

Witold KRIESER  
Politechnika Śląska, Instytut Informatyki

## ALGORYTMY WYZNACZANIA STRUMIENIA OBJĘTOŚCI W PRZEPLYWOMIERZACH PRÓBKUJĄCYCH

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono przepływomierze próbkujące oraz ogólny schemat pomiaru strumienia płynu za pomocą tych przepływomierzy. Przedstawiony został algorytm wyznaczania współczynnika wzorcowania, który jest stosowany przy wyznaczaniu strumienia objętości w przepływomierzu próbkującym.

**Słowa kluczowe:** przepływomierz próbkujący, algorytm

## ALGORITHMS OF THE FLOW-RATE EVALUATING IN SAMPLING FLOWMETERS

**Summary.** In this article are show the sampling flowmeters and the general diagram of flow measurement with use of this flowmeters. In the paper are show the algorithm of derivation of the calibration coefficient, which is used in calculation the flow-rate in sampling flowmeter.

**Keywords:** sampling flowmeter, algorithm

### 1. Wprowadzenie

Pomiar strumienia objętości lub strumienia masy jest jedną z najważniejszych wielkości mierzonych w przemyśle. Ze względu na przestrzenny charakter zjawiska, trudne warunki pomiaru i różnorodność aparatury pomiarowej pomiary przepływu należą do najtrudniejszych i najbardziej rozpowszechnionych w metrologii przemysłowej [9]. Przepływomierze próbkujące stanowią grupę przepływomierzy charakteryzującą się tym, że strumień płynu w przewodzie jest obliczany na podstawie prędkości mierzonej w pewnym miejscu przekroju przepływowego [8]. Prawidłowo wykonany pomiar strumienia płynu przepływomierzem próbkującym obejmuje zagadnienia przyjęcia modelu matematycznego obiektu pomiaru, wy-

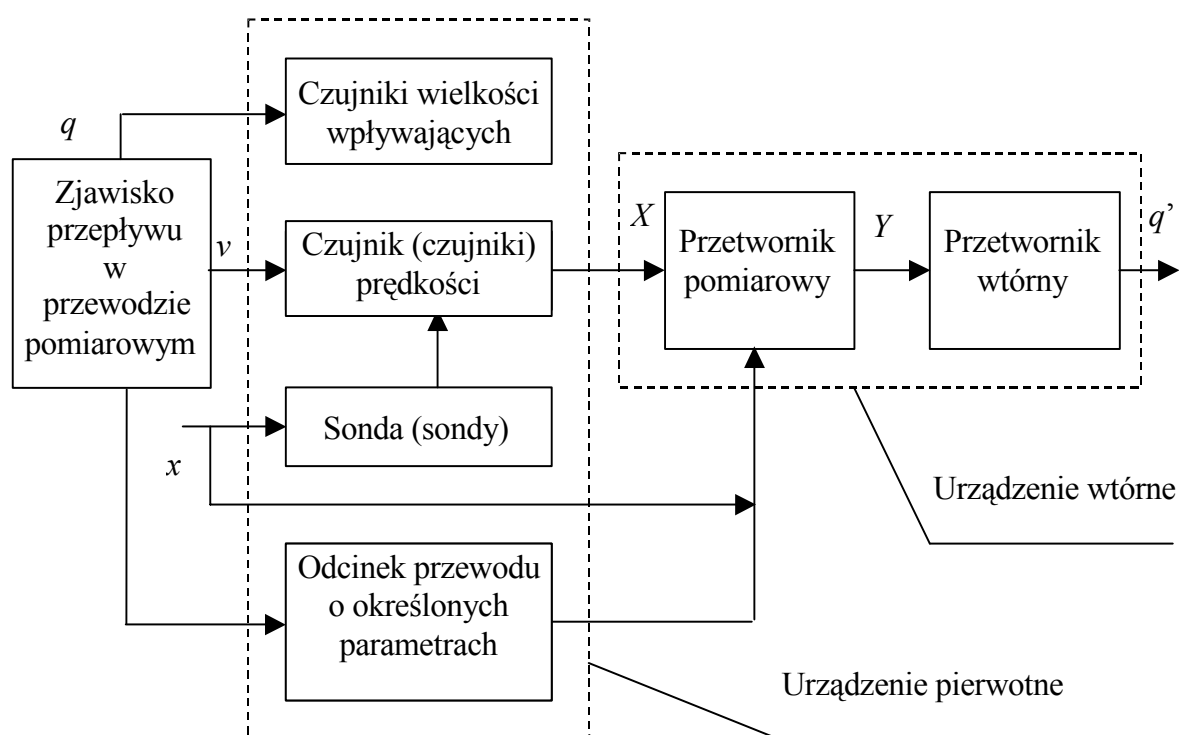
boru miejsca pomiaru prędkości, odpowiednią konfigurację urządzenia pierwotnego przepływomierza oraz konstrukcję czujników stosowanych w urządzeniach pierwotnych. Słowo algorytm jest pojęciem rzadko określanym w podręcznikach metrologii [13], tylko w [4 s. 143] zdefiniowano to pojęcie. Pojęcie to powszechnie jest używane w informatyce, a w metrologii jest stosowane do określenia algorytmu (sposobu, przepisu) obliczeniowego. Przedstawione w tym opracowaniu obliczenia dotyczą przepływomierzy próbkujących, charakteryzujących się urządzeniem pierwotnym z jednym czujnikiem powierzchniowym o kołowej powierzchni czynnej.

