

Jacek M. CZAPLICKI
Politechnika Śląska, Gliwice

PEWNE UWAGI O APROKSYMACJI STOCHASTYCZNEJ KRZYWYCH NARASTANIA LICZBY PĘKNIĘĆ DRUTÓW LIN NOŚNYCH WYCIĄGÓW SZYBOWYCH

Streszczenie. Procesy kumulacji liczby pęknięć drutów lin nośnych wyciągów szybowych charakteryzuje właściwość dość regularnego układania się wartości empirycznych wzdłuż rosnących krzywych, przede wszystkim w początkowej fazie procesu użytkowania lin. Procesy te stały się ostatnio ponownym obiektem badań empiryczno-teoretycznych. Stale istotnym problemem jest zagadnienie jak najlepszego opisu matematycznego danych kopalnianych. Są to zagadnienia z zakresu aproksymacji stochastycznej. W pracy sformułowano zagadnienie wyboru funkcji opisującej dane empiryczne, rozważono warunki szacowania parametrów strukturalnych funkcji oraz przedyskutowano kilka przykładowych, stosowanych funkcji aproksymacyjnych.

SOME REMARKS ON THE STOCHASTIC APPROXIMATION OF THE PROCESS OF WIRE CRACKS ACCUMULATION FOR HEAD ROPES OF SHAFT HOIST

Summary. Process of wire crack accumulation running during process of exploitation of steel ropes in shaft hoists possesses property of regular arrangement along increasing curves, especially at the primary stage of rope utilization. Taking into account that these processes became again the point of consideration in research works, it is worth to consider the problem how to find the best mathematical description for mine data. The problem belongs to the stochastic approximation scope of consideration. In the paper the problem of selection of function that describe well empirical data was formulated, its mathematical conditions were taken into account and some basic functions usually applied were considered.

1. Wprowadzenie

Od kilkudziesięciu lat krzywe narastania liczby pęknięć drutów lin nośnych wyciągów szybowych były obiektem zainteresowania, analiz i materiałem źródłowym dla podejmowania

decyzji o dalszej diagnostyce liny oraz decyzji o ewentualnym wycofaniu liny z eksploatacji. Były okresy, gdy przykładano dużą wagę do informacji, jakie zawierały te krzywe (patrz np. [15]), były i takie okresy, gdy krzywe te stanowiły informację całkowicie uboczną.

Wiadomo, iż w znakomitej większości przypadków liny nośne zużywają się tylko zmęczeniowo. Dawno temu zauważono, że punkty empiryczne – skumulowana liczba pęknięć drutów liny – układają się dość regularnie wzdłuż krzywej rosnącej z czasem, przede wszystkim w początkowej fazie użytkowania liny. Z uwagi na to, że zdarzało się, iż intensywność pracy liny zmieniała się istotnie w procesie jej użytkowania, stwierdzono, że w takim przypadku pojawiają się zaburzenia w obserwowanej regularności. Stąd właściwym parametrem procesu kumulacji liczby pęknięć wydaje się być liczba wykonanych cykli pracy przez linę. Jeżeli intensywność wydobywania jest w przybliżeniu stała, parametrem tego procesu może być czas.

W historii badań procesów zużycia lin były okresy, w których przypisywano analizom tych procesów i wnioskom płynącym z ich opracowań teoretycznych bardzo duże znaczenie. W Polsce, od szeregu lat, badania krzywych narastania liczby pęknięć drutów traktowano ubocznie, przyjmując, że istotną informacją o zużyciu liny są wyniki badań magnetycznych. Dotychczasowe narzędzia matematyczne opisujące rzeczony procesy z punktu widzenia teoretycznego uznano za zadowalające i wystarczające. Przekonać się o tym można, studiując literaturę przedmiotową z tego zakresu. Takie podejście okazało się błędne w świetle badań [2 – 8], jakie zostały podjęte w Zespole Transportu Instytutu Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej. Wykryto szereg nowych prawidłowości w obserwowanych procesach zmęczeniowego zużycia lin, dokonano krytycznej oceny opisów dotychczas stosowanych, zaproponowano nowe narzędzia matematycznej analizy. Mało tego, biorąc pod uwagę rezultaty analiz teoretycznych [7], badania procesu zmęczeniowego lin mogą pozwolić na oszacowanie niezawodności tych ciągów w czasie ich eksploatacji. Umożliwia to wskazanie momentu, w którym linę należy odłożyć bądź zmienić jej diagnostykę na częstszą i bardziej wnikliwą [7, 8].

Zagadnieniem, które czeka na kompleksowe opracowanie, jest zagadnienie matematycznego opisu danych empirycznych – procesów narastania liczby pęknięć drutów liny. Problemem bardzo istotnym jest: jaką funkcję teoretyczną zastosować, która dobrze opisywałaby dane doświadczalne?

