

Henryk BADURA
Politechnika Śląska, Gliwice

BADANIE WŁAŚCIWOŚCI SZEREGÓW CZASOWYCH ŚREDNIEJ METANOWOŚCI DOBOWEJ ŚCIAN

Streszczenie. W artykule przedstawiono przykład badania właściwości szeregu czasowego obserwacji średniej metanowości dobowej rejonu ściany, których poznanie ułatwia dobór odpowiednich modeli prognozowania. Przedstawiono statystyki opisowe, test normalności rozkładu, omówiono funkcje autokorelacji i korelacji cząstkowej, zanalizowano stacjonarność szeregu. Obliczenia wykazały, że szereg odznacza się silną zmiennością, nie posiada rozkładu normalnego, występuje w nim nieliniowy trend. Szereg posiada tzw. „długą pamięć”, występują w nim wahania sezonowe oraz słabe wahania okresowe. Na podstawie przeprowadzonych testów zaproponowano modele prognostyczne adekwatne do właściwości zbadanego szeregu.

THE EXAMINATION OF PROPERTIES OF TIME SERIES OF AVERAGE DAILY METHANE-BEARING CAPACITY OF LONGWALLS

Summary. The article presents an example of the examination of properties of time series of average methane-bearing capacity observations of the region of a longwall, whose knowledge facilitates the selection of a suitable prediction model. Descriptive statistics and normality distribution tests were shown. Autocorrelation and partial autocorrelation functions were discussed. The calculations proved that the series is characterized by considerable variability. It does not have normal distribution and a non-linear trend occurs in it. The series has the so-called “long memory”. Seasonal fluctuations and weak periodical ones occur in it. On the basis of the applied tests, prognostic models adequate to the properties of the examined series were suggested.

1. Wprowadzenie

Prognozy metanowości rejonów ścian, wymagane przepisami górnictwymi, sporządza się przed rozpoczęciem eksploatacji pokładu daną ścianą. Opierają się one na znajomości stosunków metanowych w części górotworu, na którą będzie wpływała eksploatacja ścianą [7, 8, 9].

Do podejmowania decyzji odnośnie do korekt profilaktyki przeciwmietanowej, bądź ograniczenia wydobycia z uwagi na wysoką metanowość ściany, przydatne są prognozy opierające się na obserwacjach metanowości w czasie eksploatacji pokładu daną ścianą. Wykorzystywane mogą być w tym celu, przykładowo, prognozy deterministyczne, opierające się na znajomości wartości mierzalnych czynników, wpływających na przebieg zjawiska wydzielania się metanu do rejonu ściany lub prognozy wykorzystujące teorię szeregów czasowych [1, 3]. Warto dodać, że analiza szeregów czasowych jest coraz szerzej wykorzystywana do zagadnień związanych z wentylacją kopalń [13, 14, 15, 16].

Najdokładniejszymi prognozami w technice są prognozy krótkookresowe (krótkoterminowe). Rozumie się przez nie prognozy sporządzane na horyzont czasowy, w którym w badanym zjawisku zachodzą zmiany ilościowe, a zmiany jakościowe (np. zmiany trendu) można zaniedbać bez istotnego zmniejszenia dokładności prognozy [2, 5, 12].

Dobór metody oraz modelu prognozowania wymaga znajomości właściwości zbioru danych, na podstawie których prognoza będzie sporządzona [2, 4, 6].

W artykule przedstawiono sposób badania niektórych właściwości ciągu metanowości dobowej rejonu ściany.

2. Sposób przygotowania danych

Dane obserwacyjne uzyskano z rejonu jednej ze ścian w kopalni należącej do Jastrzębskiej Spółki Węglowej SA. Ściana była przewietrzana w układzie U po całiznie. Ściana nie sąsiadowała ze zrobami innych ścian.

Okres obserwacji średniej metanowości rejonu ściany obejmuje przedział czasowy od momentu jej uruchomienia, tj. od dnia 13.02.2002 roku do dnia 30.06.2003 roku. Danymi obserwacyjnymi były:

- pomiary stężenia metanu na wylocie z rejonu ściany, wykonane przez automatyczny system pomiarowy pracujący w kopalni,
- automatyczne pomiary prędkości punktowej na wylocie z rejonu ściany,
- wartości prędkości średnich otrzymane z pomiarów manualnych na wylocie z rejonu ściany,
- pomiary ilości metanu wykonane na zbiorach otworów drenazowych systemu odmetanowania,
- wartości wydobycia dobowego.

