

Przemysław GRZESICA, Antoni SKOĆ  
Politechnika Śląska, Gliwice

## WPLYW OBCIĄŻENIA ZEWNĘTRZNEGO I WEWNĘTRZNEGO PRZEKŁADNI NA MIĘDZYZĘBNE SIŁY DYNAMICZNE W ASPEKTCIE ZMNIEJSZANIA ZASOBU TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ZĘBÓW

**Streszczenie.** W procesie projektowania z uwagi na brak dostatecznych i uporządkowanych informacji o przebiegach obciążenia roboczego dla maszyn pracujących w określonych warunkach, w obliczeniach wytrzymałościowych kół zębatach wg normy międzynarodowej ISO 6336 przyjmuje się metody przybliżone, polegające na zwiększeniu obciążenia nominalnego poprzez wprowadzenie odpowiednich współczynników, z których ze względu na dynamikę przekładni najistotniejszymi są współczynnik zastosowania  $K_A$  i współczynnik dynamiczny  $K_V$ . W takim ujęciu obciążenie obliczeniowe jest iloczynem obciążenia nominalnego i między innymi współczynników  $K_A$  i  $K_V$ . Formuła taka jest przydatna, gdy nieznaczna jest zmienność obciążenia roboczego. Natomiast w sytuacji dużej zmienności tego obciążenia, nie można przyjąć założenia o niezależnym oddziaływaniu wymuszeń wewnętrznych i zewnętrznych na przebieg obciążeń międzyzębnych, gdyż nie do pominięcia jest synergizm tych oddziaływań.

## AN INFLUENCE OF EXTERNAL AND INTERNAL LOAD OF A GEAR ON DETERIORATION OF TEETH FATIGUE LIFE RESOURCES

**Summary.** In the design process due to lack of sufficient and systematic information about service load for machines being exploited in certain conditions, for calculation of load capacity of toothed wheels in accordance with ISO 6336 ones presumes approximated methods by means of influence factors. The most important, in point of view of dynamic behavior of gear, are internal dynamic factor  $K_V$  and application factor  $K_A$ . In that enclosure computational load is a product of nominal load and those influence factors  $K_A$  and  $K_V$ . This formula is useful in case of quasi-static load. In contrary in case of huge variation of external load, no one can make assumption of independent influence internal and external excitations on meshing load due to their interaction.

## 1. Wprowadzenie

Podstawowe zależności kinematyczne teorii zazębienia ewolwentowego, przy założeniu, że przekładnia zębata jest ciałem idealnie sztywnym, pozwalają zdefiniować wartość siły międzyzębnej jako stosunek chwilowego momentu obrotowego, działającego na wał zębniaka, do odległości pomiędzy chwilowym punktem przyporu a osią obrotu zębniaka. Ponieważ przekładnia zębata jest w istocie zbiorem elementów sprężystych o określonych masach, które pod wpływem wzbudzenia ulegają drganiom, stąd w zazębieniu generowane są siły dynamiczne, których wartości maksymalne mogą znacząco przekraczać wartości sił statycznych wyznaczonych według wspomnianej wyżej reguły. Międzyzębne siły dynamiczne są efektem pobudzania układu do drgań przez dwa źródła wymuszeń. Jednym ze źródeł, charakterystycznym dla przekładni, jest ogół wzajemnych oddziaływań pomiędzy elementami przekładni, powodujących okresową zmianę parametrów stanu układu. Natomiast drugim źródłem dynamicznego obciążenia zębów przekładni jest cały układ napędowy wraz z maszyną roboczą, które oddziałują na siebie wzajemnie poprzez sprzężenie zwrotne części elektrycznej układu z częścią mechaniczną. Sprzężenia te skutkują niestałością obciążenia na wałach przekładni w formie zmiennego momentu obrotowego. Zatem można powiedzieć, iż wymuszenia te mają charakter wzbudzeń zewnętrznych.

