Paweł GWIAŹDZIŃSKI, Fabryka Maszyn FAMUR Katowice Antoni SKOĆ Politechnika Śląska, Gliwice

# ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA JARZMA PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ NAPĘDU ORGANU URABIAJĄCEGO KOMBAJNU

**Streszczenie.** W niniejszym opracowaniu zamieszczono przykłady analizy wytrzymałościowej jarzm przekładni obiegowych, pracujących w układzie napędowym kombajnu ścianowego. Analizę przeprowadzano metodą elementów skończonych. W opracowaniu poruszane są również problemy występujące przy modelowaniu tych jarzm za pomocą MES. Analizą objęto jarzma ułożyskowane i nieułożyskowane (swobodne). W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano informacje o rozkładzie naprężeń w analizowanych jarzmach przy kilku wariantach obciążeń kół obiegowych przekładni.

# STRENGTH ANALYSIS OF PLANETARY CAGE OF DRIVING UNIT OF SHEARER CUTTING HEAD

**Summary.** There are in the paper presented some examples strength analysis of planetary cages used in driving unit of shearer cutting head, by means of finite element method. In this paperwork are taken up problems connected with modelling by FEM. The analysis encloses some types of cages with rolling and floating bearings. As a result of computations there was achieved a piece of information about a stress pattern in analyzed cages for some types of planetary wheels load.

# 1. Wprowadzenie

Przekładnie zębate są najbardziej rozpowszechnione spośród przekładni mechanicznych stosowanych w układach napędowych maszyn. Charakteryzują się one przede wszystkim dużą sprawnością, górując pod tym względem nad innymi przekładniami mechanicznymi. W związku z powszechnym stosowaniem przekładni zębatych prawie we wszystkich

gałęziach przemysłu, przepływa przez nie większość wyprodukowanej w świecie energii, stąd opłacalność stosowania tych przekładni ze względu na dużą ich sprawność jest bezsporna. Szczególnie dotyczy to przemysłu wydobywczego, gdzie instalowane są układy napędowe o dużych mocach rzędu 300–1000 kW. Ponadto – porównując przekładnie zębate z innymi przekładniami mechanicznymi – łatwo zauważyć, że zastosowanie tych pierwszych umożliwia budowę układów napędowych odznaczających się małymi wymiarami gabarytowymi, a tym samym i mniejszym ciężarem. Podkreślmy, że wśród przekładni zębatych najmniejszymi gabarytami cechują się przekładnie obiegowe. Wymienione cechy charakteryzujące przekładnie zębate są w szczególności ważne w przypadku maszyn pracujących w przemyśle górniczym.

Przeglądając nowoczesne konstrukcje maszyn urabiających można zauważyć tendencje stosowania w układach napędowych tych maszyn przekładni obiegowych. Jednak zastosowanie tego rodzaju przekładni wymaga zwrócenia szczególnej uwagi na spełnienie warunku dostatecznej wytrzymałości jej elementów, między innymi dotyczy to jarzma przekładni. Mając powyższe na uwadze podejmowane są różne zabiegi, w tym stosowane są stale o wysokich własnościach wytrzymałościowych, jak również dąży się do zmniejszenia efektu spiętrzenia naprężeń w jarzmie. Jednym z ważniejszych poczynań zmierzających również w tym kierunku jest zbadanie, w których przekrojach jarzma występuje maksymalne spiętrzenie naprężeń, co ma ścisły związek z podjętym tematem niniejszego opracowania.

#### 2. Obiekty badań

Jednym z obiektów badań było jarzmo przekładni obiegowej przedstawionej na rysunku 1. Wał wyjściowy 3 będący jednocześnie jarzmem przekładni obiegowej osadzony jest na dwóch łożyskach baryłkowych: ustalającym 7 i swobodnym 8. Koła obiegowe 6 współpracują z kołem słonecznym 4 i wieńcem zębatym 5. Moment obrotowy przenoszony jest na ślimakowy organ urabiający poprzez połączenie ewolwentowe wielowypustowe na wale 3 oraz tuleję pośrednią. Na rysunku zaznaczono miejsce przyłożenia siły *F* (nominalnie 600– 700 kN), która odpowiada reakcji oddziaływania nacisku organu na caliznę urabianą i jest wywołana przez dwa mechanizmy posuwu maszyny. Technologia wykonania jarzm w przekładniach obiegowych, stosowanych w napędach ramion i mechanizmach posuwu maszyn urabiających, generalnie oparta jest na wykorzystaniu odkuwek jako materiału wyjściowego, a następnie wypalaniu otworów pod koła satelitów i frezowaniu. Wykonuje się je ze stali konstrukcyjnych stopowych do ulepszania cieplnego o  $R_e > 700$  MPa.