Taki zestaw danych umożliwia obliczenie średniej wartości stężenia metanu, natężenia przepływu powietrza, ilości wydzielającego się metanu w danej dobie w rejonie ścianowym, a następnie średniej metanowości dobowej.

Utworzony ciąg 503 obserwacji metanowości obliczonej dla kolejnych dób, stanowi szereg czasowy.

3. Badanie właściwości szeregu czasowego

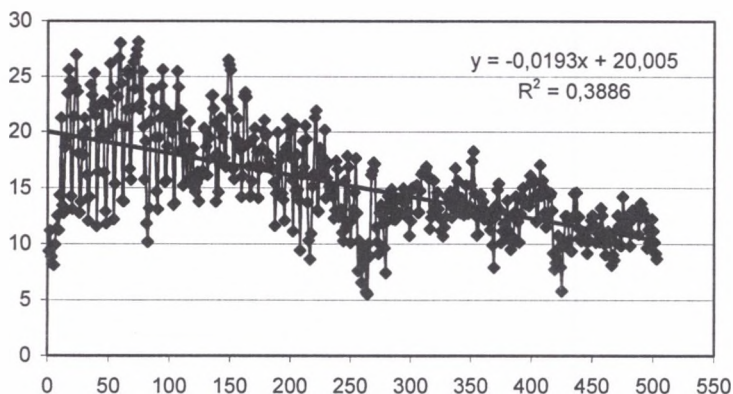
Badanie szeregu czasowego przeprowadzono za pomocą programu GRETL. Program powstał w Uniwersytecie Wake Forest w Północnej Karolinie w USA w 2000 roku. Kod programu jest udostępniony na stronie internetowej <http://gretl.surceforge.net>, a jego spolszczona wersja na stronie <http://www.kufel.torun.pl> [10]. Do przygotowywania danych, a także do przeprowadzenia niektórych obliczeń oraz sporządzenia wykresów szeregu czasowego obserwacji wykorzystano program EXCEL.

Na rysunku 1 przedstawiono analizowany szereg czasowy średniej metanowości dobowej rejonu ściany. Uwidoczniono na nim także linię trendu. Ujemny współczynnik kątowy linii trendu świadczy o tym, że metanowość ściany malała wraz z czasem eksploatacji. Było to spowodowane zmniejszaniem się metanonośności pokładu. Linia trendu opisuje jedynie około 39 % zmian metanowości w czasie, o czym świadczy wartość współczynnika determinacji $R^2=0,3883$.

Sprawdzono również, jak opisują trend funkcje: paraboliczna, wykładnicza, logarytmiczna i potęgowa. Na podstawie wartości współczynników determinacji stwierdzono, że najlepiej opisuje trend linia prosta.

Ogólne, statystyczne właściwości szeregu scharakteryzowano za pomocą statystyk opisowych, których wartości zamieszczono w tablicy 1.

Z danych zamieszczonych w tablicy wynika, że około 68 % obserwacji zawiera się w przedziale od około $10,6 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$ do około $19,6 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$ ($15,1 \pm 4,5$).



Rys. 1. Rozkład obserwacji w szeregu czasowym średniej metanowości dobowej ściany
 Fig. 1. Distribution of observations of the examined time series of averagedaily methane-bearing capacity of the region of a longwall

Tablica I

Statystyki opisowe analizowanego szeregu czasowego

Wartość średnia	Mediana	Wart. minimalna	Wart. maksymalna
15,1351	14,2285	5,50129	28,1107
Odch. standardowe	Wsp. zmienności	Skośność	Wsp. ekscesu
4,50628	0,297737	0,676098	-0,0913551

Połowa obserwacji mieści się w granicach od $5,50 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$ do $14,23 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$, a druga połowa w przedziale od $14,23 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$ do $28,11 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$. Rozstęp (różnica pomiędzy wartością maksymalną i minimalną) wynosi około $22,6 \text{ m}^3 \text{ CH}_4/\text{min}$.

Współczynnik zmienności informuje, że około 29,8 % wartości średniej stanowi wartość odchylenia standardowego, a zatem świadczy o dużej niejednorodności obserwacji w rozpatrywanym szeregu czasowym.

Współczynnik skośności (asymetrii) informuje, że rozkład wartości szeregu nie jest symetryczny, oraz że występuje asymetria prawostronna (współczynnik posiada wartość dodatnią), czyli wartość modalna jest mniejsza od wartości średniej.