Celem niniejszej pracy jest (bez pretendowania do całościowego opracowania tej kwestii) zaprezentowanie pewnych rezultatów badań empiryczno-teoretycznych nad zagadnieniem

właściwego doboru funkcji aproksymacyjnej dla danych kopalnianych, a więc problemem wchodzącym w zakres aproksymacji stochastycznej.

2. Aproksymacja stochastyczna

Aproksymacja stochastyczna bywa rozmaicie definiowana (patrz np. [1, 11, 12, 14]), choć porównując ze sobą te definicje, można zauważyć, że nie różnią się one diametralnie między sobą. Wydaje się, że kwintesencją będzie stwierdzenie, iż aproksymacja, w sensie matematycznym, to zastąpienie jednych wielkości, np. danych empirycznych, przez inne, przybliżone, prostsze i łatwiejsze do badania i aplikacji.

Dane, o których mowa w niniejszej pracy, mają charakter losowy. Stąd adekwatnym działem matematyki dla opisu tych danych jest aproksymacja stochastyczna. Część badaczy uważa, że jest to samodzielny dział matematyki. Ostatnio część badaczy uważa (np. [1, 11]), że aproksymacja stochastyczna to zagadnienie z zakresu metod stochastycznej optymalizacji. W literaturze światowej jedną z pierwszych prac o aproksymacji stochastycznej była publikacja [17], natomiast w Polsce pierwszą znaczącą pracą z tego zakresu była monografia [12].

Warto już na początku niniejszych rozważań zdać sobie sprawę z faktu, że teoria aproksymacji stochastycznej i teoria estymacji statystycznej mają ze sobą wiele wspólnego. Teoria aproksymacji stochastycznej ma w swojej procedurze elementy teorii estymacji. Tak jak w teorii estymacji do oszacowania nieznanego parametru rozkładu zmiennej losowej można użyć dowolnej funkcji wyników z próby, tak i funkcją aproksymującą dane empiryczne, tzw. aproksymantą [12], może być dowolna funkcja, implikowana przez ten parametr. Punktem ciężkości w tych rozważaniach jest, by funkcja aproksymująca i estymator czyniły to *dobrze*. W teorii estymacji mówi się, że funkcja szacująca musi posiadać szereg właściwości, by można było uznać, że będzie dawała *dobre* oceny nieznanego parametru. W teorii aproksymacji jest podobnie, choć wymagania są dużo większe, bo problem jest bardziej skomplikowany. Z chwilą gdy do oszacowania danego parametru zdecydujemy się na zastosowanie określonego estymatora, to prawie zawsze znamy jego właściwości, lub też te właściwości można zbadać.

W przypadku aproksymacji powinniśmy zwrócić uwagę na dwa zagadnienia. Po pierwsze, jakie warunki muszą być spełnione, by móc zastosować daną metodę szacowania parametrów strukturalnych funkcji aproksymującej. Po drugie, musimy dokonać oceny

dobroci dopasowania funkcji do danych empirycznych. Ze wszech miar wskazana jest analiza reszt – analiza *niezgodności* danych teoretycznych z danymi empirycznymi. Dobrze jest ponadto widzieć całość jako pewien proces losowy realizujący się zgodnie z przyjętym parametrem procesu. I jeszcze jedna kwestia. Dokonując wyboru funkcji aproksymującej dane empiryczne, musimy mieć na uwadze, do czego ma ona służyć. Należy mieć jasno sformułowany cel dokonywanej aproksymacji. Możemy np. dokonać wyboru jednej funkcji, gdy będziemy chcieli, aby ona *dobrze* opisywała trend zawarty w danych empirycznych, a innej funkcji, gdy będziemy chcieli za jej pomocą dokonać prognozowania przyszłych wartości realizującego się procesu w konkretnych realiach eksploatacyjnych.

3. Stosowane aproksymanty

Przyjrzyjmy się, z jakimi funkcjami empirycznymi możemy mieć do czynienia. Jastrzębski w swojej pracy [13] podaje następujące wykresy narastania liczby pęknięć drutów lin $d = 60$ mm pracujących w tym samym szybie kopalnianym – rys. 1.

