

Robert WÓJCICKI  
Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

## NOWE METODY MODELOWANIA SAMOPODOBNEGO RUCHU W SIECIACH W OPARCIU O PROCESY POISSONA Z MARKOWSKĄ MODULACJĄ<sup>1</sup>

**Streszczenie.** Artykuł omawia nowe metody modelowania ruchu samopodobnego z wykorzystaniem procesów Poissona z markowską modulacją. Przedstawione zostały metody badania i oceny samopodobieństwa oraz wyniki dopasowania wygenerowanego ruchu samopodobnego do rzeczywistych danych z zachowaniem długoterminowych zależności.

**Słowa kluczowe:** strumień Poissona z modulacją procesem Markowa, MMPP, proces Poissona, samopodobieństwo, modelowanie, zależności długoterminowe.

## NEW METHOD OF MODELING SELF-SIMILAR DATA TRAFFIC USING MARKOV MODULATED POISSON PROCESS

**Summary.** This paper describes a new method of modeling self-similar data traffic in computer networks using Markov Modulated Poisson Process (MMPP). This method matches both the autocovariance and distribution of the source process.

**Keywords:** Markov modulated Poisson process, MMPP, Poisson process, self-similarity, modeling, long-range dependence.

### 1. Model strumienia zdarzeń z samopodobną charakterystyką

Modelowanie strumienia zdarzeń stanowi jeden z najbardziej istotnych fragmentów analizy systemu teleinformatycznego. Decyduje o jego dokładności oraz o technice realizacji danego systemu. Strumień taki można zapisać zarówno w postaci wzrastającej liczby

---

<sup>1</sup> Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2004-2006 jako projekt badawczy nr 3 T11C 014 26

odnotowanych zdarzeń, jak i w postaci ciągu odstępów czasowych pomiędzy sąsiednimi zdarzeniami. Najstarszym modelem strumienia jest proces Poissona. W wyniku badań rzeczywistego ruchu w sieci zauważono występowanie wewnętrznej korelacji w strumieniach. Model oparty na procesie Poissona nie uwzględniał tej cechy generowanego ruchu. Powstawały więc kolejne modele, które dokładniej odzwierciedlały rzeczywisty charakter przepływu w sieci. Jednak wiele z nich cechuje się autokorelacją, która zanika bardzo szybko (w sposób wykładniczy). Są to tzw. procesy o krótkiej pamięci. Tymczasem rozwój nowych usług sieciowych sprawił, że mamy do czynienia z ruchem, który charakteryzuje się znacznie silniejszą, dalekosiężną korelacją. Ten fakt spowodował potrzebę weryfikacji istniejących koncepcji i zaowocował powstaniem modeli strumieni o długiej pamięci.

Ostatnie badania wykazały, że modele wykorzystujące rozkład Poissona nie są w stanie dokładnie oddać wybuchowości ruchu TCP/IP [3, 6]. Dopiero wykorzystanie modeli ruchu samopodobnego umożliwia realistyczne oddanie ruchu TCP/IP.

### 1.1. Samopodobieństwo

Samopodobieństwo to zjawisko, które zachowuje własności statystyczne modelu pomimo zmian stosowanej skali czasu. Najbardziej widoczną cechą w charakterystykach ruchu sieciowego wskazującą na występowanie samopodobieństwa jest występowanie zagęszczeń oraz rozrzedzeń w odstępach pomiędzy zdarzeniami oraz brak rozmycia tej cechy pomimo zastosowania kilku różnych skal czasu (np. sekundy, minuty, godziny) [1]. Formalnie powiemy, że strumień zdarzeń

$$\{t_n\}_{n=1}^{\infty} = t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$$

jest samopodobny, jeżeli jego realizacje bez względu na zastosowaną skalę czasu

$$\{t_n^{(s)}\}_{n=1}^{\infty} = \{t_1^{(s)}, t_2^{(s)}, \dots, t_n^{(s)}, \dots\}$$

są do siebie podobne w sensie rozkładu prawdopodobieństwa

$$\{t_n^{(s)}\}_{n=1}^{\infty} \stackrel{d}{\equiv} \{t_n\}_{n=1}^{\infty}$$

Dla strumienia zdarzeń z czasem dyskretnym wyróżniamy dwie definicje samopodobieństwa [4] dokładnego i asymptotycznego.

#### 1.1.1. Strumień dokładnie samopodobny

Strumień zdarzeń jest dokładnie samopodobny, gdy

$$\text{Var}\{t^{(s)}\} = \frac{\sigma_t^2}{s^\beta}$$

$$\hat{\rho}_t^{(s)}(k) \equiv \hat{\rho}_t(k)$$

gdzie:

$t^{(s)}$  – jest  $s$ -krotnie skompresowanym na skali czasu strumieniem i obliczamy go:

$$t^{(s)} = t_k^{(s)} \quad \text{dla } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$t_k^{(s)} = \frac{1}{s} \sum_{i=ks-(s-1)}^{ks} t_i$$

Oznaczenia:

$Var\{\}$  – wariancja zmiennej losowej,

$\sigma_t^2$  – wariancja odstępów czasu pomiędzy zdarzeniami,

$\hat{\rho}_t(k)$  – współczynnik korelacji (autokorelacji) zmiennych losowych,

$\beta$  – miara szybkości zanikania wariancji odstępów przeskalowanego w czasie strumienia zdarzeń.

### 1.1.2. Strumień asymptotycznie samopodobny

Strumień zdarzeń jest asymptotycznie samopodobny, gdy:

$$Var\{t^{(s)}\} = \frac{\sigma_t^2}{s^\beta}$$

$$\hat{\rho}_t^{(s)}(k) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \hat{\rho}_t(k)$$

Asymptotyczne samopodobieństwo uwidacznia się dopiero przy dużym przeskalowaniu strumienia.

Charakter samopodobny wyznacza równość wariancji strumienia zdarzeń oraz równoważność (lub zbieżność) współczynnika autokorelacji zachodzącą bez względu na zmianę skali czasu, na której odmierzamy czas pojawiania się zdarzeń tworzących strumienie.