Rys. 1. Przekładnia obiegowa napędzająca organ urabiający kombajnu Fig. 1. A planetary gear of a driving unit of a shearer cutting head

W przypadku, gdy jarzmo stanowi jednolity zespół z wałem wyjściowym, jak pokazano na rysunku 1, powstaje karb konstrukcyjny w wyniku skokowej zmiany średnicy wału. Niekorzystne działanie karbu powiększa dodatkowo mały promień przejścia, którego wartość jest zależna od promienia pierścienia łożyska. Z doświadczeń ruchowych oraz analiz MES wynika, że jest to podstawowy obszar inicjowania pęknięcia. Na rysunku 2 przedstawiono obraz zniszczenia analizowanego jarzma. Maksymalne naprężenia wyznaczone z analiz MES nie przekraczały 140 MPa na dnie karbu, przy założeniu nominalnych sił obciążenia (przełom nie wykazywał cech zniszczenia zmęczeniowego).



Rys. 2. Jarzmo, które uległo zniszczeniu – przełom nie wykazywał cech pęknięcia zmęczeniowego

Fig. 2. Failure of a planetary cage - non-fatigue failure breakage

# 3. Modele geometryczne i dyskretne jarzm

Modele geometryczne analizowanych jarzm wykonano w modelerze programu I-DEAS. Stworzone obiekty umożliwiają z reguły zmianę ich parametrów, co umożliwia łatwą modyfikację geometrii, np. zmianę jarzma o czterech otworach pod osie kół obiegowych na jarzmo o trzech otworach.

Przed wygenerowaniem siatki elementów skończonych (rys. 3), kopie modeli poddane zostały obróbce polegającej na likwidacji nieistotnych karbów, faz i zaokrągleń. Jak wynika z praktyki, jest to bardzo ważny etap pracy wymagający doświadczenia konstruktora. Istotne jest bowiem, jak zmiany geometrii mogą z korzyścią wpłynąć na generowanie siatki MES przy zachowaniu założonej tolerancji obliczeń. W dalszej kolejności podzielono każdy model na podobszary (partycje). Taki sposób przygotowania modelu pozwala generować siatkę elementów skończonych osobno w każdym podobszarze, idąc od strefy przewidywanych największych naprężeń.

Większość modeli została zbudowana z elementów skończonych czworościennych o 4 węzłach w wierzchołkach. Podyktowane zostało to tym, że przy zastosowaniu tej samej ilości elementów wyższego rzędu progresywnie powiększa się czas obliczeń. Z kolei znacznie zredukowana liczba elementów złożonych nie jest w stanie przedstawić wszystkich lokalnych zawiłości badanego zagadnienia, w takich przypadkach często wygodniej jest zastosować elementy proste.



Rys. 3. Model dyskretny jarzma Fig. 3. A discrete model of a cage

# 4. Warunki brzegowe i obciążenia analizowanych jarzm

Analizowane w niniejszej pracy jarzma można zaklasyfikować do dwóch grup: jarzma łożyskowane i niełożyskowane (swobodne). Jarzmo łożyskowane osadzone jest w dwóch łożyskach, które w sposób jednoznaczny, poprzez odebranie stopni swobody (po promieniu – w układzie biegunowym), określają warunki brzegowe dla modelu MES (rys. 1).