## 2. Budowa przepływomierzy próbkujących

Przepływomierze próbkujące umożliwiają obliczanie strumienia objętości płynu na podstawie wyniku pomiaru prędkości w pewnym miejscu (punkcie, odcinku lub określonej powierzchni) [8, 11].

Przepływomierz próbkujący składa się z urządzenia pierwotnego i urządzenia wtórnego. W skład urządzenia pierwotnego wchodzi czujnik do pomiaru prędkości lokalnej, sonda do ustalenia położenia czujnika oraz odcinek rurociągu, w którym zabudowany jest czujnik. Urządzenie pierwotne może być wyposażone w jeden czujnik lub wiele czujników. Czujnik służy do pomiaru prędkości, na podstawie której jest odtwarzana wielkość mierzona, czyli strumień objętości. Stosowanie większej liczby czujników jest wymagane, gdy chcemy uzyskać większą dokładność pomiaru strumienia objętości oraz w przypadku zniekształconych rozkładów prędkości. Oprócz czujnika do pomiaru prędkości przepływomierz może być wyposażony w czujniki do pomiaru wielkości wpływających, które charakteryzują stan medium (temperatura, ciśnienie, lepkość, gęstość). Położenie czujnika do pomiaru prędkości miejscowej ustalone jest za pomocą sondy. Parametry charakteryzujące geometrię przewodu oraz położenie czujnika ( czujników) są wprowadzane do przetwornika pomiarowego, w którym obliczana jest wartość strumienia objętości.

Urządzenie wtórne może się składać z przetwornika pomiarowego, generującego na wyjściu określony sygnał niosący informację o wartości wielkości mierzonej oraz przetwornika wtórnego zdolnego do rejestracji i wizualizacji wyników pomiaru. Schemat blokowy pomiaru przepływomierzem próbkującym przedstawiony jest na rys. 1 [13].



