

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
WYDZIAŁ MECHANICZNY TECHNOLOGICZNY

mgr inż. Mateusz Muszyński

**Straty mocy w łożyskach tocznych obrabiarek *High
Speed Cutting***

Rozprawa doktorska wykonana pod kierunkiem

Prof. dr. hab. inż. Jana Kosmola

Gliwice 2022

W tym miejscu autor składa serdeczne podziękowania Prof. dr hab. inż. Janowi Kosmolowi za opiekę naukową, rady i wskazówki oraz wszelką pomoc udzieloną w czasie powstawania tej pracy.

/autor/

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ.....	7
1. WSTĘP	9
2. ANALIZA DONIESIEŃ LITERATUROWYCH.....	12
2.1. Łożyskowanie wrzecion obrabiarek	12
2.2. Napięcie wstępne kulkowych łożysk skośnych.....	16
2.3. Modelowanie oporów ruchu i strat mocy kulkowych łożysk skośnych.....	18
2.3.1. Tarcie toczne.....	21
2.3.2. Zjawisko spinu.....	22
2.3.3. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego	24
2.3.4. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego.....	25
2.3.5. Rozszerzone modele kontaktowe	27
2.4. Modelowanie pola temperatury i odkształceń cieplnych elektrowrzecion.....	32
2.5. Podsumowanie.....	33
3. CEL I ZAKRES PRACY.....	35
3.1. Cel pracy.....	35
3.2. Zakres pracy	35
4. MODELOWANIE SIŁ KONTAKTOWYCH	37
4.1. Zależności kinematyczne i obciążenia kulek łożyska	37
4.2. Współczynnik sztywności kontaktowej kulki z bieżnią.....	41
4.3. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego – model klasyczny	43
4.4. Sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia.....	49
4.5. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego – model rozszerzony	52
4.6. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego – model klasyczny	58
4.7. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego – model rozszerzony	63
4.8. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego. Wpływ zmiennej siły osiowej.....	66
4.9. Badania symulacyjne sił kontaktowych	74
5. MODELOWANIE OPORÓW RUCHU ŁOŻYSK.....	83
6. EKSPERYMENTALNE BADANIA WSPÓŁCZYNNIKA SZTYWNOŚCI KONTAKTOWEJ	91
6.1. Stanowisko badawcze do wyznaczania sztywności kontaktu kulka – płaszczyzna	91
6.2. Wyniki badań sztywności kontaktowej	93
7. EKSPERYMENTALNE BADANIA OPORÓW RUCHU ŁOŻYSK	96

7.1. Stanowiska badawcze do pomiarów oporu ruchu łożysk skośnych	96
7.2. Wyniki badań oporów ruchu łożysk skośnych	101
7.3. Weryfikacja modeli analitycznych oporów ruchu	104
8. MODELOWANIE STRAT MOCY, ROZPŁYWU CIEPŁA I ROZKŁADU POLA TEMPERATURY	108
8.1. Sprzężony model cieplno-mechaniczny	109
8.2. Wyniki cieplnych badań symulacyjnych	119
9. EKSPERYMENTALNE BADANIA CIEPLNE	130
9.1. Wyniki eksperymentalnych badań cieplnych łożysk wrzecionowych.....	131
9.2. Weryfikacja modelu cieplno-mechanicznego	138
10. PODSUMOWANIE I KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ.....	144
11. STRESZCZENIE	147
12. ABSTRACT	148
BIBLIOGRAFIA.....	149

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

Oznaczenie	Opis
a	Dłuższa półoś elipsy odkształcenia kontaktowego
A	Odległość pomiędzy środkami krzywizn bieżni wewnętrznej i zewnętrznej
b	Krótsza półoś elipsy odkształcenia kontaktowego
C_s	Nośność statyczna łożyska
d_i	Średnica bieżni wewnętrznej
d_{ir}	Średnica wewnętrzna łożyska
d_m	Średnica podziałowa łożyska
d_o	Średnica bieżni zewnętrznej
d_{or}	Średnica zewnętrzna łożyska
D	Średnica kulki
E	Moduł Young'a
$f_i = \frac{r_i}{D}$	Stosunek promienia krzywizny bieżni wewnętrznej do średnicy kulki
f_k	Współczynnik tarcia tocznego
$f_o = \frac{r_o}{D}$	Stosunek promienia krzywizny bieżni zewnętrznej do średnicy kulki
F_a	Siła napięcia wstępnego
F_c	Siła odśrodkowa kulki wirującej wokół osi łożyska
F_{cr}	Siła odśrodkowa od ruchu obrotowego wycinka bieżni wewnętrznej
F_n	Siła normalna w bieżni wewnętrznej
F_r	Siła promieniowa
J	Moment bezwładności kulki
K_i	Współczynnik sztywności kontaktowej kulki z bieżnią wewnętrzną
K_o	Współczynnik sztywności kontaktowej kulki z bieżnią zewnętrzną
m	Masa kulki
m_w	Masa wycinka bieżni wewnętrznej
M	Moment oporu ruchu łożyska
$M_{1(T)}$	Moment oporu ruchu łożyska wynikający z tarcia tocznego
M_s	Moment spinu
M_g	Moment żyroskopowy
$M_{s(red)}$	Moment spinu zredukowany na wał
M_v	Moment oporów wiskotycznych
n	Prędkość obrotowa pierścienia wewnętrznego
Q_i	Siła normalna pomiędzy kulką a bieżnią wewnętrzną
Q_j	j-te obciążenie zastępcze pomiędzy kulką a bieżniami
Q_o	Siła normalna pomiędzy kulką a bieżnią zewnętrzną
r_i	Promień krzywizny bieżni wewnętrznej
r_o	Promień krzywizny bieżni zewnętrznej
T	Temperatura
ν	Liczba Poisson'a

ν_o	Lepkość kinematyczna oleju bazowego smaru
Z	Liczba kulek
Gr	Liczba Grashofa
Nu	Liczba Nusselta
Pr	Liczba Prandtla
Ra	Liczba Rayleigha
Re	Liczba Reynoldsa
α	Kąt działania łożyska
α_i	Kąt działania łożyska pomiędzy kulką a bieżnią wewnętrzną
α_o	Kąt działania łożyska pomiędzy kulką a bieżnią zewnętrzną
α_s	Współczynnik rozszerzalności cieplnej stali
β	Kąt nachylenia osi ruchu obiegowego kulki
δ	Przemieszczenie kontaktowe
$\delta_{a(T)}$	Względne przemieszczenie osiowe pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego łożyska spowodowane napięciem wstępnym i odkształceniami cieplnymi
δ_a	Względne przemieszczenie osiowe pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego łożyska spowodowane napięciem wstępnym (tzw. odkształcenie wstępne)
δ_c	Promieniowe, sprężyste przemieszczenie pierścienia wewnętrznego powstałe na skutek sił odśrodkowych
δ_i	Przemieszczenie kontaktowe pomiędzy kulką a bieżnią wewnętrzną
δ_n	Przemieszczenie kontaktowe w kierunku normalnym
δ_o	Przemieszczenie kontaktowe pomiędzy kulką a bieżnią zewnętrzną
$\delta_{t(ir)}$	Przyrost promienia pierścienia wewnętrznego na skutek podwyższenia temperatury
$\delta_{t(or)}$	Przyrost promienia pierścienia zewnętrznego na skutek podwyższenia temperatury
ε_b	Przyrost promienia kulki na skutek podwyższenia temperatury
θ	Współczynnik konwekcji
λ	Współczynnik uwzględniający niesymetryczny rozkład sił żyroskopowych
μ	Współczynnik tarcia ślizgowego
ω	Prędkość kątowa pierścienia wewnętrznego
ω_R	Prędkość kątowa kulki wokół własnej osi w wyniku ruchu tocznego
ω_m	Prędkość kątowa środka masy kulki wokół osi łożyska
ω_s	Prędkość kątowa kulki wokół własnej osi w wyniku zjawiska spinu
$\sum\rho$	Suma krzywizn bieżni
$F(\rho)$	Zastępcza różnica krzywizn
χ	Współczynnik przewodzenia ciepła

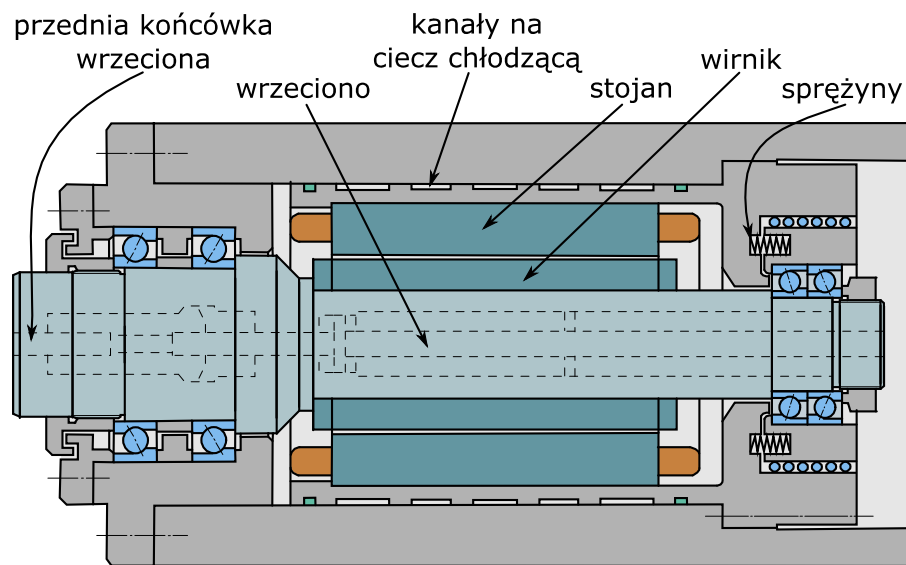
1. WSTĘP

Trendem panującym obecnie w przemyśle maszynowym związanym z obróbką skrawaniem jest ciągłe dążenie do wzrostu wydajności i dokładności obróbki. Można stwierdzić, że w najbliższym czasie, jak i w dłuższej perspektywie będą prowadzone prace pozwalające na ciągłą poprawę tych wymagań. W kontekście obróbki skrawaniem wydajność i dokładność są ściśle związane z możliwościami obrabiarki, dlatego szybkie i dokładne wykonywanie przedmiotów wymaga wykorzystania nowoczesnych obrabiarek. Zespoły oraz elementy składowe takich obrabiarek to np. elektrowrzeciona, precyzyjne narzędzia wykonane z nowoczesnych materiałów, układy pomiarowe o dużej dokładności czy prowadnice toczne. Współczesne obrabiarki skrawające charakteryzuje wysoki stopień zaawansowania technicznego rozwiązań zarówno konstrukcyjnych jak i związanych ze sterowaniem, które umożliwiają wykorzystanie możliwości danej maszyny, jak np. ciągła obróbka w 5 osiach.

Technologią ściśle związaną z dużą wydajnością i dokładnością w odniesieniu do obróbki skrawaniem jest tzw. *High Speed Cutting (HSC)*, inaczej nazywane *High Speed Machining (HSM)*. Obróbkę HSC charakteryzuje duża prędkość skrawania w porównaniu do obróbki konwencjonalnej [12], w tym kontekście decydujące znaczenie ma rodzaj materiału narzędziowego oraz możliwości obrabiarki. Często również stosowane są duże posuwy [76]. Takie podejście do obróbki skrawaniem ma szereg zalet, takich jak: duża wydajność usuwania nadatków obróbkowych (skrócenie czasu obróbki), małe siły skrawania, bardzo dobra jakość powierzchni, możliwość obróbki elementów cienkościennych oraz fakt, że znaczna część wydzielającego się ciepła odprowadzana jest z wiórem [12,16,39,84]. Poza zaletami, należy wspomnieć, że wraz ze wzrostem prędkości skrawania zmniejsza się trwałość narzędzi [76]. Dla osiągnięcia dużych prędkości skrawania narzędzi obrotowych, zwłaszcza o małych średnicach, konieczne są duże prędkości obrotowe wrzecion. Dlatego też obrabiarki muszą być wyposażone w odpowiedni napęd ruchu głównego, który będzie umożliwiał również dużą dokładność wykonania przedmiotów, tzn. będzie umożliwiał wykonanie ruchu obrotowego narzędzia z dużą dokładnością. Obecnie powszechnie stosuje się do tego celu tzw. elektrowrzeciona. Dla przykładu obróbka aluminium z prędkością skrawania 1000 m/min frezem o średnicy 20 mm wymaga prędkości obrotowej niemal 16000 obr/min.

Elektrowrzecionem można nazwać bezpośredni, zintegrowany napęd ruchu głównego obrabiarki, w którym wirnik silnika jest osadzony na wałe wrzeciona [62].

Przykładowy schemat elektrowrzeciona przedstawiono na rys. 1.1. Elektrowrzeciona cechują się możliwością osiągnięcia bardzo dużych prędkości obrotowych (rzędu kilkudziesięciu tys. obr/min) przy jej bezstopniowej regulacji, dodatkowo ruch obrotowy jest bardzo precyzyjny, co wynika m. in. z bezłuzowego łożyskowania o dużej sztywności [1,62]. Klasyczne łańcuchy kinematyczne składające się z przekładni zębatych, wałków i innych elementów mechanicznych praktycznie są wyeliminowane, pozwalając tym samym na uzyskiwanie większych prędkości obrotowych dzięki znacznemu ograniczeniu wpływu drgań elementów wirujących. Ponadto obciążenie bezwładnościowe silnika jest mniejsze, dlatego możliwe jest uzyskiwanie większych przyspieszeń [1,48,103].



Rys. 1.1. Schemat elektrowrzeciona [104]

Ze względu na zapewnienie odpowiedniej dokładności obróbki niezwykle istotne są odkształcenia cieplne, zwłaszcza części przedniej wrzeciona, której dokładność położenia wpływa na dokładność wykonania obrabianego przedmiotu. Wydłużenie wrzeciona, będące wynikiem oddziaływań cieplnych, również może niekorzystnie wpłynąć na trwałość łożysk przez zwiększenie sił pomiędzy elementami tocznymi a bieżniami [22,95]. Dużą wadą elektrowrzecion, wynikającą z ich dużej zalety (zintegrowanej budowie), jest fakt zamknięcia silnika elektrycznego, łożysk i wrzeciona we wrzecienniku, co powoduje, że wydzielające się ciepło nie może być w dostateczny sposób odprowadzane. Głównymi źródłami ciepła są straty w silniku elektrycznym i straty w łożyskach wynikające z tarcia [48]. Dlatego każde elektrowrzeciono posiada wewnętrzny system chłodzenia wymuszonego, dzięki któremu odkształcenia cieplne są minimalizowane [62]. Układ chłodzenia, a zwłaszcza rozmieszczenie kanałów z cieczą chłodzącą, jej rodzaj i natężenie przepływu, jest bardzo istotny. Ze względu na jak

najlepsze odprowadzenie powstającego ciepła ciecz chłodząca powinna przepływać możliwie blisko źródeł ciepła.

Kluczowymi elementami nowoczesnych elektrowrzecion są łożyska, które muszą umożliwiać osiągnięcie wymaganych prędkości i dokładności ruchu w warunkach występujących obciążeń [1]. Z reguły elektrowrzeciona łożyskowane są przy pomocy łożysk tocznych, aczkolwiek mogą to być również inne rodzaje łożyskowań, takie jak np. aerostaticzne czy magnetyczne [40,62]. Najczęściej stosowane są jednorzędowe kulkowe łożyska skośne, co wynika z faktu, że pozwalają one na przeniesienie znacznych obciążeń zarówno w kierunku promieniowym jak i osiowym, charakteryzują się stosunkowo dużą sztywnością osiową i promieniową, ale również mogą być montowane w sposób bezluzowy umożliwiając dużą precyzję ruchu przy niewielkich oporach [79]. Ponadto dopuszczalne maksymalne prędkości obrotowe tych łożysk są bardzo wysokie. Nie bez znaczenia jest ich przystępna cena i duża dostępność na rynku. Łożyska skośne posiadają jednak również wady, np. zmienną sztywność w funkcji prędkości obrotowej [97]. Wpływ prędkości obrotowej na sztywność można zmniejszyć przez zwiększenie napięcia wstępnego [18,99]. Poza kulkowymi łożyskami skośnymi do celów łożyskowania elektrowrzecion stosowane też są inne łożyska toczne, takie jak łożyska kulkowe poprzeczne czy łożyska walcowe, w zależności od prędkości obrotowych i obciążeń zewnętrznych wrzeciona.

Elektrowrzeciona są przedmiotem licznych prac badawczych, których celem jest najczęściej określenie ich właściwości cieplnych, dynamicznych czy też sztywności. Badania cieplne polegają z reguły na modelowaniu rozkładu pola temperatury i odkształceń cieplnych całego zespołu wrzecionowego, a ich wyniki weryfikowane są doświadczalnie. Bardzo istotnym elementem w kontekście modelowania źródeł ciepła są łożyska, w których ciepło tracone jest na skutek tarcia. W rozdziale 2 przedstawione zostaną dotychczasowe modele oporów ruchu i strat mocy kulkowych łożysk skośnych. Ilość wydzielającego się ciepła w łożyskach skośnych jest wciąż aktualnym problemem pomimo ich stosowania przez dziesiątki lat. Budowa łożyska skośnego nie jest skomplikowana, jednak jego cechą charakterystyczną jest złożona kinematyka ruchów kulki, która jest spowodowana odchyleniem płaszczyzny wirowania kulek od płaszczyzny łożyska. Aktualność poruszanego zagadnienia związana jest z ciągłym rozwojem sposobu modelowania łożyska, w którym uwzględnianych jest coraz więcej zjawisk wpływających na ilość wydzielającego się ciepła. Przykładem rozwijania modelu oporów ruchu i strat mocy jest niniejsza praca.

2. ANALIZA DONIESIEŃ LITERATUROWYCH

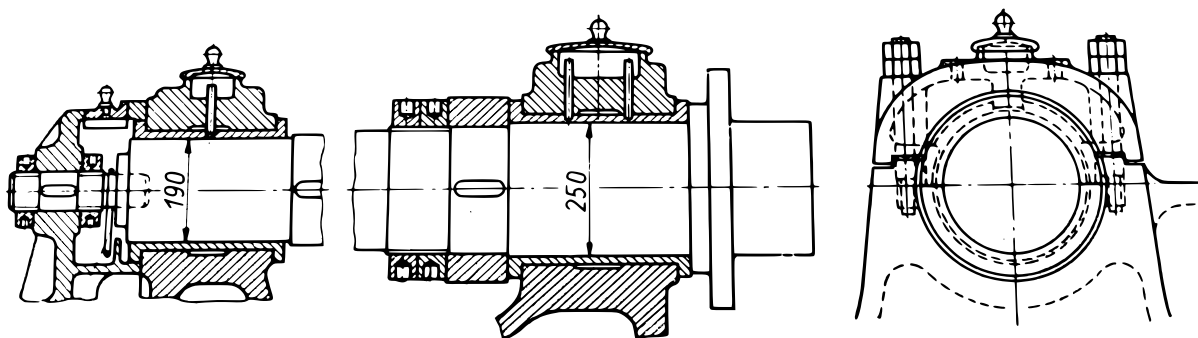
Łożyska toczne, powszechnie wykorzystywane we wszelkiego rodzaju maszynach i urządzeniach, są stosunkowo dobrze rozpoznane, głównie pod kątem nośności oraz trwałości. W przypadku niektórych ich zastosowań korzystnym jest oszacowanie wielkości strat mocy na etapie projektowania węzłów łożyskowych. Powszechnie stosowane obecnie elektrowrzeciona stosowane w obrabiarkach łożyskowe są, jak już wspomniano, najczęściej z wykorzystaniem kulkowych łożysk skośnych. W dalszej części niniejszego rozdziału przedstawione zostaną podstawowe informacje dotyczące sposobów łożyskowania wrzecion obrabiarek, a uwaga zostanie skupiona na kulkowych łożyskach skośnych i dotychczasowych sposobach modelowania ich oporów ruchu i strat mocy.

2.1. Łożyskowanie wrzecion obrabiarek

Jednym z podstawowych zespołów każdej obrabiarki skrawającej jest tzw. zespół wrzecionowy [40]. Pełni on bardzo ważną funkcję jaką jest przeniesienie mocy i prędkości obrotowej z silnika na przedmiot obrabiany bądź narzędzie. Dokładność wykonania i montażu tego zespołu obrabiarki istotnie wpływa na jakość wykonywanych przedmiotów pod kątem dokładności wymiaru, kształtu i chropowatości powierzchni. Na zespół wrzecionowy składają się wrzeciono, jego podpory oraz elementy osadzone na wrzecionie [40]. Z uwagi na dokładność obróbki bardzo ważnym jest dokładne ustalenie i zamocowanie uchwytów lub części chwytowych narzędzi (współosiowość), poza tym istotną rolę odgrywają podpory łożyskowe. Podstawowym elementem podpór wrzeciona są łożyska, których zadaniem jest przenoszenie obciążeń wzdłużnych i poprzecznych od wrzeciona na układ nośny obrabiarki. Łożyska te stanowią prowadnice kołowe, od ich dokładności w dużej mierze zależy dokładność obrotu wrzeciona. Nie bez znaczenia jest również sztywność łożysk, a w szczególności łożysk przedniej podpory, która wpływa na dokładność obróbki.

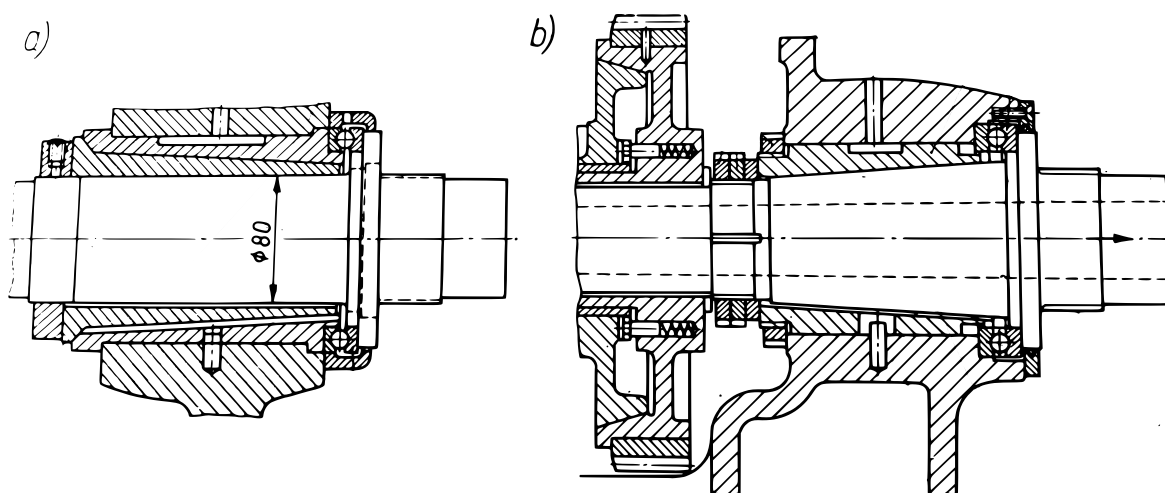
Na przestrzeni lat sposób łożyskowania wrzeciona zmieniał się. Początkowo wykorzystywane były tylko łożyska ślizgowe, najczęściej wykonane z brązu. Na rys. 2.1 przedstawiono rozwiązanie podparcia wrzeciona jednej z pierwszych tokarek wykonanej w całości z metalu. Brązowe panwie i korpus łożyska były dzielone, co w pewnym ograniczonym zakresie umożliwiało regulację luzu poprzecznego. Ukształtowanie przedniej panwi pozwalało na przenoszenie obciążeń wzdłużnych w obu kierunkach.

Ponadto w tylnej podporze znajdowała się śruba o hartowanej powierzchni czołowej pełniąca rolę dodatkowego łożyska wzdłużnego. Luzy wzdłużne nastawiano przy pomocy odpowiednich nakrętek na wrzecionie [26].



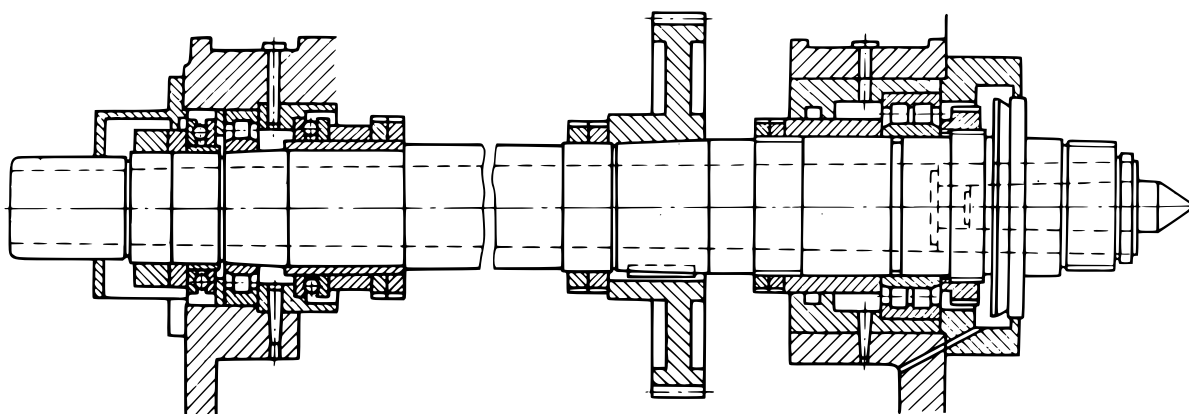
Rys. 2.1. Łożyskowanie tokarki z końca XIX w. [26]

Na początku XX w. węzły łożyskowe wrzecion ówczesnych obrabiarek charakteryzowały się stożkowymi panwiami lub czopami, co ułatwiało nastawianie luzu. Powszechnie już stosowano kulkowe łożyska wzdłużne do przejmowania sił osiowych. Przykłady rozwiązań przedstawiono na rys. 2.2. Podobnie jak w poprzednim przypadku regulacji luzu dokonywano za pomocą nakrętek [77].