Jarzmo nielożyskowane przedstawione na rysunku 4 (pozycja 1 i 5) stosowane jest przekładniach obiegowych zabudowanych w przekładni posuwu kombajnu. Dla takiego typu jarzma ustalenie warunków brzegowych komplikuje się z powodu jego podatności. Na rysunku 5 zaproponowano model warunków brzegowych wychodząc z założenia, że jarzmo pozostaje w styku z zębami wieńca poprzez zęby kół obiegowych. W miejscach tych wykorzystano nieliniowe elementy skończone do modelowania kontaktu z uwzględnieniem tarcia (K11, K12, K13, K14). W przypadku dokładnej analizy naprężeń w obszarze pomiędzy karbem a otworem pod oś koła obiegowego można zamodelować kontakt K21, K22, K23, K24, K31, K32, K33, K34; wtedy jednak, mając na uwadze czas obliczeń, model obliczeniowy robi się zbyt duży. Zatem rezygnując z drugiej grupy kontaktu, zmieniono model siatki MES traktując jarzmo (1), oś (3) i koło (2) jako jedną bryłę (rys. 6).



- Rys. 4. Fragment przekładni obiegowej o momencie wyjściowym 100 kNm zastosowano dwa stopnie planetarne o niełożyskowanych jarzmach (poz.1 i 5)
- Fig. 4. A piece of a planetary gear at the beginning 100 kNm ones used two stages of a planetary gear with two floating cages



- Rys. 5. Warunki brzegowe i obciążenia dla jarzma niełożyskowanego (na rysunku dla zwiększenia przejrzystości pokazano połowę jarzma, a oznaczenia kontaktów podano tylko dla jednej osi: 1 – jarzmo, 2 – koło obiegowe, 3 – oś, 4 – ząb wieńca)
- Fig. 5. Boundary conditions and load for a floating bearing cage (in the picture for increasing of clearness there was presented only a half of a cage with numbers of contacts for one axis 1 - a gear cage, 2 - a planetary wheel, 3 - an axis, 4 - a wheel rim teeth)

Inne podejście to potraktowanie jarzma niełożyskowanego jako łożyskowane. Wtedy jednak w sposób sztuczny obciążamy jarzmo rozłożoną siłą obwodową F1 (tabl. 1), co przy niesymetrycznym obciążeniu nie będzie w pełni oddawać rozkładu obciążeń rzeczywistych. Niewątpliwą zaletą takiego podejścia jest prostszy model obliczeniowy, zatem krótsze czasy obliczeń. Poza tym w analizowanych modelach jarzm swobodnych nie poszukiwano dokładnych wyników, lecz rzędu wartości naprężeń i miejsc ich koncentracji. Stąd jarzma niełożyskowane w większości analiz miały warunki brzegowe oraz sposób obciążenia takie same, jak jarzma łożyskowane [2].

