiast temperatura obszarów bezpośrednio przylegających do niego podlega bardzo silnym fluktuacjom. Okresowo zyskuje ekstremalnie wysokie wartości i spada do zera. Podobne zachowanie można obserwować daleko od obszaru podwyższonej entropii, chociaż sytuacje tego rodzaju pojawiają się tam ze znacznie mniejszą częstością. Lwia część wstrząsów o ponadprzeciętnej energii występuje w najbliższym sąsiedztwie obszaru dużej entropii. Sytuację sejsmiczną można obrazowo przyrównać do pożaru trawy. Wypalona część pogorzelniska – obszar o wysokiej entropii – ma temperaturę niższą niż płonące obrzeże. Na obrzeżu pojawiają się silne rozbłyski, które mogą też się pojawić w niewystygłej części wnętrza. Główne zagrożenie występuje jednak na obrzeżu, a nie we wnętrzu obszaru wysokiej entropii.

8. ELEMENTY TEORII ZNISZCZENIA

Procesy niszczenia górotworu prowadzą się do kreowania licznych mikrodefektów i mikropęknięć, które w odpowiednich warunkach mogą się rozwinąć do wymiarów makroskopowych. Wzajemne oddziaływania defektów oraz ich reakcje na siły zewnętrzne są niezwykle trudne do matematycznego ujęcia i z tej przyczyny poszukiwano sposobu ominięcia napotkanych trudności. Przedstawiona w pracach Kachanowa [107] oraz Lemaitre'a [163] teoria zniszczenia jest jedną z propozycji uproszczonego podejścia do problemów mechaniki ośrodków zdefektowanych.

8.1. Tensor zniszczenia

Defekty materii powodują, że naprężenia σ^* efektywnie oddziałujące w ośrodku są większe od naprężeń Cauchy'ego σ zdeterminowanych zewnętrznymi siłami i geometrią ośrodka. Jeśli symbolem Σ oznaczy się sumaryczną powierzchnię defektów przecinających dowolnie usytuowaną w ośrodku płaszczyznę o powierzchni geometrycznego przekroju S_0 , to jedynie jej część $S_0 - \Sigma$ efektywnie przenosi siły zewnętrzne F . Mamy więc

$$\sigma^* = \frac{F}{S_0 - \Sigma} = \frac{\sigma}{1 - \frac{\Sigma}{S_0}} = \frac{\sigma}{1 - D}. \quad (8.1)$$

Stosunek sumarycznej powierzchni defektów do powierzchni geometrycznego przekroju interpretuje się jako parametr zniszczenia (damage)

$$D = \Sigma / S_0. \quad (8.2)$$

Jeśli badana próbka jest całkowicie pozbawiona defektów, to $D=0$. Dla próbki całkowicie zniszczonej $D=1$. W ogólnym przypadku zdefektowania materii, parametr zniszczenia przyjmuje wartości z przedziału jednostkowego.

W trójwymiarowej przestrzeni orientację powierzchni przekroju ośrodka opisuje wektor $\hat{n} = (n_1, n_2, n_3)^T$, a w miejsce parametru zniszczenia dostaje się tensor zniszczenia Lemaitre (1992)

$$D_{ij} = D_0 n_i n_j, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (8.3)$$

Liczba D_0 jest parametrem zniszczenia właściwym dla rozpatrywanej powierzchni. Jeśli należy obliczyć parametr zniszczenia D_p odpowiadający powierzchni normalnej do wersora \hat{p} , wystarczy wziąć

$$D_p = \hat{p}^T D \hat{p}. \quad (8.4)$$

W ramach mechaniki zniszczenia postuluje się zastąpienie naprężeń Cachy'ego występujących w klasycznych równaniach konstytutywnych naprężeniami efektywnymi bez zmiany postaci funkcyjnej wyrażeń klasycznych. Jeśli dysponujemy klasycznym związkiem odkształceń ε od czasu t , naprężeń σ itp., postaci

$$\varepsilon = f(\sigma, t, \dots) \quad (8.5)$$

to odpowiadające mu równanie mechaniki zniszczenia ma formę

$$\varepsilon = f(\sigma(I - D)^{-1}, t, \dots) \quad (8.6)$$

w którym I oznacza tensor jednostkowy.

Równanie (8.6) musi być uzupełnione o związek określający ewolucję procesu niszczenia

$$\dot{D} = g(D, \sigma, t, \dots) \quad (8.7)$$

Ewolucję niszczenia Kawamoto (1998) proponuje przedstawić relacją

$$dD = k \operatorname{tr}(D)(\hat{v}\hat{v})\sigma^* d\varepsilon \quad (8.8)$$

w której wersor \hat{v} jest wektorem własnym D odpowiadającym największej wartości własnej tensora $\frac{1}{2}(\sigma^* + \sigma^{*T})$. W przypadku niszczenia górotworu kolejno następującymi wstrząsami problem ewolucji tensora zniszczenia sprowadza się do sumowania zniszczenia wywołanego każdym ze wstrząsów.

8.2. Sumowanie tensorów zniszczenia

Odształcenia ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) wyrażają się przez naprężenia σ_{kl} związkiem

$$\varepsilon_{ij} = c_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \quad (8.9)$$

w którym c_{ijkl} oznacza tensor współczynników podatności. Zgodnie z postulatem mechaniki zniszczenia (8.6) mamy

$$\varepsilon_{ij} = c_{ijkl}^{-1} (I - D)_{kp}^{-1} \sigma_{pl} \quad (8.10)$$

co można, używając notacji wektorowej, zapisać wzorem

$$\varepsilon = c^{-1} (I - D)^{-1} \sigma \quad (8.11)$$

Przyrost odkształceń $\delta\varepsilon$ spowodowanych zniszczeniem ω jest równy różnicy odkształceń obliczonych z tej zależności dla $D=\omega$ i odkształceń Cauchy'ego $\varepsilon=C^{-1} \sigma$

$$\partial\varepsilon = c^{-1} (I - \omega)^{-1} \sigma - c^{-1} \sigma \quad (8.12)$$

Całkowite odkształcenie ε^g przy $D \neq 0$ jest sumą odkształceń obliczonych ze wzoru (8.11) oraz ich przyrostu związanego z tensorem ω

$$\varepsilon^g = c^{-1} \left[(I - D)^{-1} + (I - \omega)^{-1} - I \right] \sigma \quad (8.13)$$

Chcemy, by ε^g wyrażało się wzorem (8.11) przez tensor efektywny zniszczenia Ω ujmujący oddziaływanie obydwu zniszczeń D i ω , wobec czego

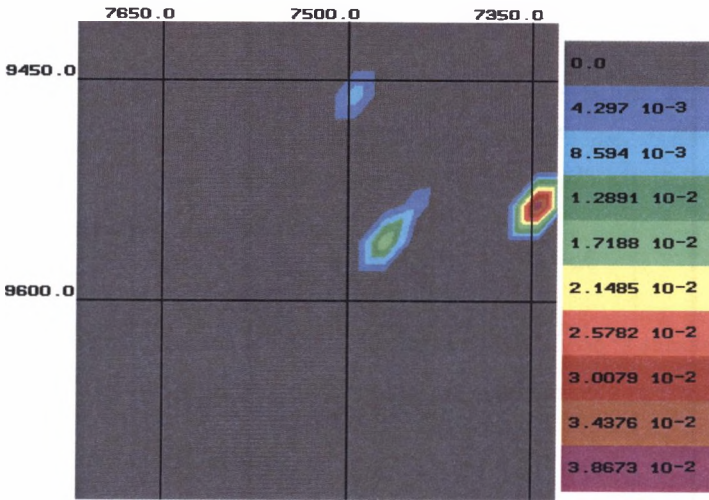
$$c^{-1} (I - \Omega)^{-1} \sigma = c^{-1} \left[(I - D)^{-1} + (I - \omega)^{-1} - I \right] \sigma \quad (8.14)$$

Po niewielkich przekształceniach algebraicznych można teraz uzyskać wzór na efektywny tensor zniszczenia Ω

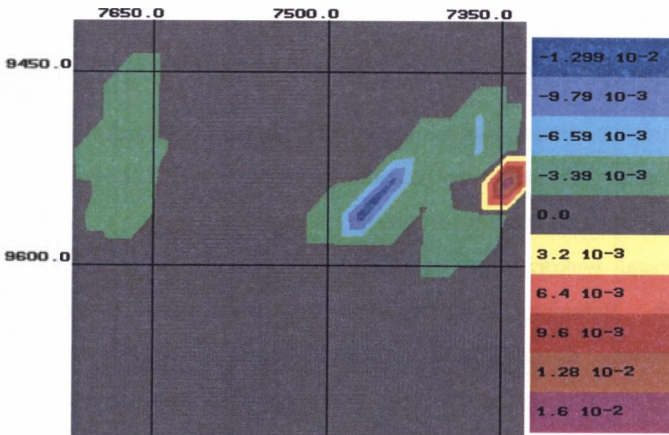
$$\Omega = I - \left[(I - D)^{-1} + (I - \omega)^{-1} - I \right]^{-1} \quad (8.15)$$

Rezultat opisuje zarówno prawo składania tensorów zniszczenia, jak i prawo składania parametrów zniszczenia (przypadek zniszczenia izotropowego). Sposób oceny tensorów zniszczenia indywidualnych wstrząsów jest opisany w punkcie 8.3.

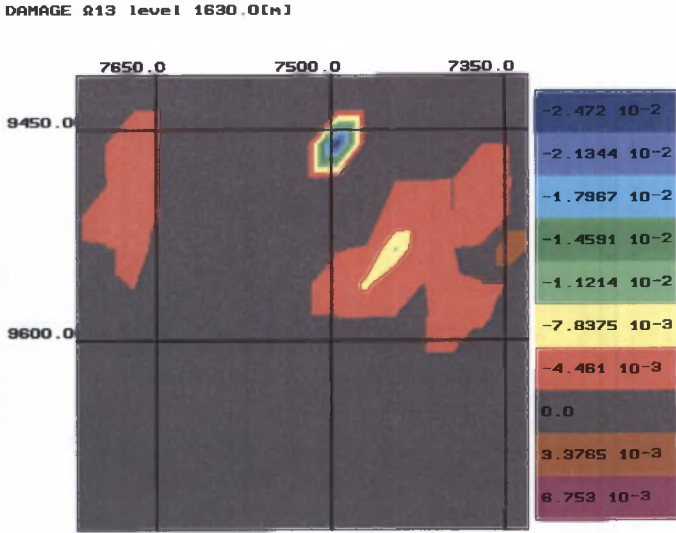
Wzór (8.15) został wykorzystany jako operator s-normy w operacjach sumowania zbiorów rozmytych. Parametr zniszczenia można interpretować tak jak funkcję przynależności elementu do zbioru rozmytego. Otrzymuje się wówczas możliwość traktowania zmienianych wstrząsami pól naprężeń tak jak zbiorów rozmytych, co umożliwi wprowadzenie metod przybliżonej dedukcji dla oceny stanu górotworu i stanu zagrożenia sejsmicznego.