## 1.2. Miara samopodobieństwa

Najczęściej stosowaną miarą samopodobieństwa jest wartość współczynnika Hursta  $H$  wprowadzonego przez hydrologa H. E. Hursta na podstawie obserwacji fluktuacji poziomu Nilu. Czym wartość  $H$  jest bliższa 1, tym zjawisko wyraźniej wykazuje charakter samopodobny. Związek pomiędzy parametrem  $H$  i przedstawionym w definicji  $\beta$  jest następujący:

$$H = 1 - \frac{\beta}{2}$$

W celu wykrycia zjawiska samopodobieństwa można oszacować wartość parametru Hursta, między innymi poprzez zastosowanie:

- wykresów statystyki R/S w funkcji skali czasu,
- wykresów wariancji skompresowanego procesu w funkcji skali czasu,
- metody wartości bezwzględnej,

- metody periodogramowej,
- estymatora Whittle'a.

### 1.3. Estymacja współczynnika Hursta

Do jednych z częściej stosowanych metod estymacji współczynnika Hursta należą:

- statystyki R/S w funkcji skali czasu,
- wariancja przeskalowanego procesu w funkcji skali czasu,
- metoda wartości bezwzględnej.

Powyższe „wizualne” metody, jakkolwiek proste obliczeniowo, mają charakter jakościowy i służą do stwierdzenia samopodobieństwa badanego strumienia zdarzeń. Uzyskana za ich pomocą wartość współczynnika Hursta ma wartość szacunkową i pozwala na diagnozę, czy badany strumień zdarzeń ma charakter samopodobny ( $H > 0.5$ ), czy też występują w nim tylko zależności krótkoterminowe i współczynnik  $H$  jest bliski 0.5.

Do dokładniejszego obliczenia współczynnika Hursta wraz z obliczeniem przedziałów ufności można zastosować inne metody. Do takich metod zalicza się np. metodę estymatora Whittle'a.

#### 1.3.1. Metoda statystyki R/S w funkcji skali czasu

Metoda wykorzystująca statystykę R/S należy do łatwych w implementacji, graficznych metod estymacji współczynnika Hursta i jest najstarszą metodą stosowaną do jego szacowania. Statystykę R/S dla ciągu o skończonej długości zarejestrowanych odstępów czasu pomiędzy zdarzeniami  $t_1, t_2, \dots, t_n$  definiujemy następująco [4, 8]:

Wprowadzamy średni odstęp czasu dla zarejestrowanego ciągu odstępów pomiędzy zdarzeniami:

$$\hat{t}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

wariancję tego ciągu:

$$S^2(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [t_i - \hat{t}(n)]^2$$

chwilę pojawienia się  $k$ -tego zdarzenia

$$T_k = \sum_{i=1}^k t_i, \quad \text{dla } k=1, 2, \dots, n$$

Wymagane jest też wprowadzenie odchyłki rzeczywistej chwili  $T_k$  pojawienia się  $k$ -tego zdarzenia od chwili uśrednionej  $k\hat{t}(n)$ , gdzie  $k=1, 2, \dots, n$ .

$$U_k = T_k - k\hat{t}(n), \quad \text{dla } k=1, 2, \dots, n$$

Statystyka R/S jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$\frac{R(n)}{S(n)} = \frac{\max(0, U_1, U_2, \dots, U_n) - \min(0, U_1, U_2, \dots, U_n)}{\sqrt{S^2(n)}}$$

Dla dużych wartości  $n$ , dla wielu zjawisk wykazujących samopodobieństwo spełniony jest następujący warunek:

$$\frac{R(n)}{S(n)} \sim n^H$$

gdzie  $H$  jest współczynnikiem Hursta.

W praktycznych wykresach statystyki R/S w funkcji skali czasu sporządza się w podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych i wówczas otrzymujemy zależność:

$$\log \frac{R(n)}{S(n)} \sim H \log(n) + const$$

a więc linię prostą o współczynniku kierunkowym  $H$ .

### 1.3.2. Metoda wariancji przeskalowanego procesu w funkcji skali czasu

Metodę wariancji przeskalowanego procesu w funkcji skali czasu możemy zdefiniować następująco [4]:

Po dwukrotnym logarytmowaniu zależności

$$Var\{t^{(s)}\} = \frac{\sigma_t^2}{s^\beta}$$

z uwzględnieniem

$$H = 1 - \frac{\beta}{2}$$

otrzymujemy

$$\log[Var\{t^{(s)}\}] \sim \log(\sigma_t^2) + (2H - 1) \log(s)$$

gdzie wykres powyższej zależności w podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych jest linią prostą o współczynniku kierunkowym  $2H - 1$ . Jeżeli zarejestrowany ciąg zdarzeń jest samopodobny, to po wprowadzeniu do powyższego wzoru wariancji liczonych z próby uzyskamy ciąg izolowanych punktów (dla różnych skali czasu  $s$ ) układających się w linii prostej.

### 1.3.3. Metoda zagregowanej wariancji

Tworzymy zagregowany szereg  $X^{(m)}$ , dzieląc szereg badanych obserwacji o długości  $N$  na bloki o długości  $m$  i uśredniając każdy blok [8].

$$X^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{t=(k-1)m+1}^{km} X_t, \quad \text{dla } k=1, 2, \dots, N/m$$

dla każdego  $m$  z zakresu od 2 do  $N/2$  obliczana jest wariancja próbki  $X^{(m)}(k)$ ,

$$\text{Var}X^{(m)} = \frac{1}{([N/m]-1)} \sum_{k=1}^{[N/m]} (X_k^{(m)} - \bar{X})^2$$

Na wykresie zaznaczane są punkty  $\log(s_m^2)$  oraz  $\log(m)$ , które, dla wystarczająco dużej wartości  $m$ , układają się w linię prostą o ujemnym współczynniku kierunkowym równym  $2H-2$ .