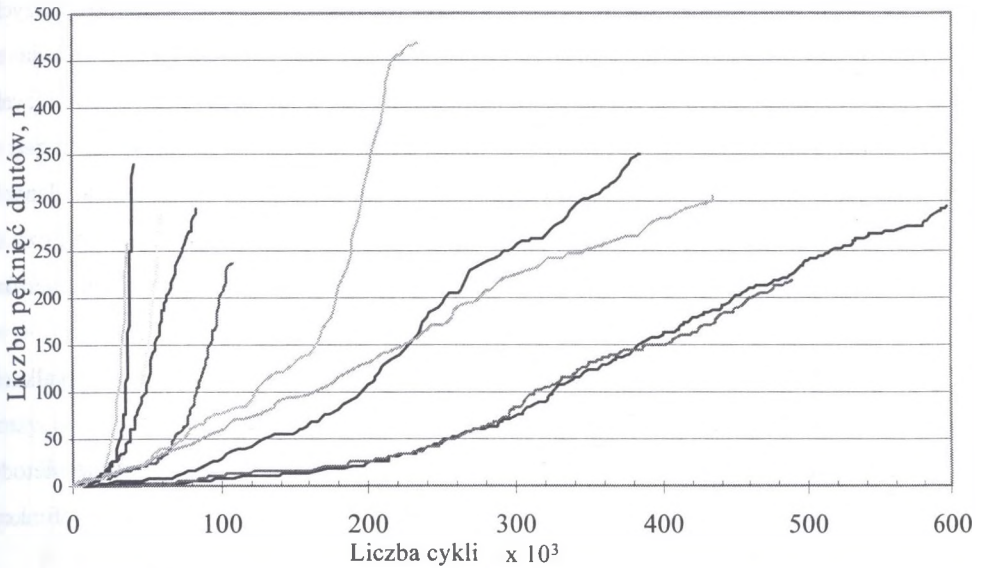
Jak widać, realizacje krzywych zużycia mogą mieć bardzo różny przebieg i charakteryzować się dużym rozrzutem.

J. Kowalczyk pięćdziesiąt lat temu zaproponował [14], by funkcją opisującą dane empiryczne była krzywa potęgowa. Przyjmijmy, zgodnie z wymogami teorii aproksymacji stochastycznej, iż jest ona opisana wzorem¹:

$$N(v) = av^g c^\zeta, \quad (1)$$

gdzie $N(v)$ jest sumaryczną liczbą pęknięć drutów liny, a , g to parametry strukturalne funkcji, v jest liczbą wykonanych cykli pracy przez linę, c jest stałą zależną od przyjętego logarytmu w procesie linearyzacji, a ζ jest składnikiem losowym.

¹ W czasie gdy była realizowana praca [14], teoria aproksymacji dopiero raczkowała. Stąd w oryginale funkcja (1) nie miała składnika losowego w swej strukturze.



Rys. 1. Wykresy narastania liczby pęknięć drutów lin $d = 60$ mm w zależności od liczby wykonanych cykli pracy dla tego samego szybu kopalnianego

Fig. 1. Relationships between number of rope work cycles executed and number of cracks of wires for rope of 60 mm of diameter for the same shaft

Zauważmy na wstępie, że powyższa funkcja nie ma sensu fizycznego. Została ona przyjęta, by opisywać dane empiryczne z tej racji, gdyż w wielu przypadkach dawała dobry opis skumulowanej liczby pęknięć drutów w zależności od czasu bądź liczby wykonanych cykli pracy. Dotyczyło to przede wszystkim początkowego etapu zużywania się lin.

Dla znalezienia oszacowań nieznanymi wartościami parametrów tej funkcji, na podstawie danych empirycznych, dokonuje się linearyzacji funkcji (1). Logarytmując obustronnie powyższe równanie, otrzymuje się równanie prostej, której parametry strukturalne szacuje się klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. I tu pojawiają się warunki, jakie muszą być spełnione, aby otrzymywane oceny parametrów uznać za *dobre*. Równanie prostej jest klasycznym modelem regresji liniowej, który powinien się charakteryzować spełnieniem następujących założeń [9, 10]:

- (a) składnik losowy ma wartość oczekiwaną równą zeru,
- (b) wariancja składnika losowego jest stała,
- (c) składnik losowy nie wykazuje autokorelacji.

Na ogół przyjmuje się dodatkowo, że realizacja składnika losowego to realizacja klasycznego procesu gaussowskiego o wartości oczekiwanej równej zeru i skończonej wariancji. Wtedy mówimy o klasycznym modelu normalnej regresji liniowej (patrz np. [10]).

Przez blisko pół wieku nikt nie podjął badań weryfikujących spełnienie powyższych założeń, stosując model (1) dla opisu kumulacji liczby pęknięć drutów lin. Sytuacja ta wynikała z dwóch powodów. Z jednej strony, było to niewątpliwie niedopatrzenie parających się tymi zagadnieniami (do których autor niniejszej pracy się również zalicza), z drugiej – ogólne mierniki dobroci dopasowania informowały o na ogół poprawnym opisie danych empirycznych, zwłaszcza dla okresu początkowego zużywania się lin. Nikt nie badał, czy ta *dobroć* zmienia się z czasem pracy liny bądź ile wynosi błąd oszacowania parametrów strukturalnych w przypadku autokorelacji składnika losowego².

Jak wykazały badania, których wyniki zaprezentowano w pracy [3], w wielu przypadkach żaden z powyższych warunków nie był spełniony!

Niespełnienie warunku (a) wynika z samej konstrukcji procedury. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów zapewnia minimum sumy kwadratów odchyłeń funkcji zlinearyzowanych, a nie funkcji pierwotnych. Popełniany błąd jest na ogół nieduży.