Miarą skupienia obserwacji wokół wartości średniej jest kurtoza, która nazywana jest także współczynnikiem koncentracji. Jest ona ilorzem momentu centralnego czwartego rzędu i czwartej potęgi odchylenia standardowego. Jeżeli kurtoza wynosi 3, to rozkład obserwacji jest normalny, jeżeli jest mniejsza od 3, to rozkład jest bardziej spłaszczony (o słabszym skupieniu) w stosunku do normalnego, a jeżeli jest większa od 3 to rozkład jest bardziej wysmukły (o silniejszym skupieniu) od normalnego. Współczynnik ekscesu jest równy wartości

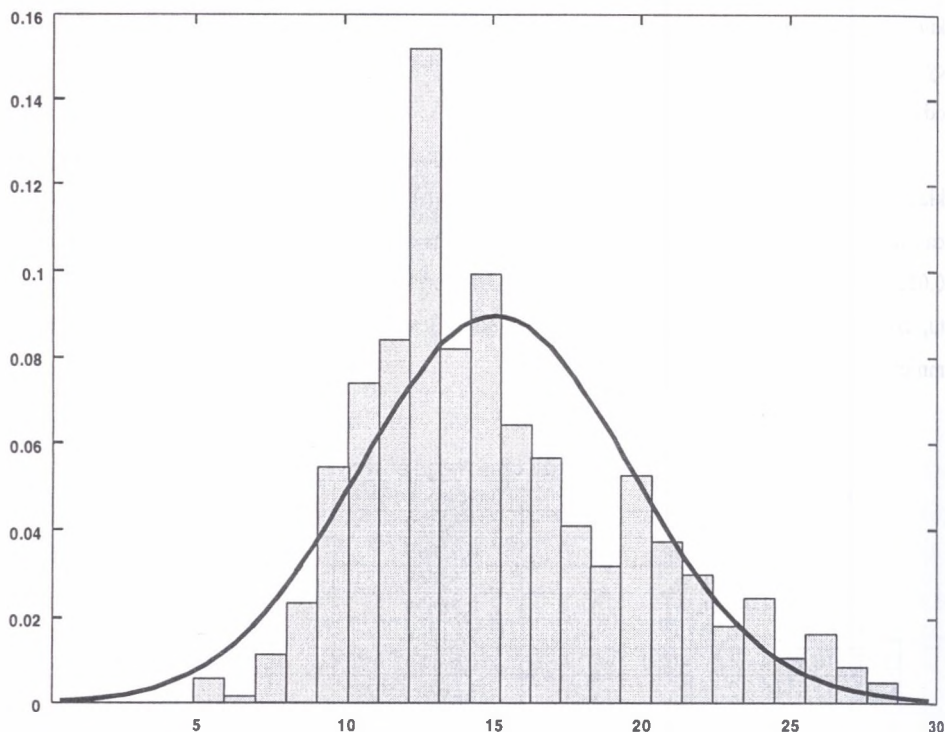
kurtozy pomniejszonej o 3. Na podstawie wartości współczynnika ekscesu zawartego w tabelicy 1 należy sądzić, że rozkład obserwacji w badanym szeregu jest nieco bardziej spłaszczony od rozkładu normalnego.

O właściwościach szeregu świadczą również rozkład częstości oraz test normalności rozkładu, które potwierdzają spostrzeżenia wysnute na podstawie statystyk opisowych (tablica 2). Z testu rozkładu normalnego (rys. 2) wynika, że przy założonym poziomie ufności 0,05, hipotezę zerową, mówiącą, że rozkład jest normalny, należy odrzucić. Wynika to z faktu, że wartość prawdopodobieństwa, że rozkład jest normalny ($p < 0,000\ 01$) jest znacznie mniejsza od poziomu ufności.