### 1.3.4. Metoda wartości bezwzględnej

Tworzymy zagregowany szereg  $X^{(m)}$ , dzieląc szereg badanych obserwacji o długości  $N$  na bloki o długości  $m$  i uśredniając każdy blok [8].

$$X^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} X_i \quad \text{dla } k=1, 2, \dots, N/m$$

Rozważając  $n$ -ty moment szeregu

$$AM_n(m) = \frac{1}{N/m} \sum_{k=1}^{N/m} |X^{(m)}(k) - \bar{X}|^n$$

gdzie  $\bar{X}$  jest średnią szeregów. Zagregowany szereg  $X^{(m)}$  dla dużych wartości  $m$  asymptotycznie dąży do  $Cm^{n(H-1)}$  i  $AM_n^{(m)}$  jest asymptotycznie proporcjonalne do  $m^{n(H-1)}$ . Nano-sząc wyliczone wartości  $AM_n^{(m)}$  na wykres w podwójnej skali logarytmicznej i aproksymując uzyskane punkty metodą najmniejszych kwadratów, otrzymujemy prostą o nachyleniu do osi  $X$  równym  $H-1$ .

## 1.4. Modele samopodobnych strumieni zdarzeń

Istnieje wiele sposobów modelowania ruchu samopodobnego. Do najważniejszych z nich należą realizacje wykorzystujące strumienie Poissona z modulacją procesem Markowa (MMPP) [7], modele wykorzystujące superpozycję wielu źródeł ON-OFF wykorzystujących rozkład Pareto [3], a także ułamkowy ruch Browna, ułamkowy model autoregresyjny (FARIMA).

### 1.4.1. Model samopodobnych strumieni zdarzeń wykorzystujący MMPP

Wykorzystanie strumieni Poissona z modulacją procesem Markowa pozwala na utworzenie elastycznych generatorów, które można łatwo dostosować do zadanych wymagań.

#### 1.4.1.1. Procesy Markowa

Jednym z najprostszych modeli strumieni zdarzeń uwzględniających korelację wewnętrzną jest proces Markowa [4]. Przyszły stan procesu Markowa  $X(T_{n+1})=j$  zależy od bieżącego stanu  $X(T_n)=i$ , natomiast nie zależy od stanów wcześniejszych. Właściwość Markowa określa

prawdopodobieństwo przejścia do następnego stanu dla wszystkich chwil czasu  $T_1 < T_2 < \dots < T_n < T_{n+1}$ :

$$\Pr\{X(T_{n+1}) = j \mid X(T_1) = i_1, X(T_2) = i_2, \dots, X(T_n) = i\} = \Pr\{X(T_{n+1}) = j \mid X(T_n) = i\}$$

Dla jednorodnego procesu Markowa przejście w czasie  $\tau$  niezależnie od chwili początkowej ze stanu  $i$  do stanu  $j$  określa prawdopodobieństwo warunkowe:

$$\Pr\{X(T_{n+1}) = j \mid X(T_n) = i\} = \Pr\{X(t + \tau) = j \mid X(t) = i\} = p_{ij}(\tau)$$

Prawdopodobieństwa te tworzą macierz kwadratową o rozmiarach  $M \times M$ :

$$\mathbf{P}(\tau) = [p_{ij}(\tau)]$$

Prawdopodobieństwo bezwarunkowe pobytu procesu Markowa w jednym ze stanów

$$\pi(t) = [\pi_1(t), \pi_2(t), \dots, \pi_M(t)]$$

dane jest wzorem:

$$\pi_j(t + \Delta t) = \sum_{i=1}^M \pi_i(t) p_{ij}(\Delta t), \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, M$$

Prawdopodobieństwa te spełniają równanie:

$$\frac{d\pi(t)}{dt} = \pi(t)\Lambda$$

Macierz  $\Lambda$  nazywana jest macierzą intensywności przejść pomiędzy stanami. Na głównej przekątnej macierzy intensywności znajdują się współczynniki pozwalające określić intensywność wyjścia  $\lambda_i$  z  $i$ -tego stanu. Pozostałe współczynniki  $\lambda_{ij}$  są współczynnikami intensywności przejścia od stanu  $i$  do stanu  $j$ .

$$\lambda_{ii} = -\lambda_i = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{p_{ii}(\Delta\tau) - 1}{\Delta\tau}, \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, M$$

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(\Delta\tau)}{\Delta\tau}, \quad \text{dla } i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, M$$

Przystosowując jednorodny proces Markowa do opisu strumienia zdarzeń dla jednorodnego procesu Markowa zadanego macierzą intensywności przejść  $\Lambda = [\lambda_{ij}]_{i,j=1}^M$ , gdzie dla  $j = 1, 2, \dots, M$   $\lambda_j = -\lambda_{jj}$ , proces Markowa jest ciągiem skokowych zmian stanów  $X(T_1) = i_1, X(T_2) = i_2, \dots, X(T_n) = i, X(T_{n+1}) = j, \dots$ , a czas pobytu procesu Markowa [8, 11] w stanie  $X(T_n) = i$  jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym.

$$a_i(\tau) = \lambda_i e^{-\lambda_i \tau}$$

W chwili  $T_{n+1}$  zakończenia pobytu w stanie  $T_n = i$  proces Markowa skokowo przechodzi do stanu  $X(T_{n+1}) = j$  z prawdopodobieństwem równym:

$$q_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j \\ \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i}, & i \neq j \end{cases}$$

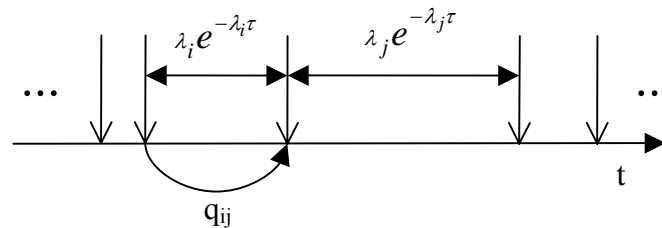
Jednorodny proces Markowa może zostać zdekomponowany na:

- łańcuch Markowa z macierzą przejść  $\mathbf{Q} = [q_{ij}]_{i,j=1}^M$  odpowiedzialny za zmiany stanów, gdzie

$$q_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j \\ \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i}, & i \neq j \end{cases}$$

- ciąg zmiennych losowych  $a_i(\tau) = \lambda_i e^{-\lambda_i \tau}$  o rozkładzie wykładniczym definiujących czas pobytu w stanie.