Badania dotrzymania warunków (b) i (c) wykazały [2], że w prawie 70% przypadków ciągi reszt, będące realizacjami składników losowych, wykazywały istnienie autokorelacji i wariancja składnika losowego nie była stała w czasie; była ona zawsze rosnąca,

Inną funkcją, która może *dobrze* opisywać dane empiryczne, a w wielu przypadkach *dobroć* opisu jest lepsza aniżeli w przypadku aplikacji funkcji potęgowej, jest funkcja postaci:

$$n(v) = \alpha \exp(\beta v^2 + \gamma v + \xi), \quad (2)$$

gdzie α , β , γ to parametry strukturalne tej funkcji, a ξ jest składnikiem losowym, gdyż posiada ona trzy parametry strukturalne, a nie dwa, jak funkcja potęgowa.

W przypadku estymacji parametrów tej funkcji sytuacja jest podobna do poprzedniej. Funkcję linearyzuje się poprzez logarytmowanie obu stron równania. Obowiązują zatem takie same warunki wstępne, a zastosowana metoda najmniejszych kwadratów dla oszacowania nieznanymi wartości parametrów strukturalnych modelu zapewnia minimum kwadratów odchyłeń funkcji zlinearyzowanej, a nie pierwotnej. Badając właściwości ciągów reszt (odchyłeń wartości teoretycznych od empirycznych), stwierdzano autokorelację ciągów tych reszt w bardzo wielu przypadkach, a wariancja składnika losowego rosła na ogół wraz z liczbą wykonanych cykli pracy liny.

² Jak wykazały badania (patrz np. [10 str. 312]), błąd estymacji parametrów strukturalnych w takim przypadku może być znaczny, sięgający niekiedy kilkudziesięciu procent.

Dwie istotne prawidłowości są związane z aplikacją funkcji (2) do zagadnień związanych z analizą i prognozowaniem procesów zużycia lin. Pierwsza prawidłowość, korzystna, to ta, że funkcja ta w porównaniu do funkcji potęgowej okazuje się często lepsza w opisie analitycznym danych empirycznych. Druga, niekorzystna, to fakt, iż posiada ona inne właściwości aniżeli funkcja potęgowa i bywają takie przypadki, że posługiwanie się tą funkcją w zagadnieniach predykcyjnych okazuje się nietrafione (patrz np.[8]). Przykłady zastosowań tej funkcji w odniesieniu do analizy procesów zużycia lin można znaleźć w pracach [6,7].

Jeszcze jedna funkcja aproksymująca może mieć zastosowanie w analizach procesów zużycia lin kopalnianych.

W trakcie badań procesów kumulacji liczby pęknięć drutów lin odnotowano następujące dane empiryczne – rys. 2, linia przerywana.

Podjęto badanie znalezienia *dobrej* funkcji aproksymującej dane empiryczne. Wypróbowano trzy funkcje: potęgową, wykładniczą i liniową. Okazało się, że spośród tych funkcji najlepiej do opisu nadawała się funkcja liniowa; najlepiej w sensie najmniejszego przeciętnego odchylenia danych teoretycznych od danych empirycznych. Dokonano badania ciągów reszt funkcji potęgowej, wykładniczej i liniowej pod względem ewentualnego istnienia autokorelacji. We wszystkich przypadkach testy statystyczne dały podstawy do odrzucenia hipotezy głoszącej brak autokorelacji. Istotne okazały się autokorelacje co najmniej rzędu pierwszego, drugiego i trzeciego. W takim przypadku zdecydowano się – dla *dobrego* opisu danych empirycznych – na zastosowanie funkcji zmodyfikowanej autoregresji zgodnie z propozycją zawartą w pracy [5]:

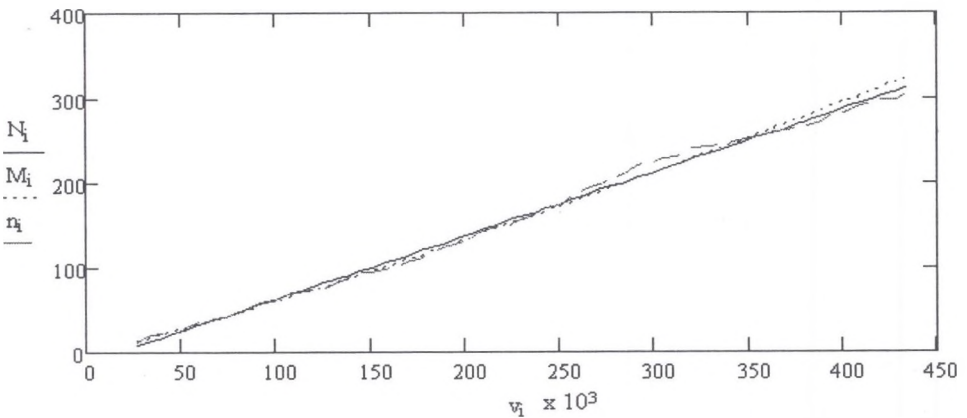
$$Q_i = \alpha n_{i-1} + \beta n_{i-2} + \gamma t + \chi \quad (3)$$

gdzie: Q_i – skumulowana liczba pęknięć drutów liny w i -tym momencie,

n_{i-1}, n_{i-2} – skumulowana liczba pęknięć drutów liny w $(i-1)$ i $(i-2)$ momencie,