Tablica 2
Rozkład częstości szeregu czasowego obserwacji metanowości

Przedziały	Punkt środkowy	Liczebność cząstkowa
< 6,01514	5,50129	3
6,01514–7,04284	6,52899	1
7,04284–8,07054	7,55669	6
8,07054–9,09824	8,58439	12
9,09824–10,1259	9,61209	28 **
10,1259–11,1536	10,6398	38 **
11,1536–12,1813	11,6675	43 ***
12,1813–13,2090	12,6952	78 ****
13,2090–14,2367	13,7229	42 ***
14,2367–15,2644	14,7506	51 ***
15,2644–16,2921	15,7783	33 **
16,2921–17,3198	16,806	29 **
17,3198–18,3475	17,8337	21 *
18,3475–19,3752	18,8614	16 *
19,3752–20,4029	19,8891	27 *
20,4029–21,4306	20,9168	19 *
21,4306–22,4583	21,9445	15 *
22,4583–23,4860	22,9722	9
23,4860–24,5137	23,9999	12
24,5137–25,5414	25,0276	5
25,5414–26,5691	26,0553	8
26,5691–27,5968	27,083	4
>= 27,5968	28,1107	2

Częstym zjawiskiem w szeregach czasowych jest występowanie związku pomiędzy wyrazami szeregu, czyli występowanie autokorelacji. Zjawisko to charakteryzowane jest funkcją autokorelacji i funkcją autokorelacji cząstkowej. Funkcję autokorelacji tworzą wartości współczynników korelacji zachodzącej pomiędzy danym szeregiem a szeregiem opóźnionym, zbudowanym z rozpatrywanego szeregu poprzez przesunięcie go o k wyrazów.



Rys. 2. Rozkład częstości obserwacji metanowości i aproksymacja rozkładem normalnym
Fig. 2. Test statistic for normality

Wielkość przesunięcia (opóźnienia) jest uwidoczniiona w tabelicy 3 w kolumnach oznaczonych przez „Nr”, a wartości współczynników autokorelacji umieszczono w kolumnach „Wartość”.

Tabela 3

Funkcja autokorelacji (ACF)

Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość
1	0,7858	2	0,5728	3	0,4620	4	0,4193	5	0,4644
6	0,6040	7	0,6766	8	0,5686	9	0,4287	10	0,3543
11	0,3564	12	0,4168	13	0,5344	14	0,6146	15	0,5368
16	0,4153	17	0,3663	18	0,3640	19	0,4220	20	0,5300
21	0,5975	22	0,5039	23	0,3918	24	0,3325	25	0,3212
26	0,3664	27	0,4889	28	0,5470	29	0,4764	30	0,3641
31	0,2984	32	0,3031	33	0,3742	34	0,4704	35	0,5449
36	0,4724	37	0,3498	38	0,2969	39	0,3059	40	0,3648
41	0,4765	42	0,5383	43	0,4437	44	0,3309	45	0,2614
46	0,2629	47	0,3320	48	0,4236	49	0,4790		

Wartość krytyczna współczynników autokorelacji, przy założeniu poziomu ufności 0,05, dana wzorem $w_k = 1,96/T^{0,5}$, gdzie T oznacza liczebność próby, wynosi $w_k = 0,0873921$.

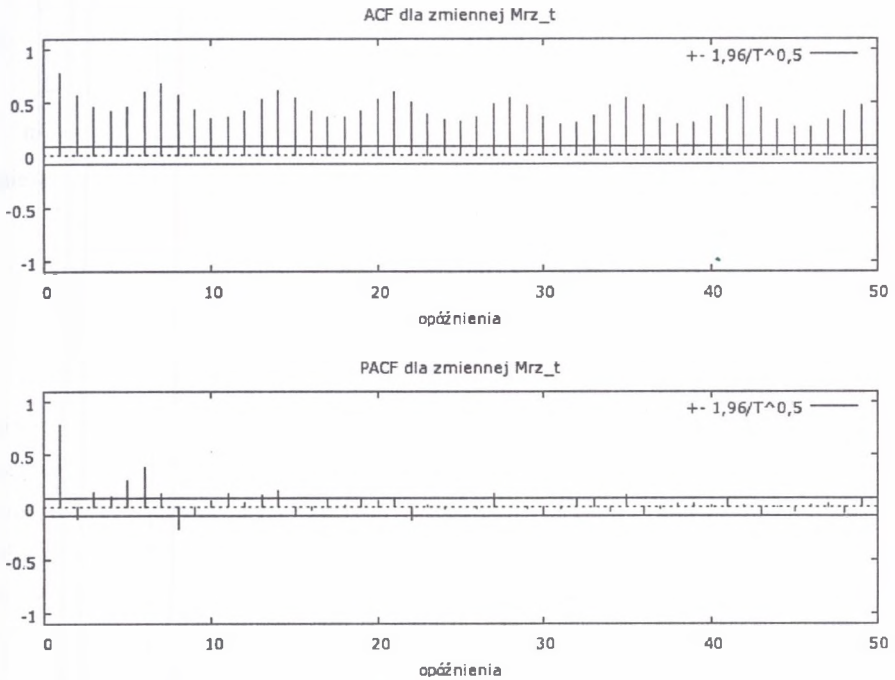
Funkcja autokorelacji nie eliminuje wpływu szeregów powstałych z przesunięć pośrednich. Wpływ pojedynczego, wybranego szeregu przesuniętego na szereg badany, przedstawia funkcja autokorelacji cząstkowej (tablica 4).