Tablica 1

_	Jarzmo łożyskowane	Jarzmo niełożyskowane (swobodne)	
		WB I	WB 2
Obciązenie	F1 siła pochodząca od momentu p F1 rozłożona jest na osiem jedr (1/8 F1), obciąża równomiernio osiami kół obiegowych lub (dla założonego przypadku nie mocy przez poszczególne koła przenoszą obciążenie) siła F1 r jednakowych sił co do wartośc w otworach pod trzema osiami	rzenoszonego przez jarzmo. Siła nakowych sił co do wartości e 8 powierzchni w otworach pod równomiernego przenoszenia obiegowe, tzn. 3 na 4 satelity ozłożona jest na sześć i (1/6 F1), obciąża 6 powierzchni kół obiegowych	M1 moment wyjściowy na jarzmie. W modelach występuje jako siła obwodowa.
	F2 siła pochodząca od reakcji na zębach koła osadzonego na części ewolwentowej jarzma	F2 – nie występuje	
Utwierdzenie (odebrane stopnie swobody)	R1 (XY) Reakcja pod łożyskiem tocznym. Odebrano przemieszczenia węzłów w kierunku XY R2 (XY) Reakcja pod łożyskiem tocznym. Odebrano przemieszczenia węzłów w kierunku XY R3 (Z) Odebrane przemieszczenie wezłów pa	R1 (XY) Reakcja pod "wirtualnym" łożyskiem 1. Odebrano przemieszczenia węzłów w kierunku XY R2 (XY) Reakcja pod "wirtualnym" łożyskiem 2. Odebrano przemieszczenia węzłów w kierunku XY R3 (Z) Odebrane przemieszczenie wezłów na	R1 <sub>1</sub> (XYZ), R1 <sub>2</sub> (XYZ), R1 <sub>3</sub> (XYZ), (R1 <sub>4</sub> (XYZ)), Pełne utwierdzenie (wieniec zębaty jest unieruchomiony) K1 <sub>1</sub> , K1 <sub>2</sub> , K1 <sub>3</sub> , (K1 <sub>4</sub> ), Kontakt (z tarciem) pomiędzy zębem wieńca i zębem koła obiegowego (4 koła dla równomiernego obciążenia i 3 koła na 4 dla nierównomiernego obciążenia) K2 <sub>1</sub> , K2 <sub>2</sub> , K2 <sub>3</sub> , (K2 <sub>4</sub> ), K3 <sub>2</sub> , K3 <sub>2</sub> , K3 <sub>2</sub> , (K3 <sub>4</sub> ), Kontakt
	przemieszczenie węzłów na wybranej powierzchni w kierunku Z. Utwierdzenie pomocnicze. M1 (Z) Moment przeciwstawiający się obrotowi jarzma. Odebrano obrót węzłów wokół osi Z	przemieszczenie węzłów na wybranej powierzchni w kierunku Z. Utwierdzenie pomocnicze. M1 (Z) Moment przeciwstawiający się obrotowi jarzma. Odebrano obrót węzłów wokół osi Z	<ul> <li>N31, K33, K33, (N34), Kontakt</li> <li>w miejscu osadzenia osi koła</li> <li>obiegowego. W wielu przypadkach</li> <li>można zrezygnować z tego warunku.</li> <li>Zmieniono wtedy model siatki MES</li> <li>traktując jarzmo (1), oś (3) i koło (2)</li> <li>jako jedną bryłę.</li> <li>R4 (Z) Odebrane przemieszczenie</li> <li>węzłów na wybranej powierzchni</li> <li>w kierunku Z. Utwierdzenie</li> <li>pomocnicze.</li> </ul>

#### Warunki brzegowe i obciążenie dla jarzm o 4 kołach obiegowych

Dla obydwu powyższych modeli, analizę przeprowadzano dla dwóch wariantów przenoszenia mocy. Pierwszy wariant zakłada, że moc przenoszona jest przez wszystkie gałęzie jednakowo; drugi, że moc przenoszona jest przez trzy gałęzie na cztery możliwe. W wariancie drugim pomija się wszystkie warunki brzegowe dotyczące czwartej gałęzi jarzma.

# 5. Analiza wyników otrzymanych z obliczeń numerycznych

#### 5.1. Przykładowe wyniki obliczeń wytrzymałościowych dla jarzm

Dla przedstawionych modeli przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe w zakresie odkształceń liniowych metoda elementów skończonych. W wyniku dokonanej analizy uzyskano informacje o rozkładzie naprężeń dla różnych typów jarzm oraz wariantów obciażeń. I tak przykładowo dla jarzma przedstawionego na rysunku 2. wykonano analize którei wyniki uwidoczniono na rysunku 6. Model składał się z 300 tys. elementów czworościennych czterowęzłowych. W najbardziej wytężonych obszarach napreżenia osiągneły wartości rzędu 140 MPa pod wyjściem osi koła obiegowego. Nie jest to wartość duża w stosunku do  $R_e$  materiału jarzma (np.  $R_e$  stali 40HM wynosi 850 MPa), jednak należy pamiętać, że do obliczeń przyjęto nominalne siły statyczne, co stanowi uproszczenie przyjęte z powodu braku danych dotyczących charakteru obciążenia (nie były prowadzone takje badania). Jednakże na podstawie uzyskanego rozkładu napreżeń, można przewidzieć miejsce iniciacji peknięć, a także - odnosząc się do badań eksploatacyjnych - oszacować wielkość sił dynamicznych. Naprężenia w pozostałych obszarach jarzma są małe; w szczególności dokładniej zbadano łaczniki jarzma łaczące dwie jego cześci, maksymalne napreżenia w tych obszarach osiągają wartości 25 MPa, co stwarza możliwości optymalizacji konstrukcji iarzma.