α, β, γ – parametry strukturalne funkcji,

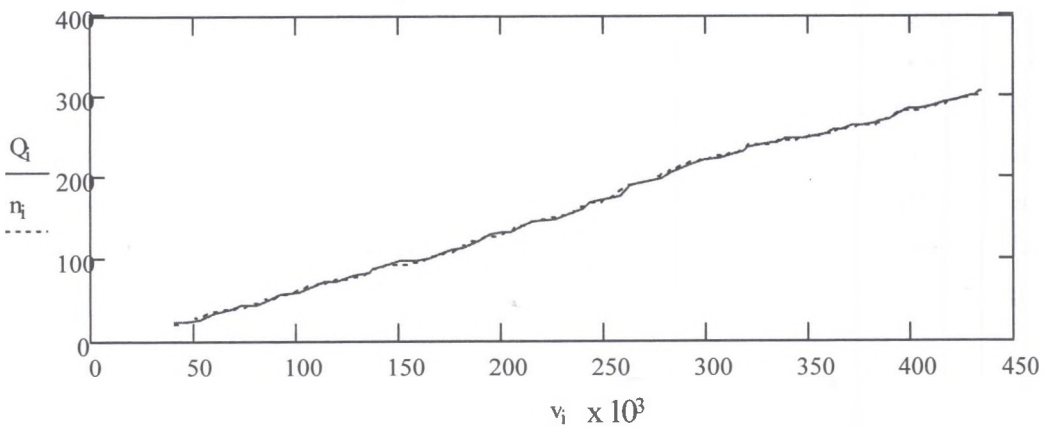
χ – składnik losowy.



Rys. 2. Wykres narastania liczby pęknięć drutów liny w funkcji liczby wykonanych cykli pracy: n_i (dane empiryczne - linia przerywana), funkcja potęgowa M_i (linia kropkowana) i funkcja liniowa N_i (linia ciągła)

Fig. 2. Diagram of wire cracks accumulation as a function of number of rope work cycles executed: n_i – empirical data, M_i – power function, dotted line, N_i – linear function, continuous line

Rysunek 3 przedstawia dane empiryczne i funkcję aproksymacyjną (3).

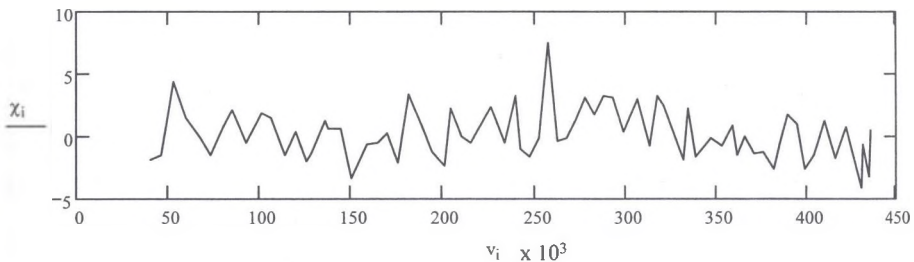


Rys. 3. Wykres narastania liczby pęknięć drutów liny w zależności od liczby v_i wykonanych cykli pracy: n_i (dane empiryczne - linia przerywana), zmodyfikowana funkcja autoregresji Q_i

Fig. 3. Relationship between number of rope work cycles executed and number of cracks of wires: n_i – empirical data, Q_i – modified autoregression function

Funkcja (3) najlepiej opisuje dane empiryczne – wartości mierników dopasowania funkcji są korzystniejsze aniżeli w przypadkach zastosowania trzech poprzednio wymienionych funkcji. I co najważniejsze, ciąg reszt dla tej funkcji aproksymującej (rys. 4) – jest bez autokorelacji, wariancja reszt stała w czasie.

Warto jednakże zauważyć, że w pewnych przypadkach funkcja autoregresji nie nadaje się do zastosowania w dalszym badaniu. Jest tak np. gdy chcemy znaleźć funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej – liczby wykonanych cykli pracy do momentu osiągnięcia przez linię granicznego zużycia. W takim przypadku trzeba wrócić do funkcji liniowej. Należy jednakże mieć świadomość istnienia takich prawidłowości jak autokorelacja ciągu reszt i rosnąca wraz liczbą wykonanych cykli pracy wariancja reszt. W przypadku jakiegokolwiek wnioskowania na podstawie funkcji o takich właściwościach ciągu swoich reszt powinno to być uwzględnione. Będzie o tym traktował następny punkt niniejszej pracy.