Tablica 4

Funkcja autokorelacji cząstkowej (ACF)

Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość	Nr	Wartość
1	0,7858	2	-0,1166	3	0,1352	4	0,0950	5	0,2454
6	0,3755	7	0,1242	8	-0,2091	9	-0,0641	10	0,0514
11	0,1217	12	0,0423	13	0,1084	14	0,1476	15	-0,0716
16	-0,0213	17	0,0746	18	0,0149	19	0,0745	20	0,0605
21	0,0827	22	-0,1253	23	0,0109	24	-0,0080	25	-0,0069
26	-0,0070	27	0,1283	28	0,0039	29	-0,0096	30	-0,0684
31	-0,0085	32	0,0759	33	0,0655	34	-0,0435	35	0,1158
36	-0,0825	37	-0,0175	38	0,0244	39	0,0313	40	0,0207
41	0,0697	42	0,0102	43	-0,0889	44	-0,0025	45	-0,0355
46	0,0153	47	0,0290	48	-0,0622	49	0,0678		

Wartość krytyczna dla współczynników autokorelacji cząstkowej jest równa wartości krytycznej dla współczynników autokorelacji. Analizę współczynników autokorelacji i autokorelacji cząstkowej ułatwiają korelogramy, przedstawione na rysunku 3.

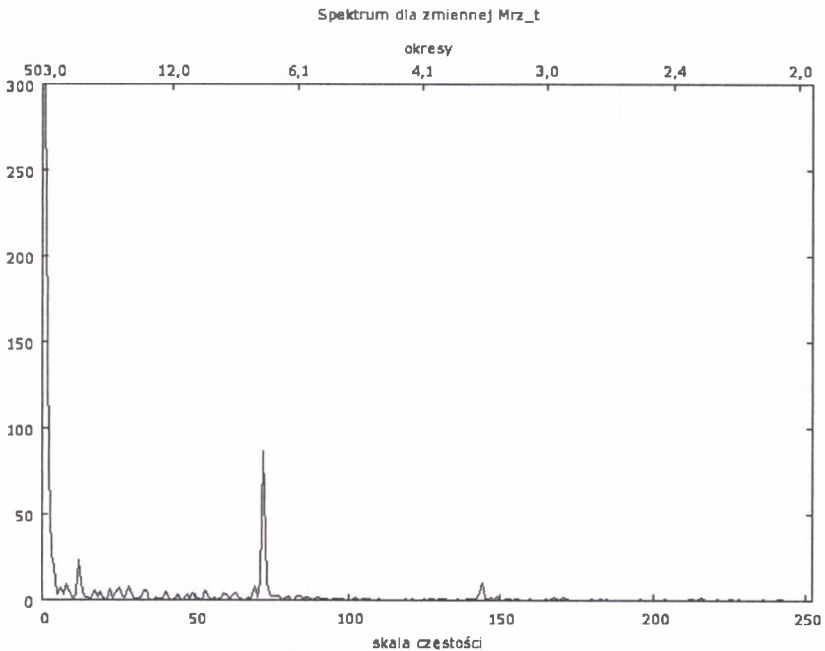


Rys. 3. Funkcje autokorelacji i autokorelacji cząstkowej

Fig. 3. Autocorrelations function (ACF) and partial autocorrelations function (PACF)

Analiza wartości współczynników autokorelacji i autokorelacji cząstkowej wykazuje, że szereg czasowy średniej metanowości dobowej jest szeregiem z „długą pamięcią”, tzn. współczynniki autokorelacji i autokorelacji cząstkowej nawet dla bardzo długich opóźnień przewyższają poziom istotności. Innymi słowy funkcje autokorelacji i autokorelacji cząstkowej są bardzo wolno zbieżne.

Z kształtu funkcji autokorelacji wynika również, że w rozpatrywanym szeregu występuje zjawisko wahań sezonowych, o okresie 7 dób.