Jednorodny proces Markowa może generować strumień zdarzeń, gdy przyjmiemy, że zdarzenie pojawia się w momencie przejścia procesu Markowa do kolejnego stanu. Taki proces może generować strumień zdarzeń z losowymi odstępami czasu pomiędzy zdarzeniami o rozkładzie wykładniczym, za który odpowiedzialne są parametry łańcucha Markowa.



Rys. 1. Proces Markowa jako strumień zdarzeń  
Fig. 1. Markov process

#### 1.4.1.2. Generator MMPP

Strumień Poissona z modulacją procesem Markowa (Markov Modulated Poisson Process, MMPP) jest zbudowany w następujący sposób: bieżący stan procesu Markowa moduluje rozkład prawdopodobieństwa odstępów czasu pomiędzy sąsiednimi zdarzeniami. Innymi słowy, zakłada się, że zdarzenia tworzą strumień Poissona, którego intensywność zależy od aktualnego stanu procesu Markowa.

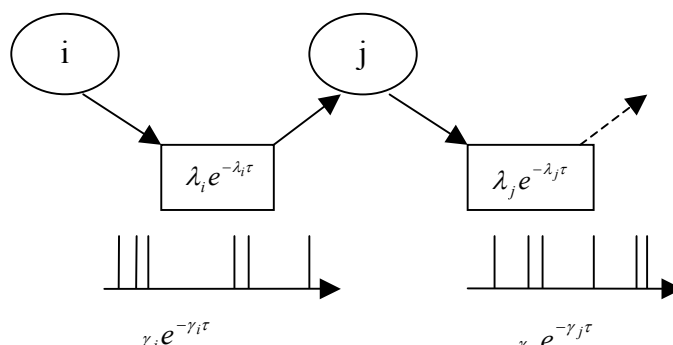
Jeżeli modulujący proces Markowa [4] jest w stanie  $X(T_n)=i$ , gdzie  $i=1, 2, \dots, M$ , to zdarzenia pojawiają się zgodnie z rozkładem wykładniczym

$$\alpha_i(\tau) = \gamma_i e^{-\gamma_i \tau}, \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, M.$$

Taki rozkład prawdopodobieństwa obowiązuje przez cały czas pobytu procesu w stanie

$$X(T_n) = i, \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, M.$$





Rys. 2. Budowa strumienia Poissona z modulacją procesem Markowa (MMPP)

Fig. 2. Markov modulated Poisson Process (MMPP)

Zakładamy, że modulujący proces Markowa w strumieniu MMPP jest określony przez macierz intensywności przejść pomiędzy poszczególnymi stanami

$$\mathbf{\Lambda} = [\lambda_{ij}]_{i,j=1}^M$$

natomiast wektor prawdopodobieństw stanów

$$\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_M]$$

jest rozkładem prawdopodobieństwa stanów procesu Markowa dla stanu stacjonarnego. Jeżeli proces Markowa jest w  $i$ -tym stanie, to zdarzenia pojawiają się w odstępach czasu określonych rozkładem wykładniczym  $\alpha_i(\tau) = \gamma_i e^{-\gamma_i \tau}$ .

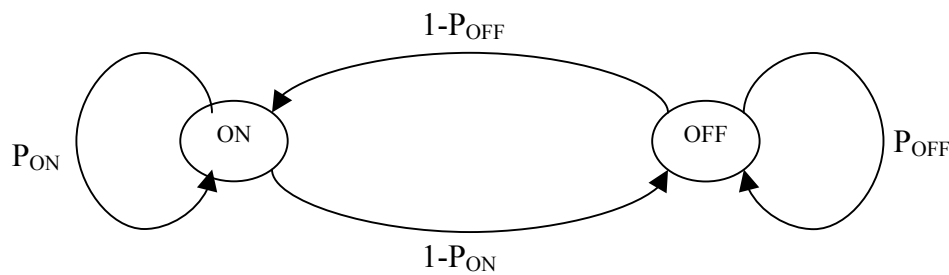
Dla dwustanowego procesu MMPP, zwanego przełączanym strumieniem Poissona SPP, macierz intensywności przejść przyjmuje następującą postać

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & -\lambda_2 \end{bmatrix}$$

Proces ON-OFF jest dyskretnym procesem dwustanowym, który może być zbudowany za pomocą dwustanowego łańcucha Markowa, dla którego macierz przejść wygląda następująco

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} p_{ON} & 1 - p_{ON} \\ 1 - p_{OFF} & p_{OFF} \end{bmatrix}$$

gdzie  $p_{ON}$  określa prawdopodobieństwo pozostania w stanie ON, natomiast  $p_{OFF}$  określa prawdopodobieństwo pozostania w stanie OFF. W stanie ON, aktywności, generowany jest strumień zdarzeń z intensywnością  $\lambda$ , natomiast w stanie OFF generowanie zdarzeń jest wstrzymane.



Rys. 3. Budowa źródła ON-OFF

Fig. 3. ON-OFF source

Multipleksacja strumieni ON-OFF pozwala na stworzenie asymptotycznie samopodobnego strumienia zdarzeń. ON-OFF jest szczególnym przypadkiem strumienia Poissona z modulacją procesem Markowa (MMPP). MMPP zakłada, że zdarzenia tworzą strumień Poissona, którego intensywność zależy od aktualnego stanu procesu Markowa. Natomiast ON-OFF jest dwustanowym procesem MMPP, w którym tylko w jednym stanie generowane są zdarzenia. Badania prowadzone w innych ośrodkach wykazały, że złożenie kilku źródeł ON-OFF o odpowiednio dobranych parametrach pozwala na generację samopodobnego ruchu w sieci.