Rys. 1. Schemat pomiaru przepływomierzem próbkującym:  $q$  – wielkość mierzona (strumień płynu),  $q'$  – odtworzona wartość wielkości mierzonej,  $v$  – prędkość,  $x$  – położenie czujnika ustalone za pomocą sondy,  $X$  – wielkość wejściowa przetwornika pomiarowego,  $Y$  – wielkość wyjściowa przetwornika pomiarowego

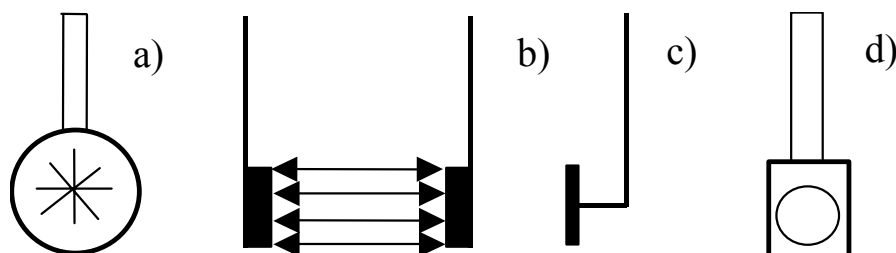
Fig. 1. Scheme of the measurement with help of sampling flowmeter:  $q$  – measurand (flow-rate),  $q'$  – reproduced value of measurand,  $v$  – velocity,  $x$  – sensor position fixed with help of the probe,  $X$  – input value of measuring transducer,  $Y$  – output value of measuring transducer

Jak widać na rysunku 1, sygnał wyjściowy z urządzenia pierwotnego nie zależy bezpośrednio od strumienia objętości płynu, lecz od prędkości w określonej powierzchni przekroju przepływowego (to znaczy w powierzchni czynnej czujnika).

### 3. Czujniki stosowane w przepływomierzach próbkujących

Przepływomierze próbkujące umożliwiają obliczanie strumienia objętości płynu na podstawie wyniku pomiaru prędkości w jednym lub w kilku miejscach przekroju przepływowego. Czujniki stosowane w tych przepływomierzach są wykonane jako powierzchniowe, punktowe lub odcinkowe [11]. Do pomiaru wielkości związanych z przepływem stosowane są różne czujniki opisywane w literaturze [1, 7]. Przepływomierz próbkujący składa się z urządzenia pierwotnego i urządzenia wtórnego. W skład urządzenia pierwotnego wchodzi czujnik do pomiaru prędkości lokalnej, sonda do ustalenia położenia czujnika oraz odcinek rurociągu, w którym zabudowany jest czujnik. Oprócz czujnika do pomiaru prędkości

przepływomierz może być wyposażony w czujniki do pomiaru wielkości wpływających, które charakteryzują stan medium (temperatura, ciśnienie, lepkość, gęstość). Jako powierzchniowe są stosowane często czujniki turbinowe [2, 12], ultradźwiękowe [9], dynamometryczne (z tarczą naporową) [8] i ostatnio elektromagnetyczne [3, 6]. Przykładowe schematy tych czujników przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Schematy czujników powierzchniowych: a) turbinowy, b) ultradźwiękowy, c) dynamometryczny, d) elektromagnetyczny

Fig. 2. Schemes of surface sensors: a) turbine, b) ultrasonic, c) target, d) electromagnetic

Do wyznaczania strumienia objętości (wartości mierzonej) wymagana jest znajomość nie tylko pola przekroju przepływowego, ale i związku między prędkością zmierzoną czujnikiem a prędkością średnią w całym przekroju przepływowym. Związek ten zależy od kształtu rozkładu prędkości, położenia czujnika i jego konstrukcji.

#### 4. Model czujnika o powierzchni czynnej kołowej

Czujnik o kołowej powierzchni czynnej jest czujnikiem częściej występującym niż czujniki o powierzchni czynnej prostokątnej. Schemat czujnika o powierzchni czynnej kołowej przedstawiony jest na rys. 3.

Aby obliczyć prędkość średnią, w powierzchni czynnej czujnika należy rozpatrzyć sytuację w powierzchni czynnej czujnika. Sytuacja taka jest przedstawiona na rys. 4.