Rys. 4. Gęstość spektralna średniej metanowości dobowej
Fig. 4. Spectral density

Zmienność szeregu można ocenić także za pomocą funkcji gęstości spektralnej. Im większa wartość gęstości spektralnej, tym większe znaczenie zmian o danym okresie. Na rysunku 4 przedstawiono wykres gęstości spektralnej omawianego szeregu metanowości dobowej. Na osi pionowej zaznaczone są wartości funkcji gęstości spektralnej. Wykres zawiera dwie osie poziome. Na osi górnej zaznaczono długość okresu zmian (w dobach), a na osi dolnej – liczbę okresów, na którą został podzielony całkowity przedział obserwacji. Bardzo wyraźne maksimum gęstości spektralnej występuje dla 72 okresów, co odpowiada okresowi o długości 7 dób. Maksimum to wskazuje na występowanie zmian sezonowych. Są one związane z tygodniowym cyklem pracy (pięć dni roboczych i dwa dni wolne od pracy).

Drugie, istotne maksimum, występuje dla 12 okresów, co odpowiada długości okresu równej 42 doby. Wskazuje ono na występowanie słabych zmian okresowych. Długość okresu jest wielokrotnością okresu zmian sezonowych, jednakże racjonalne wytłumaczenie tych zmian nie jest możliwe bez dokładnej znajomości zmian czynników wpływających na wydzielanie się metanu do rejonu ściany.

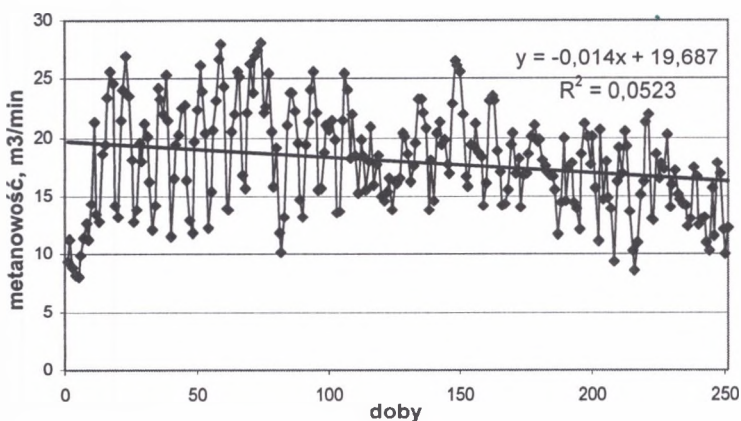
Bardzo istotną cechą szeregu czasowego jest stacjonarność. Jeżeli szereg jest ściśle stacjonarny, to nie ulegają zmianie jego własności przy zmianie punktu początkowego skali czasu. Szereg stacjonarny odznacza się między innymi stałą średnią oraz stałą wariancją.

Ponieważ na początku tego rozdziału wykazano, że szereg posiada trend, istotne jest sprawdzenie, czy trend ten jest stały. W takim przypadku proces po wyeliminowaniu trendu mógłby być procesem stacjonarnym. W tym celu cały szereg podzielono na dwa okresy. Pierwszy obejmuje obserwacje od 1 do 251, a drugi – od 252 do 503. Podstawowe parametry charakteryzujące obserwacje w poszczególnych okresach przedstawia tablica 5.

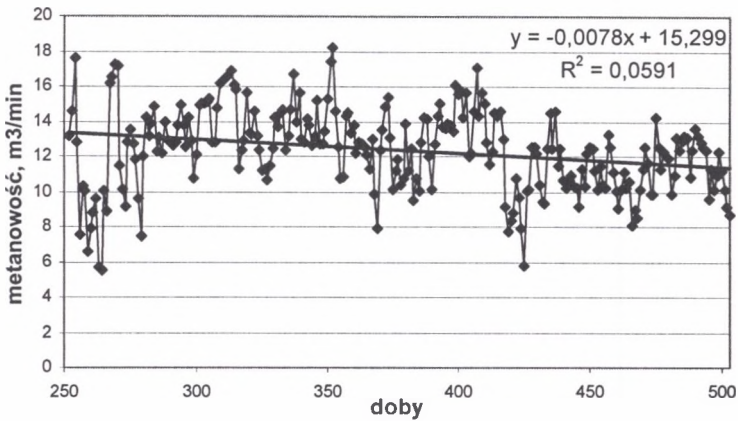
Tablica 5
Podstawowe parametry szeregu czasowego w trzech okresach.