W przypadku maszyn górniczych, a w szczególności przenośników zgrzeblowych i kombajnów węglowych, obciążenia eksploatacyjne działające na układy napędowe, charakteryzują się zmiennością w dziedzinie czasu. Rejestrowane przez badaczy przebiegi poboru mocy lub prądu przez silniki elektryczne napędów przenośników zgrzeblowych oraz kombajnu chodnikowego [1, 6] wskazują, że zarówno w fazie rozruchu, jak i w czasie pracy ustalonej tych urządzeń mogą występować znaczne przeciążenia o przebiegu impulsowym, które ze względu na swój charakter i liczbę wydają się mieć znaczący wpływ na przebieg zjawisk dynamicznych zachodzących w przekładni, a tym samym na międzyzębne obciążenie dynamiczne i trwałość przekładni zębatej.

Dlatego też w Instytucie Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej podjęto szereg działań mających umożliwić, na drodze badań symulacyjnych, określenie wpływu zmiennego przebiegu obciążenia zewnętrznego na międzyzębne siły dynamiczne. Niemniej jednak, zdaniem autorów niniejszej pracy, z punktu widzenia trwałości przekładni istotne jest określenie nie tylko wartości sił dynamicznych, działających na zęby określonej przekładni, ale przede wszystkim wyznaczenie, w jakim stopniu zasób trwałości zmęczeniowej jej zazębienia może być niedoszacowany jeśli nie uwzględnimy wzajemnego oddziaływania

czynników wewnętrznych i zewnętrznych. Stopień deterioracji tegoż zasobu pozwoli bowiem na porównanie wpływów oraz ocenę jakościową różnych przebiegów czasowych siły międzyzębnej  $F_{bt}$  z punktu widzenia dobroci przekładni, ponadto umożliwi oszacowanie zmiany zasobu trwałości w algorytmie obliczeń wytrzymałościowych przekładni.

## 2. Metodyka wyznaczania współczynnika zintegrowanego obciążenia przekładni

Na potrzeby badań numerycznych, mających na celu określić synergizm czynników wewnętrznych i zewnętrznych na przebieg międzyzębnych obciążeń dynamicznych, autorzy niniejszej pracy, pomierzone przebiegi czasowe poboru mocy czynnej  $P(t)$  czy też przebiegi czasowe momentu obrotowego  $T(t)$  odnieśli odpowiednio do wartości nominalnej mocy czynnej  $P_{nom}$  (rys. 1) lub do wartości nominalnej momentu obrotowego  $T_{nom}$ . Wyznaczenie względnego obciążenia zewnętrznego przekładni w postaci  $\frac{P(t)}{P_{nom}} \cdot \frac{n_1^{nom}}{n_1(t)}$  oraz  $\frac{T(t)}{T_{nom}}$  pozwoliło bowiem na przeprowadzenie szeregu symulacji pracy przekładni z zachowaniem podobieństwa przebiegów obciążenia zewnętrznego z możliwością zadawania wybranych nominalnych wartości wskaźnika obciążenia jednostkowego zębów  $Q$ . Ponieważ w badanym modelu dynamicznym obciążenie zewnętrzne przekładni zębatej reprezentowane jest przez moment obrotowy działający na wał wejściowy, dlatego wspomniane relacje ujęto w kształcie formuł o następujących równaniach:

- obciążenie zewnętrzne momentem działającym na wał przekładni napędu przenośnika zgrzeblowego

$$T_{1-2}(t) = \frac{P(t)}{P_{nom}} \cdot \frac{n_1^{nom}}{n_1(t)} \cdot \frac{b \cdot d_1^2}{2} \cdot Q \quad (1)$$

- obciążenie zewnętrzne momentem działającym na wał przekładni napędu organu urabiającego kombajnu

$$T_{1-2}(t) = \frac{T(t)}{T_{nom}} \cdot \frac{b \cdot d_1^2}{2} \cdot Q \quad (2)$$

gdzie:

$T(t)$  – przebieg zmierzonego momentu obrotowego,

$T_{nom}$  – nominalny moment obrotowy,

$P(t)$  – zmierzony pobór mocy czynnej,

$P^{\text{nom}}$  – nominalna moc czynna,

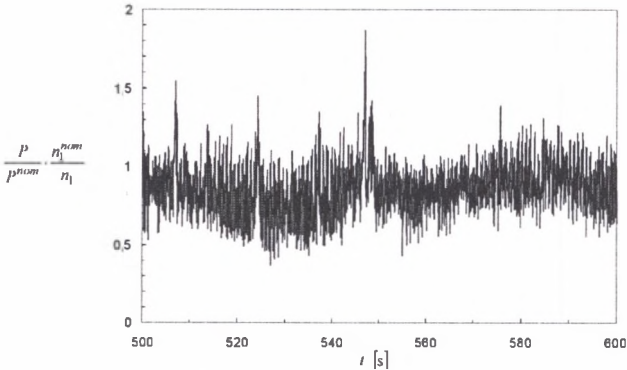
$n_1$  – przebieg prędkości obrotowej zębniaka,

$n_1^{\text{nom}}$  – nominalna prędkość obrotowa zębniaka,

$b$  – szerokość zębniaka,

$d_1$  – średnica podziałowa zębniaka,

$Q$  – wskaźnik nominalnego obciążenia jednostkowego zębów przekładni.



Rys. 1. Przykład użytego do badań symulacyjnych przebiegu względnego poboru mocy czynnej przez silnik napędu przenośnika zgrzeblowego [3]

Fig. 1. An example of run used for simulation of relative power consumption of scrapped conveyer [3]

Szerokość zębniaka  $b$ , jak i średnica podziałowa zębniaka  $d_1$  są parametrami, których wartości uzależniono od podstawowych wielkości geometrycznych przekładni, wprowadzanych do programu obliczeniowego w pakiecie danych wejściowych. W pakiecie tym znajdują się również przebiegi względnego obciążenia zewnętrznego przekładni jak również wartość wskaźnika nominalnego obciążenia jednostkowego  $Q$  zębów.

Jak już wcześniej wspomniano, pomimo że przebiegi czasowe siły międzyzębnej  $F_{bt}$  dają informację, jak duże siły dynamiczne działały na zazębienie, nie są jednak wystarczające do bezpośredniej oceny stopnia zmniejszenia zasobu trwałości zmęczeniowej zazębienia. W celu uzyskania tej informacji autorzy poddali przebiegi dalszej analizie wykorzystując do tego celu hipotezę kumulacji uszkodzeń o charakterze zmęczeniowym. W pierwszej kolejności przygotowano zbiory liczbowe, których poszczególne wyrazy odpowiadały wartościom maksymalnym siły międzyzębnej  $F_{bt}$  w każdym cyklu jej działania. Należy w tym miejscu zaznaczyć, iż pod pojęciem cyklu zazębienia rozumie się fakt zaistnienia współpracy pary zębów jako efektu wejścia w prawidłowy, bądź też nieprawidłowy przypór. Zbiór liczbowy

wartości maksymalnej siły międzyzębnej służy do stworzenia blokowego widma obciążeń [2, 4, 5], na bazie którego wyznaczana jest równoważna liczba cykli  $F_{bt}^{nom}$  działającej na zęby nominalnej siły międzyzębnej, zgodnie z zależnościami wynikającymi z liniowej hipotezy sumowania uszkodzeń [4]:

$$\log N_i^{eq} = \sum_{j=1}^{j=k} \left( m \cdot \log \frac{F_{bt}^j}{F_{bt}^{nom}} + \log N_i^j \right) \quad (3)$$

przy czym:

$$F_{bt}^{nom} = b \cdot d_1 \cdot Q \quad (4)$$

gdzie:

$F_{bt}^j$  – wartość j-tego poziomu obciążenia w i-tej parze zębów,

$N_i^j$  – liczba cykli obciążenia z przedziału ,

$m$  – współczynnik kierunkowy prostej leżącej w obszarze ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej uzębienia (lewa gałąź wykresu Wöhlera),

$k$  – liczba poziomów obciążenia,

$b$  – czynna szerokość zębnika,

$d_1$  – średnica podziałowa zębnika,

$Q$  – wskaźnik nominalnego obciążenia jednostkowego zębów.