### 1.5. Model MMPP zachowujący długoterminowe zależności ruchu w sieci

Od czasu odkrycia samopodobieństwa oraz długoterminowych zależności w transmisji danych w sieciach komputerowych powstało wiele prac na ten temat [3, 6]. Najczęściej analizowane były dane pochodzące z ośrodka badawczego w Bellcore, których badanie również potwierdziło takie zależności. W trakcie badań zauważono także duży wpływ samopodobnego charakteru przepływu danych w sieciach na wydajność transmisji sieciowych. Do badań używano nie tylko rzeczywistych danych, lecz na coraz szerszą skalę wykorzystywano symulatory ruchu sieciowego. Szybko okazało się, że poprawność wyników badań symulacyjnych silnie zależy od jakości źródła danych. Pojawiło się więc szereg prac dotyczących tworzenia źródeł danych jak najlepiej oddających rzeczywisty ruch w sieciach komputerowych. Jedną z konsekwencji dokonanych odkryć stała się potrzeba tworzenia modeli wykorzystujących cechy samopodobieństwa ruchu podczas badań symulacyjnych nad transmisją danych w sieciach. Na początku uznawano, że podczas badań zachowania systemów kolejkowych charakter generowanego ruchu powinien zachowywać korelację z rzeczywistym źródłem do określonego poziomu wyznaczonego za pomocą średnich oraz autokorelacji, które są bezpośrednio związane z maksymalnym rozmiarem buforów kolejki. Prace w różnych ośrodkach [14] wykazały, że do dokładnego badania zachowania i wydajności systemów kolejkowych nie wystarcza statystyczny opis źródeł wykorzystujący wartości

średnie oraz autokorelacji. Wykazano, że średnie długości kolejek mogą znacząco się różnić dla modeli wykorzystujących źródła danych o różnych parametrach, lecz takich samych wartościach średniej oraz autokorelacji opisujących statystycznie dany model.

### 1.6. Procedura MMPP generująca dane z długoterminowymi zależnościami

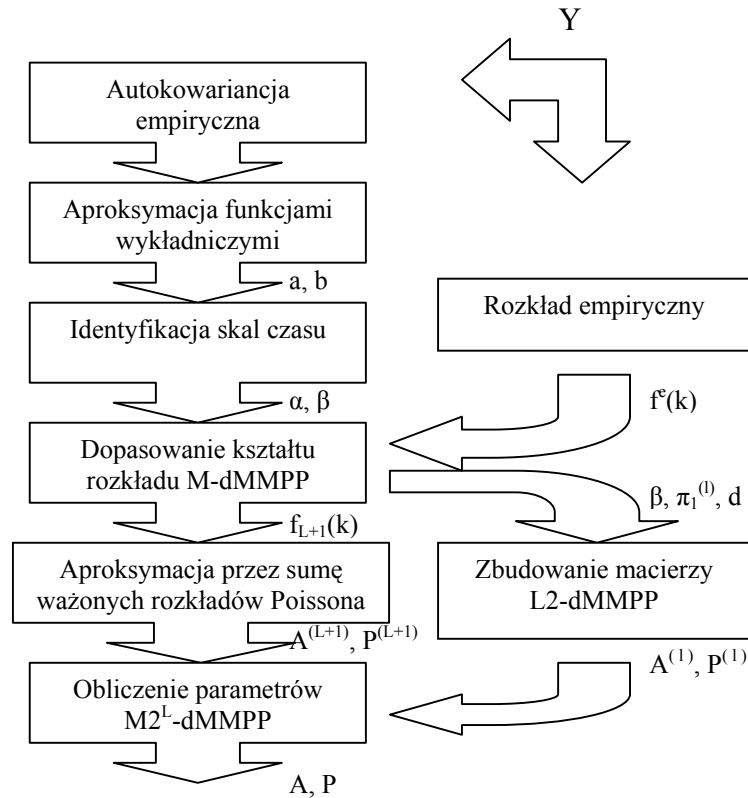
W 2003 roku Paulo Salvador oraz Rui Valdas [9] zaproponowali procedurę przeznaczoną do generowania danych z zachowaniem długoterminowych zależności (Long Range Dependences – LRD). Procedura ta wykorzystuje procesy MMPP i dobrze oddaje charakter ruchu w sieci wraz z zależnościami LRD. Generowane dane zachowują dużą zgodność z rzeczywistym ruchem w sieci w zakresie autokowariancji oraz kształtu rozkładu. Ze względu na trudności związane z doбором parametrów pozwalających na jednoczesne uzyskanie zgodności generowanych danych w zakresie autokowariancji i rozkładu, zaproponowany generator jest złożeniem dwóch procesów MMPP. Jeden z nich (proces  $2^L$ -MMPP), posiadający  $2^L$  stanów, przeznaczony jest do regulacji wartości autokowariancji. Natomiast drugi (proces M-MMPP), posiadający M stanów, do sterowania rozkładem generowanych danych. Proces ten dodatkowo charakteryzuje się zerową autokowariancją w celu umożliwienia sterowania tą wartością za pomocą ustawień procesu  $2^L$ -MMPP. Proces wynikowy został oznaczony jako  $M2^L$ -MMPP i jest złożeniem procesów  $2^L$ -MMPP oraz M-MMPP. W [9] wykazano dużą zgodność wygenerowanych danych z rzeczywistymi, pochodzącymi z Bellcore. Przeprowadzono także badania weryfikujące zachowanie generowanego ruchu w porównaniu z rzeczywistym. Okazało się, że nie tylko wykresy autokowariancji, czy też rozkładu wykazują dużą zgodność. Podczas badań symulacyjnych modelu kolejkowego zasilanego danymi rzeczywistymi oraz z generatora ilości traconych pakietów były bardzo zbliżone dla wszystkich badanych rozmiarów buforów (od 1 do 25000 pakietów) oraz różnych współczynników wykorzystania łącza. Powyższe badania wykazały wysoką przydatność zaproponowanego modelu do generowania ruchu w sieciach.