Rys. 4. Wykres reszt pomiędzy danymi empirycznymi a danymi teoretycznymi określonymi zmodyfikowaną funkcją autoregresji

Fig. 4. Diagram of residuals between empirical and theoretical data described by modified autoregression function

4. Funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa sumarycznej liczby wykonanych cykli pracy w momencie odłożenia liny

W pracach [7, 8] zaprezentowana została procedura postępowania dla uzyskania oceny niezawodności liny będącej w eksploatacji. Integralną częścią tej procedury jest przejście z sumarycznej liczby pęknięć drutów liny w danym momencie do wyznaczenia funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa sumarycznej liczby wykonanych cykli pracy liny w momencie osiągnięcia przez nią granicznego zużycia. I tu właśnie jest zapotrzebowanie na funkcję trendu w procesie kumulacji liczby pęknięć drutów. W cytowanych pracach wzięte pod uwagę były dwie funkcje: funkcja wykładnicza i funkcja potęgowa. W rozważaniach niniejszej pracy pojawiła się funkcja liniowa. Warto przeszedź cytowaną procedurę w przypadku takiej właśnie funkcji aproksymacyjnej trendu.

Pamiętając o tym, że sumaryczna liczba pęknięć drutów liny w momencie jej odłożenia ma rozkład w przybliżeniu normalny, co dowiódł Kopociński [14], możemy przejść do

sumarycznej liczby wykonanych cykli pracy przez linię, przyjmując odpowiednią funkcję trendu procesu; w naszym przypadku funkcja ta wyraża się wzorem:

$$n(v) = av + b + \chi_v, \quad (4)$$

gdzie a , b to parametry strukturalne funkcji, a χ_v jest składnikiem losowym.

Dokonując zamiany wartości granicznych, otrzymujemy następujące zależności na minimalną i maksymalną liczbę cykli:

$$v_{\min} = \frac{n_{\min} - b}{a}, \quad v_{\max} = \frac{n_{\max} - b}{a}. \quad (5)$$

Korzystając ze znanych reguł wyznaczania funkcji zmiennych losowych (patrz np. [16] str. 139-140), otrzymujemy następującą postać funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa sumarycznej liczby wykonanych cykli pracy do momentu osiągnięcia przez linię granicznego zużycia:

$$h(v) = \frac{1}{a\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left(\frac{v-b}{a} - n_{sr}\right)^2\right], \quad (6)$$

gdzie: n_{sr} , σ – odpowiednio: wartość średnia i odchylenie standardowe w rozkładzie normalnym (por. [7]).

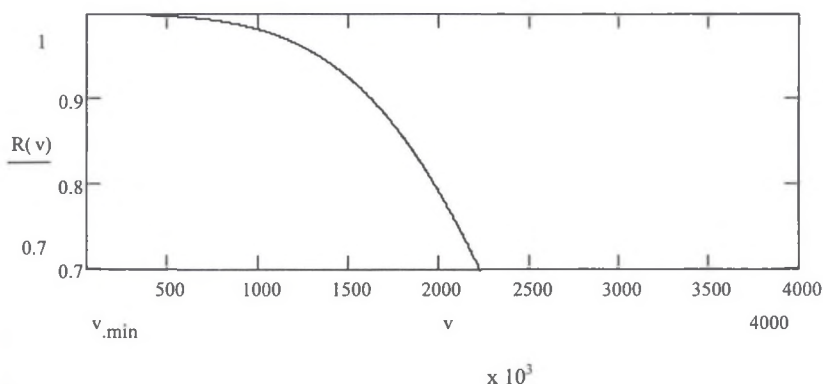
Znalezienie funkcji przeżycia w analizowanym przypadku nie stanowi już problemu. Przykładowo, dla danych właściwych omawianej linii otrzymano następujące oszacowania parametrów:

$$\bar{a} = 0,747, \quad \bar{b} = -13,424, \quad n_{\min} = 24, \quad n_{\max} = 7084, \quad n_{sr} = 3554, \quad \sigma = 1066.$$

Mając na uwadze, że zależność pomiędzy funkcją gęstości zmiennej losowej a odpowiadającą jej funkcją przeżycia jest postaci:

$$R(v) = 1 - \int_{v_{\min}}^v h(v) dv$$

możemy znaleźć przebieg funkcji przeżycia linii. Jest ona przedstawiona na rysunku 5.



Rys. 5. Wykres funkcji przeżycia dla linii o liniowej funkcji trendu w procesie narastania liczby pęknięć drutów
 Fig. 5. Survival function for rope of linear function describing wire cracks accumulation

Spróbujmy teraz zbadać wpływ wykrytych prawidłowości w danych przebiegu procesu zużycia linii.