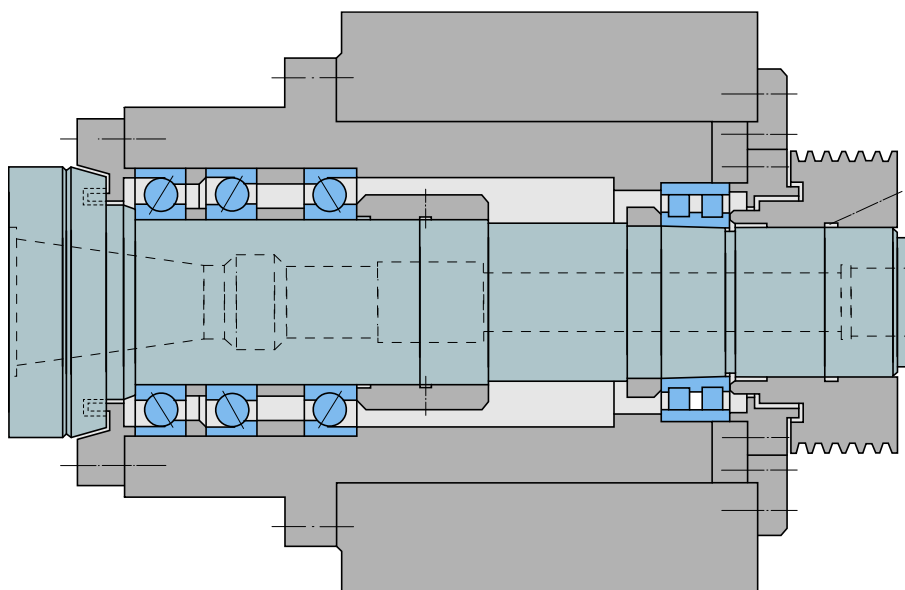
Rys. 2.2. Węzły łożyskowe wrzecion z panwiami stożkowymi (z początku XX w.) [77]

W czasie trwania II wojny światowej najczęściej stosowane były łożyska toczne. Wynikało to z szybkiego rozwoju łożysk tocznych, ich różnorodności oraz zalet. Przykład rozwiązania z tego okresu przedstawiono na rys. 2.3. Łożysko dwurzędowe walcowe ze stożkowym otworem pierścienia wewnętrznego stanowi najważniejszą część przedniej podpory wrzeciona, z kolei tylna podpora składa się z łożyska walcowego oraz dwóch kulkowych łożysk wzdłużnych [77].



Rys. 2.3. Konstrukcja zespołu wrzecionowego z lat 30 XX w. [77]

Współczesne sposoby łożyskowania wrzecion są zróżnicowane i zależą głównie od wielkości obciążenia wrzeciona, wymaganej sztywności i maksymalnej dopuszczalnej prędkości obrotowej. W obrębie obrabiarek tego samego typu (tokarki, frezarki, itp.) wrzeciona łożyskowane są podobnie. Na rys. 2.4 zamieszczono przykładowo sposób podparcia wrzeciona tokarki sterowanej numerycznie z napędem pasowym. W przednim węźle łożyskowym wykorzystano trzy kulkowe łożyska skośne napięte nakrętką, natomiast węzeł tylny stanowi dwurzędowe łożysko walcowe.

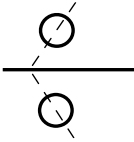
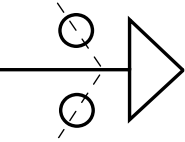
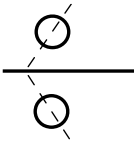
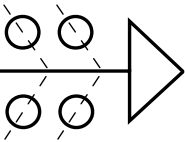
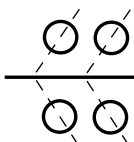
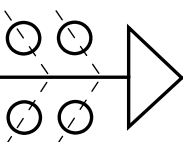
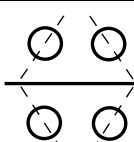
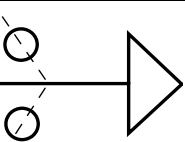
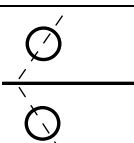
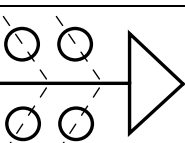
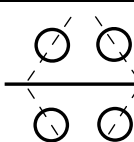
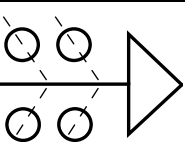
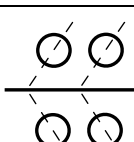
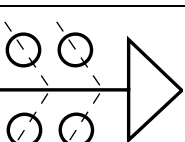


Rys. 2.4. Konstrukcja zespołu wrzecionowego tokarki CNC [105]

Do łożyskowania wrzecion o największych prędkościach obrotowych (praktycznie tylko w elektrowrzecionach) w zasadzie wykorzystuje się wyłącznie jednorzędowe kulkowe łożyska skośne [1] z uwagi na ich cechy wspomniane wcześniej - głównie możliwość osiągnięcia wysokich prędkości, małe opory ruchu czy stosunkowo dużą nośność. Konfiguracje łożysk w poszczególnych węzłach zależą od zastosowania

wrzeciona (tab. 2.1). W celu zwiększenia nośności i sztywności wrzeciona w poszczególnych węzłach łożyskowych dodawane są kolejne jednorzędowe kulkowe łożyska skośne, czego efektem jest zmniejszenie dopuszczalnej prędkości obrotowej z uwagi na zwiększoną ilość wydzielającego się ciepła. Przykładem łożyskowania umożliwiającego osiągnięcie bardzo wysokich prędkości jest elektrowrzeciono szlifierki do otworów z rys. 1.1.

Tab. 2.1. Konfiguracje łożysk skośnych we wrzecionach obrabiarek [79]

Tylny węzeł łożyskowy	Przedni węzeł łożyskowy	$N = n_{maks} \cdot d_{sr}$ [$10^6 \cdot mm \cdot min^{-1}$]	Charakterystyka	Zastosowanie
		1,2 - 2,5	- lekkie napięcia i obciążenia	szlifowanie otworów
		0,8 - 1,6	- średnie obciążenia wzdłużne - odpowiednie do krótkich wrzecion	obróbka wykańczająca, wiercenie głębokich otworów
		0,8 - 1,4	- średnie obciążenia poprzeczne - powszechne wykorzystanie	szlifowanie otworów, frezowanie, wiercenie
		0,6 - 1	- średnie obciążenia poprzeczne - obróbka metali lekkich	szlifowanie, precyzyjne wiercenie, toczenie
		0,5 - 0,9	- średnie obciążenia wzdłużne	wiercenie głębokich otworów, frezowanie
		0,4 - 0,9	- średnie obciążenia wzdłużne - powszechne wykorzystanie	toczenie, wiercenie
		0,3 - 0,6	- duże obciążenia wzdłużne - średnie obciążenia poprzeczne	frezowanie, wytaczanie

Obecnie we wrzecionach obrabiarek powszechnie stosuje się łożyska skośne wykonane ze stali łożyskowych jak np. ze stali 100Cr6. Coraz większego znaczenia w kontekście elektrowrzecion nabierają łożyska ceramiczne i tzw. hybrydowe łożyska ceramiczne [62]. łożyska ceramiczne i kulki łożysk hybrydowych wykonane są najczęściej ze spiekane azotku krzemu (Si_3N_4), natomiast bieżnie łożysk hybrydowych ze stali łożyskowych. Ze względu na niewielką gęstość azotku krzemu (ok. $3,2 \text{ g/cm}^3$) [63,80] siły odśrodkowe jakie powstają na skutek obiegowego ruchu kulek wokół osi łożyska są znacznie mniejsze niż w przypadku kulek stalowych. Jest to jedna z cech, które umożliwiają osiągnięcie wyższych prędkości obrotowych przez łożyska ceramiczne i hybrydowe w stosunku do łożysk wykonanych ze stali. Kolejną istotną cechą tego materiału jest wielkość modułu Young'a, przekraczająca nieco 300 GPa [63,80] (dla stali łożyskowych wynosi ok. 205-210 GPa), która w połączeniu z wysoką twardością sprawia, że odkształcenia w miejscu kontaktu kulki z bieżnią są mniejsze niż w łożyskach wykonanych ze stali, a co za tym idzie mniejszy jest współczynnik tarcia i opory ruchu. Z wysoką twardością i modułem Young'a wiąże się również wysoka sztywność całego łożyska oraz duża trwałość [106].

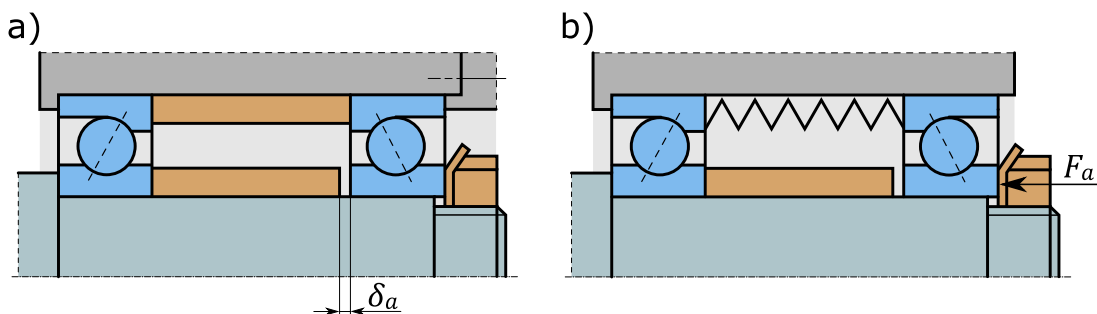
Wrzeciona obrabiarek czasami łożyskowane są w inny sposób niż przy użyciu łożysk tocznych. Do tego celu wykorzystywane mogą być łożyska hydrostatyczne, hydrodynamiczne, aerostaticzne czy magnetyczne, jednak ich znaczenie w odniesieniu do obróbki *High Speed Cutting* w porównaniu do łożysk tocznych jest niewielkie.

2.2. Napięcie wstępne kulkowych łożysk skośnych

Jednym z kluczowych aspektów eksploatacji kulkowych łożysk skośnych we wrzecionach jest rodzaj i wielkość napięcia wstępnego [15]. W zależności od tego jak napinanie łożysk zostało rozwiązane konstrukcyjnie zmienia się wiele ich cech w czasie pracy (opory ruchu, sztywność). Jak to już zostało wspomniane łożyska w decydującym stopniu wpływają na sztywność, możliwość przenoszenia obciążeń a także dokładność położenia i obrotu wrzeciona. Do prawidłowej pracy łożysk skośnych niezbędne jest zapewnienie ujemnego luzu pomiędzy elementami tocznymi a bieżniami (napięcie wstępne), które zapewnione jest dzięki względnemu przesunięciu osiowemu pierścienia wewnętrznego w stosunku do pierścienia zewnętrznego. Wzrost wielkości napięcia wstępnego prowadzi do wzrostu sztywności łożyska, zmniejszeniu hałasu podczas pracy i do zwiększenia dokładności położenia osi obrotu, jednak zbyt duża wartość napięcia łożysk prowadzi do większych oporów ruchu, a co za tym idzie do większej ilości

wydzielającego się ciepła i mniejszej trwałości [27]. W literaturze można znaleźć prace, w których podjęto próby określenia sposobu doboru optymalnej wartości napięcia wstępnego czy też jego wpływu na parametry zespołu wrzecionowego [7,15].

Na rys. 2.5 przedstawiono poglądowy schemat dwóch podstawowych sposobów napinania wrzecionowych łożysk skośnych [27]. W polskiej literaturze spotyka się określenia tzw. sztywnego napięcia wstępnego (rys. 2.5a) i sprężystego napięcia wstępnego (rys. 2.5b) [42], w dalszej części pracy takie terminy będą stosowane. Przedstawione rodzaje napięcia wstępnego zasadniczo różnią się pod kątem wielu aspektów, m. in. oporów ruchu, dlatego rozpatrzone zostaną osobno w części pracy poświęconej modelowaniu wielkości oporów ruchu.



Rys. 2.5. Sposoby napinania łożysk skośnych: a) sztywne napięcie wstępne, b) sprężyste napięcie wstępne

Sztywne napięcie wstępne (tzw. odkształcenie wstępne) polega na wzajemnym przesunięciu pierścienia wewnętrznego w stosunku do pierścienia zewnętrznego łożyska. Po ustaleniu położenia, pierścienie są blokowane w kierunku osiowym i nie ulegają przemieszczeniom podczas pracy, niezależnie od prędkości obrotowej. Wyjątek stanowi sytuacja, w której cały układ ulega odkształceniom cieplnym. Odpowiednią wartość przemieszczenia δ_a uzyskuje się poprzez zeszlifowanie na odpowiednie wymiary tulei dystansowych [19,27]. Zalecane wielkości tego przemieszczenia można znaleźć w katalogach producentów, np. w [104]. W miarę zwiększania prędkości obrotowej coraz większe siły odśrodkowe powodują wzrost wypadkowej siły osiowej działającej na łożysko [42,58], co ściśle wiąże się ze zmianą oporów ruchu. Siła osiowa zmienia swoją wartość również wskutek występowania odkształceń cieplnych [19,93], które wywołują osiowe przemieszczenia pierścieni łożyska. Sztywne napięcie wstępne jest odpowiednie dla uzyskania dużej sztywności danego węzła łożyskowego [27,53]. Montaż łożysk nie jest skomplikowany, dlatego ten sposób napinania jest powszechnie stosowany. Przykładem może być łożyskowanie wrzeciona tokarki sterowanej numerycznie z rys. 2.4.

Do wysokich i bardzo wysokich prędkości obrotowych zastosowanie znajduje tzw. sprężyste napięcie wstępne [27,53], które polega, podobnie jak opisane wyżej, na wzajemnym przemieszczeniu pierścieni łożyskowych, przy czym w trakcie pracy mogą one się przemieszczać względem siebie (stąd konieczność zastosowania pasowania suwliwego dla jednego z nich). Do napinania łożysk stosuje się sprężyny naciskowe lub talerzowe umieszczone między łożyskami. Zakłada się, że wartość siły napięcia wstępnego po montażu nie ulega zmianie w trakcie pracy. Przy wysokich prędkościach obrotowych ten sposób napinania jest korzystniejszy w porównaniu do sztywnego napięcia wstępnego z uwagi na mniejszą osiową siłę działającą na łożysko [27,53]. Przykład zastosowania sprężystego napięcia łożysk zamieszczono na rys. 1.1.

Założenie dotyczące niezmienności wartości osiowej siły działającej na łożyska budzi pewne wątpliwości. W miarę zwiększania prędkości obrotowej pierścienie łożyska mogą ulegać wzajemnym osiowym przemieszczeniom, które wiążą się ze zmianą siły wywieranej przez sprężyny (zgodnie z ich charakterystyką).

Istnieją również inne rozwiązania jakie są wykorzystywane do napinania łożysk, jednak są one bardziej skomplikowane. Przykładem może być napięcie wstępne, które do pewnej granicznej prędkości obrotowej jest napięciem sztywnym, a po jej przekroczeniu zamieniane jest na napięcie sprężyste [114]. Wadami tego rozwiązania jest skomplikowana budowa i spadek sztywności po przekroczeniu prędkości granicznej. Innym przykładem sposobu napinania łożysk jest zastosowanie różnego rodzaju aktuatorów (pneumatycznych, hydraulicznych, piezoelektrycznych czy elektromagnetycznych), jednak ich zastosowanie wymaga określenia przemieszczeń jakie mają wykonywać w zależności od prędkości obrotowej [27]. To zagadnienie wydaje się być bardzo złożone, zwłaszcza biorąc pod uwagę możliwość pojawienia się odkształceń cieplnych i zmiennego czasu pracy wrzeciona przy danych prędkościach, co w rezultacie bardzo utrudnia dobór odpowiednich przemieszczeń aktuatora. Mimo wszystko elektrowrzeciona z aktuatorami są wykonywane komercyjnie [27].

2.3. Modelowanie oporów ruchu i strat mocy kulkowych łożysk skośnych

Modelując straty ciepła w łożysku niezbędne jest w pierwszej kolejności wyznaczenie oporów jego ruchu. Moc tracona, zamieniana na ciepło, jest iloczynem momentu oporu ruchu i prędkości kątowej łożyska. Dlatego też w niniejszym rozdziale uwaga skupiona będzie na metodach szacowania momentu oporu ruchu przedstawionych w dostępnej literaturze. Najprostszą metodą określenia momentu oporu jest

wykorzystanie zależności (2.1), którą można znaleźć m. in. w katalogach producentów łożysk (NSK, NTN, SKF) oraz w [50]. Tak wyliczona przybliżona wartość dotyczy przeciętnych warunków pracy i jest mało przydatna do określenia momentu oporu szybkobieżnych łożysk wrzecionowych, który zależy od wielu czynników, m. in. od prędkości obrotowej czy napięcia wstępnego.

$$M = \mu \cdot P \cdot \frac{d}{2} \quad (2.1)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia zależny od rodzaju łożyska,
 P – równoważne, zastępcze obciążenie łożyska,
 d – średnica otworu łożyska.

Bardziej adekwatną zależność, pozwalającą na dokładniejsze określenie wpływu zewnętrznych sił obciążających, opracował Palmgren [74], którą wyznaczył empirycznie. W czasie testów Palmgren wykonał wiele prób dla różnych typów łożysk, prędkości obrotowych, obciążeń, rodzaju i sposobu smarowania. Zaproponował on wyliczenie oporu ruchu łożyska na podstawie sumy dwóch składowych: oporu będącego skutkiem sił zewnętrznych (M_1) i wiskotycznego tarcia smaru (M_v):

$$M = M_1 + M_v \quad (2.2)$$

Składnik M_1 można obliczyć na podstawie zależności [19,74]:

$$M_1 = f_1 \cdot F_\beta \cdot d_m$$

$$f_1 = z \cdot \left(\frac{F_s}{C_s}\right)^y \quad (2.3)$$

$$F_\beta = 0,9 \cdot F_a \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 0,1 \cdot F_r$$

gdzie: d_m – średnica podziałowa łożyska,
 F_s – statyczne, równoważne obciążenie łożyska,
 C_s – nośność statyczna łożyska,
 F_a, F_r – obciążenie osiowe, obciążenie promieniowe,
 z, y – współczynniki zależne od rodzaju łożyska i jego kąta działania.

Składnik M_v można wyliczyć na podstawie [74]:

$$M_v = 10^{-7} \cdot f_o \cdot (v_o \cdot n)^{2/3} \cdot d_m^3 \quad (\text{dla } v_o \cdot n \geq 2000)$$

$$M_v = 160 \cdot 10^{-7} \cdot f_o \cdot d_m^3 \quad (\text{dla } v_o \cdot n < 2000) \quad (2.4)$$

gdzie: f_o – współczynnik zależny od rodzaju łożyska i sposobu smarowania,
 v_o – lepkość kinematyczna oleju bazowego smaru,
 n – prędkość obrotowa łożyska.

Pomimo upływu lat model oporów ruchu Palmgrena jest po dziś powszechnie stosowany w odniesieniu do łożysk wrzecionowych. Innym znanym i stosowanym modelem pozwalającym na obliczenie oporów ruchu będących wynikiem tarcia tocznego jest zależność (2.5) przedstawiona przez Musiała w [66]. Wyznaczenie momentu oporu wymaga wcześniejszego ustalenia wielkości sił kontaktowych na bieżni wewnętrznej Q_i i bieżni zewnętrznej Q_o (sił normalnych pomiędzy kulkami a tymi bieżniami). Możliwe jest zastąpienie składnika M_1 z zależności (2.2) przez $M_{1(T)}$.

$$M_{1(T)} = \left(\frac{d_m}{D} + 0,5 \right) \cdot \sum_{j=0}^{j=Z-1} Q_j \cdot f_{kj} \quad (2.5)$$

gdzie: Q_j – j-te obciążenie zastępcze pomiędzy kulką a bieżnią,
 f_{kj} – j-ty współczynnik tarcia tocznego między kulką a bieżnią,
 d_m – średnica podziałowa łożyska,
 Z – liczba kulek.

W pracy [42] przyjęto obciążenie zastępcze jako sumę sił kontaktowych na bieżni wewnętrznej i zewnętrznej:

$$Q_j = Q_{ji} + Q_{jo} \quad (2.6)$$

Zastosowanie zależności (2.5) uzasadnione jest bezpośrednim wpływem sił kontaktowych na obliczony moment oporu ruchu łożyska. W czasie określania ich wielkości brane są pod uwagę liczne zjawiska występujące podczas pracy kulkowego łożyska skośnego takie jak: wielkość i rodzaj napięcia wstępnego, prędkość obrotowa (wielkość sił odśrodkowych powstałych na skutek obiegowego ruchu kulek wokół osi łożyska, moment żyroskopowy działający na każdą z kulek), przemieszczenia ruchomego pierścienia w kierunku promieniowym (rozszerzanie pierścienia będące efektem dużych sił odśrodkowych) czy odkształcenia cieplne [18]. Ze względu na tak liczne zjawiska, które nie mogą być pominięte, analityczne wyznaczenie wartości sił kontaktowych jest skomplikowane i czasochłonne.

Niektóre firmy specjalizujące się w produkcji łożysk tocznych opracowują własne modele momentu oporu. Przykładem jest empiryczny model (2.7), w którym moment całkowity jest sumą czterech składowych: momentu tarcia tocznego (M_{rr}), momentu tarcia ślizgowego (M_{sl}), momentu tarcia uszczelnień (M_{seal}) i momentu tarcia związanego ze smarowaniem (M_{drag}) [107].

$$M = M_{rr} + M_{sl} + M_{seal} + M_{drag} \quad (2.7)$$

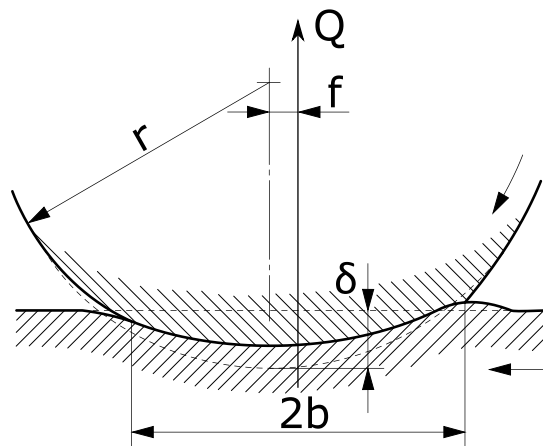
Najbardziej aktualnym modelem pozwalającym wyznaczyć ilość traconej mocy w szybkoobrotowym łożysku skośnym wydaje się być model (2.8) przedstawiony w [42]. W tym modelu uwzględnione jest tzw. zjawisko spinu, tj. ruch obrotowy kulki wokół własnej osi, prostopadłej do miejsca kontaktu kulki z bieżnią [18]. Znaczenie tego zjawiska jest coraz większe w miarę zwiększania prędkości łożyska skośnego. Opory wynikające ze zjawiska spinu mogą mieć znaczny udział w całkowitym momencie [42].

$$N_T = (M_{1(T)} + M_v) \omega + M_s \omega_s \quad (2.8)$$

gdzie: N_T – moc tracona w łożysku,
 ω – prędkość kątowa ruchomego pierścienia,
 M_s – moment oporu wynikający ze zjawiska spinu,
 ω_s – prędkość kątowa kulki wynikająca ze zjawiska spinu.

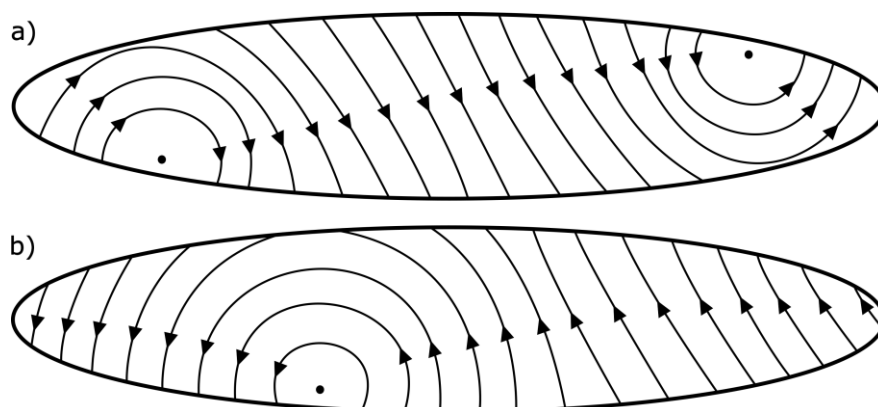
2.3.1. Tarcie toczone

Jak to już zostało wspomniane jednym z podstawowych źródeł oporów ruchu w rozpatrywanym łożysku jest tarcie toczone ($M_{1(T)}$), a jego niezwykle istotnym parametrem jest współczynnik tarcia tocznego, który najczęściej przyjmowany jest w sposób arbitralny (dla kulkowych łożysk skośnych w granicach do 0,005 [43]). Zagadnienie tarcia tocznego jest bardzo złożone, o czym świadczy fakt niewielu prac związanych z wyznaczeniem współczynnika tarcia w łożysku. W pracy [43] przedstawiono próbę analitycznego wyznaczenia tego współczynnika. Nacisk kulki na bieżnię, sprężystość materiału i wzajemny ruch powodują powstanie charakterystycznych odkształceń sprężystych w strefie kontaktu (rys. 2.6) [50]. Wielkość przemieszczenia δ jest istotnym parametrem wykorzystywanym podczas modelowania wielkości sił kontaktowych Q między kulką a bieżnią.



Rys. 2.6. Odkształcenia sprężyste w strefie kontaktu kulki z bieżnią [50]

Skutkiem odkształcenia w strefie kontaktu są opory wynikające z poślizgów między kulką a bieżnią. Poślizgi te występują wtedy, kiedy prędkości obwodowe odpowiadających sobie punktów styku są różne, natomiast czyste toczenie zachodzi tylko w pewnych punktach elipsy odkształcenia – rys. 2.7. Należy podkreślić, że w zależności od warunków pracy (głównie prędkości obrotowej i obciążenia zewnętrznego) linie poślizgu przybierają różne postaci [18]. Na kształt linii poślizgu wpływ ma również fakt odchylenia płaszczyzny wirowania kulek od płaszczyzny łożyska, co jest bezpośrednią przyczyną zjawiska spinu oraz momentu żyroskopowego. Jeśli chodzi o modelowanie całkowitego momentu oporu ruchu łożyska zjawisko spinu jest rozpatrywane osobno.



