

Andrzej KWINTA
Akademia Rolnicza, Kraków

PROGNOZOWANIE DEFORMACJI W PŁASZCZYŹNIE POZIOMEJ

Streszczenie. Do prognozowania deformacji w płaszczyźnie poziomej dla teorii opartych na funkcji wpływów powszechnie wykorzystuje się zależność Awierszyna. W pracy przeprowadzono próbę wyznaczenia współczynnika proporcjonalności tej zależności. Na końcu zamieszczono propozycję modelu prognozowania, wykorzystującą założenie o „aktywnym punkcie działania środka ciężkości”.

PREDICTION OF HORIZONTAL DEFORMATION

Summary. To predict horizontal deformation in influence function theory the most popular is Awierszyn dependence. In paper an example of determination of proportional coefficient in this dependence is presented. In the end proposition of prediction model which use assumption of “active point of the attraction centre” is made.

1. Wprowadzenie

Wskaźniki deformacji w płaszczyźnie poziomej wyznaczane na podstawie obliczeń teoretycznych stanowią jedną z podstawowych przesłanek przy podejmowaniu decyzji o podjęciu eksploatacji górniczej. Przemieszczenia i deformacje powstające w płaszczyźnie poziomej mają decydujące znaczenie dla niekorzystnego oddziaływania eksploatacji na obiekty powierzchniowe oraz zlokalizowane w górotworze obiekty własne kopalni. Z tego powodu od momentu pojawienia się wiarygodnych pomiarów długościowych zaczęto poszukiwania zależności, pozwalających na prognozowanie deformacji w płaszczyźnie poziomej. Różni badacze starali się wyprowadzić ogólne wnioski na temat przebiegu procesu deformacji i ująć je w postaci formuł matematycznych.

Na podstawie zgromadzonego geodezyjnego materiału pomiarowego opracowano wiele metod obliczeniowych, mających na celu wyznaczenie wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej, które można pogrupować następująco [5]:

1. zależność pomiędzy przemieszczeniami poziomymi i pionowymi, tzn. $\Psi: W \rightarrow U$,
2. zależność pomiędzy przemieszczeniami poziomymi i nachyleniami profilu niecki obniżeniowej, tzn. $\Phi: T \sim U$,
3. niezależne wyznaczanie przemieszczeń poziomych, tzn. $U := U(x, y)$.

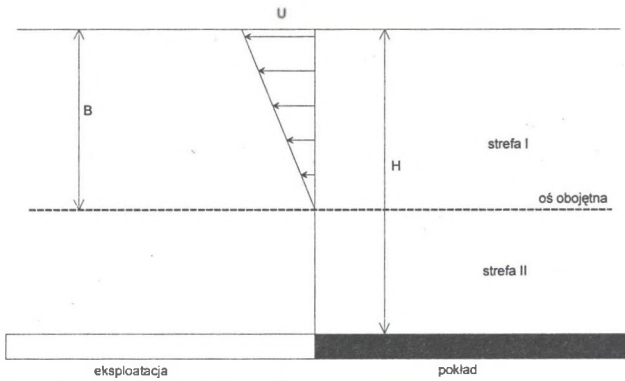
Obecnie dla celów prognozowania przemieszczeń poziomych z reguły wykorzystuje się właśnie zależność sformułowaną przez Awierszyna (punkt 2). Przez lata na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych weryfikowano istniejący parametr, modyfikowano zależność Awierszyna, czy wręcz ją negowano jako formalnie bezzasadną.