Okres	Liczba obserwacji	Wartość średnia	Wariancja
pierwszy	251	15,85	19,186
drugi	252	9,82	5,038

Rysunki 5 i 6 przedstawiają wykresy szeregu w poszczególnych okresach. Na wykresach umieszczono równania linii trendu oraz wartość współczynnika determinacji.



Rys. 5. Rozkład obserwacji w pierwszym okresie
Fig. 5. Distribution of observations in the first period



Rys. 6. Rozkład obserwacji w drugim okresie

Fig. 6. Distribution of observations in the first period

Z analizy równań trendu wynika, że współczynniki kierunkowe równań opisujących trend liniowy różnią się pomiędzy sobą i odbiegają od współczynnika kierunkowego wyznaczonego dla całego przedziału obserwacji. Współczynniki determinacji są bardzo małe.

Przeprowadzone dodatkowe obliczenia wykazały, że w obydwu okresach trend lepiej opisuje funkcja kwadratowa. Równania trendu przedstawiają się następująco: dla okresu pierwszego $y = -0,0003x^2 + 0,0732x + 16,012$, a dla okresu drugiego $y = -0,0001x^2 + 0,0854x + 1,6292$, natomiast wartości współczynnika determinacji odpowiednio $R^2 = 0,1871$ i $R^2 = 0,1221$.

W tabelicy 5 zamieszczono wartości średnie i wariancje obliczone dla poszczególnych okresów szeregu. Poniżej przedstawiono wyniki testów mających na celu porównanie wartości wariancji i wartości średnich. Założono poziom ufności 0,05.

Hipoteza zerowa: Wariancje w dwóch populacjach są równe.

Próba 1:

$n = 251$, wariancja = 19,186

Próba 2:

$n = 252$, wariancja = 5,038

Statystyka testowa: $F(250, 251) = 3,80826$

Dwustronny obszar krytyczny p-value = $1,658e-024$

(jednostronny obszar krytyczny = $8,292e-025$)

Brak podstaw do przyjęcia hipotezy zerowej.

Oznacza to, że wariancje w obydwu okresach istotnie się różnią.

Hipoteza zerowa: Różnica dwóch średnich = 0.

Próba 1:

 $n = 251$, średnia = 15,85, odch. std. = 4,38

Próba 2:

 $n = 251$, średnia = 9,82, odch. std. = 2,245Statystyka testowa: $t(500) = (15,85 - 9,82)/0,310663 = 19,4101$

Dwustronny obszar krytyczny p-value = 2,823e-016

(jednostronny obszar krytyczny = 1,412e-016)

Brak podstaw do przyjęcia hipotezy zerowej.

Oznacza to, że również średnie w obydwu rozpatrywanych okresach istotnie się różnią, a zatem szereg nie jest stacjonarny.

4. Podsumowanie

Przeprowadzone badania wykazały, że analizowany szereg odznacza się bardzo dużą zmiennością. Szereg nie posiada rozkładu normalnego. Występuje w nim zmieniający się okresami trend, który jest lepiej opisany funkcją kwadratową niż liniową. Istotnie zmienia się wartość wariancji oraz średniej. Powyższe stwierdzenia dowodzą, że szereg nie jest stacjonarny.

W szeregu występują zarówno sezonowość jak i okresowość. Sezonowość związana jest z tygodniowym cyklem pracy. Natomiast przyczyna okresowości nie jest znana.

W szeregu czasowym zachodzi autokorelacja. Jak wykazały badania funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej, analizowany szereg posiada tzw. „długą pamięć”, czyli zachodzi autokorelacja pomiędzy obserwacjami znacznie oddalonymi od siebie.

Własności zbadanego szeregu średniej metanowości dobowej są pochodną czynników, które mają wpływ na zjawisko wydzielania się metanu do rejonu ściany. Zbadany szereg zawierał obserwacje z całego okresu eksploatacji ściany. Jego własności mogą się różnić od szeregów częściowych, które tworzone są z kilku, kilkudziesięciu lub kilkuset obserwacji początkowych. Inne mogą być również własności szeregów powstałych poprzez wycięcie dowolnego ciągu kolejnych obserwacji. Oznacza to, że przed przystąpieniem do sporządzenia prognozy średniej metanowości dobowej, na podstawie obserwacji metanowości poprzedzających okres sporządzenia prognozy, należy każdorazowo zbadać szereg utworzony przez te obserwacje. Na tej podstawie należy dokonać wyboru klasy lub klas dopuszczalnych modeli

prognozowania. Zasadą sporządzania prognoz jest wykonanie kilku prognoz, stosując różne modele. Na podstawie wartości błędów *ex ante*, a następnie na podstawie weryfikacji prognoz można dokonać wyboru modelu najbardziej dokładnego.