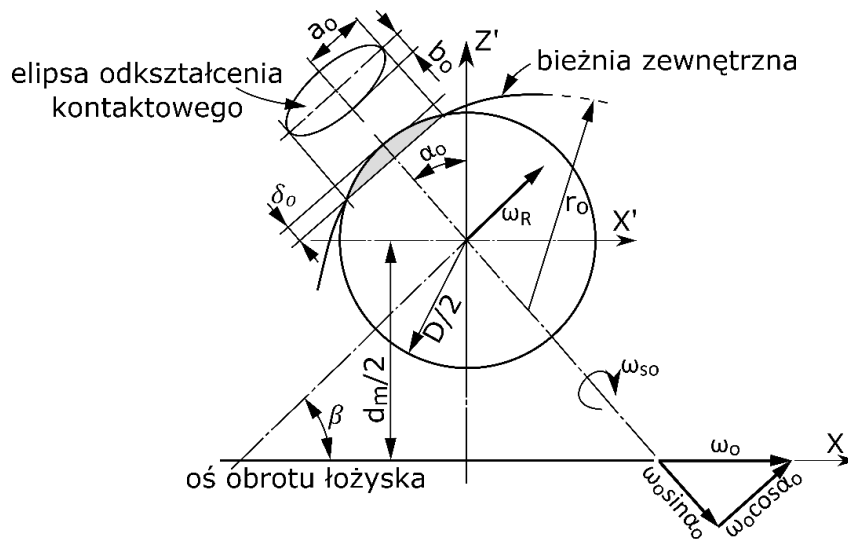
Rys. 2.7. Linie poślizgu na powierzchni kontaktu: a) dla małej prędkości i dużego obciążenia, b) dla dużej prędkości i małego obciążenia [18]

Na powstający opór przy toczeniu ma wpływ wiele różnych czynników takich jak: geometria kulki i bieżni, własności sprężyste materiałów, prędkość toczenia kulki, histereza odkształceń czy temperatura [50,73,81]. Liczność zjawisk znacząco utrudnia analityczne wyznaczenie współczynnika tarcia, choć podjęto takie próby [43].

2.3.2. Zjawisko spinu

Duży udział w momencie oporu ruchu łożyska skośnego może mieć moment związany ze zjawiskiem spinu [42]. Zjawisko spinu, jakim jest ruch obrotowy kulki wokół własnej osi, prostopadłej do strefy kontaktu kulki z bieżnią [18], jest skutkiem tego, że płaszczyzna wirowania kulek jest odchylona od płaszczyzny łożyska o kąt β . Podczas ruchu obrotowego spinu ma miejsce tarcie ślizgowe między współpracującymi elementami, czego efektem jest powstające ciepło. Spin jest zjawiskiem złożonym, jeśli chodzi o jego opis analityczny, związane jest to z różnymi wartościami nacisków na powierzchni kontaktu i różnicami prędkości kątowych odpowiadających sobie punktów kulki i bieżni. Prace nad zależnościami prowadzonymi do wyznaczenia prędkości

kątowych zapoczątkował już A. B. Jones [34]. Na rys. 2.8 przedstawiono kinematykę ruchów kulki odniesioną do bieżni zewnętrznej, praca [18] zawiera również analizę kinematyki dla bieżni wewnętrznej.



Rys. 2.8. Kinematyka ruchów kulki w odniesieniu do bieżni zewnętrznej (na podstawie [18]): α_o – kąt działania łożyska na bieżni zewnętrznej, δ_o – przemieszczenie kontaktowe, a_o , b_o – dłuższa i krótsza półoś elipsy odkształcenia kontaktowego, ω_R – prędkość kątowa kulki ruchu tocznego, ω_{so} – prędkość kątowa kulki w wyniku zjawiska spinu, ω_o – prędkość kątowa kulki w stosunku do pierścienia zewnętrznego

Po wyznaczeniu prędkości kątowych spinu na obu bieżniach ω_{si} i ω_{so} oraz momentu oporu spinu możliwe jest wyznaczenie ilości traconej mocy na skutek tego zjawiska. Zależności pozwalające na wyznaczenie prędkości kątowych spinu przedstawione zostaną w rozdziale 4.1, natomiast moment oporu od zjawiska spinu jest powszechnie wyznaczany na podstawie zależności (2.9) [13,32,87].

$$M_s = \frac{3\mu Z Q a \xi}{8} \quad (2.9)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia (wg [32] $\mu = 0,01 - 0,06$),
 Z – liczba kulek łożyska,
 Q – siła kontaktowa pomiędzy kulką a bieżnią,
 ξ – całka eliptyczna odkształcenia kontaktowego,
 a – dłuższa półoś elipsy kontaktu.

Z kolei w pracy [42] autor wyprowadził na podstawie wymiarów elipsy kontaktu i wielkości nacisków zależność opisaną przez:

$$M_s = \frac{3\pi\mu Z Q a}{8} \quad (2.10)$$

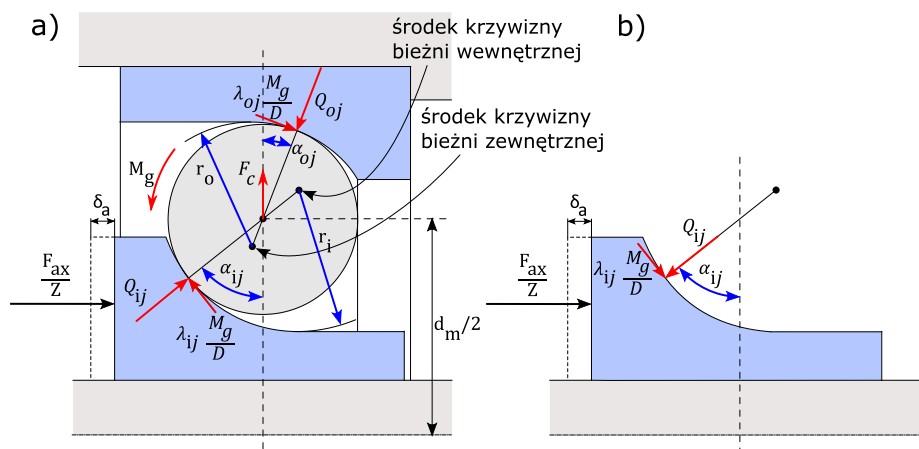
W miarę wzrostu prędkości łożyska opory ruchu powstałe od spinu są coraz większe, a ich udział w całkowitym momencie oporu dla prędkości maksymalnych może być znaczny [42]. Przykładowe wartości momentu oporu zjawiska spinu przedstawione zostaną w dalszej części pracy.

2.3.3. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego

Siła kontaktowa to siła normalna, która występuje między kulką a bieżnią. W modelowaniu oporów ruchu i strat mocy łożyska odgrywa kluczową rolę, gdyż od jej wartości zależy moment oporu od tarcia tocznego (model (2.5)) oraz moment oporu wynikający ze zjawiska spinu (model (2.10)). Aby wyznaczyć siły kontaktowe konieczne jest określenie wartości kątów działania łożyska na obu bieżniach [18,42], tj. kątów nachylenia wektora siły kontaktowej do płaszczyzny prostopadłej do osi łożyska.

Wartość sił kontaktowych zależy od wielu czynników, którymi są: rodzaj i wielkość napięcia wstępnego, prędkość obrotowa łożyska (siły odśrodkowe powstałe na skutek wirowania kulek wokół osi łożyska, moment żyroskopowy), zewnętrzne siły działające na łożysko, nominalny kąt działania, wymiary łożyska, geometria bieżni, własności sprężyste materiałów kulki i bieżni (od których zależy współczynnik sztywności kontaktowej między tymi elementami) czy odkształcenia cieplne [18]. Tak duża liczba zmiennych sprawia, że wyznaczenie sił kontaktowych jest czasochłonne. Przypadki sztywnego i sprężystego napięcia wstępnego rozpatrzone zostaną osobno ze względu na różnice w modelowaniu i charakterze pracy łożyska.

Na rys. 2.9 przedstawione zostały siły działające na kulkę i wycinek pierścienia odpowiadający pojedynczej kulce dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego.



Rys. 2.9. Siły działające na: a) kulkę, b) wycinek pierścienia wewnętrznego łożyska skośnego dla sztywnego napięcia wstępnego (z pominięciem obciążeń zewnętrznych) [18,42,58]: α_{ij} , α_{oj} – kąty działania łożyska, Q_{ij} , Q_{oj} – siły kontaktowe, M_g – moment żyroskopowy, F_c – siła odśrodkowa, r_i , r_o – promienie krzywizn bieżni, D – średnica kulki, F_{ax} – siła osiowa

Procedura wyznaczenia kątów działania łożyska i sił kontaktowych jest opisana w pracach [42] i [58]. Pierwszym krokiem jest wyznaczenie kąta działania łożyska α_p po wywarciu odkształcenia wstępnego δ_a przy zerowej prędkości obrotowej.

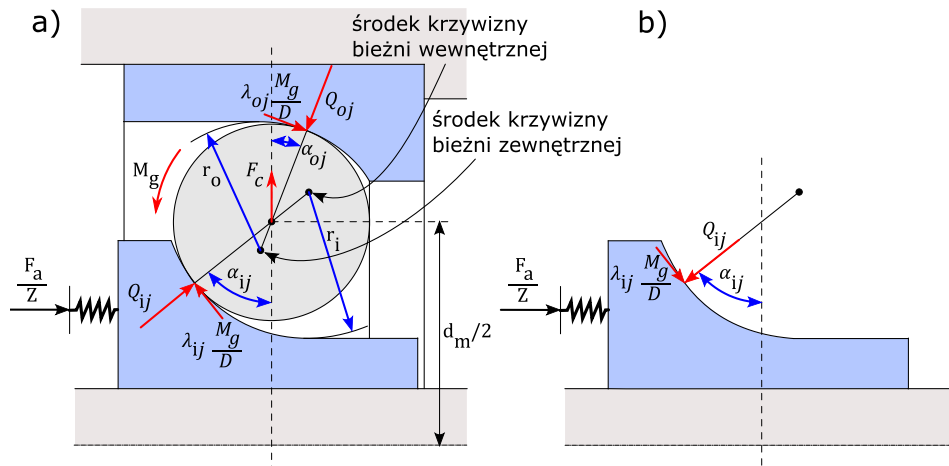
W drugim etapie procedury układa się tzw. równanie geometryczne wynikające z położeń środków krzywizn bieżni i kulki dla niezerowej prędkości obrotowej łożyska, tj. z uwzględnieniem sił odśrodkowych od wirujących kulek i momentu żyroskopowego. Dla prędkości obrotowej łożyska $n > 0 \text{ obr/min}$ kąt działania na bieżni wewnętrznej ulega zwiększeniu, natomiast kąt działania na bieżni zewnętrznej zmniejszeniu o pewną wartość. W równaniu geometrycznym występują 4 niewiadome – kąty działania łożyska oraz przemieszczenia kontaktowe na obu bieżniach. Liao [58] wykazał, że jeśli promienie krzywizn obu bieżni są równe $r_i = r_o = r$, to bezwzględna wartość zmiany kąta na bieżni wewnętrznej jest równa bezwzględnej wartości zmiany kąta na bieżni zewnętrznej. Takie założenie zmniejsza liczbę niewiadomych o 1. Kąt działania łożyska zależy od kąta α_p wynikającego z odkształcenia wstępnego i wynosi na bieżni wewnętrznej $\alpha_i = \alpha_p + \Delta\alpha$, a na bieżni zewnętrznej $\alpha_o = \alpha_p - \Delta\alpha$.

Przemieszczenia kontaktowe należy powiązać z siłami kontaktowymi, a stosowane do dziś modele zaproponował Jones w pracy [35]. Aby rozwiązać równanie geometryczne konieczne jest jeszcze ułożenie równań równowagi sił działających na kulkę w płaszczyźnie poziomej i pionowej na podstawie rys. 2.9, a następnie rozwiązanie układu trzech równań - dwa równania równowagi sił i równanie geometryczne. W efekcie wyznaczane są: bezwzględna wartość zmiany kątów działania $\Delta\alpha$ oraz siły kontaktowe na obu bieżniach Q_i i Q_o . Rozwiązanie tego układu równań ma charakter iteracyjny.

Sztywne napięcie wstępne jest w pracach badawczych stosunkowo rzadko rozpatrywane, choć często stosowane w elektrowrzecionach. Ten sposób napinania łożysk charakteryzuje się dużym przyrostem sił kontaktowych w miarę zwiększania prędkości łożyska [42,58].

2.3.4. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego

Cechą charakterystyczną sprężystego napięcia wstępnego F_a jest siła napinająca, która z założenia nie zmienia swojej wartości niezależnie od prędkości obrotowej łożyska, stąd analityczne modelowanie sił kontaktowych dla tego rodzaju napięcia jest ułatwione. Na rys. 2.10 przedstawione zostały siły działające na kulkę i wycinek pierścienia odpowiadający pojedynczej kulce dla tego przypadku napięcia wstępnego.



Rys. 2.10 Siły działające na: a) kulkę, b) wycinek pierścienia wewnętrznego łożyska skośnego dla sprężystego napięcia wstępnego (z pominięciem obciążeń zewnętrznych) [3,18,42]

Dla sprężystego napięcia wstępnego wyznaczenie sił kontaktowych i kątów działania łożyska wymaga sformułowania jednego warunku równowagi sił działających na kulkę i jednego warunku geometrycznego, w którym nie uwzględnia się uproszczenia Liao [58]. Przyjęcie tego uproszczenia nie jest konieczne, gdyż możliwe jest powiązanie sił kontaktowych z siłą napięcia wstępnego F_a oraz kątami działania przez napisanie warunku równowagi sił działających na wycinek pierścienia (na podstawie rys. 2.10b), co zmniejsza liczbę niewiadomych do dwóch (kąty α_{ij} i α_{oj}). W przypadku sztywnego napięcia wstępnego (opisanego w poprzednim rozdziale) nie ma możliwości bezpośredniego powiązania wielkości odkształcenia wstępnego δ_a z siłami kontaktowymi.

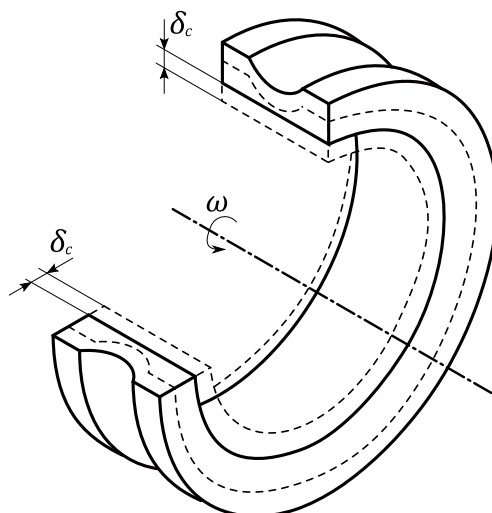
Opisany klasyczny sposób modelowania sił kontaktowych wykorzystano w wielu pracach [3,9,72,75,78,83,88,91,92,10,18,31,33,51,57,60,64]. W większości z nich model sił kontaktowych był wykorzystywany jedynie do wyznaczenia sztywności łożyska czy ilości traconej mocy bez szczegółowej analizy samego modelu. W niektórych publikacjach spotykane są pewne przekształcenia upraszczające rozwiązanie analityczne. Przykładem są zależności (2.11) i (2.12) wyprowadzone przez Antoine [3].

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{oj}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{ij}} = \frac{7}{5} \cdot \frac{ZF_c}{F_a} \quad (2.11)$$

$$\frac{M_g}{D \cdot F_c} = -\frac{1}{5} \sin \alpha_{oj} \quad (2.12)$$

2.3.5. Rozszerzone modele kontaktowe

W ostatnim czasie modele kontaktowe, przedstawione w poprzednich rozdziałach, zostają rozszerzane o wpływ nowych czynników na siły kontaktowe. Jednym z takich czynników jest sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia łożyska (zwiększa się jego promień - rys. 2.11), które jest wynikiem działania sił odśrodkowych. Model uwzględniający odkształcenie ruchomego pierścienia nazywany jest modelem rozszerzonym [45]. Z literatury [8,45] wynika, że to odkształcenie może znacząco wpłynąć na wielkość sił kontaktowych, zwłaszcza przy wysokich prędkościach obrotowych. Można to wytłumaczyć tym, że wielkości przemieszczenia spowodowane napięciem wstępnym łożyska wynoszą kilka, maksymalnie kilkanaście mikrometrów [108], a sprężyste przemieszczenie ruchomego pierścienia może być tego samego rzędu, tj. kilku mikrometrów przy maksymalnych prędkościach.



Rys. 2.11. Sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia

Aby uwzględnić wpływ zmiany wymiaru pierścienia wewnętrznego (wyrażony przemieszczeniem promieniowym δ_c) na siły kontaktowe należy rozpatrzyć położenie środka krzywizny bieżni wewnętrznej „i” w warunku geometrycznym. Środek ten ulega dwóm przemieszczeniom: na skutek działania napięcia wstępnego i na skutek działającej na pierścień siły odśrodkowej. Równania równowagi sił kulki pozostają niezmienione, natomiast w równaniu geometrycznym należy dodać przemieszczenie δ_c .

Mimo wielu prac poświęconych modelowaniu łożysk skośnych nieliczni autorzy uwzględniają wpływ sprężystego odkształcenia pierścienia. Jedną z pierwszych wzmianek pojawiła się w [28], gdzie podano zależność pozwalającą wyznaczyć δ_c , przy założeniu, że pierścień łożyska jest uproszczony do prostego pierścienia o pewnej

średnicy wewnętrznej i zewnętrznej. Rozszerzalność ruchomego pierścienia uwzględniano w pracach [8,13,14,20,97,102]. Cao i inni [8] wyprowadzili zależność na sprężyste przemieszczenie w postaci:

$$\delta_c = \frac{3 + \nu}{8E} \rho \omega^2 r \left((1 - \nu)(b^2 + c^2) + (1 + \nu) \frac{b^2 c^2}{r^2} - \frac{1 - \nu^2}{3 + \nu} r^2 \right) \quad (2.13)$$

w której: r – promień środka masy przekroju pierścienia łożyskowego,
 b - promień wewnętrzny pierścienia,
 c - promień okręgu, po którym toczy się kulka,
 ν, E - współczynnik Poisson'a, moduł Young'a,
 ρ – gęstość materiału pierścienia,
 ω – prędkość kątowa pierścienia.

Inny sposób wyznaczenia tego przemieszczenia został wykorzystany w [13,14,102], których autorzy skorzystali z zależności zaczerpniętej z pracy [59]:

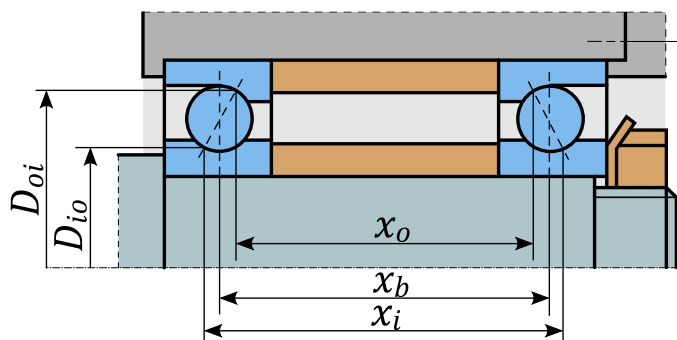
$$\delta_c = \frac{\rho \omega^2}{32E} d_m [D_i^2 (3 + \nu) + d_m^2 (1 - \nu)] \quad (2.14)$$

gdzie: d_m, D_i – średnica podziałowa łożyska, wewnętrzna średnica wrzeciona.

Inny model promieniowego przemieszczenia przedstawiono w [97], który podobnie jak (2.13) i (2.14) wyznaczono w oparciu o zasady wytrzymałości materiałów.

Przedstawione modele sprężystego odkształcenia odnoszą się do przypadku, w którym pierścień łożyska jest upraszczany do prostej tulei. Modele te są zasadne w odniesieniu do stanu, w którym odkształcenie pierścienia nie jest w żaden sposób ograniczone, co jest niezgodne ze stanem rzeczywistym. Ruchomy pierścień współpracuje z przetaczającymi się po nim kulkami oddziaływującymi na niego siłami kontaktowymi Q_{ij} , które zmniejszają wpływ siły odśrodkowej, co zmniejsza przyrost jego promienia. Przyjęcie jednego z modeli (2.13) lub (2.14) może prowadzić do niedokładności w wyznaczaniu wartości sił kontaktowych. Aspekt ograniczenia rozszerzalności ruchomego pierścienia w kontekście modelowania siły kontaktowej rozpatrzono w [45,46,67]. W pracy [45] autor do wyznaczenia przyrostu wymiaru pierścienia posługuje się warunkiem równowagi sił działających na jego wycinek w kierunku prostopadłym do osi obrotu łożyska, przy czym należy najpierw wyznaczyć sztywność postaciową pierścienia K_r . W niniejszej pracy przedstawiony zostanie podobny sposób opierający się na warunku równowagi sił. Model rozszerzony łożyska zostanie omówiony bardziej szczegółowo w rozdziale 4.

Na podstawie dostępnej literatury, np. [14,93], można stwierdzić, że wpływ na siły kontaktowe w łożyskach mają również odkształcenia cieplne elementów łożyska oraz innych elementów elektrowrzeciona. W ostatnich latach powstaje coraz więcej prac, których autorzy rozważają przemieszczenia i odkształcenia spowodowane zmianą temperatury. Na rys. 2.12 zobrazowano charakterystyczne wymiary jakie mogą ulec zmianie w wyniku zmiany temperatury dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego.



Rys. 2.12. Charakterystyczne wymiary przy sztywnym napięciu wstępnym łożysk [59]

Wartość względnego osiowego przemieszczenia pierścieni łożyska spowodowanego napięciem wstępnym ulega zmianie pod wpływem zmian temperatury pierścienia dystansowego i wału wrzeciona. Dla układu łożysk „O” względne osiowe przemieszczenie pierścieni łożyska można wyrazić przez zależność (2.15) [59], natomiast dla układu „X” należałoby wstawić w (2.15) odwrotne znaki.

$$\delta_{a(T)} = \delta_a - \alpha_s x_i (T_i^1 - T_i^0) / 2 + \alpha_s x_o (T_o^1 - T_o^0) / 2 \quad (2.15)$$

gdzie: α_s – współczynnik rozszerzalności cieplnej,

T_i^1, T_i^0 – temperatura końcowa i początkowa wału,

T_o^1, T_o^0 – temperatura końcowa i początkowa tulei dystansowej.

Promieniowe położenie pierścieni łożysk oraz środków krzywizn bieżni również ulega przemieszczeniu. Różnicę przemieszczenia pierścieni można wyrazić przez [59]:

$$\delta_t = \delta_{t(ir)} - \delta_{t(or)} = 0,5 \cdot \alpha_s \cdot [D_{io} \cdot (T_{ir}^1 - T_{ir}^0) - D_{oi} \cdot (T_{or}^1 - T_{or}^0)] \quad (2.16)$$

gdzie: $\delta_{t(ir)}$ i $\delta_{t(or)}$ - promieniowe zmiany wymiarów pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego,

T_{ir} i T_{or} - temperatura pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego.

Promień kulki ulega zwiększeniu o $\delta_{t(b)}$:

$$\delta_{t(b)} = 0,5 \cdot \alpha_s \cdot D \cdot (T_b^1 - T_b^0) \quad (2.17)$$

gdzie: T_b – temperatura kulki.

Rozpatrywany w ten sposób wpływ ciepła wymaga znajomości pola temperatury, a więc należy rozpatrywać dany przypadek postaci konstrukcyjnej elektrowrzeciona. Ponadto bardzo istotny jest czas pracy w przypadku stanu nieustalonego cieplnie.

Dla przypadku sprężystego napięcia wstępnego zmiana przemieszczenia osiowego (2.16) nie ma większego znaczenia, gdyż ten sposób napinania łożyska powinien zapewniać możliwość osiowych względnych ruchów pierścieni. Gdyby osiowe przemieszczenia spowodowane przyrostem temperatury były duże i do napięcia wykorzystano sprężyny to wartość siły w zależności od charakterystyki sprężyn ulegnie zmianie.

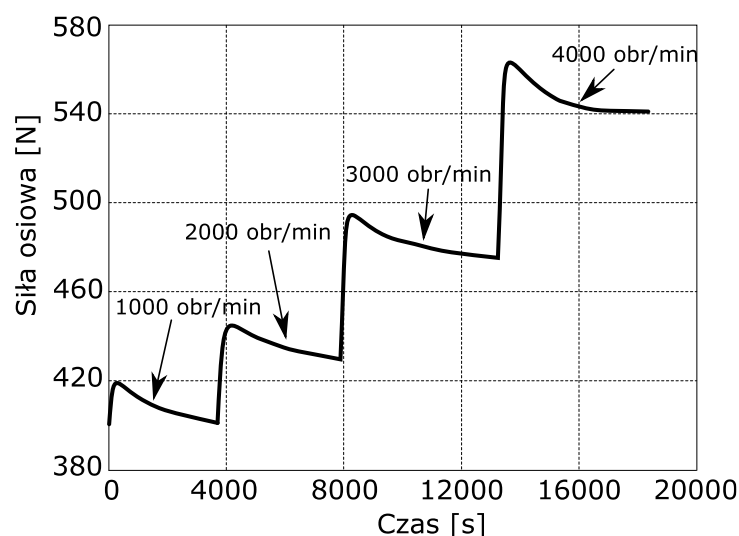
Wpływ odkształceń cieplnych na siły kontaktowe uwzględniany jest podczas wyznaczania warunku geometrycznego. Cao w swojej pracy [8] dotyczącej modelowania sił kontaktowych i kątów działania łożyska przyjął, że wirujący pierścień ulega sprężystym odkształceniom, oraz że pierścienie ulegają promieniowym odkształceniom cieplnym. Nie uwzględniono odkształceń cieplnych kulki. W pracy [4] modelowano kąty działania łożyska w przypadku napięcia o niezmienniej sile. Wzięto pod uwagę zmianę średnicy kulki a także zmianę promieniowych wymiarów pierścieni. W pracy tej przedstawiono hipotezę, która zakłada, że na skutek zmian temperatury zmianie ulega promień krzywizny bieżni, przez co zmienia się także współczynnik sztywności kontaktu kulki z bieżnią. Analizowano kąty działania dla temperatury o wartościach 20°C, 40°C i 80°C, nie ma jednak informacji o polu temperatury. Zivkovic [101,102] z wykorzystaniem zależności Lin'a [59] w warunkach geometrycznych rozpatruje promieniowe odkształcenia cieplne pierścieni i zwiększenie średnicy kulki. W swoim modelu przyjął też możliwość rozszerzania ruchomego pierścienia wynikającą z działania sił odśrodkowych. Wang [87] rozpatruje sztywne napięcie wstępne biorąc pod uwagę cieplne odkształcenia kulki i pierścieni, jednak sposób w jaki wyznaczana jest siła osiowa działająca na łożysko nie uwzględnia zjawisk dynamicznych, a jedynie przemieszczenia wywołane odkształceniem wału i oprawy wg. zależności (2.18). Na podstawie innych prac badawczych [42,58] można stwierdzić, że wypadkowa osiowa siła znacząco rośnie w funkcji prędkości obrotowej, nawet wtedy, kiedy wpływ zmiany temperatury jest pominięty. Wang [87] w swoim modelu nie bierze pod uwagę możliwości zmiany wymiaru ruchomego pierścienia będącego skutkiem sił odśrodkowych.

$$\begin{aligned} \text{układ łożysk O: } PL &= PL_{init} + K_z(\Delta_{iz} - \Delta_{oz}) \\ \text{układ łożysk X: } PL &= PL_{init} - K_z(\Delta_{iz} - \Delta_{oz}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

gdzie: PL – siła osiowa działająca na łożysko,
 PL_{init} – montażowa siła napięcia wstępnego,
 K_z – zastępcza sztywność łożyska,
 Δ_{iz}, Δ_{oz} – przemieszczenia wywołane przyrostem temperatury: wału,
oprawy.