DAMAGE Ω_{11} level 1630.0[m]

Rys. 8.1. Składowa Ω_{11} tensora zniszczenia. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.1. Damage tensor. Component Ω_{11} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DAMAGE Ω_{12} level 1630.0[m]

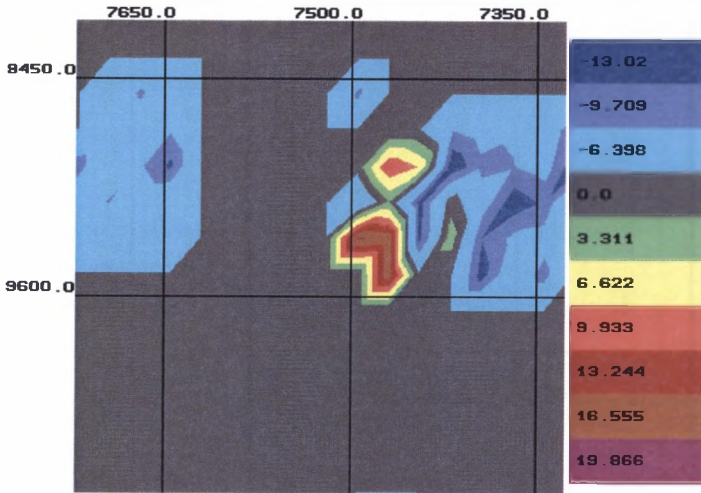
Rys. 8.2. Składowa Ω_{12} tensora zniszczenia. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.2. Damage tensor. Component Ω_{12} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.



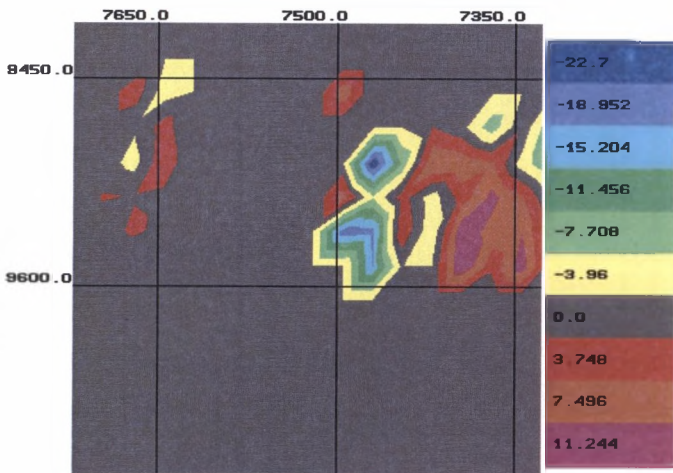
Rys. 8.3. Składowa Ω_{13} tensora zniszczenia. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.3. Damage tensor. Component Ω_{13} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

Ocenę zmian naprężeń w ośrodku niszczonego wstrząsami można łatwo wyznaczyć. Uwzględnienie dodatkowych naprężeń powodowanych wstrząsami mogłoby się przyczynić istotnie do znalezienia obszarów, w których konieczny warunek powstania wstrząsu został spełniony. Napotykamy tu jednak na trudności sprowadzające się do niemożności poprawnej oceny stanu naprężeń początkowych.

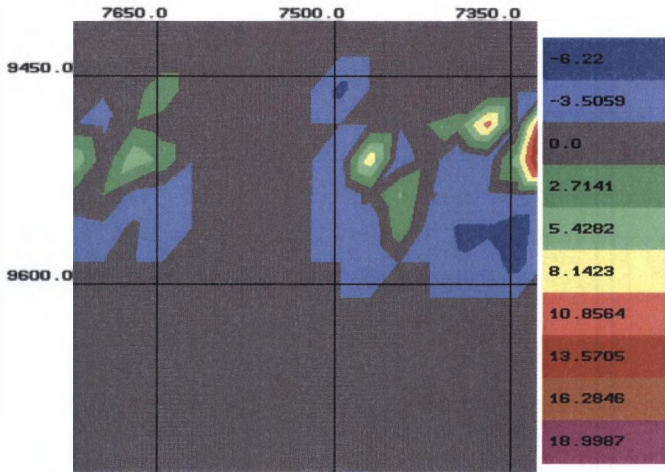
Oszacowanie zmian naprężeń wywołanych wstrząsami pozwala na identyfikację obszarów górotworu, w których mogło dojść do przekroczenia wytrzymałości skał. Znalezione obszary skał spełniają warunek konieczny powstawania wstrząsów. Skorelowanie tych obszarów z miejscami nowo powstających wstrząsów ułatwia prognozowanie stanu zagrożenia.

DIFFERENS STRESS σ_{11} level 1630.0[m]

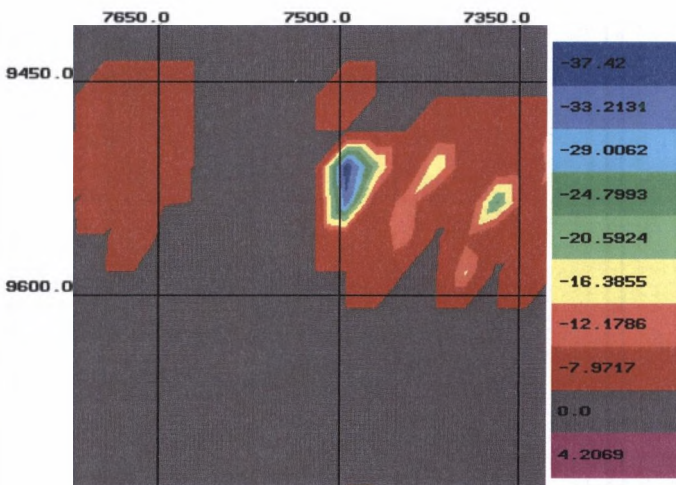
Rys. 8.4. Składowa σ_{11} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.4. Stress tensor. Component σ_{11} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DIFFERENS STRESS σ_{22} level 1630.0[m]

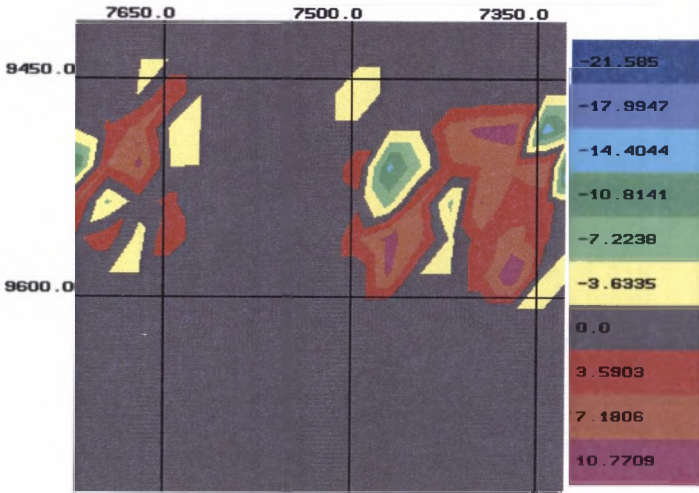
Rys. 8.5. Składowa σ_{22} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.5. Stress tensor. Component σ_{22} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DIFFERENS STRESS σ_{33} level 1630.0[m]

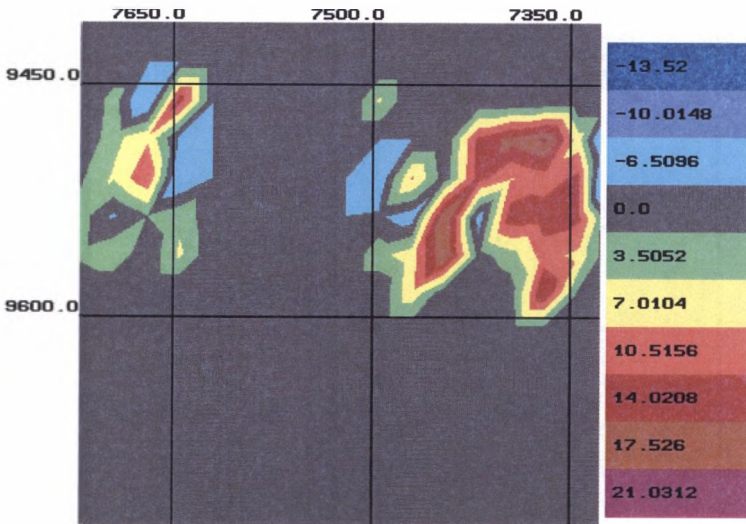
Rys. 8.6. Składowa σ_{33} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.6. Stress tensor. Component σ_{33} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DIFFERENS STRESS σ_{12} level 1630.0[m]

Rys. 8.7. Składowa σ_{23} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.7. Stress tensor. Component σ_{12} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DIFFERENS STRESS σ_{13} level 1630.0[m]

Rys. 8.8. Składowa σ_{13} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.8. Stress tensor. Component σ_{13} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

DIFFERENS STRESS σ_{23} level 1630.0[m]

Rys. 8.9. Składowa σ_{23} tensora naprężeń. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA
 Fig. 8.9. Stress tensor. Component σ_{23} . Gen. Brandt gold mine R.S.A.