Z twierdzenia kosinusów można wyznaczyć promień bieżący w rurociągu

$$r^2 = r_{co}^2 + r_c^2 + 2r_{co}r_c \cos(90^\circ - \varphi) \quad (1)$$

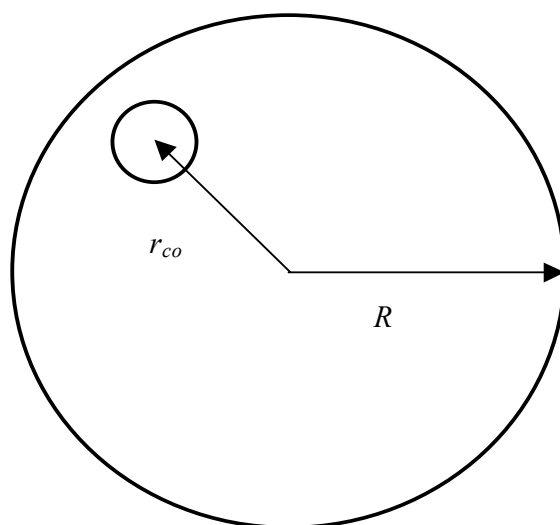
Z tego równania:

$$r = (r_{co}^2 + r_c^2 + 2r_{co}r_c \sin \varphi)^{0,5} \quad (2)$$

Średnią prędkość w powierzchni czynnej czujnika można wyliczyć z następującej całki:

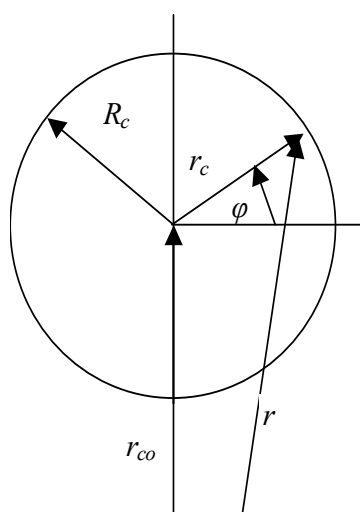
$$v_c = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} v(r) r_c dr_c d\varphi \quad (3)$$

gdzie:  $v(r)$  – rozkład prędkości.



Rys. 3. Schemat urządzenia pierwotnego przepływomierza z czujnikiem powierzchniowym o powierzchni czynnej kołowej:  $R$  – promień rurociągu,  $r_{co}$  – odległość środka czujnika od osi rurociągu

Fig. 3. Scheme of the primary device of flowmeter with superficial sensor with circle effective surface:  $R$  – radius of the pipe,  $r_{co}$  – distance from sensor centre from the axis of the pipe



Rys. 4. Schemat sytuacji w powierzchni czynnej czujnika:  $R_c$  – promień czujnika,  $r_c$  – promień bieżący w czujniku,  $r$  – promień bieżący w rurociągu,  $\varphi$  – współrzędna kątowa

Fig. 4. Scheme of situation in the effective surface of the sensor:  $R_c$  – sensor radius,  $r_c$  – current radius in the sensor,  $r$  – current radius in the pipe,  $\varphi$  – angular coordinate

Do obliczeń zastosowano model matematyczny rozkładu prędkości, uwzględniający charakter przepływu [10]:

$$v = v_m \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^m \right] \tag{4}$$

gdzie:  $v_m$  – prędkość w osi rurociągu,  $r$  – odległość punktu w przekroju przepływowym od osi rurociągu.

Na podstawie wzoru (3) otrzymuje się:

$$v_c = \frac{v_m}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} \left[ 1 - \left( \frac{(r_{co}^2 + r_c^2 + 2r_{co}r_c \sin \varphi)^{0,5}}{R} \right)^m \right] r_c dr_c d\varphi \quad (5)$$

Dla poszczególnych wartości  $m$  powyższa całka wynosi:

$m=2$

$$v_c = \frac{v_m}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} \left[ 1 - \left( \frac{(r_{co}^2 + r_c^2 + 2r_{co}r_c \sin \varphi)^{0,5}}{R} \right)^2 \right] r_c dr_c d\varphi = v_m \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{R_c}{R} \right)^2 \right] \quad (6)$$