#### 1.6.1. Dopasowanie autokowariancji i identyfikacja skal czasu

Bardzo ważnym zadaniem podczas tworzenia modelu źródła danych jest dopasowanie autokowariancji modelu MMPP do danych rzeczywistych. Takie dopasowanie wykonywane jest w kilku etapach poprzez zagregowanie funkcji wykładniczych o podobnym nachyleniu w tych samych skalach czasu. Algorytm Paulo Salvadora oraz Rui Valdasa wygląda następująco.

Oznaczmy  $Y^{(1)}$ ,  $Y^{(2)}$ , ...,  $Y^{(L)}$  jako 2-dMMPP,  $Y^{(L+1)}$  jako M-dMMPP oraz  $Y$  jako  $M2^L$ -MMPP. Procedurę dopasowującą parametry generatora MMPP do rzeczywistych danych możemy podzielić na cztery główne części:

- aproksymację autokowariancji danych rzeczywistych poprzez sumę ważonych funkcji wykładniczych wraz z identyfikacją skal czasu,
- dopasowanie kształtu rozkładu M-dMMPP oraz 2-dMMPP,
- dopasowanie macierzy przejść oraz rozkładów Poissona dla M-dMMPP,
- obliczenie parametrów modelu M2<sup>L</sup>-MMPP.



Rys. 4. Diagram przepływu sterowania procedury dopasowującej  
Fig. 4. Flow diagram of the inference procedure

W pierwszym kroku aproksymujemy empiryczną autokowariancję poprzez sumę  $K$  funkcji wykładniczych z dodatnimi rzeczywistymi wagami oraz ujemnymi stałymi czasowymi. Wybieramy  $K$  jako  $\sqrt{k_{\max}}$ , gdzie  $k_{\max}$  reprezentuje liczbę punktów autokowariancji rzeczywistych danych. Realizowane jest to za pomocą zmodyfikowanego algorytmu Prony [15], który zwraca dwa wektory:

$$\vec{a} = [a_1, \dots, a_K] \quad \vec{b} = [b_1, \dots, b_K],$$

są one wykorzystywane do aproksymacji funkcji

$$C_K(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^K a_i e^{-b_i k}, \quad \text{dla } k = 1, 2, 3, \dots$$

W tym miejscu identyfikowane są także składowe autokowariancji charakteryzujące różne skale czasu. Definiujemy  $L$  różnych skal czasu, w których wartość autokowariancji

maleje, a także  $b_i$ , gdzie  $i = 1, \dots, K$ , które podobnie opada w tej samej logarytmicznej skali. Zakładając, że  $b_j \leq b_{j+1} \leq j \leq K - 1$ , natomiast zapis  $\lceil \dots \rceil$  reprezentuje zaokrąglenie w górę do liczby całkowitej, wartość  $L$  jest obliczana za pomocą następującego iteracyjnego algorytmu:

Zaczynając od  $l=1$  oraz  $i_l=1$  obliczamy  $i_{l+1}$  jako

$$i_{l+1} = \min \{K + 1, \inf \{j : i_l < j \leq K \wedge \lceil \log_{10}(b_j) \rceil > \lceil \log_{10}(b_{j-1}) \rceil\}\}$$

Jeżeli  $i_{l+1} > K$ , to  $L$  przyjmuje wartość  $l$ , w przeciwnym wypadku  $l$  jest inkrementowane, a następnie krok się powtarza. Zauważmy, że w szczególności

$$\lceil \log_{10}(b_{i_l}) \rceil = \lceil \log_{10}(b_{i_{l+1}}) \rceil = \dots = \lceil \log_{10}(b_{i_{l+1-1}}) \rceil$$

lecz jeżeli  $i_{l+1} \leq K$ , to

$$\lceil \log_{10}(b_{i_l}) \rceil < \lceil \log_{10}(b_{i_{l+1}}) \rceil.$$

dla  $j = 1, 2, \dots, L$  można zauważyć, że opadanie  $b_{i_l}$  do  $b_{i_{l+1-1}}$  charakteryzuje te same skale czasu. Możemy więc zagregować składniki  $n_l = |i_{l+1} - i_l|$  w jeden komponent z wykorzystaniem następujących parametrów:

$$a_l = \sum_{k=i_l}^{i_{l+1}-1} a_k$$

oraz

$$\beta_l = -\frac{\sum_{k=i_l}^{i_{l+1}-1} a_k b_k}{\alpha_l}$$

Parametry te mogą zostać użyte do wypełnienia funkcji autokowariancji procesu 2-dMMPP  $Y^{(l)}$ . Wykorzystując zależność

$$\gamma_k^{(l)} = \text{Cov}(Y_0^{(l)}, Y_k^{(l)}) = \pi_1^{(l)} \pi_2^{(l)} |\lambda_2^{(l)} - \lambda_1^{(l)}|^2 e^{kc_l}$$

oraz wcześniejsze przekształcenia okazuje się, że

$$\alpha_l = d_l^2 \pi_1^{(l)} \pi_2^{(l)}$$

oraz

$$\beta_l = c_l$$

gdzie

$$d_l = |\lambda_2^{(l)} - \lambda_1^{(l)}|$$

i dzięki temu funkcję autokowariancji  $Y_1 + Y_2 + \dots + Y_L$  można przedstawić jako

$$\sum_{l=1}^L a_l e^{k\beta_l}, \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots$$