Następnie wyznaczono się wartość ekwiwalentnej siły międzyzębnej  $F_{bt}^{eq}$ , której działanie w rzeczywistej liczbie cykli  $N_i^{re}$  spowodowałoby identyczny stopień skumulowania uszkodzeń jak działanie nominalnej siły międzyzębnej  $F_{bt}^{nom}$  w zastępczej liczbie cykli  $N_i^{eq}$ , co można wyrazić poniższym równaniem:

$$\log F_{bt}^{eq} = \frac{1}{m} \cdot \log \frac{N_i^{eq}}{N_i^{re}} + \log F_{bt}^{nom} \quad (5)$$

Pod pojęciem rzeczywistej liczby cykli  $N_i^{re}$  należy rozumieć sumaryczną liczbę cykli działania siły międzyzębnej  $F_{bt}^j$  zgodnie z równaniem:

$$N_i^{re} = \sum_{j=1}^{j=k} N_i^j \quad (6)$$

Populację wartości ekwiwalentnej siły międzyzębnej  $F_{bt}^{eq}$  liczbie zębów  $z_1$  zębnika należy poddać obróbce statystycznej wyznaczając według poniższych wzorów:

– wartość średniej arytmetycznej ekwiwalentnej siły międzyzębnej:

$$F_{bt}^{eq} = \frac{1}{z_1} \sum_{i=1}^{z_1} F_{bt}^{eq} \quad (7)$$

– odchylenie standardowe od wartości średniej  $F_{bt}^{eq}$ :

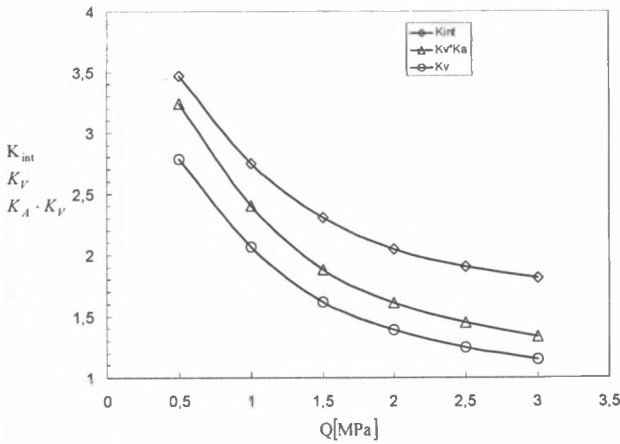
$$\sigma_F = \sqrt{\frac{1}{z_1 - 1} \sum_{i=1}^{z_1} (F_{bt}^{eq} - F_{bt}^{nom})^2} \quad (8)$$

Proporcja między równoważną liczbą cykli  $N_i^{eq}$  a rzeczywistą liczbą cykli  $N_i^{re}$  obrazuje, o ile dany ząb zębniaka zmniejszył swój zasób trwałości na skutek działania zmiennego zewnętrznego obciążenia eksploatacyjnego, w porównaniu ze skutkami oddziaływania obciążenia zewnętrznego o stałej wartości. Natomiast stosunek wartości międzyzębnej siły ekwiwalentnej  $F_{bt}^{eq}$  do wartości międzyzębnej siły nominalnej  $F_{bt}^{nom}$  w niniejszym opracowaniu zdefiniowano jako współczynnik zintegrowanego obciążenia międzyzębnego  $K_{int}$  przekładni o następującym równaniu:

$$K_{int} = \frac{F_{bt}^{eq}}{F_{bt}^{nom}} \quad (9)$$

Wartość powyższego współczynnika daje możliwość oceny ilokrotnie procesy dynamiczne o charakterze bezwładnościowym, zachodzące w zazębieniu pod wpływem oddziaływania zarówno obciążenia zewnętrznego oraz wewnętrznego przekładni, zwiększają obciążenie zębów ponad wielkość nominalną.