8.3. Niszczenie górotworu

Jeśli powodowane wstrząsami przemieszczenia mas skalnych $\bar{u} = u\hat{u}$ są równoległe do utworzonej płaszczyzny pęknięcia o wersorze normalnym \hat{n} górotworu, to tensor momentu sejsmicznego M (Aki i Richards [151]) można zapisać wzorem

$$M = M_0(\hat{u}\hat{n}^T + \hat{n}\hat{u}^T), \quad M_0 = \mu S u \quad (8.16)$$

Symbol S oznacza powierzchnię powstałego pęknięcia, natomiast μ jest podatnością ośrodka. Po skorzystaniu z definicji tensora momentu sejsmicznego można otrzymać relacje

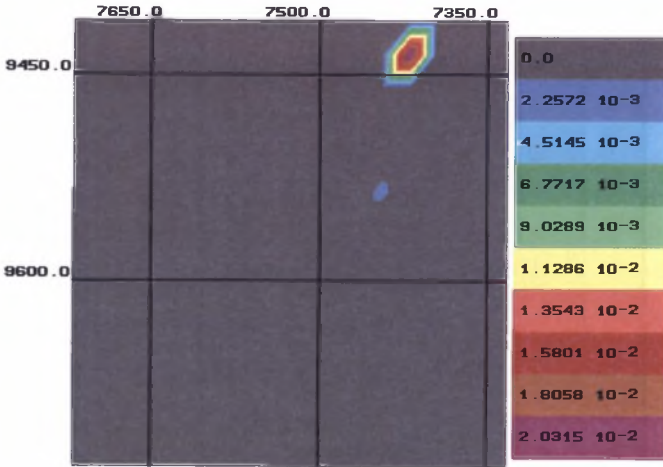
$$\begin{aligned} M\hat{n} &= M_0\hat{u}, & M\hat{u} &= M_0\hat{n}, \\ M^2\hat{n} &= M_0^2\hat{n}, & M^2\hat{u} &= M_0^2\hat{u}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Wersory \hat{n}, \hat{u} są wektorami własnymi kwadratu tensora momentu sejsmicznego odpowiadającymi tej samej wartości własnej M_0^2 . Jeśli dysponujemy tensorem momentu sejsmicznego, to można wyznaczyć wersory \hat{n}, \hat{u} , a tym samym można wyznaczyć orientację płaszczyzny pęknięcia górotworu. Nie da się jednak powiedzieć, bez dodatkowej informacji, który z obliczonych wersorów opisuje kierunek przemieszczeń górotworu, a który reprezentuje powierzchnię pęknięcia. Poprzez znany wersor normalny do powstałej płaszczyzny pęknięcia możemy określić tensor zniszczenia indywidualnego wstrząsu (8.3)

$$\omega = \omega_0 \hat{n} \hat{n}^T. \quad (8.18)$$

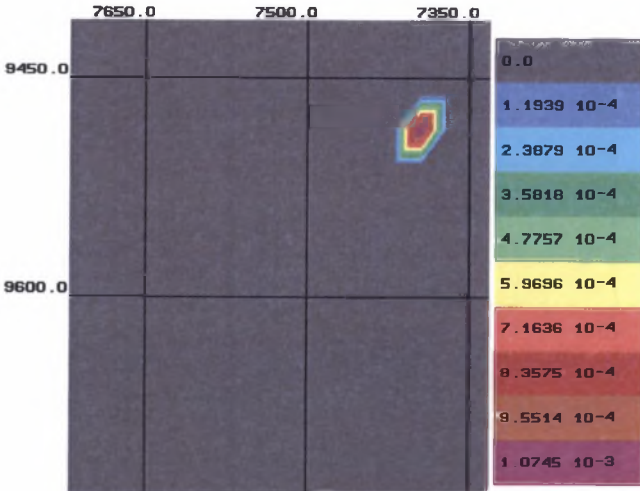
Parametr zniszczenia ω_0 zmienia się od 1 w centrum ogniska do 0 na jego powierzchni. Kiedy brakuje pełnej informacji i dysponujemy jedynie momentem sejsmicznym, a nie tensorem momentu sejsmicznego, ognisko wstrząsu aproksymuje się kulą o objętości ogniska, we wnętrzu której zniszczenie jest całkowite. Wzór (8.15) umożliwia znalezienie tensora zniszczenia Ω po dowolnej serii wstrząsów w każdym punkcie górotworu. Z uwagi na własności (8.17) można obliczyć efektywny wektor własny tego tensora \hat{n}_e , normalny do efektywnej powierzchni spękań wywołanych serią wstrząsów oraz odpowiadający mu parametr zniszczenia. Efektywne przemieszczenie mas skalnych jest wektorową sumą przemieszczeń powodowanych każdym z serii N rozpatrywanych wstrząsów

DYSPLACEMENT u level 1830.0[m]



Rys. 8.10. Przemieszczenia mas skalnych. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA, poziom 1830 m
 Fig. 8.10. Rock mass displacement. Gen. Brandt gold mine R.S.A., level 1830 m

DYSPLACEMENT u level 2030.0[m]



Rys. 8.11. Przemieszczenia mas skalnych. Kopalnia złota Gen. Brandt RPA, poziom 2030 m
 Fig. 8.11. Rock mass displacement. Gen. Brandt gold mine R.S.A., level 2030 m

$$\vec{u}_{ef} = \sum_{k=1}^N \vec{u}_k . \quad (8.19)$$

i może być zapisane jako

$$\vec{u}_{ef} = \frac{1}{\mu S} \sum_{k=1}^N \frac{M_k \hat{n}_k}{S_k} . \quad (8.20)$$

W szczególnym przypadku $S_k=s$ i $\hat{n}_k = (0,0,1)^T$ dla $k = 1,2,\dots,N$ wzór (8.20) przechodzi w znane wyrażenie Kostrova [164, 165].

Rezultat (8.20) umożliwia systematyczną korekcję przemieszczeń skał zmieniających się po każdym wstrząsie.

Przemieszczenia efektywne są istotnie różne od zera tylko w nielicznych obszarach kopalni. Rysunki (8.10) i (8.11) przedstawiają długość wektora przemieszczeń na dwu poziomach kopalni. Zawarta w nich informacja może być pomocna przy prognozowaniu zagrożenia sejsmicznego. W niektórych rejonach kopalni wstrząsy, nawet stosunkowo liczne, nie powodują systematycznego niszczenia. Są jednak obszary, gdzie wstrząsy układają się w serie kumulujące efekty niszczenia. W takich obszarach obserwowane są duże przemieszczenia skał upodabniające górotwór do ciała płynnego.

9. ZBIORY I LOGIKA ROZMYTA

Podstawy klasycznej teorii relacji, która zaowocowała gwałtownym rozwojem matematyki i dziedzin pokrewnych, stworzył amerykański logik Charles Saunders Peirce (1839 – 1914) oraz logik niemiecki Ernst Schroder (1841 – 1902). Relacje są pojęciem szerszym od pojęcia funkcji. Formalnie - relacją jest dowolny podzbiór iloczynu kartezyjskiego dwu zbiorów (dowolny podzbiór zbioru par elementów, z których pierwszy należy do pierwszego, a drugi do drugiego zbioru), co ujmuje sytuacje, w których jednemu elementowi pewnego zbioru może być przypisanych kilka elementów drugiego. Funkcja jest natomiast relacją, w której takie sytuacje są wykluczone. Wybranej zmiennej niezależnej (elementowi pierwszego zbioru) może być przyporządkowana tylko jedna zmienna zależna (tylko jeden element drugiego ze zbiorów iloczynu kartezyjskiego). Mimo swych ograniczeń pojęcie funkcji doprowadziło nas do stanu wiedzy i technologii, w jakim obecnie się znajdujemy. Nie ma więc powodów by narzekać nad niedoskonałością funkcji i dwuwartościowej logiki formalnej stosowanej przy konstruowaniu funkcyjnych modeli otaczającego nas świata. Jest jednak zastanawiające, że w swoim codziennym postępowaniu ludzie wcale nie posługują się logiką dwuwartościową (prawda, fałsz), lecz używają jeszcze pojęcia możliwości. Do oceny stanu obiektu ludzie nie potrzebują liczb. Wystarczają im oceny lingwistyczne typu: dużo, mało, bezpiecznie, więcej, szybciej itp., a mimo to potrafią sterować bardzo skomplikowanymi urządzeniami czy też intuicyjnie opisywać i przewidywać zachowania złożonych systemów. Przeciętnie uzdolniony człowiek (Kruse [166]) potrafi zapamiętać jedynie 5 do 9 charakterystycznych stanów obiektu – będących odpowiednikami liczb, co w połączeniu z regułami przybliżonego wnioskowania i logiką wielowartościową daje mu panowanie nad przyrodą. W sformalizowanej matematycznej formie, logiki wielowartościowe zostały wprowadzone do nauki przez polskiego logika Jana Łukasiewicza (1878 – 1956). Jednakże nie znalazły one praktycznego zastosowania. Trzeba było poczekać aż do 1965 r., kiedy to amerykański matematyk Lofti Zadecha [167] opublikował pracę definiującą pojęcie zbiorów rozmytych. Początkowo i ta praca nie znalazła większego zainteresowania. Gwałtowny w tym czasie, rozwój komputerów (pracujących w logice dwuwartościowej) i uwieńczone niewiarygodnymi sukcesami ich coraz liczniejsze zastosowania skłaniały raczej do uznania, że w przyszłości wszystko da się rozwiązać z zastosowaniem klasycznych teorii i klasycznych metod numerycznych, niż do poszukiwania uproszczonych, niedokładnych modeli wspartych przybliżonymi metodami wnioskowania. Wydawało się, że rozwój metod numerycznych umożliwi rozwiązanie problemów, z którymi

klasyczna matematyka i fizyka nie mogły się uporać. W szczególności chodzi tu o problemy opisywane nieliniowymi równaniami lub układami równań różniczkowych. W większości przypadków nie można podać analitycznego rozwiązania takich problemów, chociaż można wskazać drogę prowadzącą do tego celu. Próby numerycznej realizacji algorytmów rozwiązujących nieliniowe problemy fizyki najczęściej kończą się niepowodzeniem. W parze z nieliniowością równań różniczkowych idzie ich niestabilność prowadząca do chaosu. Niewielka zmiana parametrów opisywanego układu często prowadzi do istotnych, jakościowych zmian rozwiązania. Niewielka zmiana początkowego stanu układu może doprowadzić do zupełnie odmiennej ewolucji systemu. Nieliniowe równania różniczkowe, chociaż w swej naturze są deterministyczne, to w efekcie i tak prowadzą do nieprzewidywalnych zachowań opisywanych nimi układów. Tam gdzie liniowe przybliżenia układów rzeczywistych są wystarczająco dokładne (ruch planet, laminarny przepływ płynów itp.), mamy prawie pełną kontrolę nad rzeczywistością. Jeśli nieliniowość układu jest jednak jego dominującą cechą (ruch atmosfery i związana z nim pogoda, wstrząsy sejsmiczne czy górnicze, Kemeny [111]) itp., możemy podać tylko statystyczną ocenę stanu układu i jego ewolucji, mimo że znamy równania rządzące tymi zjawiskami.