Zheng [13,14] przedstawia model zależności geometrycznych między środkami krzywizn bieżni i kulki, w którym uwzględnia odkształcenia cieplne kulki i promieniowe odkształcenia pierścieni łożyskowych. Pierścień wewnętrzny jest również rozpatrzony jako element odkształcalny na skutek działania sił odśrodkowych. Zheng modeluje siły kontaktowe i moment oporu, a w części doświadczalnej przedstawia wrzeciono z łożyskami napiętymi za pomocą nakrętek, tj. przy sztywnym napięciu wstępnym. Nie uwzględnia jednak zmiany wartości napięcia wstępnego na skutek odkształceń cieplnych. He [20] wnioskuje, że odkształcenia cieplne w sposób znaczący wpływają na zmianę wypadkowej siły osiowej łożyska, powodując przy tym zwiększenie ilości wydzielanego ciepła. W swoim modelu zależności geometrycznych nie bierze jednak pod uwagę zmian wzajemnego osiowego położenia pierścieni łożyska, a jedynie zmiany wymiarów pierścieni i kulki w kierunku promieniowym. Lin [59] rozważa powstające odkształcenia cieplne w kontekście napięcia wstępnego, sztywności promieniowej i własności dynamicznych wrzeciona nie zważając jaki mają one wpływ na ilość wydzielającego się w łożyskach ciepła.

O tym jak istotny jest wpływ zjawisk dynamicznych i odkształceń cieplnych na wypadkową siłę osiową działającą na łożysko dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego świadczy rys. 2.13.



Rys. 2.13. Wpływ prędkości obrotowej i czasu pracy na całkowitą siłę osiową łożyska [93]

Podobne przebiegi siły osiowej można znaleźć również w innych pracach, np. w [22]. Z rys. 2.13 wynika, że zmiana prędkości wału powoduje skokową zmianę siły wzdłużnej, która po pewnym czasie maleje i dąży do uzyskania stałej wartości. Powszechnie wiadomo, że dla tego przypadku napięcia wstępnego bardzo duże znaczenie ma prędkość obrotowa, wpływająca na wielkość wypadkowej siły osiowej [42,58]. Zmniejszenie wartości siły związane jest z powstałymi odkształceniami cieplnymi.

2.4. Modelowanie pola temperatury i odkształceń cieplnych elektrowrzecion

Elektrowrzeciona obrabiarek są przedmiotem wielu badań naukowych. Sporą część tych badań stanowią badania własności cieplnych, tj. pola temperatury, czasu nagrzewania, itp., których uzupełnienie stanowią czasami badania odkształceń cieplnych. Z punktu widzenia konstruktora obrabiarki niezwykle istotne są wielkości przemieszczeń końcówki wrzeciona jakie występują podczas pracy, które wpływają na dokładność obróbki. Przyczynami występowania tych przemieszczeń są: obciążenia zewnętrzne od sił skrawania, własności dynamiczne zespołu wrzecionowego oraz odkształcenia cieplne [31]. Badania własności cieplnych elektrowrzecion można podzielić na trzy zasadnicze grupy: badania numeryczne, symulacje komputerowe i badania doświadczalne. Bardzo często autorzy prac badawczych przeprowadzają dwa rodzaje badań – obliczenia numeryczne lub symulacje i, mające potwierdzić słuszność modelu teoretycznego, badania doświadczalne na rzeczywistym stanowisku. Do procesu modelowania własności cieplnych konieczne jest przyjęcie modelu strat w łożyskach. Najczęściej przyjmuje się model oporów ruchu Palmgrena (2.2), przy czym czasami autorzy dodają trzeci składnik momentu jakim jest moment oporu wynikający ze zjawiska spinu (2.10).

Jedną z pierwszych prac, w której przedstawiono sposób wyznaczania temperatury na drodze numerycznej jest [5]. Autorzy pracy dokonują analizy uproszczonego modelu elektrowrzeciona, które zostało podzielone na kilkadziesiąt elementów (węzłów) połączonych wzajemnie przez elementy o wyznaczonych oporach cieplnych na podstawie takich własności jak przewodzenie ciepła, konwekcja i promieniowanie. Rozpatrzono model dwuwymiarowy w stanie ustalonym i nieustalonym. Ponadto przedstawione zostały wyniki badań eksperymentalnych. Jednymi z bardziej aktualnych prac są [13,61]. W [13] autorzy korzystają z modelu oporów ruchu łożysk Palmgrena, z uwzględnieniem oddziaływań między kulką a bieżnią, tj. sił kontaktowych. W modelu sił kontaktowych rozpatrzono również sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia

łożyska (2.14). Łożyska i ich najbliższe otoczenie podzielono na węzły, które zostały połączone elementami o obliczonych oporach cieplnych. Rozpatrzono trzy sposoby podziału łożyska na węzły: trzywęzłowe (oba pierścienie i kulka), pięciowęzłowe (dodatkowe opory cieplne w miejscu kontaktu kulki z bieżniami) i siedmiowęzłowe (z uwzględnieniem koszyka). Uwzględnione zostało przekazywanie ciepła przez konwekcję po wyznaczeniu liczb Nusselt'a dla odpowiednich powierzchni. Rozpatrzenie wpływu odkształceń cieplnych na siły kontaktowe wymusza iteracyjny charakter rozwiązania. Dodatkowo autorzy [13] przedstawili wyniki badań doświadczalnych: uzyskane wartości temperatury okazały się nieco wyższe od zamodelowanej, wykazano również, że zastosowanie modelu siedmiowęzłowego łożysk daje najbardziej zbliżone wyniki do wyników badań doświadczalnych. W [61] rozpatrzone zostało w podobny sposób całe elektrowrzeciono. W tym przypadku także zastosowano model Palmgren'a do wyznaczenia oporów ruchu łożysk. Podobne postępowanie w sposobie wyznaczania wartości temperatury zastosowano w licznych pracach [17,20,36,38,55,82,83,87,90,93].

Innym podejściem umożliwiającym wyznaczenie pola temperatury jest zastosowanie metody elementów skończonych w symulacjach stanu ustalonego i nieustalonego. Taki tok postępowania jest bardzo często spotykany. Również wymaga przyjęcia wielkości konwekcji w oparciu o liczby Nusselt'a. Przykładami prac, w których wykorzystano MES są m. in. [22,30,85,89,90,94,96,98,101,102,32,37,48,54,56,64,65,83]. Badania metodą symulacji komputerowej wymagają przygotowania modelu CAD elektrowrzeciona oraz odpowiedniego oprogramowania. Zaletą badań MES w porównaniu z obliczeniami numerycznymi jest możliwość uzyskania dokładniejszych wyników, tj. badany zespół dzielony jest na znacznie więcej elementów. W dalszej części pracy przedstawiono wyniki badań MES stanowiska badawczego, które zostały porównane z wynikami badań doświadczalnych.

2.5. Podsumowanie

Z przeprowadzonej analizy doniesień literaturowych wynika, że problematyka związana z modelowaniem oporów ruchu i strat mocy kulkowego łożyska skośnego jest wciąż aktualna. Na podstawie dostępnych publikacji można stwierdzić, że klasyczny model łożyska nie odzwierciedla w pełni warunków jego pracy:

- w literaturze niewiele jest doniesień o wpływie prędkości obrotowej na odkształcenia sprężyste pierścieni łożyskowych, a w konsekwencji na siły kontaktowe, kąty działania i opory ruchu. W nielicznych pracach uwzględniono to odkształcenie,

a przyjęte modele obliczeniowe dotyczą swobodnego rozszerzania pierścienia, który w rzeczywistości jest ograniczony przez kulki.

- w literaturze nie ma żadnych doniesień o zmienności składowej osiowej siły działającej na łożysko w wyniku sprężystego napięcia wstępnego, a tym samym i wpływu na opory ruchu. W dotychczasowych pracach przyjmowano, że dla łożysk napinanych przy pomocy sprężyn ta siła jest niezmienna i nie zależy od prędkości obrotowej.

- w literaturze jest sporo doniesień o cieple powstającym w łożysku, ale prawie brak jest doniesień o wpływie tego ciepła na zmiany wymiarów geometrycznych łożyska, a przez to na opory ruchu łożyska.

3. CEL I ZAKRES PRACY

3.1. Cel pracy

Głównym celem niniejszej pracy jest opracowanie matematycznego modelu wielkości strat mocy w szybkoobrotowych kulkowych łożyskach skośnych stosowanych w elektrowrzecionach obrabiarek. Ilość wydzielającego się ciepła w elektrowrzecionach jest istotna z punktu widzenia poprawności działania obrabiarki i odkształceń cieplnych, a co za tym idzie błędów wykonania przedmiotów obrabianych. W związku z tym, prace związane z modelowaniem strat mocy w łożyskach są zasadne. Możliwość szacowania strat mocy w łożyskach pozwala na projektowanie odpowiednich elektrowrzecion, ich układów chłodzących i systemów smarowania łożysk.

Osiągnięcie głównego celu pracy wymaga realizacji następujących celów szczegółowych:

- opracowania analitycznych modeli sił kontaktowych w łożysku,
- przeprowadzenia analitycznych i symulacyjnych badań wpływu sposobu realizacji napięcia wstępnego, wielkości tego napięcia i prędkości obrotowej łożyska na wartości sił kontaktowych,
- przeprowadzenia analitycznych badań wpływu sposobu realizacji napięcia wstępnego, wielkości tego napięcia i prędkości obrotowej łożyska na moment oporu ruchu łożyska,
- wykonania doświadczalnych badań współczynnika sztywności kontaktowej kulki łożyskowej i powierzchni płaskiej w celu weryfikacji modelu analitycznego,
- doświadczalnej weryfikacji modeli analitycznych momentu oporu ruchu łożyska,
- przeprowadzenia symulacyjnych badań rozkładu pola temperatury na stanowisku badawczym i określenie wpływu odkształceń cieplnych łożyska na jego oporu ruchu,
- doświadczalnej weryfikacji badań symulacyjnych rozkładu pola temperatury na stanowisku badawczym.

3.2. Zakres pracy

Zasadniczą część pracy stanowią rozdział 2 oraz rozdziały od 4 do 9. W rozdziale drugim przedstawiono analizę doniesień literaturowych. Omówiono w nim sposoby łożyskowania wrzecion obrabiarek ze szczególnym naciskiem na kulkowe łożyska skośne, sposoby realizacji napięcia wstępnego oraz model oporu ruchu tych łożysk.

Przedstawiono klasyczny sposób modelowania sił kontaktowych w przypadku napięcia wstępnego sztywnego i sprężystego.

W ramach rozdziału czwartego opracowano i przedstawiono analityczny model pozwalający na wyznaczenie promieniowego, sprężystego przemieszczenia ruchomego pierścienia, które jest uwzględniane w modelu rozszerzonym sił kontaktowych łożyska. Wykonano analityczne badania wpływu napięcia wstępnego i prędkości obrotowej na siły kontaktowe dla modelu rozszerzonego. Ponadto przedstawiono model dla sprężystego napięcia wstępnego, w którym składowa osiowa siły działającej na łożysko nie jest stała, co wynika z charakterystyki zastosowanego elementu sprężystego. Ostatnia część rozdziału czwartego zawiera wyniki badań sił kontaktowych w łożysku metodą elementów skończonych.

Na podstawie wyników badań z rozdziału czwartego przeprowadzono badania oporu ruchu łożyska w funkcji napięcia wstępnego i prędkości obrotowej, a ich wyniki przedstawiono w rozdziale piątym.

Rozdział szósty dotyczy doświadczalnych badań współczynnika sztywności kontaktowej pomiędzy kulką łożyskową a powierzchnią płaską. Badania miały na celu weryfikację teoretycznych modeli kontaktu ciał Hertza. Odkształcenia występujące pomiędzy kulką a bieżnią łożyska są bardzo istotne z punktu widzenia tzw. równania geometrycznego, wykorzystywanego podczas modelowania sił kontaktowych.

W rozdziale siódmym opisano przebieg i wyniki badań doświadczalnych oporu ruchu łożyska. Przeprowadzono pomiary momentu oporu ruchu łożysk ze smarem ze sprężystym i sztywnym napięciem wstępnym oraz bez smaru ze sprężystym napięciem wstępnym. Uzyskane wyniki badań porównano z wynikami badań modelowych.

Rozdział ósmy poświęcono modelowaniu rozkładu pola temperatury stanowiska badawczego. W pierwszej części rozdziału przedstawiono model sił kontaktowych, w którym uwzględnione są odkształcenia cieplne. Model wykorzystano w dalszych badaniach do wyznaczania mocy źródła ciepła w symulacji. Przeprowadzone zostały badania symulacyjne wpływu napięcia wstępnego i prędkości obrotowej na temperaturę na stanowisku badawczym w stanie ustalonym.

W rozdziale dziewiątym opisano sposób realizacji i wyniki doświadczalnych badań rozkładu pola temperatury na stanowisku badawczym w stanie ustalonym. Wyniki badań porównano z wynikami wcześniej przeprowadzonych symulacji.

W ostatnim rozdziale dokonano podsumowania pracy i określono kierunki dalszych badań.

4. MODELOWANIE SIŁ KONTAKTOWYCH

Do badań przyjęto dwa testowe szybkoobrotowe łożyska wrzecionowe o oznaczeniach B7007-E-T-P4S i B7013-E-T-P4S producenta FAG. W badaniach przyjęto, że łożyska są wykonane ze stali łożyskowej. W modelowaniu sił kontaktowych duże znaczenie mają współczynniki sztywności kontaktowej kulki i bieżni (sposób ich wyznaczenia zostanie opisany w rozdziale 4.2), zależne od promieni krzywizn bieżni, dlatego dokonano pomiarów łożysk na współrzędnościowej maszynie pomiarowej. W tab. 4.1 wypisane zostały wszystkie parametry geometryczne badanych łożysk niezbędne do dalszych badań.

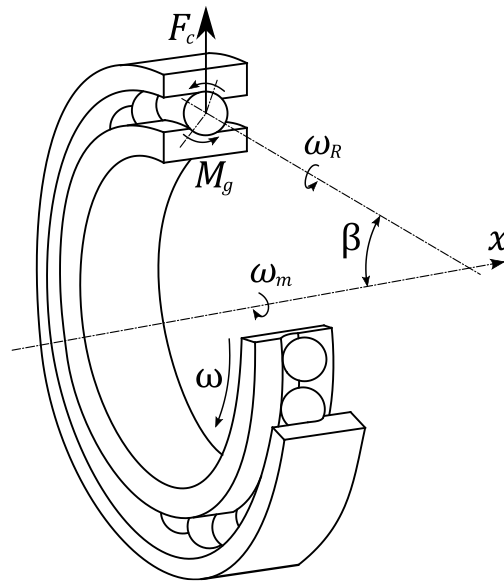
Tab. 4.1. Parametry geometryczne badanych łożysk

Oznaczenie	Opis	B7007-E-T-P4S	B7013-E-T-P4S
d_{ir}	średnica wewnętrzna łożyska	35 mm	65 mm
d_{or}	średnica zewnętrzna łożyska	62 mm	100 mm
B	szerokość łożyska	14 mm	18 mm
α	kąt działania łożyska	25°	25°
D	średnica kulki	7,938 mm	11,112 mm
d_m	średnica podziałowa łożyska	48,5 mm	82,5 mm
f_i	stosunek promienia bieżni wewnętrznej do średnicy kulki	≈ 0,535	≈ 0,537
f_o	stosunek promienia bieżni zewnętrznej do średnicy kulki	≈ 0,518	≈ 0,522
A	odległość pomiędzy środkami krzywizn bieżni	0,4207 mm	0,6556 mm
Z	liczba kulek łożyska	15	19

4.1. Zależności kinematyczne i obciążenia kulek łożyska

Łożyska skośne charakteryzują się złożoną kinematyką ruchów kulki. Na rys. 4.1 przedstawiono charakterystyczne prędkości kątowe i obciążenia dynamiczne występujące podczas pracy łożyska. W związku z dużymi prędkościami obrotowymi wału ruch obiegowy kulki wokół osi łożyska cechuje się stosunkowo dużymi prędkościami kątowymi ω_m , czego efektem są duże siły odśrodkowe F_c działające na każdą z kulek. Kulki toczą się po bieżniach z prędkością kątową ω_R z osią obrotu odchyloną o kąt β w stosunku do osi łożyska. Skutkiem jednoczesnego występowania dwóch wyżej wspomnianych ruchów jest moment żyroskopowy M_g działający na każdą

z kulek. Kompleksowa praca [18] zawiera zależności pozwalające wyznaczyć wszystkie wspomniane obciążenia i prędkości, a na niej bazują autorzy prac związanych z modelowaniem łożysk wrzecionowych.



Rys. 4.1. Obciążenia i charakterystyczne prędkości kątowe (na podstawie [18,72])

Siłę odśrodkową F_c można wyznaczyć na podstawie:

$$F_c = \frac{1}{2} m d_m \omega_m^2 \quad (4.1)$$

gdzie: m – masa kulki,
 d_m – średnica podziałowa łożyska.

Żeby możliwe było określenie wartości momentu żyroskopowego konieczna jest znajomość wszystkich wspomnianych wcześniej prędkości kątowych. Moment żyroskopowy można obliczyć na podstawie:

$$M_g = J \left(\frac{\omega_R}{\omega} \right) \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right) \omega^2 \sin \beta \quad (4.2)$$

gdzie: J – moment bezwładności kulki.

Moment żyroskopowy działający na kulkę zastępuje się siłami ($\lambda_{ij} \frac{M_g}{D}$ oraz $\lambda_{oj} \frac{M_g}{D}$) przyłożonymi w miejscach kontaktu na bieżni wewnętrznej i zewnętrznej [18]. Współczynniki λ_{ij} i λ_{oj} uwzględniają niesymetryczny rozkład momentu żyroskopowego. W literaturze można spotkać kilka hipotez dotyczących rozkładu tego momentu na bieżniach opierających się najczęściej na kinematyce ruchów. Wybór jednej z nich determinuje sposób wyznaczenia współczynników λ_{ij} i λ_{oj} oraz kąta odchylenia osi obrotu kulki β . Najprostsze hipotezy to tzw. hipoteza równomiernego rozkładu ($\lambda_{ij} = 1, \lambda_{oj} = 1$), hipoteza kontrolowanej bieżni wewnętrznej ($\lambda_{ij} = 2, \lambda_{oj} = 0$) i hipoteza

kontrolowanej bieżni zewnętrznej ($\lambda_{ij} = 0, \lambda_{oj} = 2$) [18,72,75]. Najczęściej stosowana jest hipoteza kontrolowanej bieżni zewnętrznej, która zakłada, że kulka toczy się bez poślizgu z tytułu momentu żyroskopowego i zjawiska spinu po bieżni zewnętrznej. Spotyka się również wykorzystanie hipotezy równomiernego rozkładu [18].

Oprócz wymienionych hipotez rozkładu momentu żyroskopowego stosowane są również inne. Jedną z nich jest tzw. hipoteza hybrydowa, która oparta jest na zasadzie d'Alemberta [72,75]. Dla tej hipotezy współczynniki λ_{ij} i λ_{oj} wyrażają się następująco:

$$\begin{aligned}\lambda_{ij} &= \frac{2C}{1+C} \\ \lambda_{oj} &= \frac{2}{1+C}\end{aligned}\tag{4.3}$$

gdzie:
$$C = \frac{Q_i a_i L_i}{Q_o a_o L_o}$$

Współczynnik C związany jest z tarcie spinu, $a_{i/o}$ jest długością dłuższej półosi elipsy kontaktu, natomiast L jest całką eliptyczną odkształcenia kontaktowego.

Wielkość kąta β odchylenia płaszczyzny wirowania kulek od płaszczyzny łożyska można określić dla hipotezy kontrolowanej bieżni zewnętrznej na podstawie zależności (4.4), natomiast (4.5) odpowiada hipotezie kontrolowanej bieżni wewnętrznej [72].

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha_o}{\cos \alpha_o + \frac{D}{d_m}}\tag{4.4}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha_i}{\cos \alpha_i - \frac{D}{d_m}}\tag{4.5}$$

gdzie: α_i, α_o – kąty działania łożyska na bieżni wewnętrznej i zewnętrznej,

D – średnica kulki.

Dla hipotezy hybrydowej kąt β można wyznaczyć na podstawie [72,75]:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{C(S+1) \sin \alpha_i + 2 \sin \alpha_o}{C(S+1) \cos \alpha_i + 2 \left(\cos \alpha_o + \frac{D}{d_m} \right) + B}\tag{4.6}$$

gdzie:
$$C = \frac{Q_i a_i L_i}{Q_o a_o L_o}$$

$$B = \frac{D}{d_m} C [\cos(\alpha_i - \alpha_o) - S]$$

$$S = \frac{1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha_o}{1 - \cos \alpha_i}$$

Kąt β dla hipotezy równomiernego rozkładu momentu żyroskopowego jest średnią z kątów działania łożyska α_i i α_o [72]. W pracy [72] przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń kąta β i momentu żyroskopowego dla hipotez: równomiernego rozkładu, kontrolowanej bieżni wewnętrznej, kontrolowanej bieżni zewnętrznej i hipotezy hybrydowej.

W zależności od przyjętej hipotezy rozkładu momentu żyroskopowego prędkość kątowna ruchu obiegowego kulek wokół osi łożyska ω_m i prędkość kątowna toczenia kulek ω_R wyznacza się wg różnych zależności. Dla ruchomego pierścienia wewnętrznego przy założeniu hipotezy kontrolowanej bieżni zewnętrznej i promieni krzywizn bieżni równych połowie średnicy kulki Harris [18] przedstawia zależności na prędkości kątowne w następującej postaci:

$$\frac{\omega_m}{\omega} = \frac{1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha_i}{1 + \cos(\alpha_i - \alpha_o)} \quad (4.7)$$

$$\frac{\omega_R}{\omega} = \frac{1}{\left(\frac{\cos \alpha_o + \operatorname{tg} \beta \sin \alpha_o}{1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha_o} + \frac{\cos \alpha_i + \operatorname{tg} \beta \sin \alpha_i}{1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha_i} \right) \frac{D}{d_m} \cos \beta} \quad (4.8)$$

Do wyznaczenia mocy traconej w łożysku wg modelu (2.8) należy jeszcze wyliczyć prędkości kątowne spinu na obu bieżniach [18]:

$$\omega_{si} = \left(-\frac{\omega_R}{\omega_i} \cos \beta \sin \alpha_i + \frac{\omega_R}{\omega_i} \sin \beta \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \right) \omega_i \quad (4.9)$$

$$\omega_{so} = \left(\frac{\omega_R}{\omega_o} \cos \beta \sin \alpha_o - \frac{\omega_R}{\omega_o} \sin \beta \cos \alpha_o - \sin \alpha_o \right) \omega_o$$

Prędkość kątowną kulki względem pierścienia wewnętrznego ω_i oraz pierścienia zewnętrznego ω_o dla przypadku ruchomego pierścienia wewnętrznego łożyska opisują zależności [18]:

$$\omega_i = \frac{\omega}{1 + \frac{[(d_m/2) - (D/2) \cos \alpha_i](\cos \beta \cos \alpha_o + \sin \beta \sin \alpha_o)}{[(d_m/2) + (D/2) \cos \alpha_o](\cos \beta \cos \alpha_i + \sin \beta \sin \alpha_i)}} = \omega - \omega_m \quad (4.10)$$

$$\omega_o = \frac{-\omega}{1 + \frac{[(d_m/2) + (D/2) \cos \alpha_o](\cos \beta \cos \alpha_i + \sin \beta \sin \alpha_i)}{[(d_m/2) - (D/2) \cos \alpha_i](\cos \beta \cos \alpha_o + \sin \beta \sin \alpha_o)}} = -\omega_m$$

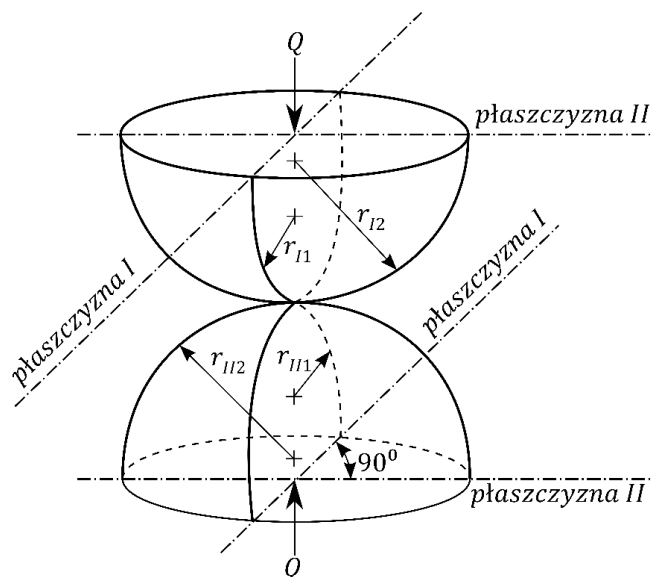
4.2. Współczynnik sztywności kontaktowej kulki z bieżnią

W strefach kontaktu kulki z bieżniami powstają tzw. odkształcenia kontaktowe δ_{ij} i δ_{oj} , które należy wziąć pod uwagę przy analitycznym modelowaniu sił kontaktowych Q_{ij} i Q_{oj} w łożysku [18]. Do opracowania modelu łożyska niezbędne jest wyznaczenie współczynnika sztywności kontaktowej kulki z bieżniami, co wynika z przyjęcia modelu Jones'a [35] opisanego przez zależności:

$$\begin{aligned} Q_{ij} &= K_{ij} \cdot \delta_{ij}^n \\ Q_{oj} &= K_{oj} \cdot \delta_{oj}^n \end{aligned} \quad (4.11)$$

W równaniach (4.11) K_{ij} i K_{oj} to współczynniki sztywności kontaktowej między kulką a bieżniami natomiast wykładnik n dla łożysk kulkowych jest równy $3/2$ [18]. Współczynnik sztywności kontaktowej kulki z bieżnią zależy od parametrów geometrycznych, tj. promienia kulki, promienia krzywizny bieżni i promienia opisującego okrąg, po którym przetacza się kulka oraz właściwości materiału kulki i bieżni.

Opracowanie modelu kontaktu dla ogólnego przypadku dwóch sprężystych ciał zapoczątkował już Hertz [21], na podstawie jego prac bazują współczesne modele. Ogólny przypadek kontaktu dwóch ciał wraz z ich parametrami geometrycznymi pokazano na rys. 4.2.