Na rysunku 2 pokazano przykładowe przebiegi obrazujące wpływ wskaźnika nominalnego obciążenia jednostkowego na współczynniki:  $K_{int}$ ,  $K_V$  i  $K_A K_V$  otrzymane z badań symulacyjnych na modelu dynamicznym przekładni przy uwzględnieniu przebiegu obciążenia zewnętrznego przedstawionego na rysunku 1. Wspomnijmy, że badania wpływu wskaźnika nominalnego obciążenia jednostkowego  $Q$  na wymienione wyżej współczynniki przeprowadzono dla przekładni o różnych przełożeniach, przy różnych wartościach odchyłek kinematycznych, oraz dla przekładni wykonanych bezbłędnie. Opierając się na uzyskanych z przeprowadzonych badań wynikach, można stwierdzić, że dla badanych przekładni zarówno o zazębieniu bez odchyłek, jak i z odchyłkami, iloczyn współczynników  $K_A$  i  $K_V$  osiąga mniejsze wartości od współczynnika  $K_{int}$ , przy czym wzrostowi współczynnika nominalnego obciążenia jednostkowego towarzyszy wzrost wartości tychże współczynników.



Rys. 2. Wpływ wskaźnika jednostkowego obciążenia  $Q$  zębów na współczynnik zintegrowanego obciążenia międzyzębnego  $K_{int}$ , współczynnik dynamiczny  $K_V$  oraz iloczyn współczynników  $K_V$  i  $K_A$  dla zazębienia z odchyłką kinematyczną  $+8 \mu m$ , przełożenia  $u=3,0$

Fig. 2. An influence of unitary load factor  $Q$  on integrated tooth load factor  $K_{int}$ , internal dynamic coefficient  $K_V$  and multiplication of factors  $K_V$  and  $K_A$  for gear ratio  $u=3,0$  with kinetic deviation  $+8 \mu m$

### 3. Podsumowanie

Uzyskane z przeprowadzonych badań wyniki wskazują, że wartości obliczeniowe sił międzyzębnych generowanych w wyniku wzajemnego oddziaływania obciążeń dynamicznych wywołanych czynnikami wewnętrznymi przekładni i zmiennych obciążeń zewnętrznych, różnią się znacząco od wartości sił wyznaczanych przy założeniu, że nie istnieje współzależność oddziaływania tych obciążeń.

Przy określaniu wartości obliczeniowej obciążenia międzyzębnego, w przypadku dużej zmienności obciążenia zewnętrznego, osobne uwzględnianie wpływu wymuszeń wewnętrznych i zewnętrznych na obciążenie przekładni prowadzi, ze względu na istniejący synergizm tych wymuszeń, do niewłaściwego oszacowania tych obciążeń.

## LITERATURA

1. Dolipksi M., Cheluska P.: Betriebserfahrungen auf dem Gebiet der Einbruchserstellung bei Teilschnittmaschinen mit Querschneidkopf. Glückauf Forschungshefte 61 (2000), str. 23-26.
2. Dziama A., Michniewicz M., Niedźwiedzki A.: Przekładnie zębate. PWN, Warszawa 1995.
3. Grzesica P.: Wpływ obciążenia zewnętrznego przekładni maszyn górniczych na międzyzębne siły dynamiczne. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2005.
4. Kocańda St., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych. PWN, Warszawa 1997.
5. Müller L.: Przekładnie zębate – dynamika. WNT, Warszawa 1986.
6. Sobota P.: Identyfikacja i określenie możliwości redukcji przeciążeń zespołów napędowych w przenośnikach ścianowych. Badania własne BW-592/RG-2/98/T-9, Gliwice 1998 (praca niepublikowana).

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Skorupa