2. Zależność Awierszyna

Począwszy od 1933 roku w dwóch Radzieckich Zagłębiach Podmoskiewskim i Donieckim prowadzone były intensywne pomiary geodezyjne. Analizując ten bogaty materiał obserwacyjny oraz prowadząc rozważania na drodze teoretycznej Awierszyn ustalił związek pomiędzy odkształceniami poziomymi i krzywiznami w postaci następującego równania różniczkowego [1]:

$$\frac{dU}{dx} - B \frac{d^2w}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

Współczynnik proporcjonalności B występujący w tym równaniu ma wymiar [m], a co za tym idzie Awierszyn poszukiwał wytłumaczenia dla tego współczynnika w górotworze. Autor ten zaproponował interpretację, że B jest odległością pomiędzy powierzchnią terenu a osią obojętną uginającej się warstwy (rys. 1). Górotwór leżący ponad eksploatacją górnictwa podzielono na dwie strefy. Linia rozdzielającą te strefy jest oś obojętna uginających się warstw. W strefie I „przypowierzchniowej” występują przemieszczenia pionowe oraz poziome (rozkładające się wzdłuż linii prostej). Pod osią w strefie II występują wyłącznie przemieszczenia pionowe.



Rys. 1. Podział górotworu na dwie strefy przez Awierszyna
 Fig. 1. Division of rockmass in two zones by Awierszyn

Istotne znaczenie dla prognozowania przemieszczeń i odkształceń poziomych w Polsce miały rozważania Budryka [2]. Poprzez wprowadzenie zmodyfikowanej zależności Awierszyna Budryk uzupełnił teorię Knothe'go [3] o możliwość wyznaczania wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej.

W literaturze można spotkać wiele prac na temat wartości współczynnika proporcjonalności Awierszyna czy też modyfikacji tej zależności. Wybrane propozycje jego wartości zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości współczynnika proporcjonalności *B*

Autor	Wartość
Awierszyn [1]	$B = (0.15 + 0.18)H$
Budryk [2]	$B = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \approx 0.4r$
Popiołek Ostrowski [9]	$B = 0.156H + 53.7U_{\max} - 17.1W_{\max}$ $B = 0.16H$ $B = 0.32r$
Niemiec Radoła [8]	$a = 0.84 \quad B = 0.37r$
Szpetkowski [10]	$B = \frac{0.8}{\operatorname{tg}\beta} r$
Niedojadło [7]	$B(x) = k \left\{ 1 - \exp \left[\frac{\pi}{r^2} (x^2 - 2bx) \right] \right\}$ $B(x) = \begin{cases} \frac{B(b)}{b^2} (x^2 - 2bx) & \text{dla } -\infty < x \leq b \\ \frac{B(b)}{r^2} [(x-b)^2 - r^2] & \text{dla } b < x < \infty \end{cases}$
Xueyi Yu Niedbalski [11]	$B = (0.20 + 0.40)r$

Przedstawione w tabeli 1 wartości generalnie odnoszone są do promienia zasięgu wpływów głównych teorii Knothego. Gdy nie dysponuje się wynikami pomiarów geodezyjnych i nie ma możliwości weryfikacji wartości współczynnika dla danych warunków eksploatacji, powszechnie przyjmuje się wartość zaproponowaną przez Popiołka i Ostrowskiego [9]:

$$B = 0.32r \quad (2)$$

Jednak gdy jest to tylko możliwe, należy wartość tę weryfikować dla danego rejonu eksploatacji

Zgodnie z założeniem Awierszyna wyznaczenie wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej polega na przemnożeniu przez współczynnik proporcjonalności B odpowiednich wskaźników deformacji w płaszczyźnie pionowej. Wzory dla przemieszczeń i odkształceń poziomych przyjmują postać:

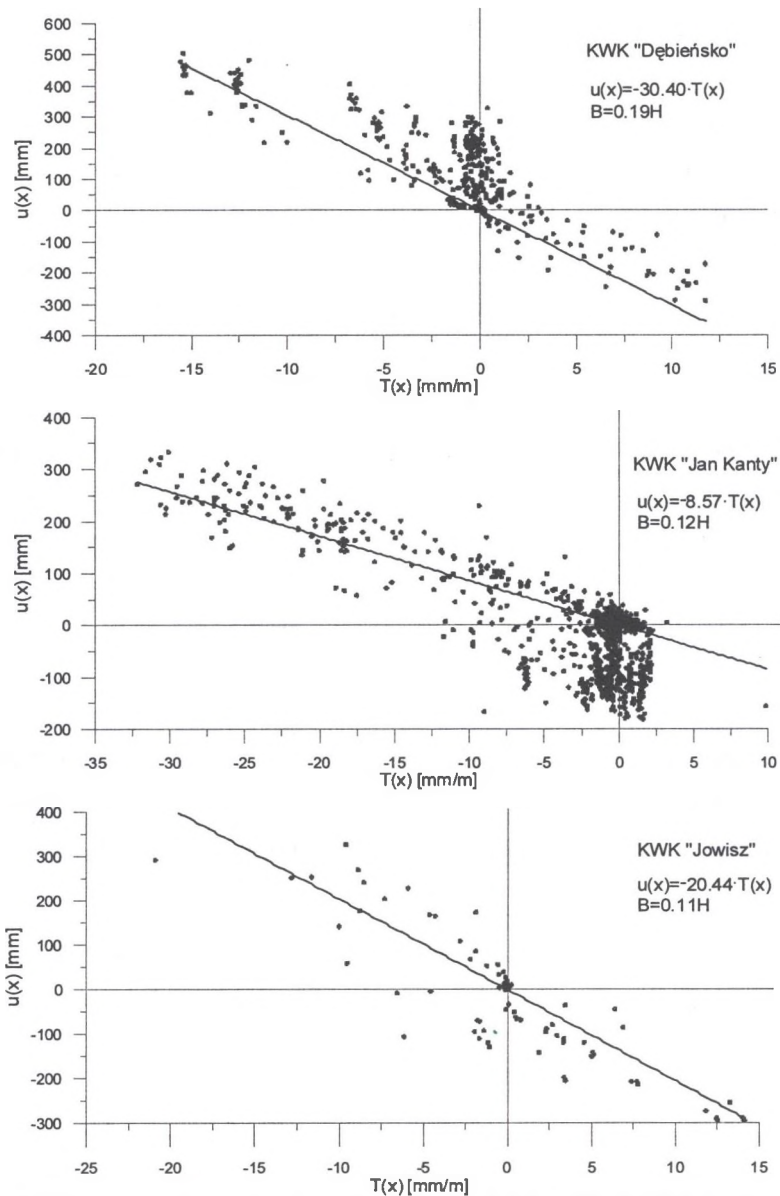
$$U(\cdot) = -B \cdot T(\cdot) \quad (3)$$

$$\varepsilon(\cdot) = -B \cdot K(\cdot) \quad (4)$$

Zgodnie ze wzorami (3) i (4) wyznacza się wartości składowe wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej dla wybranego układu współrzędnych.

3. Liniowość przemieszczeń poziomych i nachyleń profilu niecki obniżeniowej

Badanie zależności przemieszczeń poziomych i nachyleń przeprowadzono dla trzech zrealizowanych przypadków eksploatacji górniczej. Na podstawie wyników pomiarów wyznaczono wartości wskaźników deformacji w poszczególnych seriach pomiarowych. Dla każdego z przykładów sporządzono wykresy przemieszczeń poziomych w funkcji nachyleń (rysunek 3). Na wykresach tych w postaci punktów zaznaczono wyniki obliczenia wskaźników deformacji z pomiarów, natomiast linią zaznaczono wynik aproksymacji przemieszczeń poziomych, zgodnie z zależnością (3).



Rys. 2. Wykresy przemieszczeń poziomych w funkcji nachyleń profilu niecki obniżeniowej
 Fig. 2. Graphs of horizontal displacements in function of subsidence basin slope

Przedstawione wyniki obliczeń wskazują, że pomimo występowania istotnej korelacji pomiędzy przemieszczeniami poziomymi i nachyleniami profilu niecki obniżeniowej przyjęcie zależności (3) jest pewnym uproszczeniem. Niemniej dla praktycznych zastosowań uzyskiwane dokładności są zadowalające.