Wiemy, że składnik losowy wykazuje autokorelację i jego rozrzut rośnie z czasem. Łatwo zauważyć, że autokorelacja ma wpływ na bieżące kształtowanie się wartości zmiennej. Jest stochastycznym *mechanizmem*, który uwzględnia na bieżąco odchylenia wartości zmiennej od trendu procesu. Wydaje się więc, że jej wpływ na kształtowanie się np. funkcji przeżycia będzie niewielki, zwłaszcza gdy weźmie się pod uwagę fakt, że ocena – po ilu tysiącach cykli można uznać, że spadek wartości funkcji przeżycia jest już na tyle istotny, iż należy linię odłożyć bądź zmienić jej diagnostykę na częstszą i bardziej wnikliwą – jest częściowo arbitralna. Skupmy się więc na fakcie wzrostu rozrzutu wartości rzeczywistych względem wartości funkcji trendu. Ponieważ funkcja trendu jest liniowa, możemy założyć, że składnik losowy modelu (4) to proces gaussowski o wartości oczekiwanej równej zeru i wariancji opisanej funkcją rosnącą wraz z narastającą liczbą wykonanych cykli pracy linii. Przyjmijmy, że odchylenie standardowe rośnie liniowo z czasem. Możemy więc scharakteryzować zmienną losową χ następująco:

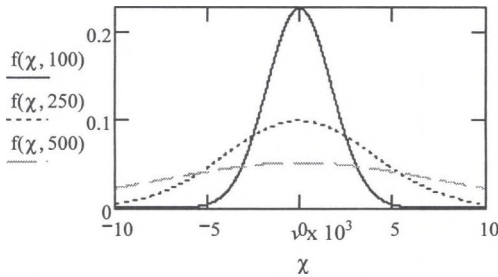
$$\chi: N(0, \sigma_v); \quad \sigma_v = \theta_1 v + \theta_0. \quad (7)$$

Zauważmy, że parametr θ_0 jest wartością stałą, jak gdyby odchyleniem standardowym początkowym, natomiast drugi składnik sumy to odchylenie wzrostu; jego znaczenie rośnie wraz ze wzrostem wykonanych cykli pracy przez linię. To on powoduje, że dokładność oszacowania uzyskiwanego z funkcji trendu maleje. Zauważmy, że funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej χ jest w tym ujęciu funkcją dwóch zmiennych i jej

obraz dla zmieniającej się liczby cykli pracy ν jest przedstawiony dla analizowanej liny na rys. 6.

Jednakże, jak wykazały badania w rozważanym przez nas przypadku, dokładność oszacowania sumarycznej liczby pęknięć drutów pogarsza się wraz z wykonaną liczbą cykli pracy w relatywnie niedużym stopniu, w porównaniu z wartością przeciętną. Stąd obraz funkcji przeżycia $R(\nu)$ – rys. 5 – po uwzględnieniu rosnącej wariancji pozostaje prawie bez zmian.

Warto jeszcze raz odnotować fakt, iż ocena, jaką liczbę wykonanych cykli pracy uznać za taką, która wskazuje na rozważenie odłożenia liny bądź zmiany jej diagnostyki, jest częściowo arbitralna. A zatem w rozważanym przez nas przypadku wzrastająca wariancja procesu składnika losowego nie ma znaczącego wpływu na przebieg funkcji niezawodności liny przedstawionej na rys. 5.



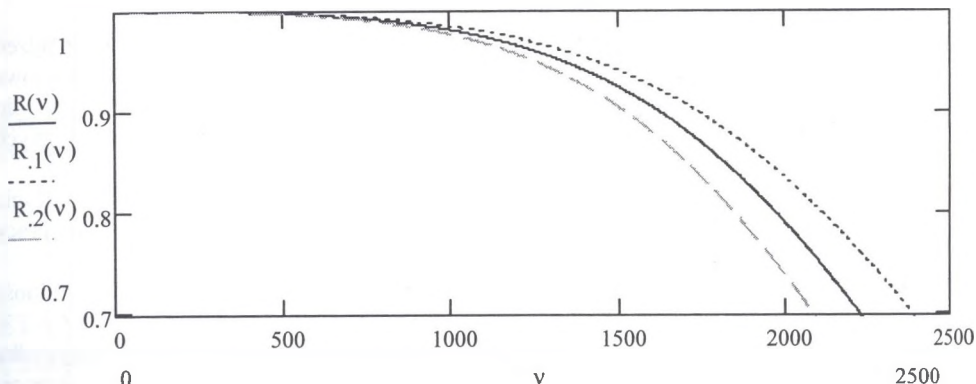
Rys. 6. Funkcje gęstości $f(\chi, \nu)$ rozkładu prawdopodobieństwa składnika losowego χ dla różnych wartości sumarycznej liczby wykonanych cykli pracy liny ν

Fig. 6. Probability density function $f(\chi, \nu)$ of random component χ for different number of executed work cycles by rope

Ostatnim problemem, który warto rozpatrzyć, jest zagadnienie zmian obrazu funkcji przeżycia w przypadku niedużych zmian w wartościach oszacowań parametrów strukturalnych tej funkcji. Wiadomo, że z powodu istnienia autokorelacji składnika losowego i wzrostu jego rozrzutu wraz ze wzrostem liczby wykonanych cykli pracy liny uzyskane oszacowania parametrów należy traktować z dużą ostrożnością.