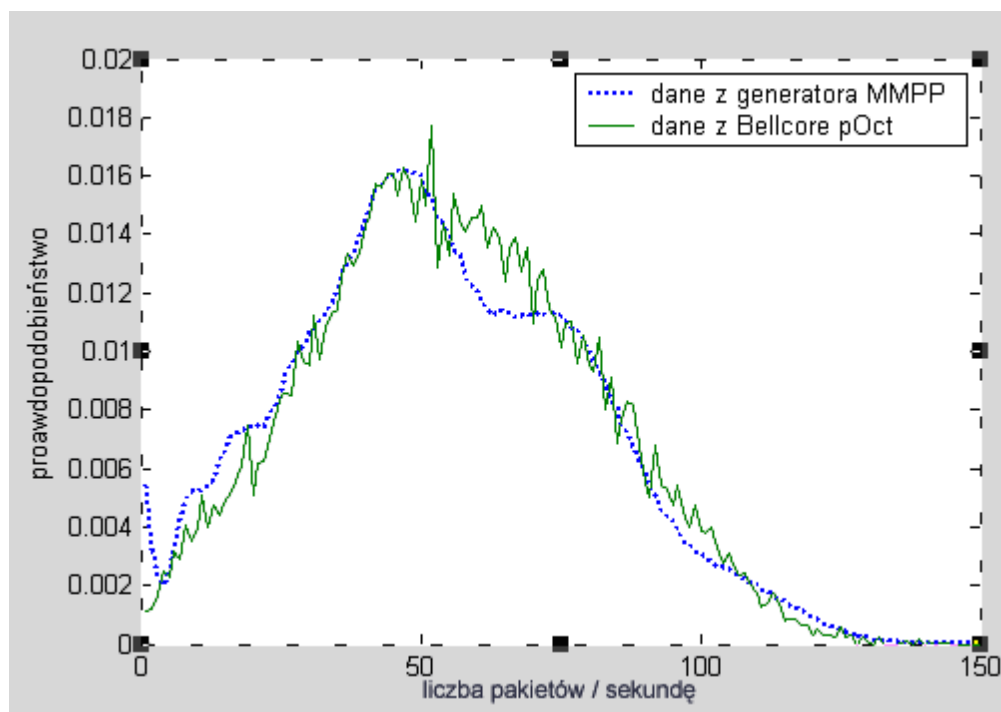
## 2. Badania symulacyjne

Po zaimplementowaniu źródła danych opisanego przez Paulo Salvadora oraz Rui Valdasa [9], do porównania zgodności generowanych danych z danymi rzeczywistymi zostały użyte szeroko znane logi pochodzące z Bellcore. Wykorzystane zostały logi o rozmiarze 1 miliona próbek pOct.TL oraz pAug.TL. Dla porównania, za pomocą generatora MMPP wygenerowano dane także o rozmiarze 1 miliona próbek. Zarówno dla danych pochodzących z generatora MMPP, jak i z Bellcore zostały sporządzone wykresy rozkładu oraz autokowariancji. Do pomiaru dopasowania powyższych rozkładów zastosowano współczynnik Theila (ang. *Inequality Coefficient*) zdefiniowany następująco:

$$IC = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}}$$

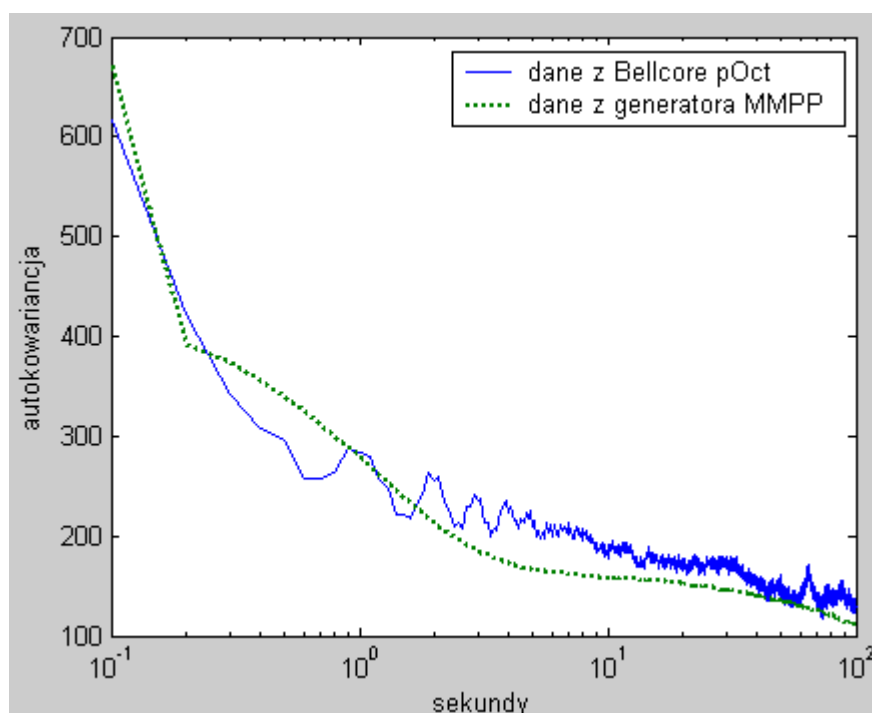
Współczynnik Theila pozwala na zweryfikowanie stopnia dopasowania szeregów czasowych. Jego wartość może się wahać w przedziale od 0 do 1, gdzie zero oznacza idealne dopasowanie szeregów.

Wyniki eksperymentów przedstawiono na wykresach poniżej.