9.1. Podstawowe definicje i operacje

Zbiór rozmyty elementów a_1, a_2, \dots, a_N określamy wprowadzając funkcję przynależności $\mu(a_i)$ elementu do zbioru. Funkcja przynależności μ (Yager [144]) może przyjmować dowolne wartości z przedziału $[0,1]$. W ogólności, jeśli dla pewnego elementu a_i jej wartością jest 1, to a_i na pewno jest elementem rozpatrywanego zbioru. Jeśli, dla pewnego a_j , $\mu(a_j) = 0$, to a_j na pewno nie należy do zbioru Ξ .

$$\Xi = \left(\frac{\mu(a_1)}{a_1}, \frac{\mu(a_2)}{a_2}, \dots, \frac{\mu(a_N)}{a_N} \right). \quad (9.1)$$

Sytuacje pośrednie, $0 < \mu(a_k) < 1$, wyrażają możliwość przynależenia elementu a_k do zbioru rozmytego Ξ . Zbiory klasyczne są szczególnym przypadkiem zbiorów rozmytych. W ich przypadku funkcja przynależności elementu do zbioru przyjmuje albo wartość 1, albo wartość 0. Tak jak zbiory rozmyte przechodzą w dobrze znane zbiory elementów, kiedy znikają ułamkowe wartości funkcji przynależności, tak i operacje zdefiniowane na zbiorach rozmytych muszą przechodzić w klasyczne operacje mnogościowe, gdy funkcja

przynależności elementów przyjmuje tylko wartość 1 lub 0. W szczególności, zaprzeczeniem $\bar{\Xi}$ zbioru Ξ jest zbiór

$$\bar{\Xi} = \left(\frac{1 - \mu(a_1)}{a_1}, \frac{1 - \mu(a_2)}{a_2}, \dots, \frac{1 - \mu(a_N)}{a_N} \right). \quad (9.2)$$

Jeśli wartościami funkcji μ są tylko zera lub jedynki, to relacja (9.2) staje się klasycznym wyrażeniem negacji.

Pomijając matematyczne szczegóły teorii leżące u podstaw algebry zbiorów rozmytych (można je znaleźć m.in. w cytowanej już pracy Yagera [144]), podajemy ostateczne wyniki. Sumowanie zbiorów rozmytych wymaga przeprowadzenia operacji s-normy (zwanej też t-konormą) $S(\mu_{\Xi}(a_i), \mu_{\Psi}(a_i))$ na wartościach funkcji przynależności tych samych elementów sumowanych zbiorów rozmytych Ξ, Ψ

$$\Xi \cup \Psi = \left(\frac{S(\mu_{\Xi}(a_1), \mu_{\Psi}(a_1))}{a_1}, \frac{S(\mu_{\Xi}(a_2), \mu_{\Psi}(a_2))}{a_2}, \dots, \frac{S(\mu_{\Xi}(a_N), \mu_{\Psi}(a_N))}{a_N} \right). \quad (9.3)$$

W najprostszym i najczęściej stosowanym przypadku operatorem tym jest pobieranie maksimum $\max(\mu_{\Xi}(a_i), \mu_{\Psi}(a_i))$, chociaż liczba możliwych przepisów dla s-normy nie jest niczym ograniczona. W prezentowanej pracy używana była s-norma postaci:

$$S(\alpha, \beta) = 1 - \left[(1 - \alpha)^{-1} + (1 - \beta)^{-1} - 1 \right]^{-1}. \quad (9.4)$$

Jest to jedyny znany nam przepis mający nie tylko akademickie znaczenie. Wzór (9.4) jest stosowany w sejsmologii (Wanat [12]) dla sumowania efektów niszczenia górotworu.

Operacja przecięcia zbiorów jest sprzężona z operacją sumowania. Jeżeli operator $S(\alpha, \beta)$ jest t-konormą to operator $T(\alpha, \beta)$ określony związkiem

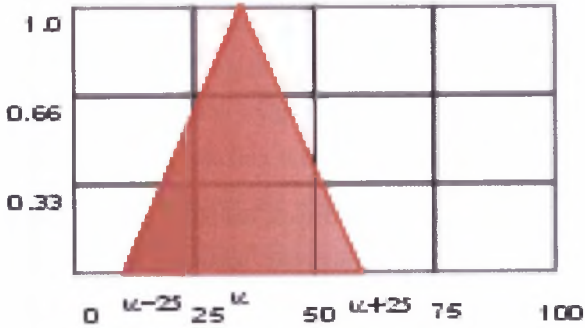
$$T(1 - \alpha, 1 - \beta) = 1 - S(\alpha, \beta). \quad (9.5)$$

jest operatorem t-normy i uczestniczy w procesie brania części wspólnej zbiorów rozmytych. Jeśli więc sumowania zbiorów dokonuje się z użyciem operatora $\max(\alpha, \beta)$, to odpowiadającym mu operatorem iloczynu (operator t-normy) jest operator $\min(\alpha, \beta)$. Operator t-normy odpowiadający t-konormie (9.4) jest postaci

$$T(\alpha, \beta) = (\alpha^{-1} + \beta^{-1} - 1)^{-1}. \quad (9.6)$$

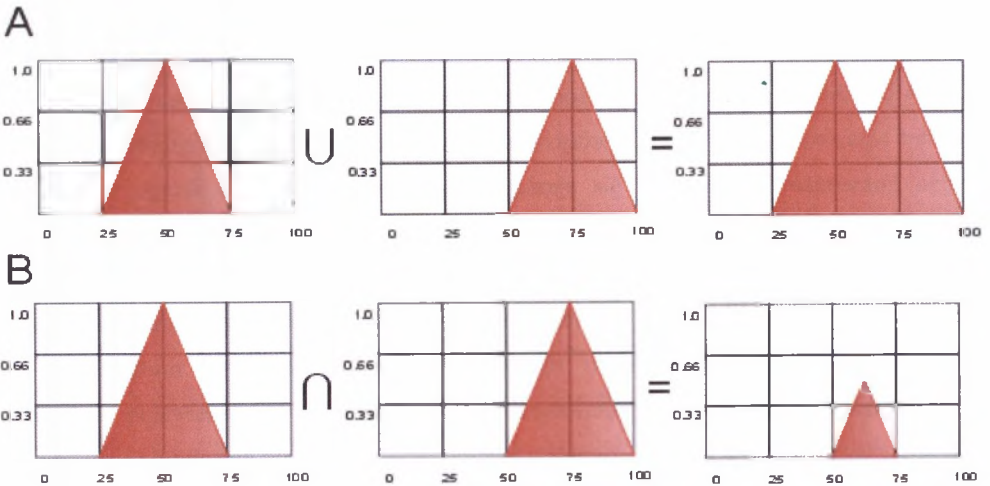
Zbiory rozmyte umożliwiają zdefiniowanie pojęć przybliżonych, którymi posługujemy się w codziennym życiu. Przykładowo, pojęcie „około α ” może być zdefiniowane, tak jak to

prezentuje następny rysunek. Funkcja przynależności liczby α jest jedynką i spada do zera dla kolejnych wartości po obydwu stronach wybranej wartości



Rys. 9.1. Pojęcie rozmyte - około α
Fig. 9.1. Fuzzy concept - about α

Trójkątne funkcje przynależności, z uwagi na swą prostotę, są najczęściej używanymi związkami charakteryzującymi stopień przynależności elementów do zbioru rozmytego. W niektórych sytuacjach, jeśli można określić wymagane parametry, stosowane są funkcje typu gaussowskiego czy nawet związki uzyskane w wyniku analizy ankiet socjologicznych. Schematyczny wynik sumowania i brania iloczynu dwu zbiorów rozmytych i odpowiadających im pojęć przybliżonych o trójkątnych funkcjach przynależności przedstawia poniższy rysunek.



Rys. 9.2. Suma – A i iloczyn – B zbiorów rozmytych
Fig. 9.2. The sum –A and the product –B of fuzzy sets

O ile proces tworzenia zbiorów rozmytych, odpowiadających klasycznie rozumianym liczbą, nazywamy fuzyfikacją, to proces odwrotny, polegający na przyporządkowaniu zbiorowi rozmytemu jednej liczby, nazywa się defuzyfikacją. Najczęściej proces defuzyfikacji realizuje się używając wyrażenia

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i a_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} . \quad (9.7)$$

Człowiek, bazujący na pojęciach lingwistycznych, dokonuje ocen sytuacji podając typ wzorca (nazwę) najlepiej odpowiadający zaistniałemu stanowi. W teorii zbiorów rozmytych dokonujemy analogicznej oceny dopasowując dany zbiór do konkretnego wzorca (który wcześniej musi być zdefiniowany) reprezentującego pojęcie lingwistyczne. Technicznie, dopasowanie pojęcia Σ do zbioru Ω jest wykonywane (Yager [144]) przy użyciu funkcji $Poss()$ zdefiniowanej wzorem

$$Poss(\Xi / \Omega) = \max_{a_i} \{\Omega \cap \Xi\} . \quad (9.8)$$

W miejsce pojęcia Σ wstawiane są zbiory rozmyte reprezentujące pojęcia „bardzo małe”, „małe”- „bardzo duże” itp. uzyskując ilościowy opis przynależności Ω do kolejnych pojęć. Największa z tak otrzymanych liczb wskazuje wzorzec najlepiej odpowiadający zaistniałej sytuacji.

10. PODSUMOWANIE

Hierarchiczna reprezentacja danych seismologicznych otwiera drogę do badania natury wstrząsów górniczych metodami sztucznej inteligencji. Dla celów tego opracowania zostały zbudowane stosowne metody i klasy obiektów w języku C++ oraz zostały przeanalizowane „statyczne” cechy zbiorów wstrząsów w wybranych kopalniach.