Zbadajmy więc, jak będzie się zmieniać przebieg interesującej nas funkcji przeżycia w przypadku niewielkich, kilkuprocentowych tylko zmian w wartościach uzyskanych ocen parametrów. Rys. 7 przedstawia trzy przykładowe przebiegi funkcji $R(\nu)$ dla takich zmian, przyjmując następujące pary $\langle a, b \rangle$:

$$\langle 0,7; -13 \rangle \quad \langle 0,747; -13,424 \rangle \quad \langle 0,8; -14 \rangle.$$



Rys. 7. Wykresy funkcji przeżycia dla liny o liniowej funkcji trendu w procesie narastania liczby pęknięć drutów dla niewielkich zmian w wartościach parametrów strukturalnych funkcji trendu

Fig. 7. Diagrams of survival functions for rope of linear function describing wire crack accumulation for small changes in structural function parameters

Wniosek, który można sformułować po analizie rys. 7, to taki, że bardzo niewielkie zmiany w wartościach ocen parametrów strukturalnych funkcji trendu wpływają na znaczne zmiany w przebiegu funkcji przeżycia liny. Należy zatem położyć szczególny nacisk na uzyskanie jak najlepszych ocen parametrów strukturalnych. Liczne i rzetelne dane będą tu miały zasadnicze znaczenie. Ponadto, w przypadku gdy wiadomo, że proces narastania liczby pęknięć drutów ma – dla wyspecyfikowanej funkcji trendu – składową losową z autokorelacją i rosnącą dyspersją, trzeba bardziej ostrożnie dokonywać analizy funkcji przeżycia, skłaniając się ku ocenie pesymistycznej, a to oznacza – bardziej bezpiecznej. Patrząc na rys., wydaje się, iż można zaproponować zmianę diagnostyki już od 1000×10^3 cykli pracy liny.

LITERATURA

1. Benaim M.: A dynamical system approach to stochastic approximation. *SIAM J. of Control and Optimization* 34, 437-472. 1996.
2. Czaplicki J. M.: Random component autocorrelation in the process of cumulating wire breaks in hoisting ropes. Politechnika Śląska, Konferencja: „Górnictwo 2000”, 1999, str. 71-77.
3. Czaplicki J. M.: Investigation of the random component autocorrelation in the process of cumulating wire breaks in hoisting ropes. III Konferencja: *Energooszczędne i Niezawodne Maszyny Górnicze. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. z. 246*, Gliwice 2000, str. 123-131.

4. Czaplicki J. M.: Nowy opis analityczny krzywej narastania liczby pęknięć drutów kopalnianych lin nośnych. *Przegląd Górniczy* 5, 2006, str. 25-28.
5. Czaplicki J. M.: Opis funkcji narastania liczby pęknięć drutów lin nośnych urządzeń wyciągowych przy pomocy zmodyfikowanej funkcji autoregresji. X Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Jakość, niezawodność oraz bezpieczeństwo lin i urządzeń transportu linowego – 60 lat rozwoju polskiej metody badań magnetycznych lin stalowych”. Kraków 25-26 września 2006, str. 69-84.
6. Czaplicki J. M.: O właściwościach, formach opisu i prognozowaniu procesu zużycia zmęczeniowego liny nośnej. II Międzynarodowa Konferencja „Bezpieczeństwo pracy urządzeń transportowych w górnictwie”. Ustroń 8-10 listopada 2006, str. 137-144.
7. Czaplicki J. M.: Model zużycia zmęczeniowego liny nośnej wyciągu i jej niezawodność w przypadku procesu zużycia I rodzaju. *Przegląd Górniczy*, 4, 2007, str. 44-49.
8. Czaplicki J. M.: Niezawodność warunkowa liny nośnej wyciągu szybowego w przypadku procesu zużycia II rodzaju. Referat zgłoszony na 4. Międzynarodową Konferencję „Transport Szybowy 2007”. Szczyrk, 17-19 września 2007.
9. Draper N. R., Smith H.: *Analiza regresji stosowana*. PWN, Warszawa 1973.
10. Goldberger A. S.: *Teoria ekonometrii*. PWE, Warszawa 1972.
11. <http://mathworld.wolfram.com/StochasticApproximation.html>
12. Hellwig Z.: *Aproksymacja stochastyczna*. PWE, Warszawa 1965.
13. Jastrzębski M.: *Analiza pracy oraz ocena doboru lin nośnych w jednolinowych górniczych wyciągach szybowych zaliczanych do I kategorii wydobywania w KWK „Jaworzno”*. Praca dyplomowa inżynierska. Instytut Mechanizacji Górnictwa, Gliwice 1999.
14. Kopociński B., Czaplicki J. M.: Problem niezawodności liny. Referat wygłoszony na seminarium Instytutu Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego 4.01.2007.
15. Kowalczyk J.: *Wskaźnik zmęczenia kopalnianych lin wyciągowych*. Komunikat GIG nr 187, 1957.
16. Papoulis A.: *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*. WNT, Warszawa 1972.
17. Robbins H., Munro S.: A Stochastic Approximation Method. *Ann. Math. Stat.* 22, 1951. str. 400-407.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Walery Szuścik