4. Wyznaczenie współczynnika B

Na wartości prognozowanych wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej istotne znaczenie ma przyjęcie wartości współczynnika proporcjonalności B . Dlatego, jeżeli jest to tylko możliwe, należy w danym rejonie eksploatacji wykonać odpowiednie obliczenia.

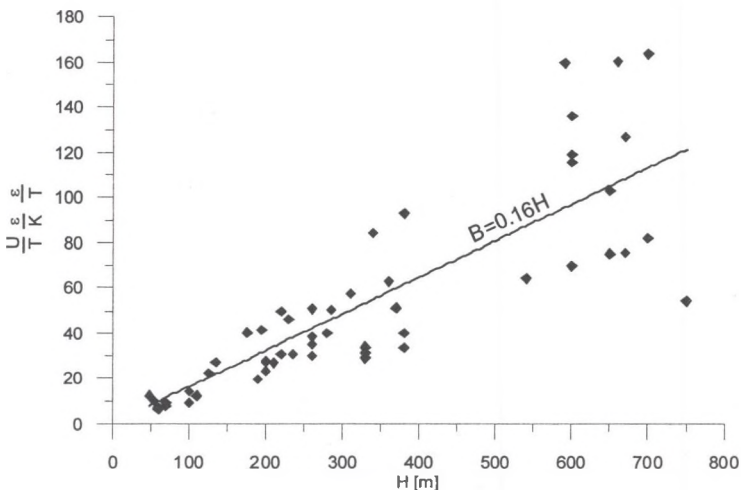
Generalnie najprostszym sposobem jest wykorzystanie ekstremalnych wartości wskaźników deformacji, co łącznie z zależnościami teorii Knothego daje:

$$B = \frac{-U_{\max}}{T_{\max}} \quad \vee \quad B = \frac{-\varepsilon_{\max}}{K_{\max}} \quad \vee \quad B = \frac{-\varepsilon_{\max}}{T_{\max}} r \sqrt{\frac{e}{2\pi}} \quad (5)$$

Bezpośrednie zastosowanie wzoru Awierszyna do wskaźników dla całej linii pomiarowej jest kłopotliwe, natomiast zgodnie z Metodą Najmniejszych Kwadratów można uzyskać zależności:

$$B = \frac{-\sum_{i=1}^n U_i T_i}{\sum_{i=1}^n T_i T_i} \quad \vee \quad B = \frac{-\sum_{i=1}^n \varepsilon_i K_i}{\sum_{i=1}^n K_i K_i} \quad (6)$$

Na podstawie zebranych przykładów eksploatacji, a także wyników prezentowanych w różnych publikacjach wyselekcjonowano dane do obliczenia współczynnika B , zgodnie z zależnościami (5). Graficznie wyniki przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Wyznaczenie współczynnika B z maksymalnych wskaźników deformacji
Fig. 3. Calculation of B coefficient with maximum deformation indexes

Na podstawie 26 przykładów dla znanych wartości maksymalnych przemieszczeń i nachyleń bądź odkształceń i krzywizn oraz 27 przykładów dla znanych odkształceń i nachyleń wyznaczono wartość współczynnika B . Wyznaczona wartość współczynnika odpowiada wynikowi uzyskanemu przez Popiołka i Ostrowskiego [9], a współczynnik korelacji dla analizowanych przypadków wynosi 0.94. Analizując rysunek 3, należy stwierdzić, że wraz ze wzrostem głębokości eksploatacji rośnie rozproszenie współczynnika B .

5. Model aktywnego punktu działania środka ciężkości

Badania zależności pomiędzy wskaźnikami deformacji w płaszczyźnie poziomej i pionowej wskazują na trafność spostrzeżenia dokonanego przez Awierszyna. Próba wy tłumaczenia tego zjawiska na podstawie podziału górotworu na dwie strefy jest wątpliwa.