Zostały wyznaczone wymiary fraktalne składowych prostych multifraktali, które okazały się być złożeniem dwu fraktali o łatwej do wygenerowania strukturze. Nieskomplikowana natura zjawisk sejsmicznych umożliwiła wskazanie prostych metod generowania parametrów wstrząsów o wymaganych własnościach strukturalnych.

Bifrakalny charakter rozkładu energii wstrząsów, świadczący o niezależności mechanizmów generujących wstrząsy wysoko- i niskoenergetyczne, może być powodem małej przydatności prawa Gutenberga-Richtera do predykcji zagrożenia sejsmicznego. Wyniki wszystkich ocen jakości przewidywanego zagrożenia mierzonego maksymalną energią wstrząsu, sumaryczną energią wstrząsów lub ich liczbą, wskazywały na brak powiązania prognozowanego zagrożenia ze zmianami współczynnika b . Często też predykcja nie mogła być wykonana z braku dostatecznej liczby danych w rozpatrywanym interwale czasu i obszarze przestrzeni.

Istnienie dwóch niezależnych mechanizmów powstawania wstrząsów w górnoląskich kopalniach węgla dostało potwierdzenie w bifrakalnym charakterze rozkładu momentów pojawiania się zjawisk sejsmicznych.

Analiza rozkładu hipocentrow wstrząsów na kopalni złota Generał Brandt (RPA) oraz zbudowany dla tej kopalni model generowania wstrząsów pozwoliły na oszacowanie średnich rozmiarów ognisk. Oszacowane wielkości zgadzają się ze średnimi rozmiarami ognisk wstrząsów obliczonymi z momentu sejsmicznego. Można też było ocenić promień korelacji wstrząsów. Dane o przestrzennym rozkładzie wstrząsów umożliwiły obliczenie entropii i temperatury sejsmicznej. Temperatura sejsmiczna jest dobrą miarą zagrożenia.

Stwierdzono użyteczność ocen uogólnionego wymiaru fraktalnego dla predykcji momentu pojawienia się dużego zjawiska sejsmicznego. Inni autorzy wskazują na powodzenie podobnych metod przy przewidywaniu dużych wstrząsów sejsmicznych. Stwarza to nadzieję na możliwość stosowania opracowanej metody na innych kopalniach.

Została przedstawiona metoda oceny stopnia zniszczenia górotworu przez serię zdarzeń sejsmicznych. Można było wyznaczyć zmiany naprężeń oraz przemieszczenia mas skalnych.

Hierarchia danych umożliwia zapisanie informacji, klasycznie prezentowanej za pomocą map, odnosząc ją do kolejnych szczebli konstrukcji. Uśrednione wartości tych funkcji mogą się stać przydatne w odnajdywaniu obszarów zagrożonych sejsmicznie oraz do analizy wszelkich innych procesów geofizycznych. Wymaga to przejścia do analizy dynamicznych właściwości zbiorów wstrząsów oraz zastosowania metod sztucznej inteligencji. Podstawowe narzędzia służące temu celowi zostały opracowane i przetestowano ich użyteczność w prezentowanej pracy.

LITERATURA

1. Gibowicz S.J., Kijko A., (1994), *An Introduction to Mining Seismology*. Acad. Press Inc.
2. Spottiswoode S.M., (1987), *Perspective on Seismic and Rockburst Research in the South African Gold Mining Industry: 1983 to 1987*. Fred Leighton Memorial Workshop on Mining Induced Seismicity, CIM, August 30-September 3, Montreal, Canada, pp.131-139.
3. Aki K., (1966), *Generation and propagation of G waves from the Niigate earthquake of June 16, 1964, Estimation of earthquake moment, released energy, and stress-strain drop from the G wave spectrum*. Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ. 44, 73-88.
4. Spottiswoode S.M., McGarr A., (1975), *Source Parameters of Tremors in a Deep-Level Gold Mine*. Bulletin of the Seismological Society of America, 65, no. 1, 93-112.
5. Gibowicz S.J., (1988), *The Mechanics of Seismic Events Induced by Mining: A Review*. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines. June 8-10. Minneapolis, Minnesota, pp. 2-121.
6. Hedley D.G.F., (1992), *Rockburst Handbook for Ontario Hardrock Mines*. Mining Research Laboratories, CANMET Special Report SP92-1E, 305 pages.
7. McGarr A., (1984), *Some Applications of Seismic Source Mechanism Studies to Assessing Underground Hazard*. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 199-208.
8. Spottiswoode S.M., (1987), *Perspective on Seismic and Rockburst Research in the South African Gold Mining Industry: 1983 to 1987*. Fred Leighton Memorial Workshop on Mining Induced Seismicity, CIM, August 30-September 3, Montreal, Canada, pp.131-139.
9. Obert L., Duvall W.I., (1957), *Micro-Seismic Method of Determining the Stability of Underground Openings*. Bulletin 573, Bureau of Mines, United States Department of the Interior, Washington.
10. Deliac E.P., Gay N.C., (1984), *The Influence of Stabilizing Pillars on Seismicity and Rockbursts at ERPM*. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 257-263.
11. Lendhardt W.A., (1988), *Damage Studies at a Deep Level African Gold Mine*. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 555-565.

12. Wanat K., (1994), Report of stress redistribution and damage tensor. Seminar of Seismic Monitoring and Rock Mass Stability. Welkom South Africa.
13. Rudajev V., (1993), Keynote address: Recent Polish and Czechoslovakian rockburst research and the application of stochastic methods in mine seismology. Rockburst and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 157-161.
14. Dempster E.L., (1983), Regional aspects of mining-induced seismicity: theoretical and management considerations. Rockbursts: prediction and control, London, England, October 20, pp. 37-52.
15. McCreary R.G., Grant D., Falmagne D., (1993), Source mechanisms, three-dimensional boundary-element modelling, and underground observations at Ansil Mine. Rockburst and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 227-232.
16. Blake W., (1982), Microseismic applications for mining - a practical guide. Prepared for Bureau of Mines, Washington, DC, OFR 52-83, 206 pages.
17. Gay N.C., Spencer D., Van Wyk J. J., Van Der Heever P. K., (1984), The control of geological and mining parameters in the Klerksdorp Gold Mining District. Proceedings of the First International Congress on Rockburst and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 107-120.
18. McGarr A., Bicknell J., Sembera E., Green R.W.E., (1987), Analysis of Exceptionally Large Tremors in Two Gold Mining Districts of South Africa. Fred Leighton Memorial Workshop on Mining Induced Seismicity. CIM August 30- September 3, pp. 23-38.
19. Gay N.C., Spencer D., Van Wyk J. J., Van Der Heever P. K., (1984), The control of geological and mining parameters in the Klerksdorp Gold Mining District. Proceedings of the First International Congress on Rockburst and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 107-120.
20. McGarr A., (1992), Violent Deformation of Rock near Deep-Level, Tabular Excavations -Seismic Events. Bulletin of the Seismological Society of America, 1, No. 5, 1453-1466 (1971). 4. Wong, I.G., Recent developments in rockburst and mine seismicity research. Proceedings of the 33rd US Symposium on Rock Mechanics, pp. 1103-1112.
21. McGarr A., (1984), Some Applications of Seismic Source Mechanism Studies to Assessing Underground Hazard. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 199-208.
22. Bath M., (1984), Rockburst Seismology. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 7-15.

23. Calder P.N., Archibald J.f., Madsen D., Bullock K., (1988), High Frequency Precursor Analysis Prior to a Rockburst. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 223-234.
24. Lasocki S., (1990), Prediction of strong mining tremors. Zesz. Nauk. Akad. Gorn.-Hutn., Geofiz. Stosowana 7, 1-110.
25. Hedley D.G.F., (1992), Rockburst Handbook for Ontario Hardrock Mines. Mining Research Laboratories, CANMET Special Report SP92-1E, 305 pages.
26. Stewart R.D., Spottiswoode S.M., (1993), A technique for determining the seismic risk in deep-level mining. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 123-128.
27. Gibowicz S.J., (1984), The Mechanism of Large Mining Tremors in Poland. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 17-28.
28. Swanson P.L., Sines C.D., (1996), Characteristics of Mining-Induced Seismicity and Rock Bursting in a Deep Hard-Rock Mine. Report of Investigations/1991. US Department of the Interior, Bureau of Mines, RI 9393, 12 pages (1996).
29. Gibowicz S.J., Young R.P., Talebi S., Rawlence, D.J., (1991), Source parameters of seismic events at the underground research laboratory in Manitoba, Canada: Scaling relations for events with moment magnitude smaller than -2, pp. 1157-1182.
30. Talebi S., Young R.P., (1988), Characterizing Microseismicity Associated with Stope Development. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, 2. June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 257-277.
31. Feignier B., Young R.P., (1992), Moment Tensor Inversion of Induce Microseismic Events: Evident of Non-Shear Failures in the $-4 < M < -2$ Moment Magnitude Range. Geophysical Research Letters.
32. Stickney M., Sprende C., Kenneth F., (1992), A microseismic study of the Coeur d'Alene mining district, Northern Idaho. Proceedings of the 33rd U.S. Symposium on Rock Mechanics, Balkema, Rotterdam, pp. 1087-1091.
33. Swan G., Semadeni T., (1992), Rockbursts in a Development Drift: Field Observations. Proc. Induced Seismicity Workshop, Santa Fe, ed. C. Ramseyer.
34. Urbancic T.I., (1992), Source Studies of Mining Induced Microseismicity at Strathcona Mine, Sudbury, Canada: a Spatial and Temporal Analysis. Engineering Seismology Laboratory, Department of Geological Sciences, Queen's University.