Trzeba również pamiętać, że w wielu przypadkach zachodzi konieczność wykonania prognozy już w początkowym okresie istnienia ściany, a zatem liczba obserwacji, na podstawie której będzie sporządzona prognoza, może być mała, co również może ograniczyć liczbę dopuszczalnych modeli prognostycznych.

Biorąc pod uwagę zbadane wyżej własności szeregu, do grupy prognostycznych modeli dopuszczalnych mogłyby wejść przykładowo [2, 4, 5, 6, 11, 12]:

- modele wskaźnikowe z uwzględnieniem trendu. Należą do nich modele addytywne oraz multiplikatywne,
- analiza harmoniczna z trendem,
- model wygładzania wykładniczego Wintersa,
- autoregresyjne modele wahań sezonowych z trendem,
- model ARIMA z wahaniami sezonowymi. Z uwagi na zmieniający się trend, model ten może być zawodny, gdyż różnicowanie szeregu może nie doprowadzić do powstania szeregu stacjonarnego,
- model niestacjonarny gładki RCA.

Modele autoregresyjne wahań sezonowych z trendem, a także modele ARIMA i RCA mogą być stosowane tylko przy dużej liczbie obserwacji, przy czym powinny zostać przeprowadzone dalsze, bardziej szczegółowe, badania właściwości szeregu.

LITERATURA

1. Badura H.: Wpływ wydobywania na wydzielanie się metanu do rejonu ściany. Materiały 3 Szkoły Aerologii Górniczej, Zakopane 12–15 październik 2004.
2. Bielińska E.: Metody prognozowania. „Śląsk” Sp.z o.o. Wydawnictwo Naukowe, Katowice 2002.
3. Bojko B., Analiza rejestracji stężeń metanu w wyrobiskach górniczych – wybrane przykłady. Materiały 3 Szkoły Aerologii Górniczej, Zakopane, 12-15 październik 2004.
4. Box G. E. P., Jenkins G. M.: Analiza szeregów czasowych. Państwowe Wyd. Naukowe, Warszawa 1983.
5. Dittmann P.: Metody prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie. Wyd. Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2000.
6. Kildiszew G., Frankel A.: Analiza szeregów czasowych i prognozowanie. Państwowe Wyd. Naukowo-Ekonomiczne, Warszawa 1976.

7. Kozłowski B., Grębski Z.: Odmetanowanie górotworu w kopalniach. Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice 1982.
8. Kozłowski B.: Nowa metoda prognozowania zagrożenia metanowego. Zeszyty Nauk. Politechniki Śląskiej, Gliwice 1969.
9. Krause E., Łukowicz K.: Dynamiczna prognoza metanowości bezwzględnej ścian. (Poradnik techniczny). Główny Instytut Górnictwa w Katowicach. Kopalnia Doświadczalna „Barbara” w Mikołowie. Seria Instrukcje nr 14, Katowice 2000.
10. Kufel T.: Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
11. Kolenda K., Kolenda M.: Analiza i prognozowanie szeregów czasowych. Agencja Wydawnicza „Placet”, Warszawa 1999.
12. Prognozowanie gospodarcze. Praca zbior. pod red. M. Cieślak. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
13. Szywacz J.: Modelowanie sygnałów stężenia tlenu węgla. Materiały 1 Szkoły Aerologii Górniczej, Zakopane 11–15 październik 1999.
14. Szywacz J.: Modelowanie szeregów czasowych parametrów powietrza kopalnianego metodą filtrów formujących. Materiały 3 Szkoły Aerologii Górniczej, Zakopane, 12-15 październik 2004.
15. Wasilewski St.: Cyfrowa analiza sygnałów pomiarowych procesu wentylacji. Archiwum Górnictwa, tom 36, z. 3, Kraków 1997.
16. Wasilewski St., Trutwin W.: Filtry cyfrowe w systemach monitorowania i sterowania wentylacją kopalń. Archiwum Górnictwa, tom 39, z. 2, Kraków 1994.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Strumiński