Rys. 5. Rozkład danych z generatora MMPP oraz z Bellcore

Fig. 5. Distribution of MMPP and Bellcore data



Rys. 6. Autokowariancja danych pochodzących z generatora MMPP oraz Bellcore  
 Fig. 6. Autocovariance of MMPP and Bellcore data

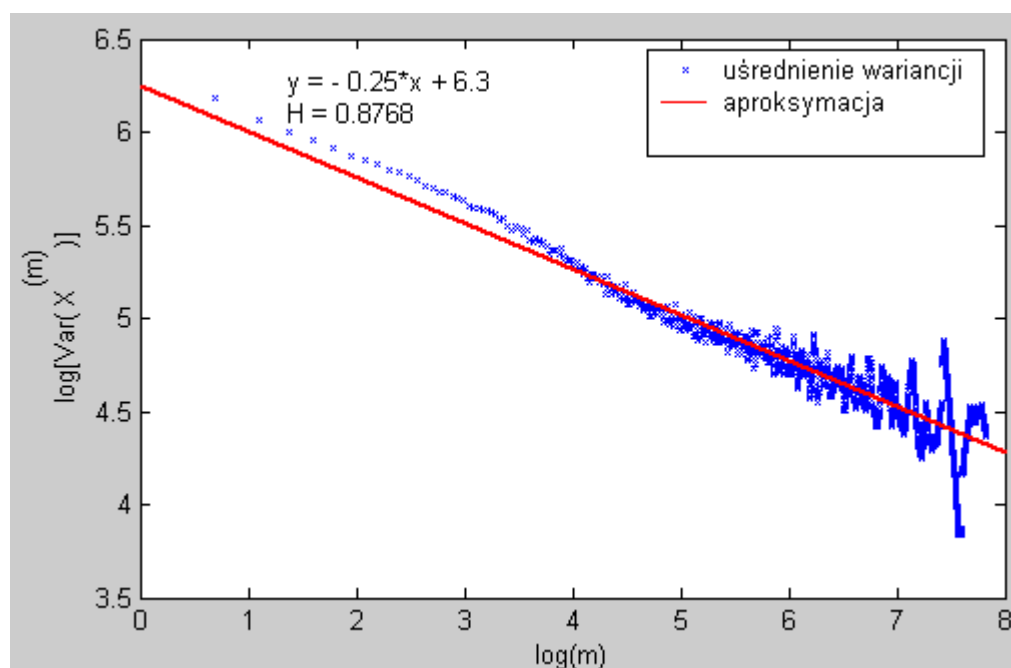
Powyższe wykresy wykazują dużą zgodność rozkładów danych pochodzących zarówno z generatora MMPP, jak i z logów zarejestrowanych w Bellcore. Potwierdzeniem tej zgodności jest obliczona wartość współczynnika Theila.

Tabela 1

Współczynnik Theila dla danych pochodzących z generatora MMPP oraz Bellcore

Dane z Bellcore	Współczynnik Theila dla	
	rozkładu	autokowariancji
pOct	0,0640	0,0747

W celu wykazania właściwości samopodobieństwa występującego w danych pochodzących z generatora MMPP został oszacowany współczynnik Hursta. Do jego szacowania wybrano metodę zagregowanej wariancji. Na podstawie otrzymanego wykresu, metodą najmniejszych kwadratów, dopasowano prostą o współczynniku kierunkowym równym  $-0,25$ . Na jej podstawie obliczono współczynnik Hursta, którego wartość wynosi  $0,8768$ , co wykazuje samopodobny charakter generowanych danych.



Rys. 7. Wartość współczynnika Hursta dla danych pochodzących z generatora MMPP  
 Fig. 7. Hurst coefficient of MMPP data

## LITERATURA

1. Czachórski T., Domańska J., Sochan A.: Samopodobny charakter natężenia ruchu w sieciach komputerowych. *Studia Informatica* Vol. 22, No. 1 (43), Gliwice 2001.
2. Czachórski T.: Modele kolejkowe w ocenie efektywności sieci i systemów komputerowych. Pracownia Komputerowa Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.
3. Willinger W., Leland W. E., Taq M. S., Wilson D.: On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Transactions on Networking*, February 1994.
4. Papier Z.: Ruch telekomunikacyjny i przeciążenia sieci pakietowych. WKŁ, Warszawa 2001.
5. Grzech A.: Sterowanie ruchem w sieciach teleinformatycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
6. Paxson V., Floyd S.: Wide area traffic: the failure of Poisson modeling. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1995.
7. Fisher W., Meier-Hellstern K: The Markov-modulated Poisson process (MMPP) cookbook. *Performance Evaluation* 18, 1992.
8. Taqqu M. S.: Statistical methods for long-range dependence. Department of Mathematics, Boston University, <http://math.bu.edu/people/murad/methods/index.html>.



9. Salvador P., Valdas R., Pacheco A.: Multiscale Fitting Procedure Using Markov Modulated Poisson Process. *Telecommunication Systems* 23:1,2, 2003.
10. Czachórski T.: Analityczne modele kolejkowe w ocenie efektywności pracy systemów i sieci komputerowych. 3 Kongres Informatyki Polskiej, Poznań, 2003.
11. Cinlar E.: *Introduction to Stochastic Processes*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1975.
12. Larson H. J., Shubert B. O.: *Probabilistic Models in Engineering Sciences – Vol. I*. New York 1979.
13. Larson H. J., Shubert B. O.: *Probabilistic Models in Engineering Sciences – Vol. II*. New York 1979.
14. Hajek B., He L.: On variations on queue response for inputs with the same mean, and autocorrelation function. *IEEE/ACM Transactions on Networking* 6(5), 1998.
15. Osborne M., Smyth G: A modified Prony algorithm for fitting sums of exponential functions. *SIAM Journal of Scientific Computing* 16, 1995.

Recenzent: Dr inż. Piotr Pecka

Wpłynęło do Redakcji 5 stycznia 2005 r.

### **Abstract**

This paper describes a new method of modeling self-similar data traffic in computer networks using Markov-Modulated Poisson Process (MMPP). The new method, on the basis of parameter fitting procedure, matches both the autocovariance and distribution of the source process. This paper also describes self similarity and a few popular method of estimating the Hurst coefficient.

Traffic management is a key problem in designing high speed networks. The goal of traffic management is to control network congestion, efficiently utilize network resources and deliver quality of services to users. Traffic models are a key element in network traffic engineering, since they enable research and development of computer networks.

### **Adres**

Robert WÓJCICKI: Politechnika Śląska, Instytut Informatyki, ul. Akademicka 16, 44-101 Gliwice, Polska, [robert.wojcicki@polsl.pl](mailto:robert.wojcicki@polsl.pl).