Na rysunku 7 i 8 przedstawiono typową analizę dla jarzm o czterech otworach pod osie kół obiegowych, zakładając, że pracują tylko trzy koła. W tym przypadku w najbardziej wytężonych obszarach naprężenia osiągnęły wartości rzędu 130 MPa w obszarze pomiędzy karbem a otworem pod oś koła obiegowego (stal 45HN).



- Rys. 6. Wyniki symulacji dla jarzma przedstawionego na rysunku 4. (Maksymalne naprężenia zredukowane - Hubera-Misesa w karbie pod wyjściem osi satelity wynoszą około 140 MPa, miejsce największych naprężeń było początkiem inicjacji szczeliny, a w efekcie pęknięcia jarzma)
- Fig. 6. Results of simulation for cage presented in fig. 4. (Max reduced H-M stress in notch under end of a satellite axis are equal 140 MPa, a place of the biggest stress was a initialization of a gap and finally brokerage of a cage)



- Rys. 7. Wyniki analizy jarzma ułożyskowanego (obciążenie nierównomierne 3na 4 osie), u góry widoczny otwór pod oś nieobciążoną, naprężenia podano w Pa)
- Fig. 7. Result of analysis of a rolling bearing cage (non-uniform load on 3 of 4 axis, upper hole was not loaded, stress in Pa)



- Rys. 8. Wyniki analizy jarzma ułożyskowanego widok od czoła (obciążenie nierównomierne 3 na 4 osie), u góry widoczny otwór pod oś nieobciażoną, napreżenia podano w Pa)
- Fig. 8. Result of analysis of a rolling bearing cage front view (non-uniform load on 3 of 4 axis, upper hole was not loaded, stress in Pa)

#### 5.2. Analiza elementów współpracujących z jarzmem

Ze względu na udarowy charakter pracy ramienia urabiającego, łożyskowanie wału końcowego (rys. 1) powinno charakteryzować się stosunkowo dużą sztywnością, wobec czego pasowania pod łożyskami powinny być możliwie najciaśniejsze. Pewność osadzenia pierścienia wewnętrznego łożyska słabnie wraz ze wzrostem obciążenia działającego na łożysko, ponieważ pod jego wpływem pierścień się rozszerza [4]. W zasadzie zalecane pole tolerancji i jego położenie dla czopa wału powinno odpowiadać symbolowi r6. Przy uwzględnieniu wymiarów nominalnych i przyjętego pasowania (H6/r6) daje to wartość bezwzględną wcisku rzędu 100–170 µm. Jednak przy tak ciasnym pasowaniu demontaż łożyska w warunkach dołowych byłby niemożliwy, stąd w praktyce stosowana jest inna tolerancja wałka niż zalecana. Taki stan rzeczy sprawia, że pod wpływem silnych drgań luz promieniowy łożyska z upływem czasu się powiększa. W efekcie jarzmo, a wraz z nim koła obiegowe, mogą ulegać przemieszczeniom, co z kolei ma wpływ na przyleganie zębów między kołami obiegowymi i wieńcem zębatym.

Aby sprawdzić zależność przemieszczania się jarzma na ślad współpracy zębów, zbudowano złożony model całego zespołu jarzma z kołami obiegowymi. Wieniec zamodelowano w postaci sztywnego zęba w pełni utwierdzonego. Pomiędzy zębami koła słonecznego i wieńca zadeklarowano elementy kontaktowe z tarciem. Na rysunku 9 pokazano model układu, a na rysunku 10 przedstawiono ślad kontaktowy między zębami – widoczne iest nierównomierne przyleganie zebów na szerokości koła.