Rys. 4.2. Geometria ciał w kontakcie – przypadek ogólny [19]

Podstawowymi parametrami charakteryzującymi geometrię ciał jest suma krzywizn $\sum \rho$ i zastępcza różnica krzywizn $F(\rho)$, które dla ogólnego przypadku mogą być wyznaczone na podstawie [19]:

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{I1}} + \frac{1}{r_{I2}} + \frac{1}{r_{II1}} + \frac{1}{r_{II2}} \quad (4.12)$$

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{I1} - \rho_{I2}) + (\rho_{II1} - \rho_{II2})}{\sum \rho} \quad (4.13)$$

gdzie: $\rho_{I1} = \frac{1}{r_{I1}}, \rho_{I2} = \frac{1}{r_{I2}}, \rho_{II1} = \frac{1}{r_{II1}}, \rho_{II2} = \frac{1}{r_{II2}}.$

Dla kulkowych łożysk skośnych posiadających stalowe kulki i pierścienie Harris [19] podaje zależność pozwalającą na wyznaczenie współczynnika sztywności kontaktu kulki z bieżnią (4.14). Pomiedzy kulką a bieżnią wewnętrzną i kulką a bieżnią zewnętrzną współczynnik sztywności będzie inny i należy je wyznaczać osobno.

$$K_{i/o} = 2,15 \cdot 10^5 \cdot (\sum \rho)^{-1/2} \cdot (\delta^*)^{-3/2} \quad (4.14)$$

gdzie $K_{i/o}$ jest współczynnikiem sztywności kontaktowej, a δ^* jest parametrem kontaktu opisanym poniżej.

Sumę krzywizn $\sum \rho$ za [19] dla bieżni wewnętrznej i zewnętrznej określają zależności:

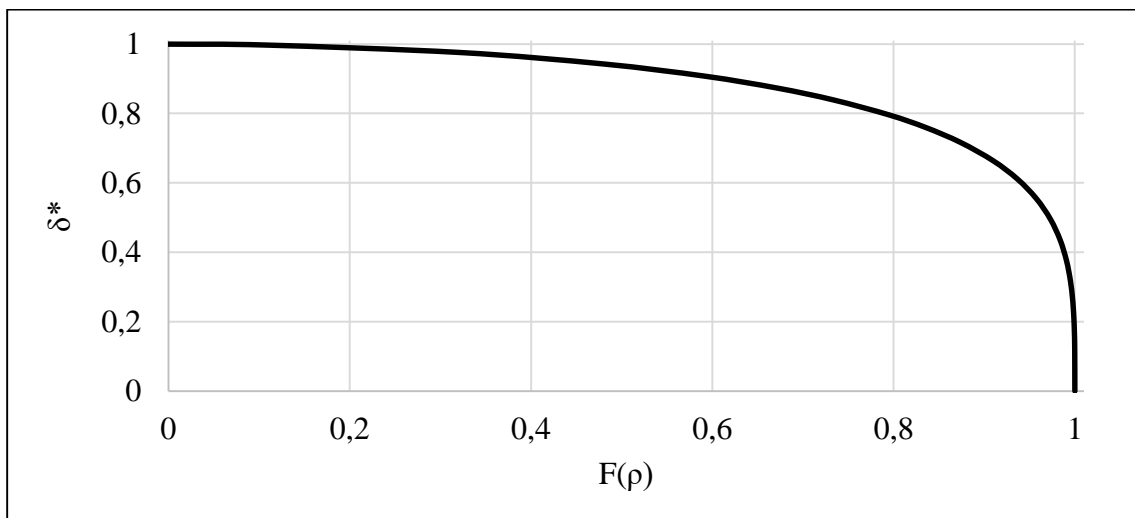
$$\sum \rho_i = \frac{1}{D} \cdot \left(4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma} \right) \quad (4.15)$$

$$\sum \rho_o = \frac{1}{D} \cdot \left(4 - \frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma} \right) \quad (4.16)$$

gdzie: $\gamma = \frac{D \cdot \cos \alpha}{d_m}$

$$f_{i/o} = \frac{r_{i/o}}{D} \quad 1$$

Parametr δ^* został opisany w sposób graficzny na rys. 4.3. Do jego wyznaczenia potrzebna jest znajomość zastępczej różnicy krzywizn, którą, w zależności od bieżni, można wyznaczyć na podstawie (4.17) i (4.18).



Rys. 4.3. Wielkość parametru δ^* w funkcji $F(\rho)$ [19]

$$F(\rho)_i = \frac{\frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma}}{4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma}} \quad (4.17)$$

$$F(\rho)_o = \frac{\frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma}}{4 - \frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma}} \quad (4.18)$$

Istnieją również inne analityczne modele pozwalające na wyznaczenie współczynnika sztywności kontaktowej, które zostały porównane w [42]. Do dalszych prac przyjęto przedstawiony model Harrisa, który został potwierdzony doświadczalnie dla kontaktu kulki z powierzchnią płaską [44]. Wartości współczynników sztywności kontaktowej dla przyjętych do badań łożysk zebrano w tablicy 4.2.

Tab. 4.2. Współczynniki sztywności kontaktowej pomiędzy kulką a bieżniami badanych łożysk

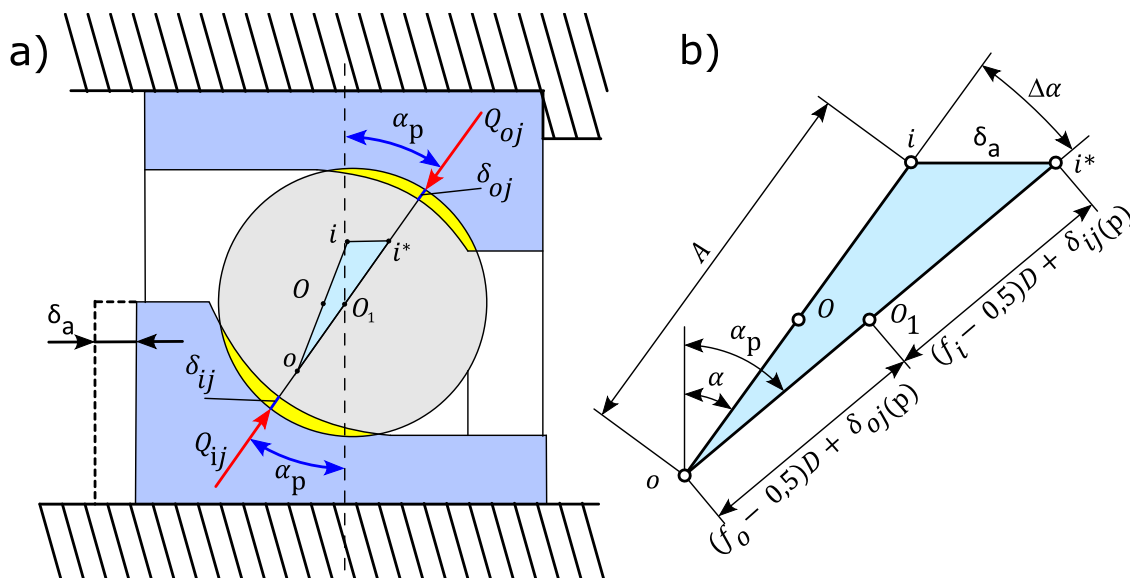
	B7007-E-T-P4S	B7013-E-T-P4S
K_i (dla bieżni wewnętrznej)	674003,8 Nmm ^{-1,5}	786641 Nmm ^{-1,5}
K_o (dla bieżni zewnętrznej)	880355,2 Nmm ^{-1,5}	969272,9 Nmm ^{-1,5}

4.3. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego – model klasyczny

Sztywne napięcie wstępne jest najczęściej spotykanym w praktyce przemysłowej sposobem napinania wrzecionowych łożysk skośnych. Polega ono na wprowadzaniu ujemnego luzu montażowego δ_a zwanego w literaturze odkształceniem wstępnym. Ten sposób realizacji napięcia wstępnego charakteryzuje się dużym przyrostem wartości siły osiowej działającej na łożysko [42]. Analityczne wyznaczenie momentu oporu ruchu łożyska wymaga znajomości sił kontaktowych na bieżni wewnętrznej i zewnętrznej. W zależności od sposobu realizacji napięcia wstępnego (napięcie wstępne sprężyste lub sztywne) procedura wyznaczenia sił kontaktowych jest różna, ale w każdym przypadku należy również określić wartość kątów działania α_{ij} oraz α_{oj} .

Pierwszym krokiem procedury wyznaczenia kątów działania łożyska i sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego (wg prac [42] i [58]) jest wyznaczenie kąta działania łożyska α_p po wywarceniu odkształcenia wstępnego δ_a dla $n = 0$ obr/min

(dla takiego stanu kąty działania łożyska na obu bieżniach są jednakowe $\alpha_{ij(P)} = \alpha_{oj(P)} = \alpha_p$ [42]). Stan obciążenia pojedynczej kulki łożyska oraz charakterystyczne położenia środków krzywizn bieżni i kulki w płaszczyźnie przechodzącej przez oś łożyska przedstawiono na rys. 4.4.



Rys. 4.4. Model kontaktowy łożyska dla odkształcenia wstępnego δ_a i prędkości obrotowej łożyska $n = 0$ obr/min [2,42]; gdzie o – środek krzywizny bieżni zewnętrznej, i – środek krzywizny bieżni wewnętrznej, O – środek kulki, A – odległość między środkami krzywizn bieżni, $f_{i/o} = r_{i/o}/D$, $r_{i/o}$ – promień bieżni, D – średnica kulki

Punkt „ o ” reprezentuje środek krzywizny bieżni zewnętrznej, z założenia jest nieruchomy w przestrzeni. Punkt „ i ” to z kolei środek krzywizny bieżni wewnętrznej. W stanie spoczynku (przed zadaniem odkształcenia wstępnego) środek kulki znajduje się w punkcie „ O ”. Po wywarceniu odkształcenia wstępnego δ_a środek krzywizny bieżni wewnętrznej przemieszcza się do punktu „ i^* ”, środek kulki zostaje przesunięty do punktu „ O_1 ”, a kąt działania ulega zwiększeniu do wartości α_p . Powstałe odkształcenia w strefach kontaktu kulki z bieżniami $\delta_{ij(P)}$ i $\delta_{oj(P)}$ można opisać następującą zależnością [2,18]:

$$\delta_n = \delta_{ij(P)} + \delta_{oj(P)} = A \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_p} - 1 \right) \quad (4.19)$$

Rzutuując odcinki $|oi|$ oraz $|oi^*|$ na oś poziomą otrzymujemy:

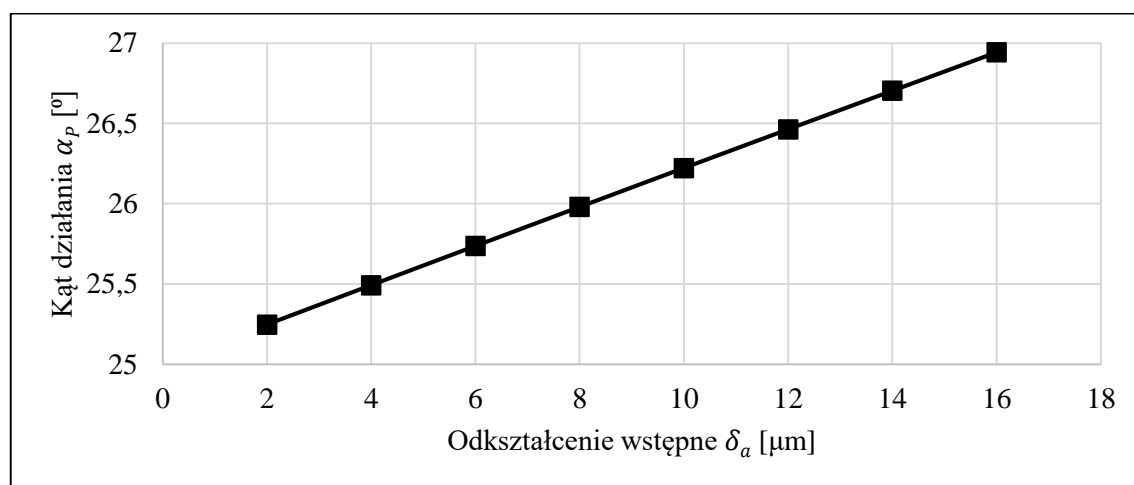
$$A \cdot \sin \alpha + \delta_a = [(f_i + f_o - 1) \cdot D + \delta_{ij(P)} + \delta_{oj(P)}] \cdot \sin(\alpha_p) \quad (4.20)$$

Wstawiając zależność (4.19) do (4.20) uzyskamy równanie pozwalające wyznaczyć kąt działania łożyska α_p dla odkształcenia wstępnego δ_a :

$$A \cdot \sin \alpha + \delta_a = \left[(f_i + f_o - 1) \cdot D + A \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_p} - 1 \right) \right] \cdot \sin(\alpha_p) \quad (4.21)$$

Producenci łożysk rzadko podają zalecane wartości montażowych przemieszczeń pierścieni (z reguły podaje się wartość siły napinającej), dlatego trudno o prawidłowe dobranie wielkości odkształcenia wstępnego. Odkształcenia wstępne łożyska B7007-E-T-P4S dobrano tak aby siła osiowa działająca na łożysko odpowiadała zalecanym przez producenta siłom napięcia wstępnego przy zerowej prędkości łożyska.

Na rys. 4.5 przedstawiono wyniki badań wpływu odkształcenia wstępnego na kąt działania łożyska B7007-E-T-P4S przy zerowej prędkości łożyska. Kąt działania łożyska α_p zależy liniowo od wartości odkształcenia wstępnego δ_a . Dla badanego łożyska na każdy 1 μm odkształcenia wstępnego kąt α_p rośnie o ok. $0,123^\circ$.



Rys. 4.5. Kąt działania łożyska B7007-E-T-P4S w funkcji odkształcenia wstępnego δ_a dla $n = 0$ obr/min

Biorąc pod uwagę, że dla $n = 0$ obr/min kąty działania $\alpha_{ij(P)} = \alpha_{oj(P)}$ i warunek równowagi sił działających na kulkę, siły kontaktowe na obu bieżniach są takie same: $Q_{ij(P)} = Q_{oj(P)} = Q_{(P)}$.

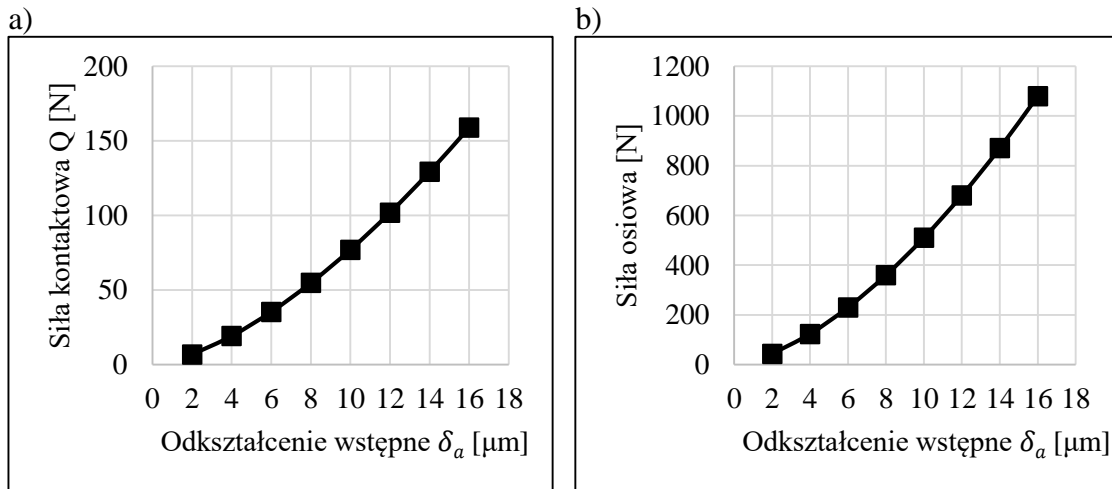
Zgodnie z modelem Jones'a [35] przemieszczenia kontaktowe $\delta_{ij(P)}$ i $\delta_{oj(P)}$ występujące pomiędzy kulką a bieżniami można powiązać z siłami kontaktowymi $Q_{ij(P)}$ i $Q_{oj(P)}$ wg zależności (4.11). Wstawiając przekształcony model (4.11) do zależności (4.19) uzyskuje się:

$$\delta_n = \left(\frac{Q_{(P)}}{K_{ij}}\right)^{2/3} + \left(\frac{Q_{(P)}}{K_{oj}}\right)^{2/3} = A \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_p} - 1\right) \quad (4.22)$$

Po przekształceniach można otrzymać zależność na siłę Q w postaci:

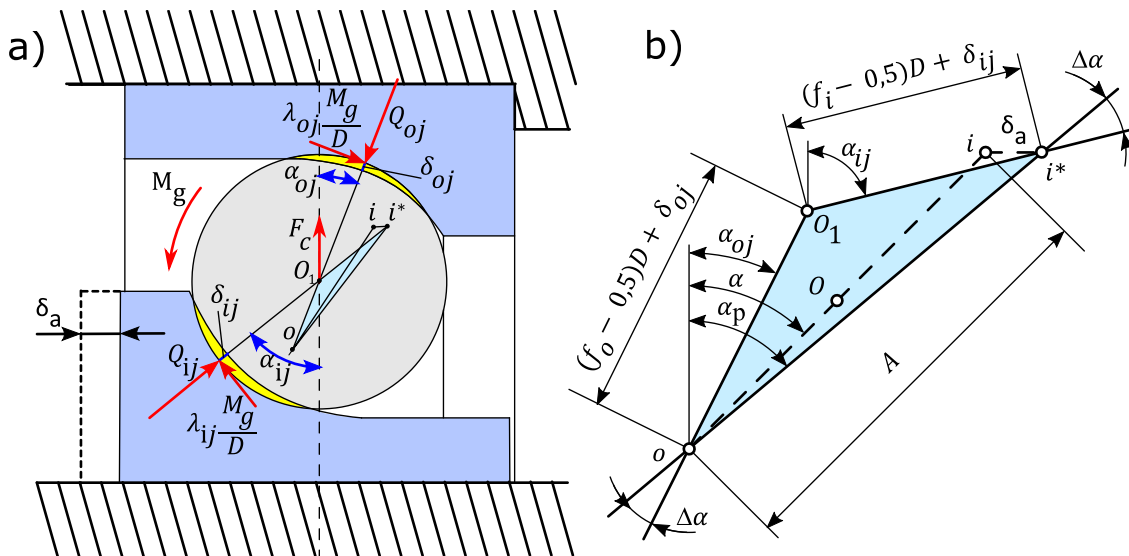
$$Q_{(P)} = Q_{ij(P)} = Q_{oj(P)} = \left[\frac{A \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_p} - 1\right)}{\left(\frac{1}{K_{ij}}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{K_{oj}}\right)^{2/3}} \right]^{3/2} \quad (4.23)$$

Wpływ odkształcenia wstępnego na siły kontaktowe przedstawiono na rys. 4.6a. Dzięki znajomości kąta działania łożyska α_p możliwe jest również wyznaczenie wypadkowej siły osiowej, która działa na łożysko (rys. 4.6b).



Rys. 4.6. Siły kontaktowe pomiędzy kulką a bieżnią (a) i obciążenie osiowe łożyska B7007-E-T-P4S (b) w funkcji odkształcenia wstępnego δ_a dla $n = 0$ obr/min

Na rys. 4.7 przedstawiono stan obciążenia kulki oraz położenia środków krzywizn bieżni i kulki łożyska odkształconego wstępnie o δ_a dla prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min.



Rys. 4.7. Klasyczny model kontaktowy łożyska dla odkształcenia wstępnego δ_a i prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min [42,58]: gdzie o – środek krzywizny bieżni zewnętrznej, i – środek krzywizny bieżni wewnętrznej, O_1 – środek kulki, A – odległość między środkami krzywizn bieżni, $f_{i/o} = r_{i/o}/D$, $r_{i/o}$ – promień bieżni, D – średnica kulki

Położenie środka krzywizny bieżni wewnętrznej w miarę zwiększania prędkości nie ulega zmianie – punkt „ i^* ”, natomiast środek kulki w wyniku działania siły odśrodkowej i momentu żyroskopowego zmienia swoje położenie z punktu „ O_1 ” do „ O_2 ”. Zmiana

położenia środka kulki powoduje, że kąty działania łożyska nie będą jednakowe. Zmianę kątów działania można opisać jako:

$$\begin{aligned}\alpha_{ij} &= \alpha_P + \Delta\alpha_{ij} \\ \alpha_{oj} &= \alpha_P - \Delta\alpha_{oj}\end{aligned}\quad (4.24)$$

Liao [58] wykazał, że jeśli promienie krzywizn obu bieżni są równe $r_i = r_o = r$, to bezwzględne wartości przyrostów kątów $\Delta\alpha_{ij}$ i $\Delta\alpha_{oj}$ będą w przybliżeniu sobie równe (4.25). Uproszczenie to umożliwi analityczne rozwiązanie układu równań redukując liczbę niewiadomych o 1.

$$\Delta\alpha_{ij} \cong \Delta\alpha_{oj} \cong \Delta\alpha \quad (4.25)$$

Dla trójkąta oi^*O_1 (rys. 4.7b) możliwe jest napisanie równania geometrycznego następującej postaci [42]:

$$(2r - D + \delta_{ij} + \delta_{oj}) \cdot \cos(\Delta\alpha) = A + \delta_n \quad (4.26)$$

Po uwzględnieniu modelu odkształceń Jones'a (4.11) oraz zależności (4.19):

$$\left[2r - D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos(\Delta\alpha) = A \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_P} \quad (4.27)$$

W związku z tym, że w równaniu geometrycznym (4.27) są trzy niewiadome: Q_{ij} , Q_{oj} oraz $\Delta\alpha$, należy sformułować dwa dodatkowe równania równowagi sił działających na kulkę z uwzględnionym uproszczeniem Liao wg (4.24), (4.25):

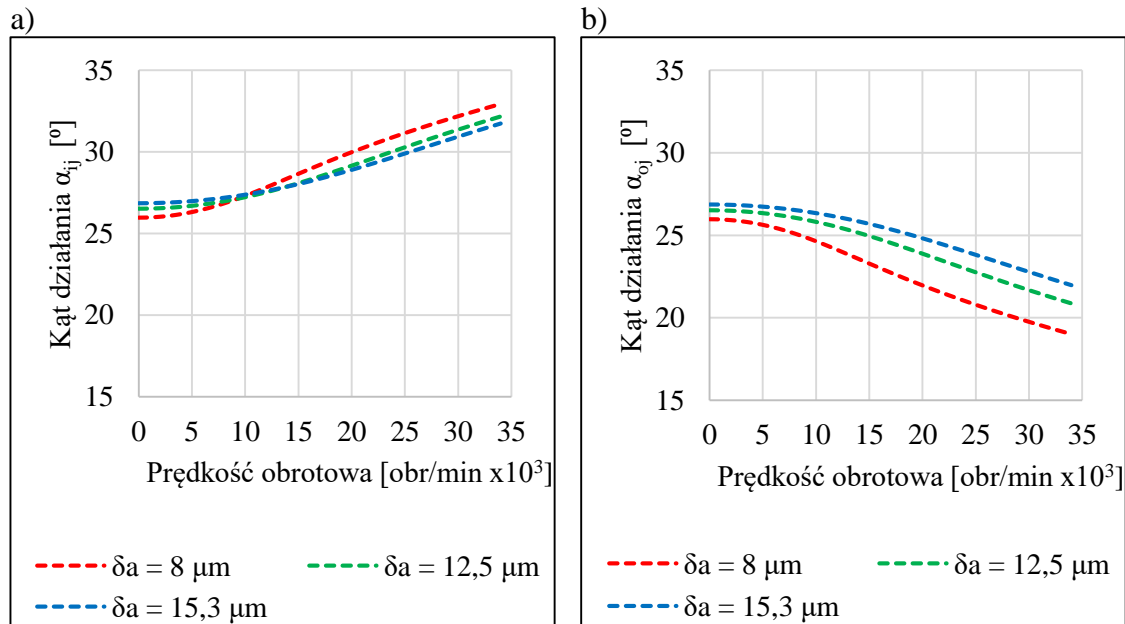
$$\begin{aligned}Q_{ij} \cdot \sin(\alpha_P + \Delta\alpha) - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \cos(\alpha_P + \Delta\alpha) - Q_{oj} \cdot \sin(\alpha_P - \Delta\alpha) + \\ + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \cos(\alpha_P - \Delta\alpha) = 0\end{aligned}\quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}F_c + Q_{ij} \cdot \cos(\alpha_P + \Delta\alpha) + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \sin(\alpha_P + \Delta\alpha) - Q_{oj} \cdot \cos(\alpha_P - \Delta\alpha) - \\ - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \sin(\alpha_P - \Delta\alpha) = 0\end{aligned}$$

Do badań przyjęto hipotezę kontrolowanej bieżni zewnętrznej. Rozwiązanie układu równań (4.27) i (4.28) wymaga procedury iteracyjnej.

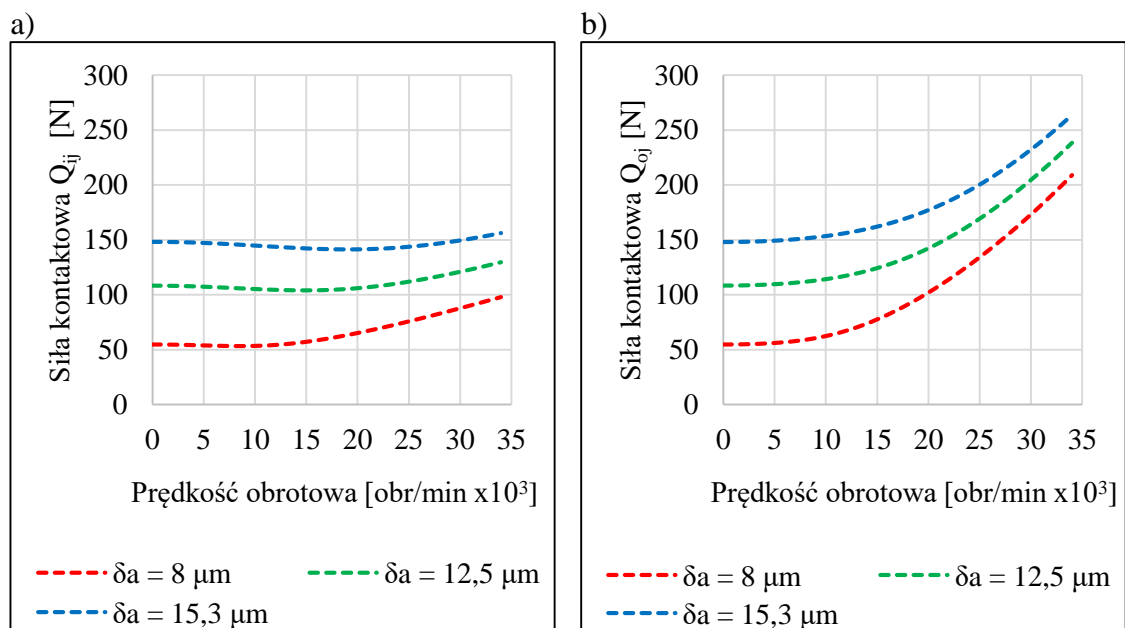
Przeprowadzono szereg testów łożyska B7007-E-T-P4S, które było przedmiotem badań. Celem tych badań było określenie wpływu odkształcenia wstępnego δ_a oraz prędkości łożyska na kąty działania α_{ij} , α_{oj} i siły kontaktowe Q_{ij} , Q_{oj} . Wpływ prędkości obrotowej na kąty α_{ij} i α_{oj} dla trzech wartości odkształcenia wstępnego łożyska przedstawiono na rys. 4.8. Wzrost prędkości obrotowej przyczynia się do zwiększenia

wartości kąta działania α_{ij} oraz spadku kąta działania α_{oj} . Różnice pomiędzy kątami działania dla zerowej i maksymalnej prędkości sięgają kilku stopni.