W jednej ze swoich prac Litwiniszyn [6] przeprowadził analizę możliwości zastosowania pojęcia punktu działania środka ciężkości w szkodach górniczych. Uzyskał rozwiązanie spełniające liniowe paraboliczne lub eliptyczne równania, opisujące niecki osiadania. Jak powszechnie wiadomo, traktując proces przemieszczeń górotworu jako proces losowy, otrzymujemy również rozwiązanie spełniające paraboliczne równanie liniowe.

Pomiary geodezyjne realizowane na powierzchni terenu ponad prowadzoną eksploatacją górniczą wykazują, że nie można przyjmować położenia punktu środka ciężkości wewnątrz pojedynczego elementu eksploatacji.

Wprowadźmy pewne założenia upraszczające zapis i rozważania, a mianowicie:

- nieściśliwość ośrodka,
- górotwór poziomo uwarstwiony i poziomo jednorodny,
- kartezyjański układ współrzędnych,
- eksploatację można podzielić na zbiór eksploatacji elementarnych.

Uwzględniając powyższe założenia, możemy sformułować następującą definicję modelu aktywnego punktu działania środka ciężkości [4]:

Dla eksploatacji elementarnej i konkretnego horyzontu obliczeniowego istnieje pewien wyidealizowany punkt, leżący na osi pionowej tej eksploatacji elementarnej, w kierunku którego przemieszczają się wszystkie punkty, leżące na przyjętym horyzoncie obliczeniowym, przy czym odległość pionowa pomiędzy tym punktem a eksploatacją zależy od współrzędnej pionowej przyjętego horyzontu obliczeniowego oraz głębokości eksploatacji.

Symbolicznie definicję tę przedstawić możemy w następującej postaci:

$$\forall_{\substack{dP(0,0) \in P \\ z \in (0,H)}} \exists_{\substack{s(0,z_s)}} \frac{u_e(x,y,z)}{w_e(x,y,z)} = \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{z - z_s(z,H)} \quad (8)$$

gdzie:

$dP(0,0)$ - elementarna eksploatacja,

s - aktywny punkt ciężkości,

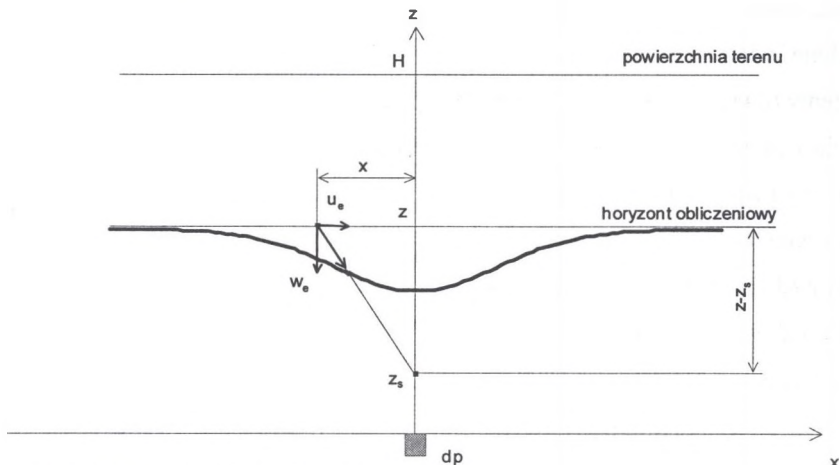
w_e - elementarne przemieszczenia,

x, y, z - współrzędne punktu horyzontu obliczeniowego,

α - kąt poziomy, jaki tworzy prosta poprowadzona przez punkt obliczeniowy i początek układu współrzędnych z osią x ,

$z_s(z,H)$ - współrzędna pionowa aktywnego punktu działania środka ciężkości s .