$m=4$

$$v_c = \frac{v_m}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} \left[ 1 - \left( \frac{(r_{co}^2 + r_c^2 + 2r_{co}r_c \sin \varphi)^{0,5}}{R} \right)^4 \right] r_c dr_c d\varphi = v_m \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^4 - \frac{2r_{co}^2 R_c^2}{R^4} - \frac{1}{3} \left( \frac{R_c}{R} \right)^4 \right] \quad (7)$$

$m=8$

$$v_c = v_m \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^8 - \frac{8r_{co}^6 R_c^2}{R^8} - \frac{12r_{co}^4 R_c^4}{R^8} - \frac{4r_{co}^2 R_c^6}{R^8} - \frac{1}{5} \left( \frac{R_c}{R} \right)^8 \right] \quad (8)$$

$m=12$

$$v_c = v_m \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^{12} - \frac{18r_{co}^{10} R_c^2}{R^{12}} - \frac{75r_{co}^8 R_c^4}{R^{12}} - \frac{100r_{co}^6 R_c^6}{R^{12}} - \frac{45r_{co}^4 R_c^8}{R^{12}} - \frac{6r_{co}^2 R_c^{10}}{R^{12}} - \frac{1}{7} \left( \frac{R_c}{R} \right)^{12} \right] \quad (9)$$

Dla  $m=2$  wzór jest określony dla przepływu laminarnego (uwarstwionego). Powyższe wzory stanowią modele matematyczne czujnika powierzchniowego o promieniu powierzchni czynnej  $R_c$  dla dowolnego położenia czujnika względem osi przewodu zamkniętego. Dla położenia czujnika w osi rurociągu należy przyjąć  $r_{co} = 0$ ; wtedy wzory (6), (7), (8) i (9) się upraszczają.

## 5. Wyznaczanie strumienia objętości płynu

Dla urządzenia pierwotnego jednopowierzchniowego odtwarzanie strumienia objętości polega na pomnożeniu uzyskanej za pomocą czujnika pomiarowego prędkości  $v_c$  przez współczynnik wzorcowania. Otrzymujemy prędkość średnią po przekroju poprzecznym przewodu zamkniętego. Prędkość średnią o przekroju poprzecznym przewodu oblicza się według wzoru:

$$v_{\dot{s}r} = \frac{1}{A} \int_A v dA \quad (10)$$

Dla przepływu opisanego rozkładem prędkości według wzoru (4) prędkość średnia płynu po przekroju przepływowym wynosi:

$$v_{\dot{s}r} = \frac{v_m m}{m + 2} \quad (11)$$

Prędkość ta obliczona dla rozkładu prędkości opisanego wzorem (4) pomnożona przez pole powierzchni przekroju przepływowego  $A$  daje strumień objętości  $q_v$ .

Współczynnik wzorcowania jest zdefiniowany następująco:

$$k = \frac{v_{\dot{s}r}}{v_c} \quad (12)$$

gdzie:  $v_{\dot{s}r}$  - jest obliczana według wzoru (11),  $v_c$  - średnia prędkość płynu w powierzchni czynnej czujnika  $A_c$ , która jest obliczana według wzoru:

$$v_c = \frac{1}{A_c} \iint_{A_c} v dx dy \quad (13)$$

gdzie:  $x, y$  - współrzędne bieżące.

Na podstawie wzorów (6), (7), (8), (9) oraz (11) oblicza się ze wzoru (12) współczynnik wzorcowania:

dla  $m=2$

$$k = \frac{v_{\dot{s}r}}{v_c} = \frac{1}{2 \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{R_c}{R} \right)^2 \right]} \quad (14)$$

dla  $m=4$

$$k = \frac{v_{\dot{s}r}}{v_c} = \frac{1}{3 \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^4 - \frac{2r_{co}^2 R_c^2}{R^4} - \frac{1}{3} \left( \frac{R_c}{R} \right)^4 \right]} \quad (15)$$