35. Urbancic T.I., Feustel A.J., Marisett S., (1994), Source Studies of Mining-Induced Seismicity at Creighton Mine, Sudbury, Canada: Analysis of Seismicity Related to the mN 2.1 Rockburst of October 29, 1992. ESG Report to PMC-CRRP, 71 pages (1994).
36. Ishida T., Uchita Y., (1992), Fault-plane solutions of microseismicity induced by progressive excavations of a large underground chamber. Rockbursts and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 195-197.
37. Williams T.J., Girard J.M., Wideman C.J., (1993), Investigation of a 3.5 ML rockburst. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 267-271.
38. Trifu C.I., Urbancic T.I., (1995), Fracture Coalescence as a Mechanism for Earthquakes: Observations based on Mining Induced Microseismicity.
39. Boler F.M., Swanson P.L., (1993), Modelling of a destress blast and subsequent seismicity and stress changes. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 35-40.
40. Scott D.F., Williams T.J., White B.C., (1993), Host structures for slip-induced seismicity at the Lucky Friday Mine. Rockbursts and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 245-248.
41. Joughin N.C., Jagger A.J., (1983), Fracture of rock at stope faces in South African gold mines. Rockbursts: prediction and control. IMM London, England, October 20, pp. 53-66.
42. Gay N.C., (1993), Mining in the vicinity of geological structures - An analysis of mining induced seismicity and associated rockbursts in two South African mines. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 57-62.
43. Bawden W.F., (1993), Some Ideas on the Use of Mine Induced Seismic Monitoring to Characterize a Fractured Rockmass Based on a Conceptual Stress-Velocity-seismicity-Geomechanical Model. Geotechnical Instrumentation and Monitoring in Open Pit and Underground Mining, Balkema.
44. Wong I.G., (1987), Coal-Mining-Induced Seismicity in Central Utah, U.S.A.: Seismic events due to pure shear and shear-implosional (?) failure. Fred Leighton Memorial Workshop on Mining Induced Seismicity. CIM August 30 - September 3, Montreal, Canada, pp. 267-271.
45. Bird S.C., (1993), Linkage of Structural Mapping, Numerical Modelling and Microseismic Source Parameters with Application to Mine Design. M.Sc. Thesis, Queen's University, Mining Engineering Department.

46. Bawden W.F., Mercer R.A., (1994), Review of Parameters for Integrated Analysis of Seismic and Non-Seismic Datasets. Queen's University.
47. Kuznir N.J., Al-Saigh N.H., Ashwin D.P., (1984), Induced Seismicity Generated by Longwall Coal Mining in the North Staffordshire Coal-field, U.K. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 153-162.
48. Connors C.F., Urbancic T.I., Bawden W.F., Young R.P., (1993), Constraining Numerical Models with Geomechanical Data and Microseismic Fault-Plane Solutions. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, 30, 1371-1377.
49. Board M., (1996), Summary of Numerical Examination of Mining-Induced Seismicity in Canadian Rockburst Support Handbook. Geomechanics Research Centre, Laurentian University, Sudbury, Ontario, 28 pages.
50. Semadeni T., Rochon P., Niewiadomski J., (1988), Waveform Analysis of Mine Induced Seismic Events Recorded at Rio Algom's Quirke Mine. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, pp. 267-277.
51. Hemp D.A., Goldbach O.D., (1993), The effect of backfill on ground motion in a stope. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 75-79.
52. Siebrits E., Hildyard M.W., Hemp D.A., (1993), Stability of backfilled stopes under dynamic excitation. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 117-121.
53. Butler A.G., van Aswegen G.V., (1993), *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 41-49.
54. McGarr A., (1993), Keynote address: Factors influencing the strong ground motion from mining-induced tremors. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 3-12.
55. Hedley D.G.F., (1988), Peak Particle Velocity for Rockbursts in Some Ontario Mines. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 503-512 (1988).
56. Blake W., Cuvelier D.J., (1988), Developing reinforcement requirements for rockburst conditions at Hecla's Lucky Friday Mine. Second Int. Symp. of Rockbursts and Seismicity in Mines. June 8-10, Minneapolis, Minnesota, pp. 589-597.
57. Kaiser P.K., (1993), Keynote address: Support of tunnels in burst-prone ground - toward a rational design methodology. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 13-27.

58. Drzęzła B., Garus A., Kijko A., (1985), Energy distribution of largest mining tremors and their connection with geologic structure of rock mass. Ninth Plenary Scientific Session/International Bureau of Strata Mechanics, Varna, June 18-21, pp. 257-26.
59. Dempster E.L., Tyser J.A., Wagner H., (1983), Regional aspects of mining-induced seismicity: theoretical and management considerations. Proceedings of Conference on Rockbursts: prediction and control, IMM, The Institution of Mining and Metallurgy, London, England, pp. 37-52.
60. Langefors U. and Kihlstrom B., (1963), The modern technique of rock blasting. John Wiley and Sons, New York; Almquist and Wiksell, Stockholm.
61. Owen G.N., Scholl R.F., (1981), Earthquake engineering of large underground structures. JAB-7821. San Francisco: URS/John A. Blume.
62. Wagner H., (1984), Support requirements for Rockburst Conditions. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, June 8-10, pp. 209-221.
63. Jesenak P., Kaiser P.K., Brummer R.K., (1993), Rockburst damage potential assessment -An update. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 81-85.
64. Ortlepp W.D., (1984), Rockbursts in South African Gold Mines: A phenomenological view. Proceedings of the First International Congress on Rockburst and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 165-178.
65. Yi, X., Kaiser P.K., (1993), Mechanisms of rockmass failure and prevention strategies in rockburst conditions. Rockbursts and Seismicity in Mines, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 141-145.
66. McGarr A., Bicknell J., (1988), Estimation of the near-fault ground motion of mining-induced tremors from locally recorded seismograms in South Africa. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, pp. 379-388.
67. Cook N.G.W., (1976), Seismicity Associated with Mining. Engineering Geology, 10, 99-122.
68. Tinucci J.P., Spearing A.J.S., (1993), Strategic for clamping faults and dykes in high seismicity tabular mining conditions. Rockbursts and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 435-440.
69. Webber S.J., (1990), Numerical modelling of a repeated fault slip. J. S. Afr. Inst. Min. Metall., 90, No. 6, June 1990, 133-140.

70. Ryder J.A., (1988), Excess shear stress in the assessment of geologically hazardous situations. *J.S. Afr. Inst. Min. Metall.*, 88, No. 1, 27-39.
71. Spathis A.T., Blair D.P., Grant J.R., (1985), Seismic pulse assessment of the changing rock mass conditions induced by mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 22, No. 5, October 1985, 303-312.
72. Feustel A.J., Urbancic T.I., Young R.P., (1993), Estimates of Q using the spectral decay technique for seismic events with $M < -1.0$. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 337-342.
73. Churcher J.M., Spottiswoode S.M., (1987), Fred Leighton Memorial Workshop on Mining Induced Seismicity, CIM, August 30-September 3, Montreal, Canada, pp.169-172.
74. Fernandez L.M., Van Der Heever P.K., (1984), Ground Movement and Damage Accompanying a Large Seismic Event in the Klerksdorp District. *Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines*, Johannesburg, 1982, pp. 193-198.
75. McGarr A., (1976), Seismic moments and volume changes. *Journal of Geophysical Research*, 81, No. 8, March 10, 1976, 1487-1494.
76. Spottiswoode S.M., (1981), Seismic Deformation Around Blyvooruitzicht Gold Mine. *Acoustic Emission/Microseismic Activity in Geologic Structures and Materials. Proceedings of the Third Conference, Series on Rock and Soil Mechanics*, 8, Pennsylvania, U.S., 577-590.
77. Głowacka E., (1993), Excavated volume and long-term seismic hazard evaluation in mines. *Rockbursts and Seismicity in Mines*, ed. Young, Balkema, Rotterdam, pp. 69-73.
78. Gorbunova I.V., Kal'met'eva Z.A., Voinov K.A., (1988), Determining the direction of fracturing from rockburst recordings. *Soviet Mining Science*, 24, No. 2, March-April, 1988, 25-36.
79. Holmes R.D., Reeson J.A., (1988), Excess Shear Stress (E.S.S.) A Case Study. *Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines*, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 475-487.
80. Hanks T.C., (1977), Earthquake stress drops, ambient tectonic stress and stresses that drive plate motions. *Pure Appl. Geophys.*, 115, 441-448.
81. Eneva M. and Young R.P., (1993), Evaluation of spatial patterns in the distribution of seismic activity in mines: A case study of Creighton Mine, northern Ontario (Canada). *Rockbursts and Seismicity in Mines*, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 175-180.

82. Young R.P., Talebi S., (1988), Seismological Techniques in the Study of Mining Induced Rock Mass Instability. 15th Canadian Rock Mechanics Symposium, Rock Engineering for Underground Excavations, October 3-4, 1988, University of Toronto, pp. 221-233.
83. Archibald J.F., Calder P.N., Moroz B., Semadeni T., Yeo T.K., (1988), Applications of microseismic monitoring to stress and rockburst precursor assessment. Mining Science and Technology, Elsevier Science Publisher B.V., Amsterdam, pp. 123-132.
84. Pakalnis V., (1981), Strength and Limitations of Microseismic Monitoring for Rockburst Control in Ontario Mines. Acoustic Emission/Microseismic Activity in Geologic Structures and Materials. Proceedings of the Third Conference, Series on Rock and Soil Mechanics, 8 (1984) Pennsylvania, US, 549-558.
85. Kijko A., Fund C.W., Brink A.V.Z., (1993), Identification of anomalous patterns in time-dependent mine seismicity. Rockbursts and Seismicity in Mines, Young (ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 205-210.
86. Mendecki A.J., (1996), Quantitative Seismology and Rockmass Stability. Geomechanics Issues for Excavations at Depth. Presented at PDS'96. April 17, 1976. Toronto, Canada, 13 pages (1996a).
87. Gil H., (1991), The theory of strata mechanics. Warszawa-PWN, Amsterdam-Elsevier.
88. Mandelbrot B. B., (1977), Fractals: Form chance, and Dimension. Freeman, W. H. and Company, San Francisco.
89. Korvin G., (1992), Fractal Models on the Earth Sciences. Elsevier Sci. Pub.
90. Utsu T. (1969), Aftershocks and Earthquake Statistics (I), J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., ser. VII, 3, 129-195.
91. Kagan Y. Y., Knopoff L., (1980), Spatial Distribution of Earthquakes: The two-point Correlation Function, Geophys. J. R. Astr. Soc. 62, 697-717.
92. Domanski B., (1997), Comparison of Source Parameters of Seismic Events at Polish Coal and Copper Mines. Rock burst and Seismicity in Mines. ISBN 90 5410 8908, 101-107.
93. Tadashi Hirabayashi, Keisuke Ito, Toshikatsu Yoshii, (1992), Multifractal Analysis of Earthquakes, Pageoph, vol. 138, No. 4.
94. Cosentino P., De Luca L., Luzio D., (1997), Evaluation of fractal dimension estimates: Quantitative differentiator of seismicity clusters. Proc. Of the 4th international symposium on rockbursts and seismicity in mines. Kraków. Poland. 11-14 august 1997.