Graficznie ideę aktywnego punktu działania środka ciężkości dla przypadku płaskiego przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Aktywny punkt działania środka ciężkości
Fig. 4. Active point of the attraction centre

Przyjęcie istnienia aktywnego punktu działania środka ciężkości dla danego elementu eksploatacji i wybranego horyzontu obliczeniowego powoduje, że dla dowolnego punktu leżącego ponad eksploatacją górniczą można wyznaczyć wskaźniki deformacji w płaszczyźnie poziomej i pionowej. Aby można było prowadzić obliczenia z wykorzystaniem tego modelu, należy zdefiniować postać funkcji, zgodnie z którą zmienia się położenie aktywnego punktu działania środka ciężkości wraz ze zmianą głębokości

horyzontu obliczeniowego i jego odległości od eksploatacji górniczej. Pewnych informacji na temat postaci tej funkcji mogą dostarczyć badania modelowe.

6. Podsumowanie

Zaproponowana 60 lat temu przez Awierszyna zależność pozwalająca na wyznaczanie wskaźników deformacji w płaszczyźnie poziomej jest ciągle aktualna. Na potrzeby praktycznego zastosowania w modelach geometryczno-całkowych jej dokładność jest wystarczająca. Współczynnik proporcjonalności pomiędzy poziomymi i pionowymi wskaźnikami deformacji podany przez Awierszyna, a potwierdzony następnie przez Popiołka i Ostrowskiego w dalszym ciągu znajduje potwierdzenie w wynikach pomiarów geodezyjnych.

Na podstawie wyników pomiarów wyznaczono wartość współczynnika $0.16H$, którą można stosować, gdy niemożliwe jest wyznaczenie współczynnika dla danych warunków eksploatacji.

Zastosowanie w obliczeniach modelu aktywnego punktu działania środka ciężkości pozwala na formalną poprawę opisu zjawiska, natomiast należy jeszcze przeprowadzić wiele badań uszczegółwiających to rozwiązanie.

LITERATURA

1. Awierszyn S.G.: Sdwiżenije gornych porod pri podziemnych razrabotkach. Ugletiechzdat, Moskwa 1947.
2. Budryk W.: Wyznaczanie wielkości poziomych odkształceń terenu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t.1, z.1, Warszawa 1953.
3. Knothe S.: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t.1, z.1, Warszawa 1953.
4. Kwinta A.: Model aktywnego działania punktu środka ciężkości. Kraków 1999 (praca niepublikowana).
5. Kwinta A.: Weryfikacja modeli niestacjonarnego pola poziomych przemieszczeń górniczych. AGH, Kraków 2003 (praca doktorska).
6. Litwiniszyn J.: A remark concerning the so called „point of the attraction centre” and its connection with the formation of the subsidence trough. Archiwum Górnictwa, t. XIX, z.3, Warszawa 1974.
7. Niedojadło Z.: Model funkcjonalny przemieszczenia punktów nad eksploatacją górniczą. AGH, Kraków 1984 (praca doktorska).

8. Niemiec T., Radoła W.: Zależność między współczynnikami osiadania i poziomego przesunięcia w teorii Budryk-Knothe, w profilu ostatecznie wykształconej niecki deformacji. Ochrona Terenów Górniczych nr 57, Katowice 1981.
9. Popiołek E., Ostrowski J.: Zależność pomiędzy nachyleniami a przemieszczeniami poziomymi terenu w ostatecznie wykształconych nieckach obniżeniowych. Ochrona Terenów Górniczych nr 46, Katowice 1978.
10. Szpetkowski S.: Prognozowanie wpływów eksploatacji złóż pokładowych na górotwór i powierzchnię terenu. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1995.
11. Xueyi Yu, Niedbalski Z.: Parametry funkcji wpływów do wyznaczania deformacji powierzchni stosowane w kopalniach chińskich. Materiały XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Kraków 1998.

Recenzent: Dr hab. inż. Ryszard Hejmanowski, prof. AGH