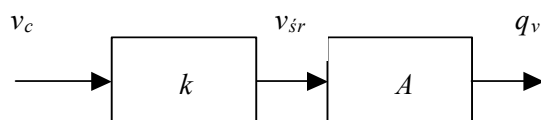
dla  $m=8$

$$k = \frac{v_{\dot{s}r}}{v_c} = \frac{1}{5 \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^8 - \frac{8r_{co}^6 R_c^2}{R^8} - \frac{12r_{co}^4 R_c^4}{R^8} - \frac{4r_{co}^2 R_c^6}{R^8} - \frac{1}{5} \left( \frac{R_c}{R} \right)^8 \right]} \quad (16)$$

dla  $m=12$

$$k = \frac{v_{\dot{s}r}}{v_c} = \frac{1}{7 \left[ 1 - \left( \frac{r_{co}}{R} \right)^{12} - \frac{18r_{co}^{10} R_c^2}{R^{12}} - \frac{75r_{co}^8 R_c^4}{R^{12}} - \frac{100r_{co}^6 R_c^6}{R^{12}} - \frac{45r_{co}^4 R_c^8}{R^{12}} - \frac{6r_{co}^2 R_c^{10}}{R^{12}} - \frac{1}{7} \left( \frac{R_c}{R} \right)^{12} \right]} \quad (17)$$

Mając wyznaczony współczynnik wzorcowania, możemy wyznaczyć strumień objętości posługując się schematycznym algorytmem pomiaru. W metrologii pojęcie algorytmu pomiaru jest głównie używane do określenia algorytmu obliczeniowego. Na rysunku 5 przedstawiono algorytm obliczeniowy wyznaczenia strumienia objętości płynu metodą próbkującą.



Rys. 5. Schemat algorytmu wyznaczania strumienia objętości płynu za pomocą przepływomierza próbkującego:  $v_c$  – średnia prędkość płynu w powierzchni czynnej czujnika,  $v_{sr}$  – średnia prędkość płynu po przekroju przepływowym,  $q_v$  – strumień objętości,  $A$  – przekrój poprzeczny rurociągu,  $k$  – współczynnik wzorcowania

Fig. 5. Scheme of algorithms of the flow-rate evaluating in sampling flowmeters:  $v_c$  – velocity value czujnika,  $v_{sr}$  – average velocity in cross-section of the steam in the pipe,  $q_v$  – volume flow-rate,  $A$  – cross-section area of the stream in the pipe,  $k$  – sensitivity factor

$$q_v = v_c k A \quad (18)$$

Jak wynika ze wzoru (18), na podstawie wyznaczonej prędkości średniej płynu w powierzchni czynnej czujnika  $v_c$  oblicza się średnią prędkość płynu po przekroju przepływowym  $v_{sr}$ . Następnie mnożąc tę prędkość przez wartość pola przepływowego, otrzymuje się strumień objętości  $q_v$  przepływającego medium. Sygnał wyjściowy z urządzenia pierwotnego nie zależy bezpośrednio od strumienia objętości płynu, lecz od prędkości w określonej powierzchni przekroju przepływowego. Do odtwarzania strumienia objętości istotna jest znajomość pola przepływowego i modelu matematycznego urządzenia pierwotnego. Model matematyczny pozwala ustalić zależność pomiędzy mierzoną prędkością a strumieniem płynu. W algorytmie wyznaczania strumienia objętości płynu metodą próbkującą istotną wartością jest współczynnik wzorcowania (wzory (14), (15), (16), (17)).

Problem ten jest bardziej złożony, ponieważ w warunkach rzeczywistych nie znamy wartości wykładnika  $m$  we wzorze (4) opisującym rozkład prędkości. Wobec tego należy zastosować iteracyjny algorytm wyznaczania aktualnej wartości współczynnika wzorcowania. Dla danych konkretnych warunków pomiaru należy ustalić zależność  $m = f(q_v)$ , i ta zależność będzie służyła do obliczania wartości wielkości mierzonej, to znaczy strumienia objętości. Powyższe problemy ze względu na złożoność zostały tylko zasugerowane, jednak w niniejszym opracowaniu nie ujęto ich.