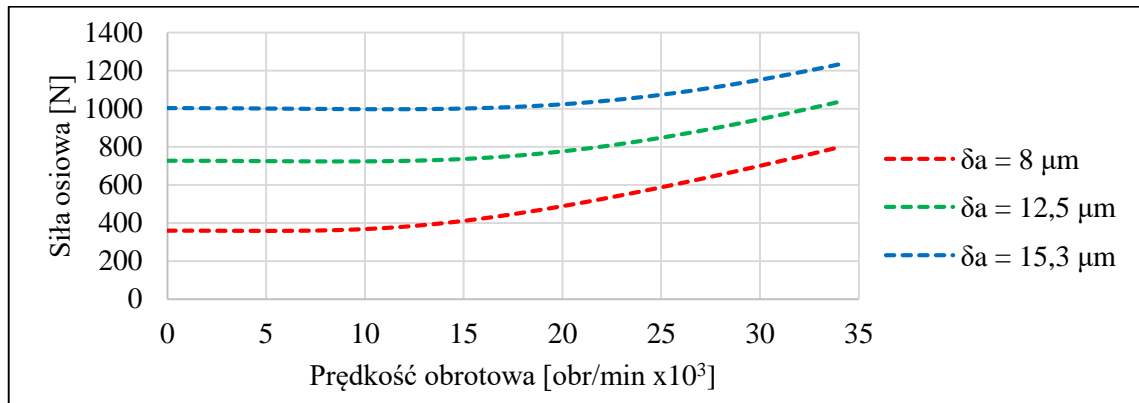
Rys. 4.8. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego δ_a na kąty działania łożyska B7007-E-T-P4S (model klasyczny): a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Wpływ prędkości obrotowej na siły kontaktowe dla trzech wartości odkształcenia wstępnego łożyska przedstawiono na rys. 4.9. Zarówno siły na bieżni wewnętrznej jak i zewnętrznej ulegają zwiększeniu w miarę wzrostu prędkości łożyska. Siła Q_{oj} cechuje się znacznie większym przyrostem, który może sięgać do 300% wartości tej siły przy prędkości $n = 0$ obr/min dla badanego łożyska.



Rys. 4.9. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego δ_a na siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S (model klasyczny): a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Zgodnie z doniesieniami literaturowymi [42] siła osiowa działająca na łożysko zwiększa się w miarę wzrostu prędkości obrotowej łożyska (rys. 4.10).



Rys. 4.10. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego δ_a na siłę osiową działającą na łożysko B7007-E-T-P4S (model klasyczny)

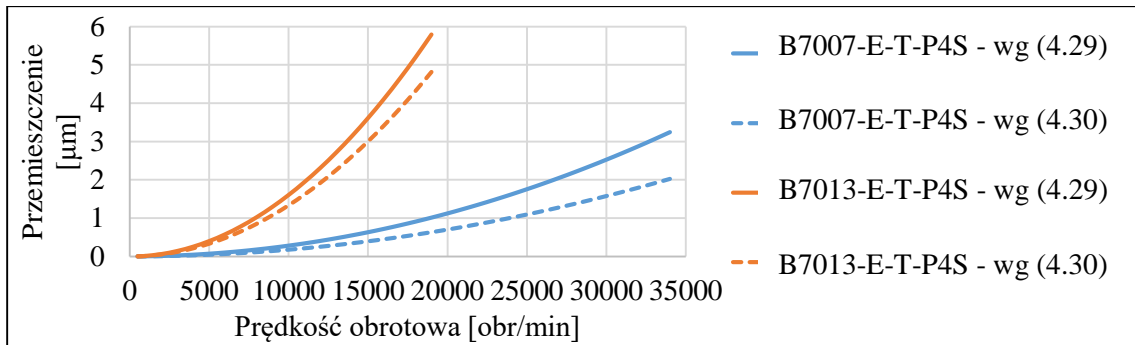
4.4. Sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia

W związku z bardzo wysokimi prędkościami obrotowymi wrzecion duże znaczenie mają siły odśrodkowe, które wpływają na siły kontaktowe między kulką a bieżnią [18]. Siły odśrodkowe wynikające z ruchu obiegowego kulek są uwzględniane w każdej pracy związanej z modelowaniem oddziaływań kontaktowych w łożyskach skośnych, natomiast siły odśrodkowe działające na pierścień łożyska są najczęściej pomijane. W wyniku działania sił odśrodkowych ruchomy pierścień ulega odkształceniu, które można wyrazić przez przemieszczenie δ_c . Jak wynika z doniesień literaturowych sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia łożyska może mieć duży wpływ na siły kontaktowe [45,46]. W rozdziale 2.3.5 przedstawiono dwa literaturowe modele promieniowego przemieszczenia pierścienia wykorzystane w niektórych pracach [8,13,14,20,97,102]. Modele opisane są zależnościami:

$$\delta_c = \frac{3 + \nu}{8E} \rho \omega^2 r \left((1 - \nu)(b^2 + c^2) + (1 + \nu) \frac{b^2 c^2}{r^2} - \frac{1 - \nu^2}{3 + \nu} r^2 \right) \quad (4.29)$$

$$\delta_c = \frac{\rho \omega^2}{32E} d_m [D_i^2 (3 + \nu) + d_m^2 (1 - \nu)] \quad (4.30)$$

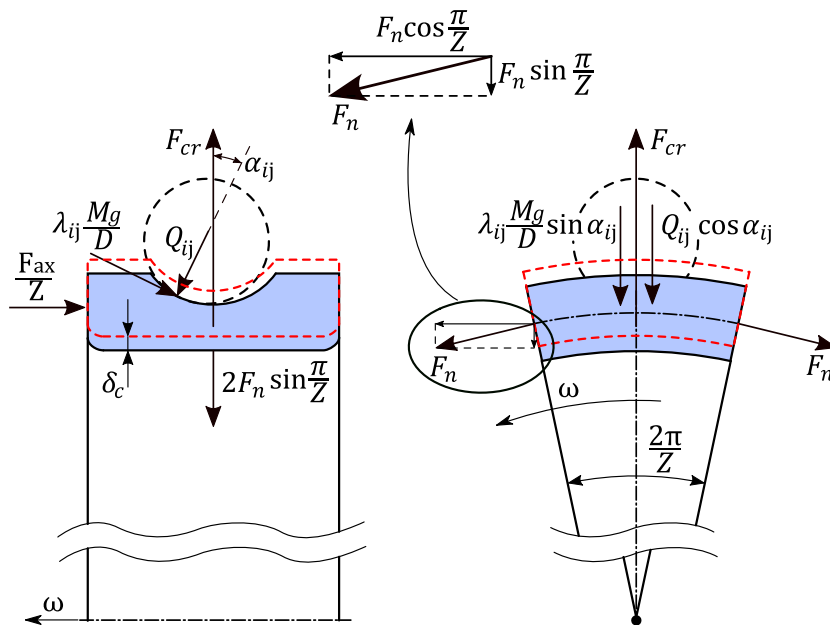
Na rys. 4.11 przedstawiono wpływ prędkości obrotowej na promieniowe, sprężyste przemieszczenie pierścieni łożysk B7007-E-T-P4S i B7013-E-T-P4S, wyznaczone na podstawie literaturowych modeli (4.29) i (4.30). Modele (4.29) i (4.30) odnoszą się do stanu swobodnego odkształcenia, tj. pierścień nie jest ograniczony obecnością i oddziaływaniem kulek, co w konsekwencji może prowadzić do pewnych błędów oszacowania sił kontaktowych.



Rys. 4.11. Wpływ prędkości obrotowej na przemieszczenie promieniowe ruchomego pierścienia

Do obliczeń wg modelu (4.30) przyjęto grubość ścianki wrzeciona w miejscu osadzenia łożysk równą 8 mm. Z rys. 4.11 wynika, że maksymalne przemieszczenie pierścienia w kierunku promieniowym wynosi ok. 3 μm i 6 μm w zależności od łożyska. Są to wielkości na tyle duże w porównaniu do przemieszczeń wywołanych napięciem wstępnym [108], że ich wpływ na siły kontaktowe może być znaczący.

Na rys. 4.12 przedstawiony został wycinek pierścienia wewnętrznego odpowiadający pojedynczej kulce wraz z działającymi na niego siłami. Na wycinek pierścienia działają następujące siły: siła wynikająca z napięcia wstępnego $\frac{F_{ax}}{Z}$, siła kontaktowa Q_{ij} , siła wynikająca z działania momentu żyroskopowego, siła odśrodkowa F_{cr} pierścienia oraz wewnętrzne siły normalne F_n .



Rys. 4.12. Siły działające na wycinek pierścienia łożyskowego, gdzie: δ_c – przemieszczenie promieniowe, F_{cr} – siła odśrodkowa, F_{ax} – siła osiowa, F_n – siła normalna

Na podstawie rys. 4.12 można napisać następujące równanie równowagi sił:

$$F_{cr} - Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{Mg}{D} \sin \alpha_{ij} - 2F_n \sin \frac{\pi}{Z} = 0 \quad (4.31)$$

Przekształcając równanie (4.31) można określić zależność na siłę normalną:

$$F_n = \frac{F_{cr} - Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \sin \alpha_{ij}}{2 \sin \frac{\pi}{Z}} \quad (4.32)$$

Siłę odśrodkową można wyznaczyć na podstawie:

$$F_{cr} = m_w \omega^2 r = \left(\rho r \frac{2\pi}{Z} A_r \right) \omega^2 r = \rho \frac{2\pi}{Z} A_r \omega^2 r^2 \quad (4.33)$$

gdzie: m_w – masa wycinka pierścienia,
 r – odległość środka ciężkości przekroju pierścienia od osi obrotu,
 ρ – gęstość materiału pierścienia,
 Z – liczba kulek w łożysku,
 A_r – pole przekroju pierścienia.

Teraz możliwe jest określenie wartości średniego naprężenia normalnego w przekroju pierścienia:

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_r} \quad (4.34)$$

Przemieszczenie promieniowe pierścienia δ_c można wyznaczyć korzystając z prawa Hooke'a, dla wirujących tulei [86]:

$$\frac{\delta_c}{r} = \frac{\sigma_n}{E} \quad (4.35)$$

stąd:

$$\delta_c = \frac{\sigma_n r}{E} = \frac{\rho \frac{2\pi}{Z} A_r \omega^2 r^2 - Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \sin \alpha_{ij}}{2 \sin \frac{\pi}{Z}} \cdot \frac{r}{A_r E} \quad (4.36)$$

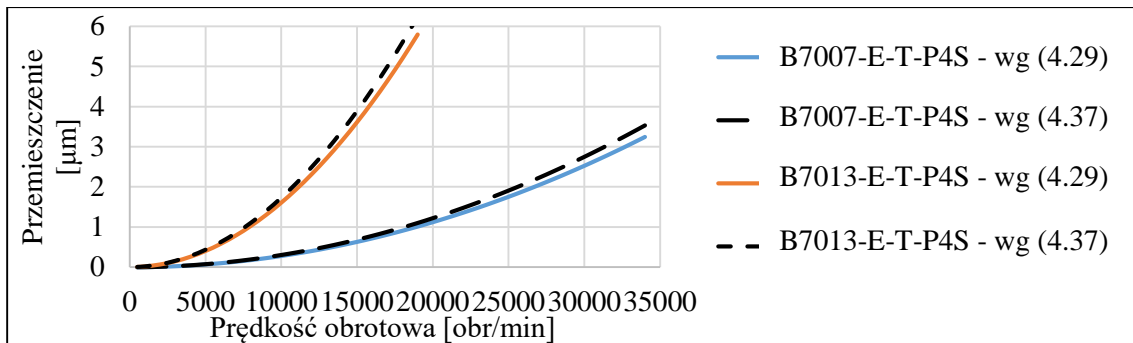
Sprężyste odkształcenie pierścienia może mieć istotny wpływ na siłę kontaktową między kulką a bieżnią. Wykorzystanie modelu (4.36) w modelu łożyska wymaga iteracyjnego rozwiązania, ze względu na zależność przemieszczenia δ_c od siły kontaktowej.

Przemieszczenie odpowiadające stanowi swobodnego odkształcenia pierścienia (zależne tylko od siły F_{cr} i geometrii pierścienia) można wyznaczyć na podstawie:

$$\delta_{c(f)} = \frac{\rho \frac{\pi}{Z} \omega^2 r^3}{E \sin \frac{\pi}{Z}} \quad (4.37)$$

Celem wstępnej weryfikacji dokonano obliczeń przemieszczeń pierścieni łożysk B7007-E-T-P4S i B7013-E-T-P4S dla stanu swobodnego, tj. z pominięciem siły Q_{ij}

i momentu żyroskopowego M_g , zgodnie z zależnością (4.37). Na rys. 4.13 zestawiono wyniki obliczeń modelu (4.29) i (4.37). Z rysunku wynika, że oba modele dają podobne wyniki – maksymalne różnice przemieszczeń nie przekraczają 9%.



Rys. 4.13. Promieniowe przemieszczenie ruchomego pierścienia w stanie swobodnym

Z równania (4.36) wynika, że przemieszczenie $\delta_c > 0$ wtedy, kiedy licznik będzie dodatni, a więc przy spełnionym warunku:

$$F_{cr} > Q_i \cos \alpha_i + \lambda_i \frac{M_g}{D} \sin \alpha_i \quad (4.38)$$

Warunek ten zostanie spełniony po przekroczeniu pewnej granicznej prędkości obrotowej, poniżej której ruchomy pierścień nie ulega promieniowym odkształceniom [68]. W związku z ograniczeniem odkształcenia łożyska przez wał, na którym jest osadzone, przemieszczenie δ_c nie może przyjmować ujemnych wartości.

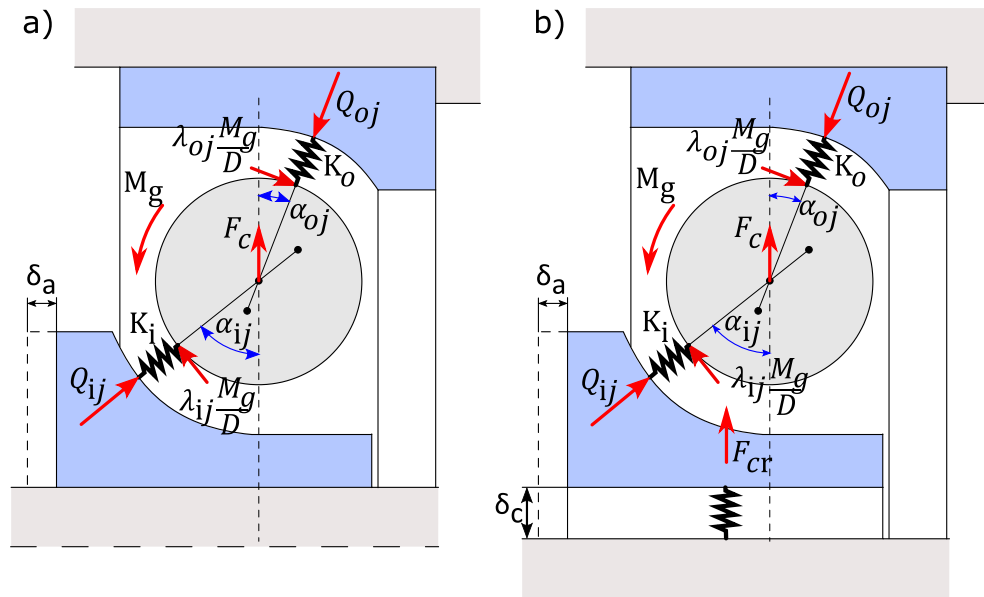
Założenie dotyczące swobodnego odkształcenia ruchomego pierścienia wynikające z zastosowania modelu (4.29) może wiązać się z błędnym oszacowaniem wielkości sił kontaktowych, a co za tym idzie oporów ruchu łożyska.

Podobne podejście analityczne przedstawił Kosmol [45], tj. w oparciu o warunek równowagi sił działających na wycinek pierścienia. Przemieszczenie pierścienia w modelu [45] ograniczone jest siłą związaną ze sprężystym odkształceniem $F_r = K_r \delta_c$. Konieczne jest wówczas uprzednie wyznaczenie współczynnika sztywności postaciowej K_r pierścienia łożyskowego.

4.5. Modelowanie sił kontaktowych dla sztywnego napięcia wstępnego – model rozszerzony

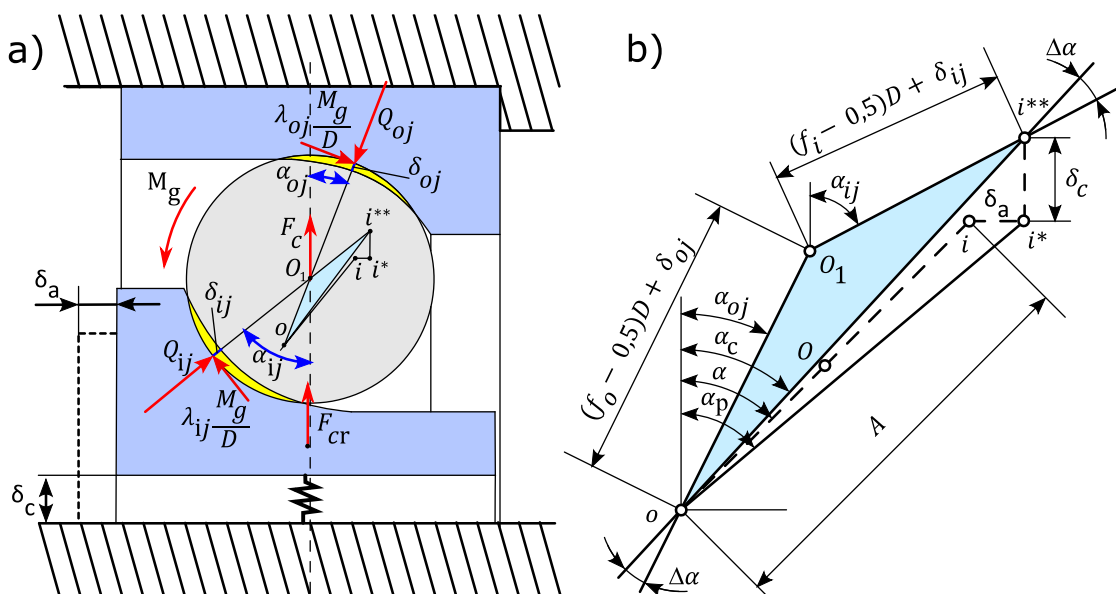
Jak to już zostało wspomniane, odkształcenie ruchomego pierścienia łożyska spowodowane występującymi siłami odśrodkowymi może istotnie wpływać na wielkość sił kontaktowych [45,46]. W klasycznym modelu kontaktowym łożyska bierze się pod uwagę jedynie odkształcenia kontaktowe w obszarze styku kulki z bieżniami (rys. 4.14a),

natomiast w modelu rozszerzonym uwzględniane jest również promieniowe odkształcenie ruchomego pierścienia (rys. 4.14b). W obu modelach zakłada się, że przemieszczenie δ_a wywołane napięciem wstępnym nie ulega zmianom.



Rys. 4.14. Klasyczny model kontaktowy (a) i rozszerzony model kontaktowy (b) łożyska ze sztywnym napięciem wstępnym δ_a

Procedura postępowania wyznaczenia kątów działania łożyska i sił kontaktowych dla modelu klasycznego przedstawiona została w rozdziale 4.3. Żeby możliwe było uwzględnienie wpływu sprężystego odkształcenia promieniowego ruchomego pierścienia na siły kontaktowe konieczne jest rozpatrzenie położenia środków krzywizn bieżni i kulki dla prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min (rys. 4.15).



Rys. 4.15. Rozszerzony model kontaktowy łożyska dla odkształcenia wstępnego δ_a i prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min

Po napięciu łożyska środek krzywizny bieżni wewnętrznej ulega przesunięciu do punktu „i*”. Odcinek $|oi^*|$ tworzy z osią prostopadłą do osi łożyska kąt α_p wyznaczany w klasycznej procedurze. Jednak położenie środka krzywizny bieżni wewnętrznej na skutek działania sił odśrodkowych przemieszcza się do punktu „i**”, a nowopowstały odcinek łączący środki krzywizn $|oi^{**}|$ tworzy z osią prostopadłą do osi łożyska kąt oznaczony symbolem α_c . Kąt α_c można wyznaczyć na podstawie:

$$\alpha_c = \arctg \frac{A \sin \alpha + \delta_a}{A \cos \alpha + \delta_c} \quad (4.39)$$

Z kolei długość odcinka $|oi^{**}|$ można wyliczyć korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$$|oi^{**}| = A_{io} = \sqrt{(A \sin \alpha + \delta_a)^2 + (A \cos \alpha + \delta_c)^2} \quad (4.40)$$

Ruch obiegowy kulki wokół osi łożyska i wynikająca z niego siła odśrodkowa jest przyczyną przemieszczenia się środka kulki do punktu „O₁”. Przyjmując uproszczenie Liao wg (4.24), (4.25) kąty działania łożyska wynoszą:

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &= \alpha_c + \Delta\alpha \\ \alpha_{oj} &= \alpha_c - \Delta\alpha \end{aligned} \quad (4.41)$$

Na podstawie twierdzenia kosinusów można sformułować równanie geometryczne dla trójkąta $oi^{**}O_1$:

$$\begin{aligned} &\left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \\ &- 2 \cdot \left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \\ &\cdot \cos(180^\circ - 2 \cdot \Delta\alpha) = |oi^{**}|^2 \end{aligned} \quad (4.42)$$

W równaniu geometrycznym (4.42) niewiadomymi są kąt $\Delta\alpha$ oraz wartości sił kontaktowych Q_{ij} i Q_{oj} . Rozwiązanie tego równania wymaga dołączenia równań równowagi sił działających na kulkę:

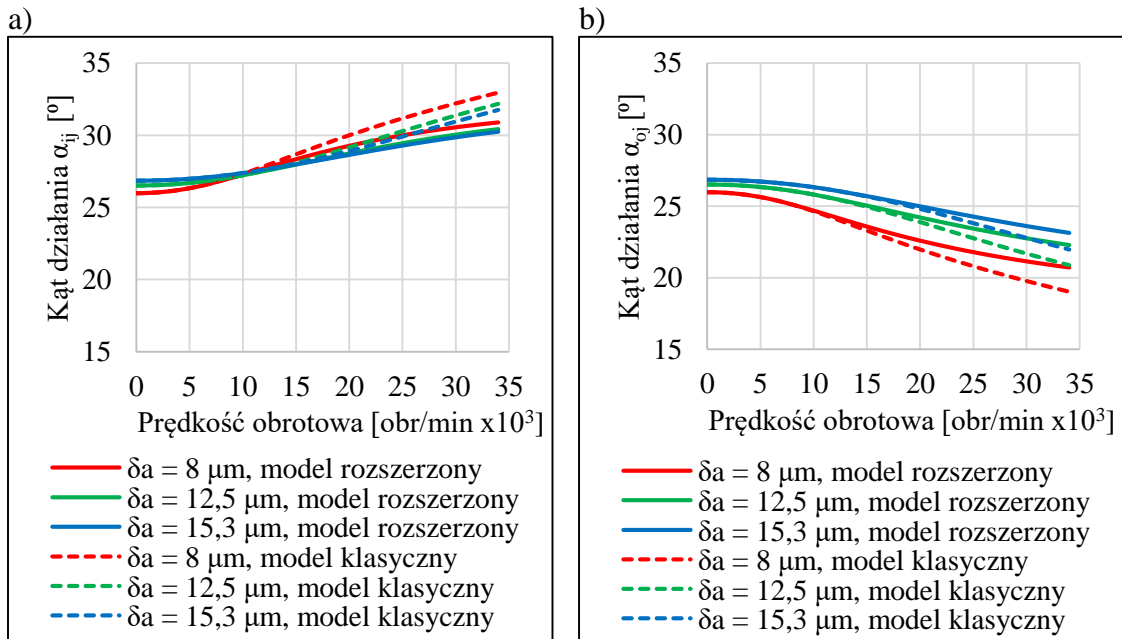
$$\begin{aligned} Q_{ij} \cdot \sin(\alpha_c + \Delta\alpha) - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \cos(\alpha_c + \Delta\alpha) - Q_{oj} \cdot \sin(\alpha_c - \Delta\alpha) + \\ + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \cos(\alpha_c - \Delta\alpha) = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} F_c + Q_{ij} \cdot \cos(\alpha_c + \Delta\alpha) + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \sin(\alpha_c + \Delta\alpha) - Q_{oj} \cdot \cos(\alpha_c - \Delta\alpha) - \\ - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \sin(\alpha_c - \Delta\alpha) = 0 \end{aligned}$$

W powyższych równaniach równowagi uwzględniono uproszczenie Liao wg (4.41). Rozwiązanie układu równań (4.42) i (4.43) wymaga procedury iteracyjnej.