95. Mortimer Z., (1997), Fractal statistics for the local induced seismicity in some Polish coal mines. Proc. of the 4th international symposium on rockbursts and seismicity in mines. Kraków. Poland. 11-14 august 1997.
96. Rudnicki J. W., (1980), Fracture Mechanics Applied to the Earth's Crust, Annual Rev. Earth and Planetary Sci. 8, 489-525.
97. Li V.C., (1987), Mechanics of shear rupture applied to earthquake zones. In Fracture Mechanics of Rock (ed. Atkinson, B. K. , Acad. Press, London 1987. 351-428.
98. Das S., Aki K., (1977). Fault Planes with Barriers: A Versatile Earthquake Model, J. Geophys. Res. 82, 5658-5670.
99. Freund L. B., (1990), Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge 1990.
100. Rice J. R., (1980), The mechanics of earthquake rupture. W pracy Physics of Earth's Interior (ed. Dziewonski A., Boschi, E., North Holland, Amsterdam 1980, 555-649.
101. Scholz C. H.,(1990) The Mechanics of Earthquakes and Faulting. Cambridge University Press, Cambridge 1990.
102. Huang J., Turcotte D. L.,(1992), Chaotic Seismic Faulting with Mass-spring Model and Velocity-weakening Friction. Pageoph, Vol. 138, No 4(1992) pp.569-589.
103. Ito K., Matsuzaki M. (1990), Earthquakes as Self-organized Critical Phenomena, J. Geophys. Res. 95, 6853-6860.
104. Newman W.I., Turcotte D.L., Gabrielov A., (1996), A hierarchical model for precursory seismic activation. SFI Studies in the Sciences of Complexity, Vol. XXV, Addison-Wesley. Pp. 243-259.
105. Tang C.A., Hudson J.A., (1993), Rock failure instability and related aspects of earthquake mechanism. Part I – IV, Submission to Earthquake Engineering and Structural Dynamics.
106. Lemaitre J., (1992), A Course on Damage Mechanics. Springer-Verlag.
107. Kachanov L.M., (1986), Introduction to continuum damage mechanics. Klu. Acad. Pub.
108. Awrejcewicz J., (1996). Drgania deterministyczne układów dyskretnych. WNT, Warszawa.
109. Burridge R., Knopoff L., (1967), Model and Theoretical Seismicity, Bull. Seismol. Soc. Am. 57, 341 - 371.
110. Schuster H. G., (1995), Chaos deterministyczny, PWN Warszawa.
111. Kemeny J. M., Hagan R. M., (1992), An Asperity Model to Simulate Rupture along Heterogeneous Fault Surface. Pageoph, vol 138, 4, 549-567.

112. Kassir M. K., Sih G. C., Three-dimensional Crack Problems (Noordhoff International Publishing, Leyden 1975)
113. Narteau C., Formation and evolution of a population of strike-slip faults in a multiscale cellular automaton model. *Geophys. J. Int.* (2000) 142.
114. Shannon C.E., A mathematical theory of communication, *The Bell System Technical J.* 27 (1948) 623; 27 (1948) 379.
115. Żurek W.H., (editor), Complexity, Entropy and Physics of Information, Addison-Wesley, Redwood City (1990).
116. Geiger L. (1912), Probability method for the determination of earthquake epicenters from the arrival time only. *Bull. St. Louis Univ.* 8, 60-71.
117. Buland, R. (1976), The mechanics of locating earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.* 66, 173 – 187.
118. Drzęźła B., Mendecki A., (1977), Nowe metody poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu. *Zeszyty Nauk. Pol. Śl. Górnictwo* 87. 27-41.
119. Drzęźła B., Mendecki A., (1979), Lokalizacja przestrzenna lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu według metody S-P i wyznaczenie prędkości fal sejsmicznych.. *Zeszyty Nauk. Pol. Śl. Górnictwo* 99. 68-77.
120. Drzęźła B., Mendecki A., (1982), Anizotropia górotworu a dokładność lokalizacji ognisk wstrząsów. *Zeszyty Nauk. Pol. Śl. Górnictwo* 116. 23-35.
121. Kołodziejczyk P., Wanat K., (1990), Lokalizacja wstrząsów górniczych z uwzględnieniem anizotropii prędkości fal sejsmicznych. *ZN Pol. Śl., Górnictwo*, z. 188.
122. Kołodziejczyk P., Wanat K., (1995), Zastosowanie apriorycznej informacji typu dyrektywa (D) do lokalizacji kopalnianych zjawisk sejsmicznych. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M.-19* (281).
123. Kołodziejczyk P., Wanat K., (1995), Optymalizacja kopalnianych sieci sejsmometrycznych w aspekcie ich rozbudowy o kolejne stanowiska. *Mat. II Szkoły Geomechaniki, Ustroń, 17-20 października, 1995.*
124. Kołodziejczyk P., Wanat K., (1996), Possibility of dimension decrease in the problem of seismic events location. *Acta Montana A*, No 9(100), 51-54. 1996 r.
125. Kołodziejczyk P., Wanat K., Jaworski A., (1997), Algorytmy genetyczne w zagadnieniach górniczych. *Zeszyty Naukowe Pol. Śl.* 236.
126. Wanat K., (1997), Lokalizacja udarów w anizotropnej srodie. UKD 622.831.32 Sankt Peterburg 1977.

127. Aki K., Lee W. H. K. (1976), Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes. 1. A homogeneous initial model. *J. Geophys. Res.* 81, 4381-4399
128. Matsu'ura M., (1984), Bayesian estimation of hypocenter with origin time elimination. *J. Phys. Earth*, 32, 469-483.
129. Pavlis G.L., Booker J.R., (1983), Progressive multiple event Location. *Bul. Of Seism. Soc. Of Amer.* Vol 73, No 6, 1753-1777.
130. Kijko A., (1977), *Metody optymalnego planowania regionalnych sieci sejsmicznych.* PAN, Instytut Geofizyki, Warszawa.
131. Wanat K., (1999), Lokalizacja ognisk wstrząsów górnictwa z długości zapisu sejsmogramów. *Zeszyty Naukowe Pol. Śl.* 244.
132. Rorke A.J., Roering C., (1984), Source Mechanism Studies of Mine-induced Seismic Events in a Deep-level Gold Mine. *Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982*, pp. 51-55.
133. Bourbonais J., (1981), A Research Application of Multi-Channel Microseismic Monitoring to Rock Bursting at the East Malartic Mine in Northwestern Quebec. *Proceedings of the Third Conference on Acoustic Emission/Microseismic Activity in Geologic Structures and Materials*, pp.251-268.
134. Hasegawa H.S., Wetmiller R.J., Gendzwill D.J., (1989), Induced seismicity in mines in Canada - An Overview. *Pageoph*, 129, Nos. 3/4, 423-453.
135. Urbancic T.I., Trifu C.I., (1995), Remote Triggering of Large Seismic Events in Mines: Evidence Based on the Spatial and Temporal Migration of Microseismic Events Along Increasing Stress Gradients. *Engineering Seismology Group, Kingston.*
136. Dubiński J., (1994), Związki przyczynowe wstrząsów i tąpnięć. *Przegląd Górniczy* nr 2, 6-10.
137. Hedley D.G.G., Wetmiller R.J., (1985), Rockbursts in Ontario mines during 1984. *Special Report SP8505, CANMET, Energy, Mines and Resources Canada.*
138. Salamon M.D.G., (1983), Rockburst hazard and the fight for its alleviation in South African gold mines. *Rockbursts: prediction and control. IMM, London, Ontario. October 10*, pp. 11-36.
139. Scott D.F., (1981), Relationship of Geologic Features to Seismic Events, Lucky Friday Mine, Mullan, Idaho. *Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines*, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 579-588 (1988).

140. Brummer R.K., Rorke A.J., (1988), Case Studies of Large Rockbursts in South African Gold Mines. Second International Symposium of Rockbursts and Seismicity in Mines, 2, June 8-10, Minneapolis, Minnesota, 461-473.
141. Shepherd J., Blackwood R.L., Rixon L.K., (1984), Instantaneous Outbursts of Coal and Gas with Reference to Geological Structures and Lateral Stresses in Collieries. Proceedings of the First International Congress on Rockbursts and Seismicity in Mines, Johannesburg, 1982, pp. 97-106.
142. Stevens K., (1984), Large-Scale Rockburst-Related Structure Delineation: Application to Mine Planning, Creighton Mine, INCO Ltd., Sudbury, Ontario, 78 pages (1995). 31.
143. Quesnel W.J.F., Hong R., (1987), Mining Induced Seismicity: Monitoring and Interpretation. Fred Leighton Memorial Workshop. CIM. August 30-September 3, Montreal, Canada, pp. 227-235.
144. Yager R. R., Filev D. P., (1994), Essentials of Fuzzy Modeling and Control. Jon Wiley & Sons, Inc.
145. Crosson R. S. (1976), Crustal structure modeling of earthquake data. 1. Simultaneous least squares estimation of hypocenter and velocity parameters. *J. Geophys. Res.* 81, 3036-3046.
146. Mendecki A. J. (1987), Rock mass anisotropy modelling by inversion of mine tremor data. In Proceedings of the 6th International Congress on Rock Mechanics (G. Herget and S. Vongpaisal, eds.) pp. 1151-1144, Balkema, Rotterdam.
147. Mendecki A. J. (1997), Seismic Monitoring in Mines. Chapman & Hall.
148. Dubiński J., Konopko W. (2000), Tapania., Katowice GIG 2000. ISBN 83-87610-23-2.
149. Wanat K., (1993), Algorytmy numeryczne., DIR Gliwice.
150. De Jong K. A. (1976), Artificial genetic adaptive systems (technical Report No. 76-7). Pittsburgh: University of Pittsburgh, Department of computer Science.
151. Goldberg D. E., Richardson J. (1987), Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimisation. Genetic algorithms and their applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms, 471 – 482.
152. Hanks T. C., Kanamori, H., (1979), A moment magnitude scale. *J. Geophys. Res.* 84, 2348-2350.
153. Aki K., Richards P. G. (1980), Quantitative Seismology. Theory and Methods, Freeman, San Francisco.
154. Hausdorff F., (1918), Dimension und Ausseres Mass. *Math. Ann.*, 157-179.