## 6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono podstawy modelowania urządzenia pierwotnego przepływomierza próbkującego. Obiektem pomiaru jest strumień płynu charakteryzowany rozkładem prędkości. Zaprezentowano algorytm odtwarzania wielkości mierzonej, jaką jest strumień objętości. Dla uniwersalnego wzoru opisującego rozkład prędkości wyznaczono współczynniki wzorcowania. Gdy we wzorze (4) wykładnik potęgowy jest równy 2, mamy do czynienia z przepływem laminarnym, natomiast gdy  $m$  wynosi kilkanaście, wzór ten opisuje rozkład turbulentny. Obliczenia te stanowią wstęp do analizy właściwości metrologicznych przepływomierza próbkującego; można wykonać badania modelowe wpływu wielkości i położenia czujnika w przekroju przepływowym na czułość urządzenia pierwotnego, błąd wynikający z niedokładnego montażu. Dalsze badania powinny mieć na celu opracowanie algorytmów obliczeniowych dla czujników powierzchniowych o powierzchni czynnej prostokątnej.

## LITERATURA

1. Biernacki Z.: Sensory i systemy termooanemometryczne. WKiŁ, Warszawa 1998.
2. Bajkiewicz-Grabowska E., Magnuszewski A., Mikulski Z.: Hydrometria. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
3. Erb H.G.: Technika pomiarów przepływu wody i ścieków. Wydawnictwo Seidel-Przywecki, Szczecin 1999.
4. Jaworski J., Morawski R., Olędzki J.: Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu. WNT, Warszawa 1992.
5. Kabza Z.: Pomiar strumieni płynów (Przewodnik), Studia i monografie z. 90. Politechnika Opolska, Opole 1996.
6. Multi-Mag<sup>TM</sup> Model 284 Insertable Electromagnetic Averaging Flowmeter. materia<sup>3</sup> firmy Marsh-Mc Birney, Inc., USA 1997.
7. Pospolita J.: Pomiar strumieni płynów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2004.
8. Spitzer D.W.: Industrial Flow Measurement. ISA, Research Triangle Park, 1993.
9. Waluś S.: Przepływomierze ultradźwiękowe. Metodyka stosowania. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
10. Waluś S.: Algorytmy przetwarzania informacji w przepływomierzach ultradźwiękowych. Podstawowe Problemy Metrologii, Gliwice-Ustroń, 7-9.05.2001, Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Seria: Konferencje Nr 4, s. 307-318.

11. Waluś S.: Przepływomierze próbkujące. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 1999 nr 2.
12. Turbine Flowmeters. *Measurements & Control*, Issue 187, February 1998, s. 235-240.
13. Waluś S.: Optymalizacja metrologiczna pomiaru strumienia płynu za pomocą przepływomierzy próbkujących. Monografia 43, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.

Recenzent: Dr hab. inż. Janusz Pospolita, Prof. Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji 14 listopada 2005 r.

### **Abstract**

The flow-rate measurements have very important meaning in industry. The sampling flowmeters are devices, which can we use for measuring of flow-rate. The big influence on mathematical model of the flowmeter has the sensor, because in it the measuring value is converted to the signal, which can be detected by the measuring transducer. Volume flow-rate in sampling method of flow measurement is calculated as a product of velocity measured with help of the sensor, calibration coefficient and pipe cross section area.

In this article are shown the sampling flowmeters and the general diagram of flow-rate measurement with use of these flowmeters. In the paper is shown the algorithm of derivation of the velocity distribution shape coefficient, which is used in calculation of the flow-rate in sampling flowmeter. The algorithm of derivation of the flow-rate in the pipe is for estimation the value of flow-rate for laminar flow, transition flow and turbulent flow.

### **Adres**

Witold KRIESER: Politechnika Śląska, Instytut Informatyki, ul. Akademicka 16,  
44-103 Gliwice, Polska, witkries@sisco.pl