Rys. 9. Model do analizy współpracy zębów Fig. 9. A model of for meshing simulations



Rys. 10. Ślad przylegania zębów pomiędzy kołem słonecznym a wieńcem zębatym powstały w wyniku analizy kontaktowej

Fig. 10. A trace of tooth contact among a planetary wheel and a rim - result of sim

Podstawowym problemem przy obliczaniu trwałości zębów kół zębatych w przekładniach jest znajomość wartości odchyłek linii styku zębów [1]. Pomimo że analizowane jarzma są bardzo sztywne, nierównomierne przyleganie zębów na całej ich długości może również być skutkiem odkształcenia się jarzma, tym bardziej, że szerokość koła obiegowego bywa znaczna (stosunek szerokości koła do modułu wynosi w analizowanych przekładniach: 12 < b/m < 20). Przy analizach zwrócono uwagę na odkształcenia przedniej i tylnej ścianki jarzma, w których osadzone są osie kół obiegowych. Przeanalizowano odkształcenia jarzma przy nierównomiernym obciążeniu osi (3 na 4). Różnica odkształceń po obwodzie na średnicy osi kół obiegowych z reguły była mniejsza o rząd wielkości od ugięcia zęba – czyli możliwa do pominięcia. Jednak dla innych rozwiązań

przekładni obiegowych, szczególnie w przypadku osi jednostronnie umocowanej, odkształcenia jarzma mogą mieć istotny wpływ na przyleganie współpracujących zębów [3].

Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono przykłady odkształceń jarzma niełożyskowanego i łożyskowanego.



Rys. 11. Odkształcenia jarzma niełożyskowango (obciążenie nierównomierne – 3 na 4 osie) Fig. 11. Deformation of a floating bearing cage (non-uniform load on 3 of 4 axis)



- Rys. 12. Odkształcenia jarzma łożyskowanego (obciążenie nierównomierne 3 na 4 osie, u góry rysunku widoczny otwór pod oś nieobciążoną)
- Fig. 12. Deformation of a rolling bearing cage (non-uniform load on 3 of 4 axis, upper hole was not loaded)

# 6. Podsumowanie

Ocena trwałości elementów przekładni obiegowej, a szczególności jarzma, może być zadowalająco wykonana tylko wtedy, gdy znana będzie charakterystyka obciążenia. Wszystkie przeprowadzone analizy precyzyjnie wskazują miejsca koncentracji naprężeń, zatem można przewidzieć miejsce ewentualnego pęknięcia przy przeciążeniu. Zauważmy jednak, że przeprowadzone analizy odnoszą się do nominalnych obciążeń statycznych. Faktyczne obciążenia mają charakter zmienny w czasie, często udarowy. Gdyby nawet na model oddziaływało pewne uśrednione obciążenie zmienne będące ekwiwalentem obciążenia rzeczywistego, to należałoby również zmienić statyczny model MES na model zmęczeniowy.

Łożyskowanie wału końcowego ramienia urabiającego powinno być sztywne, stąd pasowanie między czopem wału a łożyskiem musi być możliwie ciasne. Luzy w tym układzie, jak wykazuje analiza, mogą być przyczyną złego przylegania współpracujących ze sobą zębów kół obiegowych i wieńca zębatego, a co za tym idzie, mogą ograniczyć ich trwałość. W tym przypadku wskazane byłoby zastosowanie hydraulicznego montażu i demontażu łożysk.

Zaproponowany model jarzma niełożyskowanego z warunkami brzegowymi uwzględniającymi elementy kontaktowe, może być pomocny przy analizie obciążenia poszczególnych dróg przenoszenia mocy w zależności od dokładności wykonania przekładni, przede wszystkim dla małych prędkości obrotowych jarzma.

Zastosowane metody wyznaczenia linii styku przylegania zębów na ich długości (szerokości koła) za pomocą elementów kontaktowych, mogą być wykorzystane do obliczaniu trwałości zębów kół w przekładniach oblegowych.

#### LITERATURA

- Balcerowski J., Osiński J.: Wpływ metody obliczania podatności elementów przekładni na wytrzymałość i trwałości kół zębatych., X Konferencja Naukowa, Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych, Zakopane1997.
- Gwiaździński P.: Analiza wytrzymałościowa jarzm w przekładniach obiegowych kombajnów górniczych przy zastosowaniu metody elementów skończonych., Maszyny Górnicze nr 89, Komag, Gliwice 2002.
- Leimann D.: Neue Berechnungswege f
  ür kompakte Planetengetriebe, Sonderdruck aus Antriebstechnik 37 (1998).
- 4. Katalog SKF 4000/II PL 1991 str.101.