155. Kolmogorov A. N. (1958), A new invariant for transitive dynamical system. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 119, 861-864.
156. Forrest S.R., Witten, T.A., (1979), Long-range correlation in smoke-particle aggregates. J. Phys., A, 12, 109-117.
157. Balatoni J., Renyi A., (1956), On the notion of entropy. Vol. I. Academic Press, Budapest, 558-587.
158. Von Koch H. (1906), Une methode geometrique elementaire pour l'etude de certaines questions de la theory des courbes planes. Acta. Math., 30: 145-174.
159. Takayasu H., Fractals in the Physical Sciences (Manchester Univ. Press. Manchester 1990).
160. Hirabayashi T., Ito K., Yoshii T., (1992), Multifractal analysis of earthquakes. PAGEOPH, vol. 138, no. pp.592-610.
161. Mendes France M., (1984), Folding paper and thermodynamics. Phys. Rep., 103(1-4): 161-172.
162. Mendes France M., (1989), Chaos implies confusion. In: M.M. Dodson and J.A.G. Vickers (Editors), Number Theory and Dynamical Systems. Lond. Math. Soc. Lect. Note Ser. 134, Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 137-152.
163. Lemaitre J., A Continuous Damage Mechanic for Ductile Fracture, J. of Eng. Materials and Technology, 107, January, 1985, pp. 83-89.
164. Kostrov V., (1974), Seismic moment and energy of earthquakes, and seismic flow of rock. Izd. Acad. Sci. USRR Phys. Solid Earth, 1, pp 23-44.
165. Kostrov B.V., Das S. (1974). Principles of Earthquake Source Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge (U.K).
166. Kruse R., Gebhard J., Klawonn F., (1994), Foundations of Fuzzy Systems. New York: Jon Wiley and Sons.
167. Zadeh L.A., Fuzzy sets. Information and Control 8, 338-353, 1965.

SPIS OZNACZEŃ

A - macierz

A^T - macierz transponowana

a, b - stałe Gutenberga-Richtera

B - obszar bifurkacji

c - stała

C - stała proporcjonalności

D - przemieszczenia mas skalnych, wymiar fraktalny, parametr zniszczenia

E - energia, moduł Younga

F - siła

f_0 - częstość narożna

G - gęstość energii sprężystej

H - hesjan, odległość

K - sztywność

L - macierz wyboru

k_s - stała siłowa

M - powierzchnia równowagowa

M_0 - moment sejsmiczny

N - liczba wstrząsów

P - prawdopodobieństwo

r - wymiar charakterystyczny, norma wektora

$\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ - hipocentrum

R_i - odległość

S - powierzchnia pęknięcia, entropia

S - przestrzeń stanu

t - czas

u_s - przemieszczenia

V - potencjał, objętość

x - współrzędna przestrzenna

x_0^{\oplus} - początkowe przybliżenie

$\vec{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - wektor stanu

y - współrzędna przestrzenna

y_0^0 - początkowe przybliżenie

Y_1, Y_2 - bezwymiarowe współrzędne ruchu

μ - podatność

δ_c - przemieszczenia skał

ν - liczba Poissona

$\Delta\sigma$ - spadek naprężeń w ognisku wstrząsu

σ - naprężenia

ε - odkształcenia

ε_i - błąd

ω - częstość, element zbioru

τ - bezwymiarowy czas, naprężenia styczne

τ_i - długość zapisu zdarzenia sejsmicznego

Ω_0 - plateau gęstości spektralnej

Ω - zbiór

Ξ - zbiór

ξ - element zbioru

$\vec{\lambda}^T = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ - wektor parametrów

HIERARCHIA ZDARZEŃ SEJSMICZNYCH. MULTIFRAKTALNE WŁASNOŚCI PARAMETRÓW WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH

Streszczenie

Zdarzenia sejsmiczne indukowane działalnością górnictwem, powodowane nagłym i niespodziewanym zniszczeniem skał poddanych działaniu dużych naprężeń, stanowią zasadniczą przyczynę wypadków śmiertelnych i zniszczeń na terenie niemal wszystkich kopalń. Jednak, dopiero ostatnie dwie dekady, przez olbrzymi postęp technologii elektronicznej i rozwój komputerów, dały istotny wkład do poznania przyczyn i mechanizmu niszczenia skał. Sejsmologia ilościowa, rozpoznając te zjawiska, może w przyszłości zaowocować bezpiecznymi metodami eksploatacji podziemnej. W pierwszej części tego opracowania został przedstawiony przegląd literatury opisującej rezultaty badań sejsmiczności górnictwem. Największe osiągnięcia zostały uzyskane na polu badania lokalizacji wstrząsów, mechanizmu zniszczenia i wyznaczania istotnie ważnych parametrów sejsmicznych.

Innym celem pracy była prezentacja wybranych modeli powstawania wstrząsów. Zostały przedstawione warunki konieczny i dostateczny powstania zjawiska sejsmicznego, a także model ruchu mas i sprężyn z malejącą przy wzroście prędkości siłą tarcia. Model opisuje dwie poruszające się masy oddziałujące między sobą i z wymuszającym ruch suwakiem siłami sprężystymi. Przy pewnych układach parametrów modelu rozwiązania równań opisujących jego zachowanie prowadzą do chaosu. Przejście od rozwiązań cyklicznych do typowego dla wstrząsów chaosu daje dowód na to, że nie zawsze układy klasycznych równań różniczkowych są w stanie dostarczyć deterministycznego opisu rzeczywistości. Następnie przedstawiony jest model szorstkich centrów tarcia i model samoorganizacji wstrząsów. Obydwa modele już w swych założeniach przyjmują elementy losowości i prowadzą do fraktalnych rozkładów wstrząsów.

Główna część pracy zawiera szczegółowy opis metody konstruowania hierarchicznej struktury danych sejsmologicznych oraz metody analizy fraktalnej. Wszystkie multifraktale analizowane w tej pracy można wygenerować używając bardzo prostego, multiplikatywnego generatora. Hierarchie tworzone na podstawie przestrzennej konfiguracji wstrząsów górnictwem umożliwiają obliczenie entropii i temperatury sejsmicznej. Temperatura może być miarą zagrożenia sejsmicznego.

Została przeprowadzona analiza kilku parametrów (hipocentra i epicentra wstrząsów, energia i czas pojawiania się zdarzeń sejsmicznych) charakteryzujących wstrząs. Obliczone wymiary fraktalne wykazują multifraktalną naturę zjawisk sejsmicznych. Chwilowe zmiany uogólnionego wymiaru fraktalnego mogą sygnalizować pojawienie się dużego wstrząsu. Bifraktalne zachowanie rozkładów energii wstrząsów na kopalniach węgla wprowadza istotny błąd do metod przewidywania zagrożenia sejsmicznego opartych na analizie parametru b z prawa Gutenberga-Richtera.

Zostały przedstawione mapy tensora zniszczenia, redystrybucji naprężeń oraz przemieszczeń masywu skalnego powstałe w wyniku wstrząsów górniczych zarejestrowanych na kopalni złota Generał Brandt w RPA. Danymi tego rodzaju można uzupełnić wszystkie piętra hierarchii wstrząsów górniczych. Są one podstawą kilku metod prognozowania zagrożenia sejsmicznego.

Ta praca koncentruje się na statycznych własnościach struktur hierarchicznych. Śledzenie dynamiki tych obiektów i korelacji z tektoniką czy eksploatacją, co też może być uwzględnione w budowie hierarchii wstrząsów, przekracza możliwości ludzkiej percepcji. Konieczne będzie zbudowanie stosownych narzędzi bazujących na metodach sztucznej inteligencji.

HIERARCHY OF SEISMIC EVENTS

MULTIFRACTAL PROPERTIES OF SEISMIC EVENTS PROPERTIES

ON MINES

Summary

Mining induced seismicity, caused by the sudden and violent failure of rock under high stress, has been an important cause of fatalities and damage in almost all mines. However, it is only in the last two decades, with technological advances in electronic components and in computers, that quantitative seismology has made significant contributions to understanding the causes and mechanisms of rock failure, which can in turn be applied to underground safety improvements. The first part of this paper presented a literature review of results obtained from recording mining induced seismic activity, and discusses the utility of these results for mine design purposes. The main achievements are in the fields of source location, magnitude, failure mechanisms, and evaluation and interpretation of seismic parameters.

Another goal is to present some of selected models of seismic events occurrences. As the first one, the model of mass-springs and velocity-weakening friction has been presented. The model consists of two sliding blocks coupled to each other and to a constant velocity driver by elastic springs. For some set of model parameters the solution exhibit chaotic behavior. The transition from stable cyclic behavior to chaos, typical for seismic events, give an evidence that sets of classical expressions are not ever necessary to give strictly deterministic picture of nature. Next part presented an asperity model of rupture along heterogeneous fault surface and, the self-organized model of seismicity. Both models are based on a simple probabilistic assumption and provides to fractal structures of seismic events.

The main part of this paper contains detailed description of the method of hierarchical construction of seismic database and the method of multifractal analyses. Some aspects of artificial intelligence have been used in a goal to generate a chart of coding.

Only limited numbers of the charts coding are needed to generate quite good patterns of a given set of seismic parameters. All multifractals analyzed in this paper can be generated by very simple random multiplicative process.

Some examples of parameters associated to mine rock-burst structures are presented (spatial distribution of hypocenters, epicenters, energy and, time) and theirs fractal dimensions has been calculated. Temporal change of generalized dimension can indicated

large seismic event. Bifractal behavior of energy distribution (and, also a series of time of seismic events occurrences) on polish coal mine provided to large uncertainty in methods of seismic hazard prediction.

The pictures of damage tensor, stress redistribution and, rock mass displacement on General Brandt gold mine (RSA) are presented.

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice; tel. (0-32) 237-13-81
<http://wydawnictwo.polsl.pl>

Sprzedaż i Marketing
tel. (0-32) 237-18-48
wydawnictwo_mark@polsl.pl

Nakł. 100+50

Ark. wyd. 11

Ark. druk. 9,5

Papier offset. 70x100,80g

Oddano do druku 15.07.2005 r.

Podpisano do druku 15.07.2005 r.

Druk ukończ. w lipcu 2005r.

Wydrukowano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1
zam. 320/05