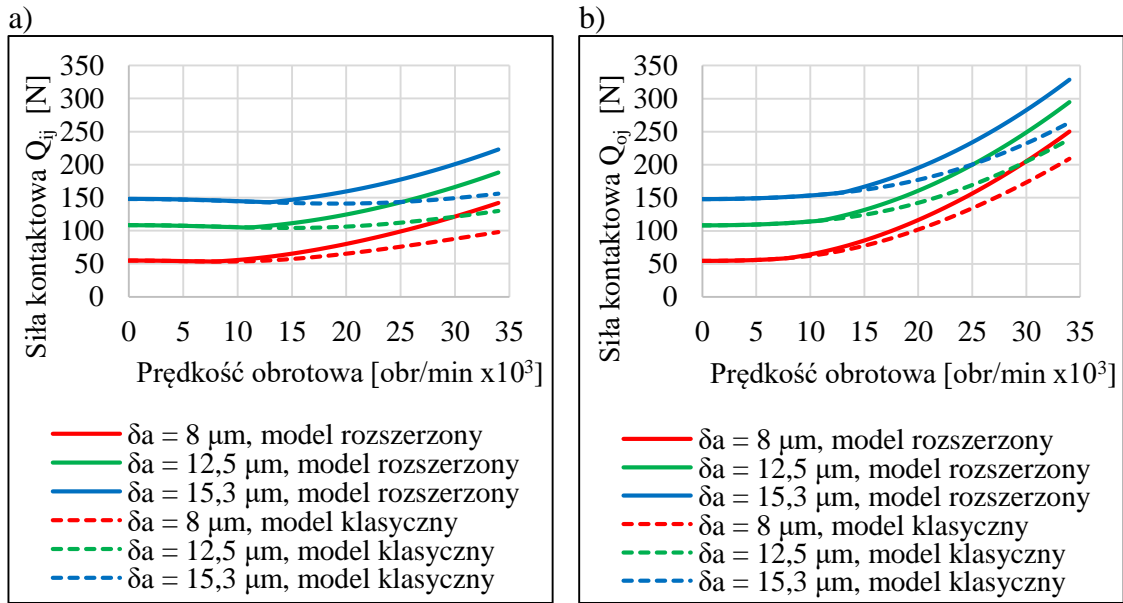
Na podstawie przedstawionych zależności dokonano badań wpływu prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego na siły kontaktowe i kąty działania łożyska B7007-E-T-P4S dla modelu rozszerzonego. Siły kontaktowe jak i kąty działania łożyska w przypadku zerowej prędkości są takie same jak dla modelu klasycznego (rys. 4.5 i 4.6).

Na rys. 4.16 przedstawiono, jak zmieniają się kąty α_{ij} i α_{oj} w zależności od prędkości obrotowej dla modelu klasycznego i rozszerzonego. Wartość obu kątów dla zerowej prędkości jest taka sama niezależnie od zastosowanego modelu i zależy od wielkości odkształcenia wstępnego. Kąty α_{ij} wyznaczone w oparciu o model rozszerzony są mniejsze niż te wyznaczone w oparciu o model klasyczny, natomiast kąty α_{oj} cechują się wartościami większymi. Różnice pomiędzy modelami pojawiają się po przekroczeniu prędkości granicznej (po spełnieniu warunku (4.38)) i są tym większe im mniejsze odkształcenie wstępne δ_a i większa prędkość obrotowa.



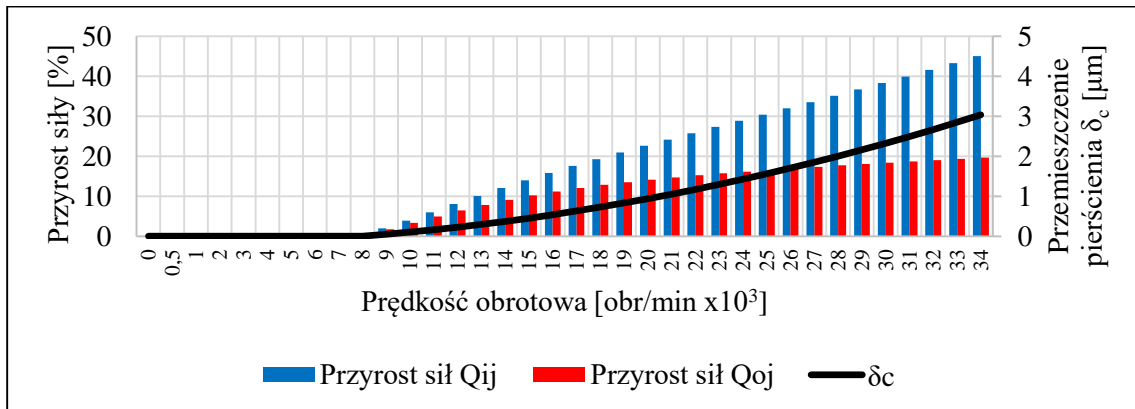
Rys. 4.16. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego δ_a na kąty działania łożyska B7007-E-T-P4S: a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Wpływ prędkości łożyska na siły kontaktowe został przedstawiony na rys. 4.17. Widać znaczącą różnicę między wartościami sił wyznaczonymi na podstawie modelu klasycznego i rozszerzonego. Podobnie jak w przypadku kątów α_{ij} i α_{oj} różnice te są tym większe, im większa prędkość łożyska. Uwzględnienie promieniowego, sprężystego przemieszczenie pierścienia skutkuje tym, że wyznaczone siły są wyraźnie większe niż dla modelu klasycznego.

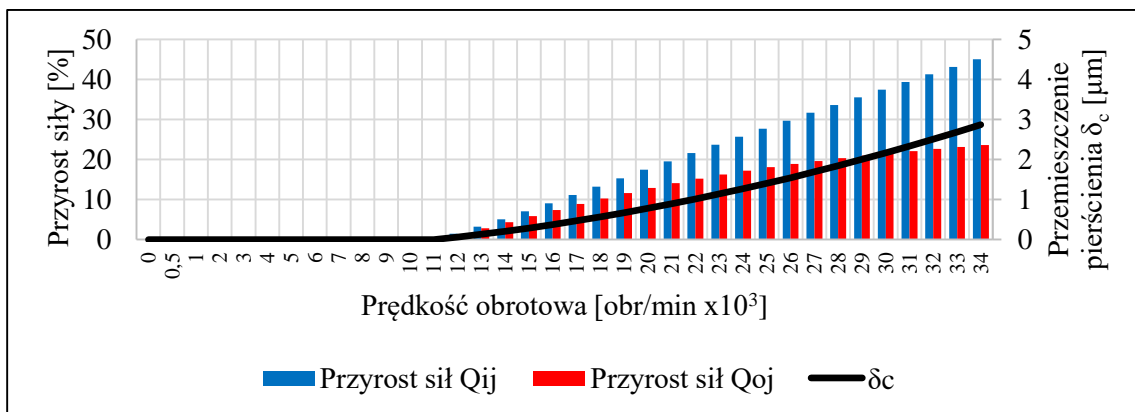


Rys. 4.17. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego δ_a na siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S: a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

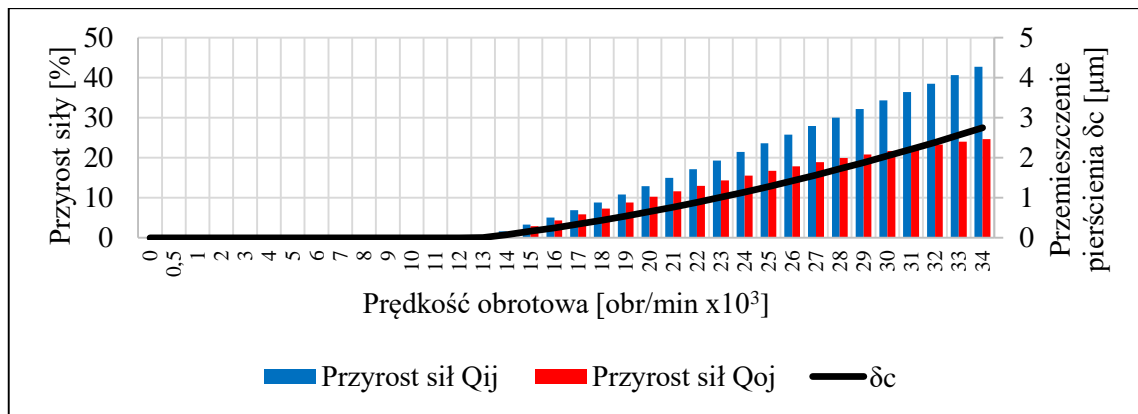
Na rys. 4.18, 4.19 i 4.20 zestawiono porównanie procentowych przyrostów wartości sił modelu rozszerzonego w stosunku do modelu klasycznego w zależności od prędkości obrotowej dla badanego łożyska B-7007-E-T-P4S.



Rys. 4.18. Przyrost wartości sił kontaktowych w stosunku do modelu klasycznego ($\delta_a = 8 \mu\text{m}$)



Rys. 4.19. Przyrost wartości sił kontaktowych w stosunku do modelu klasycznego ($\delta_a = 12,5 \mu\text{m}$)

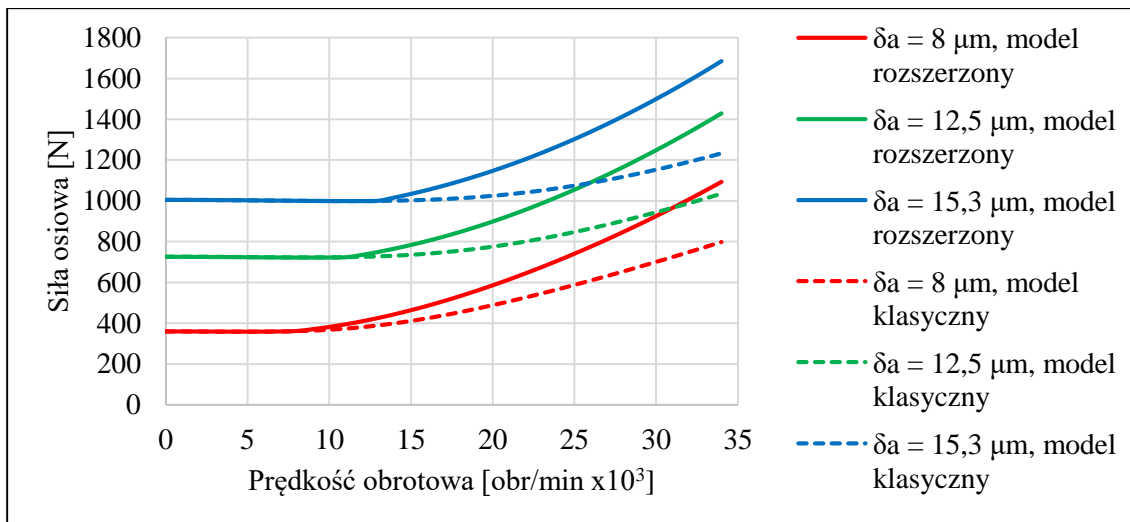


Rys. 4.20. Przyrost wartości sił kontaktowych w stosunku do modelu klasycznego ($\delta_a = 15,3 \mu\text{m}$)

Przyrost sił Q_{ij} jest wyraźnie większy niż sił Q_{oj} . Dla prędkości 34000 obr/min siły Q_{ij} są większe o ok. 42 - 45%, natomiast siły Q_{oj} o ok. 20 – 25% w porównaniu do modelu klasycznego. Tak duże różnice między siłami kontaktowymi przy sztywnym napięciu wstępnym świadczą o konieczności uwzględniania sprężystego odkształcenia pierścienia wewnętrznego łożyska, zwłaszcza wtedy, kiedy modeluje się łożysko dla wysokich prędkości obrotowych.

Na rys. 4.18, 4.19 i 4.20 zamieszczono również (czarną linią) na osi pomocniczej wielkość promieniowego przemieszczenia ruchomego pierścienia. Widać wyraźnie ścisłe powiązanie przyrostu wartości sił z tym przemieszczeniem. Przy niezerowej wartości przemieszczenia siły kontaktowe dla modelu rozszerzonego są większe niż siły dla modelu klasycznego. Im większa wartość tego przemieszczenia, tym różnica między siłami jest większa. W przypadku braku promieniowych odkształceń (wtedy, kiedy warunek (4.38) nie jest spełniony) siły kontaktowe są takie same dla modelu klasycznego i rozszerzonego. Na wspomnianych rysunkach widać również wartości prędkości granicznych, zależnych od wielkości odkształcenia wstępnego. Przykładowo dla $\delta_a = 12,5 \mu\text{m}$ prędkość ta wynosi ok. 12000 obr/min. Gdyby przyjąć do obliczeń jeden z modeli odkształceń promieniowych nie uwzględniający ograniczającego wpływu kulek (np. model (4.29)), prędkość graniczna wynosiłaby 0 obr/min, a wartości sił byłyby zawyżone dla wszystkich badanych prędkości.

Na rys. 4.21 zestawiono przebiegi wartości siły osiowej działającej na łożysko w funkcji jego prędkości obrotowej dla trzech wielkości odkształcenia wstępnego. Dla modelu rozszerzonego łożyska i przyjętych odkształceń wstępnych δ_a wypadkowa siła osiowa np. dla 34000 obr/min jest większa o ok. 37% w porównaniu do modelu klasycznego.



Rys. 4.21. Wpływ prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego na siłę osiową działającą na łożysko B7007-E-T-P4S

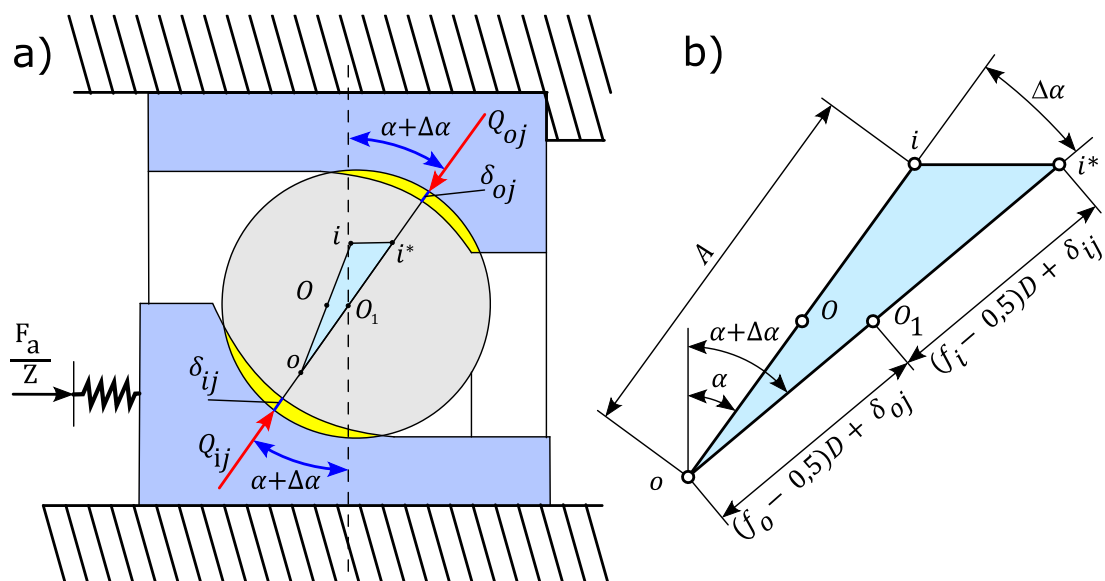
Większe wartości sił kontaktowych w przypadku modelu rozszerzonego wiążą się bezpośrednio ze zwiększonymi oporami ruchu łożyska od tarcia tocznego (model (2.5)) i zjawiska spinu (model (2.10)). Przyjęcie modelu klasycznego łożyska (pomijającego odkształcenia ruchomego pierścienia) będzie prowadziło do zaniżenia oporów ruchu, zwłaszcza przy wysokich prędkościach obrotowych.

4.6. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego – model klasyczny

Sprężyste napięcie wstępne jest powszechnie stosowane w przypadku łożysk skośnych elektrowrzecion pracujących z najwyższymi prędkościami obrotowymi. Ten sposób napięcia wstępnego charakteryzuje się tym, że siła napięcia F_a z założenia jest stała i nie zależy od prędkości obrotowej (w przeciwieństwie do sztywnego napięcia wstępnego). Praktyczna realizacja sprężystego napięcia wstępnego polega na umieszczeniu pomiędzy łożyskami pakietu sprężyn lub wykorzystaniu układu hydraulicznego wywierającego siłę osiową.

Procedura wyznaczenia wartości kątów działania α_{ij} i α_{oj} łożyska oraz sił kontaktowych na obu biegniach Q_{ij} i Q_{oj} dla sprężystego napięcia wstępnego jest uproszczona w stosunku do przypadku sztywnego napięcia wstępnego. Znajomość wartości siły napięcia wstępnego łożyska F_a pozwala na redukcję liczby niewiadomych o 1. Wynika to z tego, że możliwe jest sformułowanie równań wiążących siłę kontaktową, kąt działania oraz siłę napięcia wstępnego F_a z warunków równowagi sił działających na wycinki pierścieni łożyska.

Stan obciążenia pojedynczej kulki łożyska oraz charakterystyczne położenia środków krzywizn bieżni i kulki w płaszczyźnie przechodzącej przez oś łożyska dla $n = 0$ obr/min przedstawiono na rys. 4.22.



Rys. 4.22. Model kontaktowy łożyska dla napięcia wstępnego F_a i prędkości obrotowej łożyska $n = 0$ obr/min [42]

W wyniku działania siły napięcia wstępnego $\frac{F_a}{Z}$ środek krzywizny bieżni wewnętrznej „i” przemieszcza się do punktu „i*”, a kąty działania łożyska zwiększają swoją wartość i są sobie równe:

$$\alpha_{ij} = \alpha_{oj} = \alpha + \Delta\alpha \quad (4.44)$$

Na podstawie rys. 4.22 można sformułować przykładowy warunek geometryczny:

$$\begin{aligned} [(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}] \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) + [(f_o - 0,5)D + \delta_{oj}] \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) = \\ = A \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.45)$$

Warunek (4.45) po uwzględnieniu modelu odkształceń Jones’a (4.11) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \\ \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) = A \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.46)$$

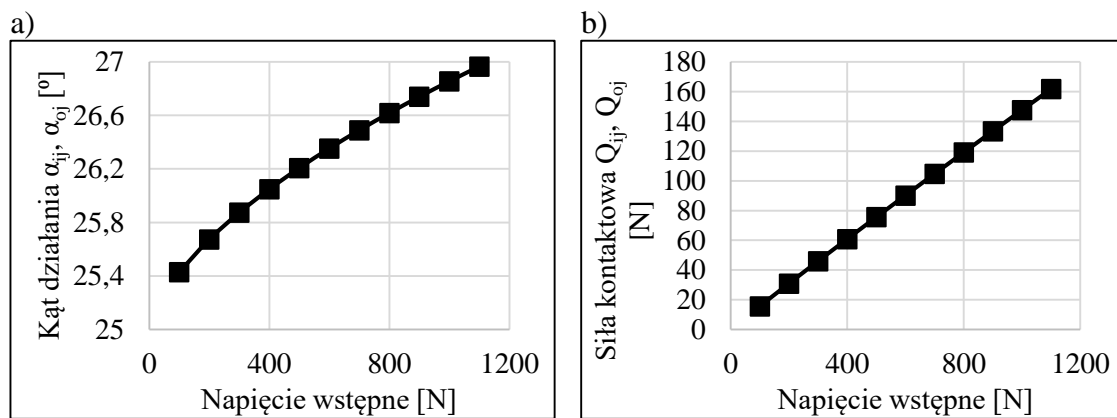
Z równań równowagi sił działających na wycinki pierścienia łożyska (rys. 4.22) możliwe jest określenie zależności na siły kontaktowe:

$$Q_{ij} = Q_{oj} = Q = \frac{\frac{F_a}{Z}}{\sin(\alpha + \Delta\alpha)} \quad (4.47)$$

Wstawiając zależność (4.47) do równania (4.46) otrzymujemy:

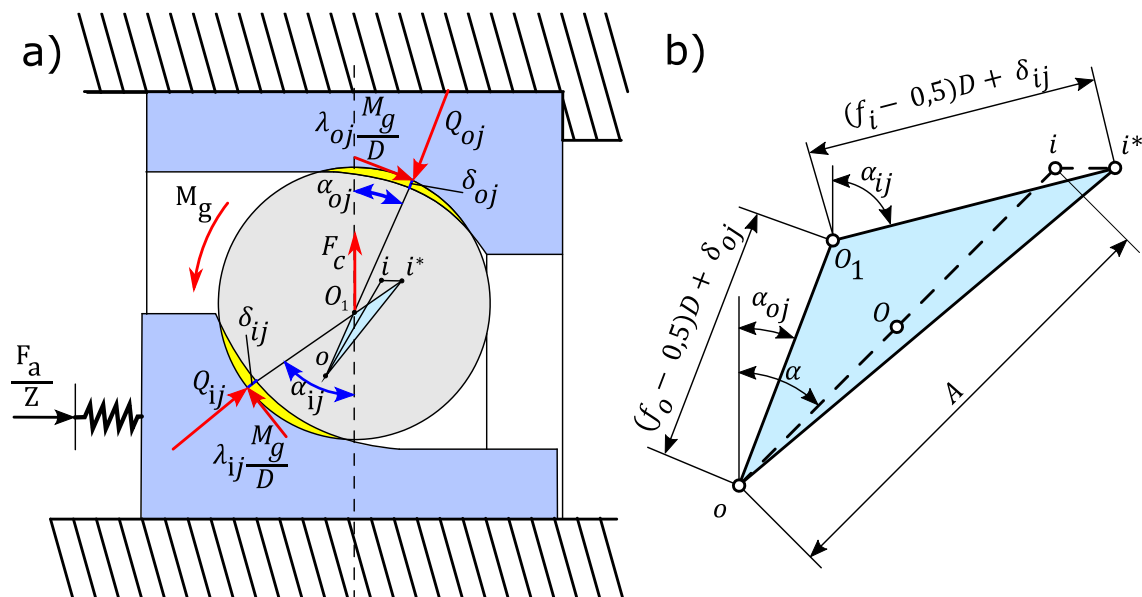
$$\begin{aligned} & \left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{F_a}{K_{ij} \cdot Z \cdot \sin(\alpha + \Delta\alpha)} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) + \\ & + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{F_a}{K_{oj} \cdot Z \cdot \sin(\alpha + \Delta\alpha)} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) = A \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.48)$$

Rozwiązanie równania (4.48) pozwala na wyznaczenie wartości kątów α_{ij} i α_{oj} z zależności (4.44) oraz sił kontaktowych z zależności (4.47) w zależności od napięcia wstępnego F_a . Wyniki badań wpływu napięcia wstępnego na kąty działania i siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S przedstawiono na rys. 4.23.



Rys. 4.23. Wpływ napięcia wstępnego F_a na kąty działania (a) i siły kontaktowe (b) łożyska B7007-E-T-P4S dla $n = 0$ obr/min

Na rys. 4.24 przedstawiono stan obciążenia kulki oraz położenia środków krzywizn bieżni i kulki łożyska napiętego siłą F_a dla prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min.



Rys. 4.24. Klasyczny model kontaktowy łożyska dla sprężystego napięcia wstępnego F_a i prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min [3,18,42]

W przypadku takiego stanu obciążenia warunek geometryczny może być opisany przez:

$$[(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}] \cdot \cos \alpha_{ij} + [(f_o - 0,5)D + \delta_{oj}] \cdot \cos \alpha_{oj} = A \cdot \cos \alpha \quad (4.49)$$

a po uwzględnieniu modelu Jones'a (4.11):

$$\left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{ij} + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{oj} = \quad (4.50)$$

$$= A \cdot \cos \alpha$$

W równaniu (4.50) występują cztery niewiadome: α_{ij} , α_{oj} , Q_{ij} i Q_{oj} . Siły kontaktowe Q_{ij} i Q_{oj} można uzależnić od kątów działania α_{ij} i α_{oj} na podstawie warunków równowagi sił działających na wycinki pierścieni łożyska:

$$Q_{ij} = \frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{ij}} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij} \quad (4.51)$$

$$Q_{oj} = \frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{oj}} + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj}$$

Do rozwiązania równania (4.50) potrzebne jest jeszcze napisanie jednego z równań równowagi sił działających na kulkę, np.:

$$F_c + Q_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \cdot \cos \alpha_{oj} - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{oj} = 0 \quad (4.52)$$

Układ równań (4.50) i (4.52) po wstawieniu do nich zależności (4.51) i przekształceniu opisany jest przez równania (4.53). Rozwiązanie równań (4.53) wymaga procedury iteracyjnej i pozwala na wyznaczanie kątów działania i sił kontaktowych łożyska.

$$\left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{\frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{ij}} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{ij} +$$

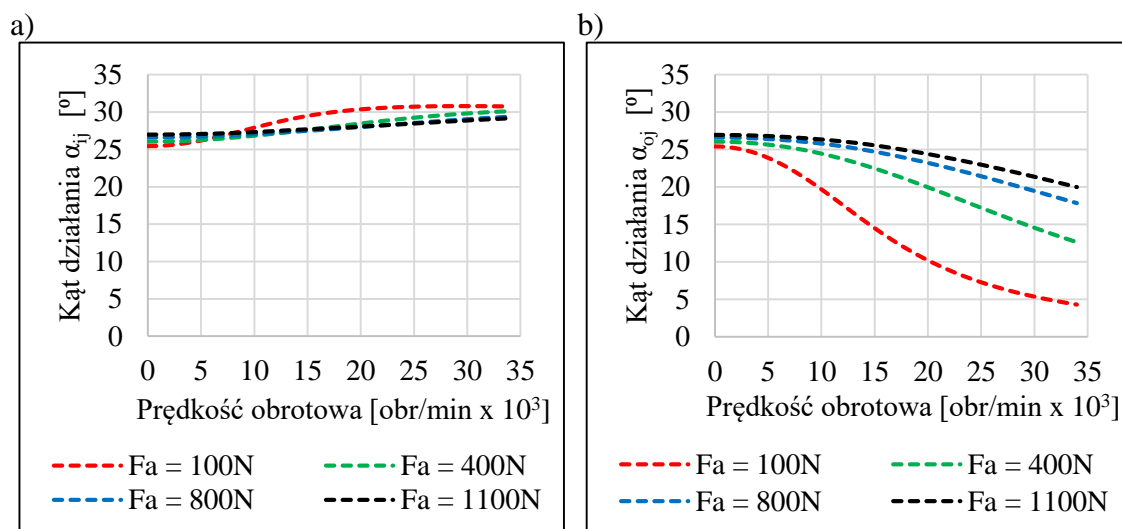
$$+ \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{\frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{oj}} + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{oj} =$$

$$= A \cdot \cos \alpha \quad (4.53)$$

$$F_c + \frac{F_a}{Z} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij} - \frac{F_a}{Z} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} (\operatorname{ctg} \alpha_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + \sin \alpha_{ij}) -$$

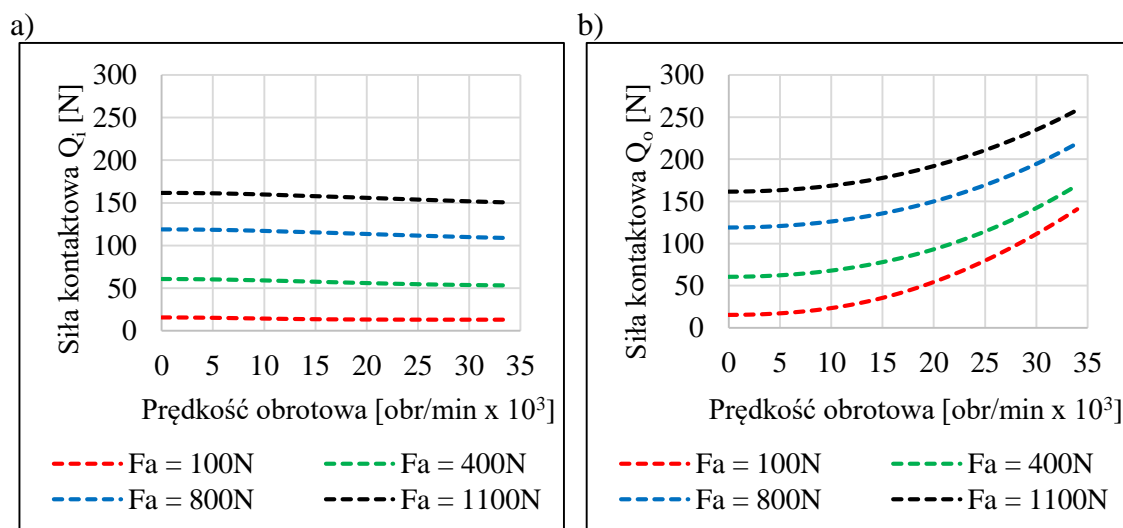
$$- \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} (\operatorname{ctg} \alpha_{oj} \cdot \cos \alpha_{oj} + \sin \alpha_{oj}) = 0$$

Wpływ prędkości obrotowej łożyska na wartości kątów działania α_{ij} i α_{oj} przedstawiono na rys. 4.25. W miarę zwiększania prędkości obrotowej pierścienia wewnętrznego środek kulki ulega przemieszczeniu w stosunku do środków krzywizn obu bieżni (rys. 4.24), skutkiem czego jest wzrost wartości kąta działania na bieżni wewnętrznej α_{ij} oraz spadek wartości kąta działania na bieżni zewnętrznej α_{oj} . Kąty działania ulegają większym zmianom przy niskich napięciach wstępnych. W porównaniu do przypadku sztywnego napięcia wstępnego (rys. 4.8 i rys. 4.16) kąt α_{oj} cechuje się znacznie mniejszymi wartościami - prędkość obrotowa ma na ten kąt większy wpływ niż dla sztywnego napięcia wstępnego.



Rys. 4.25. Wpływ prędkości obrotowej i napięcia wstępnego F_a na kąty działania łożyska B7007-E-T-P4S (model klasyczny): a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Na rys. 4.26 przedstawiono wyniki badań sił kontaktowych łożyska B7007-E-T-P4S w funkcji prędkości obrotowej.

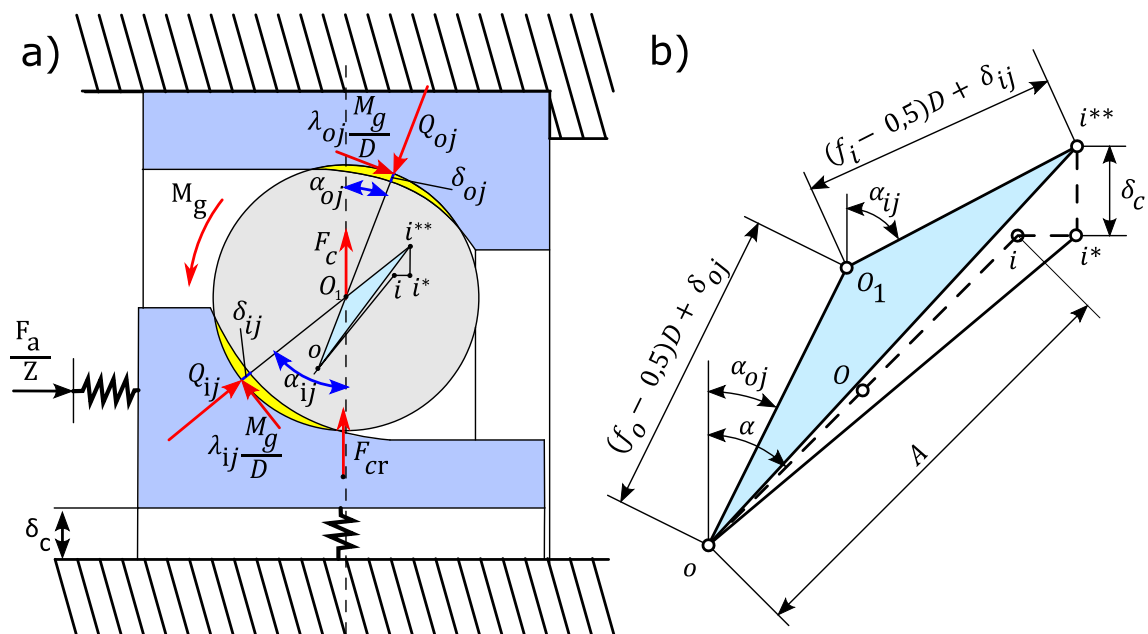


Rys. 4.26. Wpływ prędkości obrotowej i napięcia wstępnego F_a na siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S (model klasyczny): a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Siła działająca na bieżni wewnętrznej Q_{ij} w miarę zwiększania prędkości łożyska ulega nieznacznemu spadkowi. Z kolei wartość siły między kulką a bieżnią zewnętrzną jest silnie zależna od prędkości obrotowej (rys. 4.26b). W zależności od wielkości napięcia wstępnego siła Q_{oj} dla prędkości $n = 34000$ obr/min rośnie o ok. 60% (dla $F_a = 1100N$) do 900% (dla $F_a = 100N$) w porównaniu do prędkości $n = 0$ obr/min. Siły Q_{ij} dla tego sposobu realizacji napięcia wstępnego łożyska, w porównaniu do napięcia sztywnego (rys. 4.9 i rys. 4.17), są przy wysokich prędkościach znacznie mniejsze.

4.7. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego – model rozszerzony

Procedura wyznaczenia kątów działania łożyska skośnego i sił kontaktowych w przypadku sprężystego napięcia wstępnego dla modelu rozszerzonego jest zbliżona do opisanej w rozdziale 4.6 [45]. Stan obciążenia pojedynczej kulki łożyska oraz położenia środków krzywizn bieżni i kulki dla $n > 0$ obr/min przedstawiono na rys. 4.27.



Rys. 4.27. Rozszerzony model kontaktowy łożyska dla sprężystego napięcia wstępnego F_a i prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min [45,102]

Różnica pomiędzy modelem klasycznym a rozszerzonym występuje w równaniu geometrycznym, w którym bierze się pod uwagę sprężyste promieniowe odkształcenie ruchomego pierścienia. Promieniowe przemieszczenie δ_c można wyznaczyć na podstawie modelu (4.36). Równanie geometryczne jest opisane następującą zależnością:

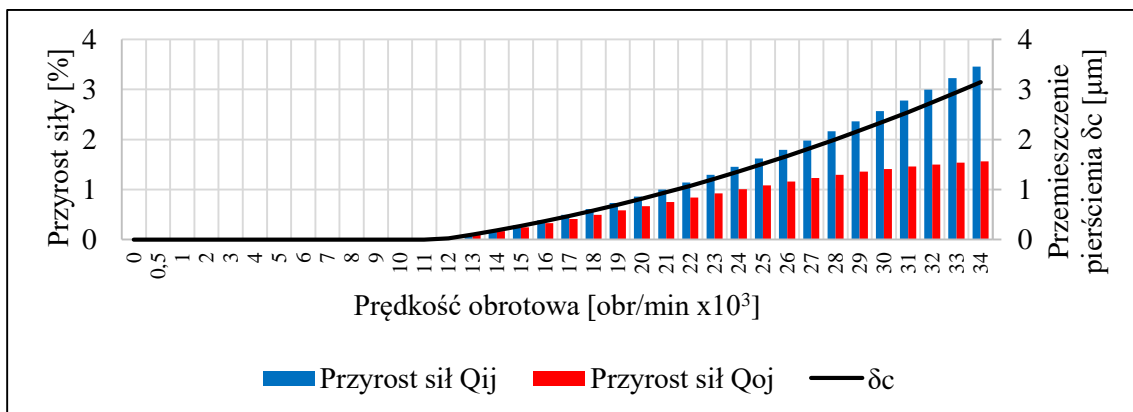
$$[(f_i - 0,5)D + \delta_{ij}] \cdot \cos \alpha_{ij} + [(f_o - 0,5)D + \delta_{oj}] \cdot \cos \alpha_{oj} = A \cdot \cos \alpha + \delta_c \quad (4.54)$$

Aby rozwiązać to równanie należy, analogicznie jak w modelu klasycznym, sformułować równanie równowagi sił działających na kulkę (4.52) oraz równania równowagi sił wycinków pierścieni łożyska (4.51). Utworzony w ten sposób układ równań ma postać:

$$\begin{aligned} & \left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{\frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{ij}} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{ij} + \\ & + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{\frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha_{oj}} + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{oj} = \\ & = A \cdot \cos \alpha + \delta_c \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} F_c + \frac{F_a}{Z} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij} - \frac{F_a}{Z} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} (\operatorname{ctg} \alpha_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + \sin \alpha_{ij}) - \\ - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} (\operatorname{ctg} \alpha_{oj} \cdot \cos \alpha_{oj} + \sin \alpha_{oj}) = 0 \end{aligned}$$

Badaniom poddano łożysko B7007-E-T-P4S. Podobnie jak dla modelu klasycznego wyznaczone zostały kąty działania α_{ij} i α_{oj} i siły kontaktowe Q_{ij} i Q_{oj} w funkcji prędkości obrotowej łożyska. Wpływ odkształcenia ruchomego pierścienia na kąty działania i siły kontaktowe dla badanego łożyska okazał się pomijalnie mały. Przyrost wartości sił kontaktowych spowodowany tym odkształceniem sięga w skrajnym przypadku 4%. Porównanie przykładowych wyników przedstawiono na rys. 4.28.



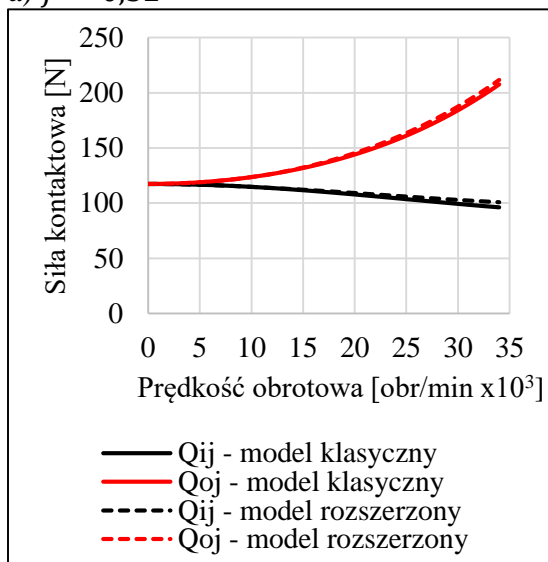
Rys. 4.28. Przyrost wartości sił kontaktowych w stosunku do modelu klasycznego ($F_a = 800N$)

W związku z doniesieniami literaturowymi [8,45] świadczącymi o istotnym znaczeniu promieniowego odkształcenia ruchomego pierścienia postanowiono przeprowadzić dodatkowe testy łożyska B7007-E-T-P4S. Do badań przyjęto różne

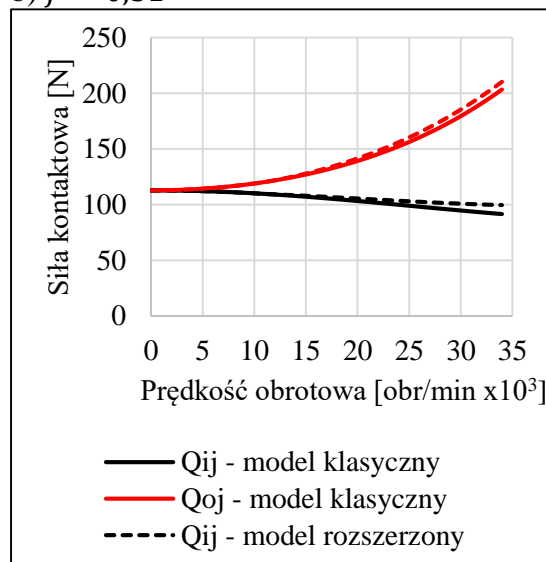
promienie krzywizn bieżni, których stosunek do średnicy kulki $f = \frac{r}{D}$ wyniósł: 0,52; 0,51; 0,5025; 0,501.

Na rys. 4.29 przedstawiono wyniki badań wpływu prędkości obrotowej i promienia krzywizny bieżni na siły kontaktowe na bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska napiętego siłą F_a . Na podstawie analizy tego rysunku można stwierdzić, że dla badanego łożyska model rozszerzony daje tym wyższe wartości sił kontaktowych, im promień krzywizny bieżni jest mniejszy. Dla małych promieni przyjęcie modelu klasycznego będzie skutkowało niedoszacowaniem sił Q_{ij} i Q_{oj} . Niedoszacowanie wartości sił jest tym większe im większa prędkość obrotowa łożyska. Dlatego dla małych promieni krzywizny należy stosować model rozszerzony.

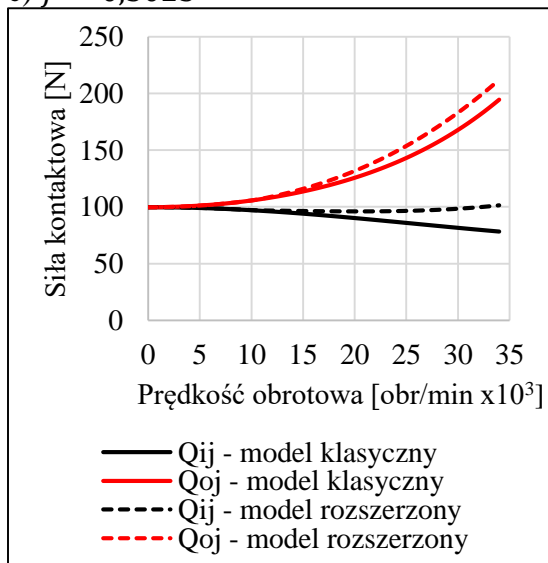
a) $f = 0,52$



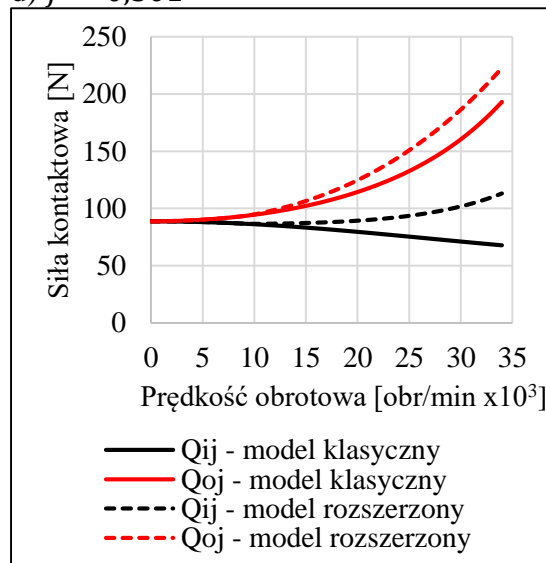
b) $f = 0,51$



c) $f = 0,5025$



d) $f = 0,501$

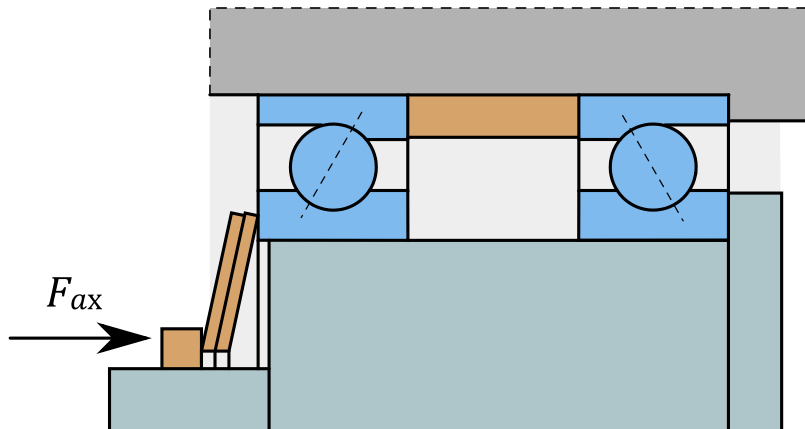


Rys. 4.29. Wpływ prędkości obrotowej na siły kontaktowe łożyska napiętego siłą $F_a = 800N$ dla różnych promieni krzywizn bieżni

4.8. Modelowanie sił kontaktowych dla sprężystego napięcia wstępnego. Wpływ zmiennej siły osiowej

Łożyska skośne wrzecion obrabiarek pracujących z najwyższymi prędkościami obrotowymi (przy stosunkowo niewielkich obciążeniach zewnętrznych) napina się powszechnie przy użyciu elementów sprężystych jakimi są np. sprężyny talerzowe czy śrubowe [27]. Podczas modelowania zakłada się w takim przypadku, że wypadkowa siła osiowa działająca na łożyska jest niezmienna co do wartości, niezależnie od prędkości obrotowej. W układach rzeczywistych ten warunek na ogół nie jest spełniony, gdyż nawet niewielkie przemieszczenia osiowe sprężyn powodują zmianę siły. Nie znaleziono żadnej publikacji, w której przedstawiono jak siła osiowa zmienia się wraz z prędkością obrotową, ani też jak sztywność elementów sprężystych wpływa na tę zmianę. Jeżeli siła osiowa ulega zmianie, to siły kontaktowe także będą ulegały zmianie. Celem niniejszego rozdziału jest oszacowanie wpływu prędkości obrotowej łożyska na siły kontaktowe w przypadku, gdy siła osiowa może się zmieniać.

Na rys. 4.30 przedstawiono poglądowo hipotetyczny przypadek łożyskowania wałka z wykorzystaniem sprężyn talerzowych. Para łożysk B7007-E-T-P4S jest napinana sprężynami o wymiarach charakterystycznych 40x14,3x1,25. Rozpatrzone zostaną trzy przypadki: z jedną sprężyną, dwiema i trzema.



Rys. 4.30. Rozpatrywany przypadek napięcia z wykorzystaniem sprężyn talerzowych

Możliwe jest analityczne wyznaczenie charakterystyki siła – ugięcie sprężyny na podstawie zależności (4.56) [109]. Dla konkretnej wielkości sprężyny zależność (4.56) można przekształcić do postaci wielomianu trzeciego stopnia. Dla rozpatrywanej sprężyny wielomian ten przyjmuje postać (4.57).

$$F = \frac{4E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right] \quad (4.56)$$

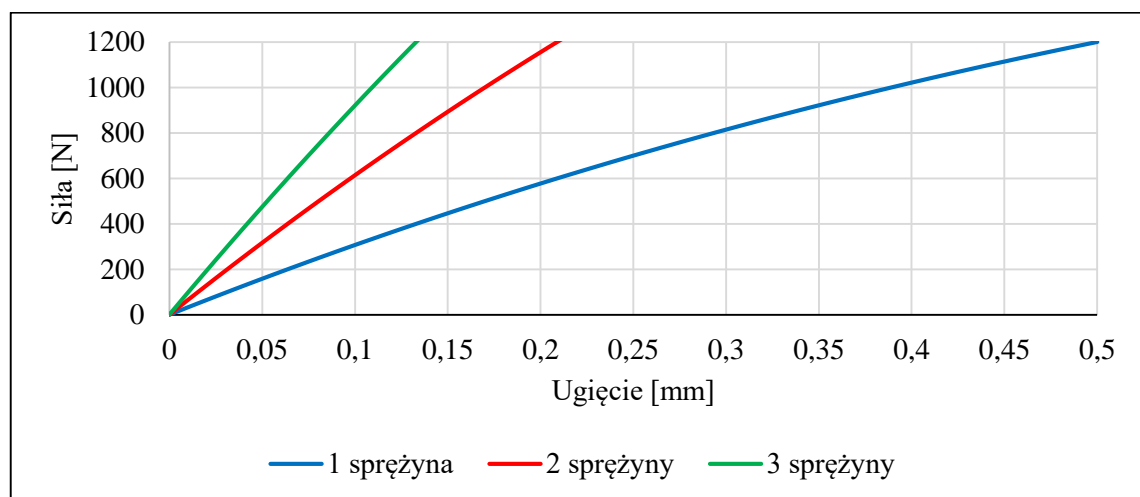
gdzie: t – grubość blachy sprężyny,
 s – ugięcie sprężyny,
 $h_0 = l_0 - t$,
 l_0 – wysokość nieugiętej sprężyny,

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\xi - 1}{\xi}\right)^2}{\frac{\xi + 1}{\xi - 1} - \frac{2}{\ln \xi}}$$

$\xi = \frac{D_e}{D_i}$ – stosunek średnicy zewnętrznej do średnicy wewnętrznej sprężyny.

$$F = 462,3 \cdot s^3 - 1941,9 \cdot s^2 + 3263,3 \cdot s \quad (4.57)$$

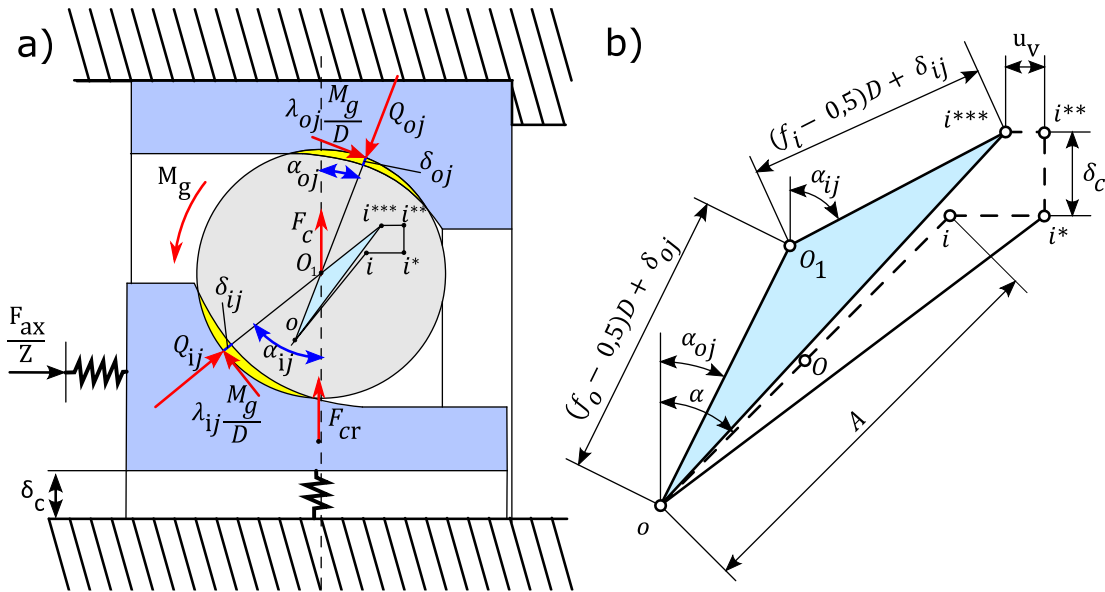
Na rys. 4.31 przedstawiono graficznie charakterystyki siły wywieranej przez pakiet sprężyn w funkcji ich ugięcia. Pominięto tarcie pomiędzy sprężynami z uwagi na niewielki jego udział [109].



Rys. 4.31. Charakterystyki ugięcia pakietu sprężyn

Siła napięcia wstępnego powoduje pewne bezwzględne ugięcie pakietu sprężyn u_w . Wszystkie badania analityczne, które przeprowadzono w ramach rozdziałów 4.6 i 4.7 wykazały, że w przypadku sprężystego napięcia wstępnego wzajemne położenie osiowe pierścieni łożyska ulega zmianie w zależności od prędkości obrotowej. Osiowe przemieszczanie pierścieni u_v wynika z odkształceń kontaktowych kulki. To dodatkowe przemieszczenie u_v musi zostać skompensowane przez sprężyny, których bezwzględne ugięcie ulega zwiększeniu.

Na rys. 4.32 przedstawiono schematycznie stan obciążenia pojedynczej kulki łożyska oraz wzajemne położenia środków kulki i krzywizn bieżni wewnętrznej i zewnętrznej dla prędkości obrotowej $n > 0$ obr/min.



Rys. 4.32. Rozszerzony model kontaktowy łożyska dla sprężystego napięcia wstępnego z uwzględnieniem zmienności siły osiowej dla prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min

W wyniku wstępnego napięcia łożyska, znaną co do wartości siłą, środek krzywizny bieżni wewnętrznej „i” ulega przesunięciu do punktu „i*”. Wraz ze wzrostem prędkości pierścienia wewnętrzny może ulec sprężystemu, promieniowemu odkształceniu (opisanego w rozdziale 4.4), powodując przeszczenie środka krzywizny bieżni wewnętrznej do punktu „i***”. Ponadto jednocześnie ze zmianą średnicy pierścienia wewnętrznego, zmienia się jego osiowe położenie w stosunku do pierścienia zewnętrznego o pewną wielkość u_v . A więc końcowe położenie środka krzywizny bieżni wewnętrznej odpowiada punktowi „i***”.

Pierwszym krokiem procedury wyznaczenia kątów działania α_{ij} i α_{oj} i sił kontaktowych Q_{ij} i Q_{oj} jest napisanie warunku geometrycznego (rys. 4.32):

$$\left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{ij} + \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \cos \alpha_{oj} = A \cdot \cos \alpha + \delta_c \quad (4.58)$$

Następnie należy ułożyć równanie równowagi sił działających na kulkę:

$$F_c + Q_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \cdot \cos \alpha_{oj} - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{oj} = 0 \quad (4.59)$$

Siły kontaktowe Q_{ij} i Q_{oj} można uzależnić od kątów działania i wypadkowej siły osiowej na podstawie dodatkowego warunku równowagi sił działających na pierścienie łożyska, podobnie jak w równaniach (4.51), przy czym należy wziąć pod uwagę, że osiowa siła F_{ax} może ulegać zmianom i przyjmować inne wartości niż siła napięcia wstępnego F_a . Na podstawie rys. 4.32 można sformułować następujące zależności:

$$Q_{ij} = \frac{F_{ax}}{Z \cdot \sin \alpha_{ij}} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{ij} \quad (4.60)$$

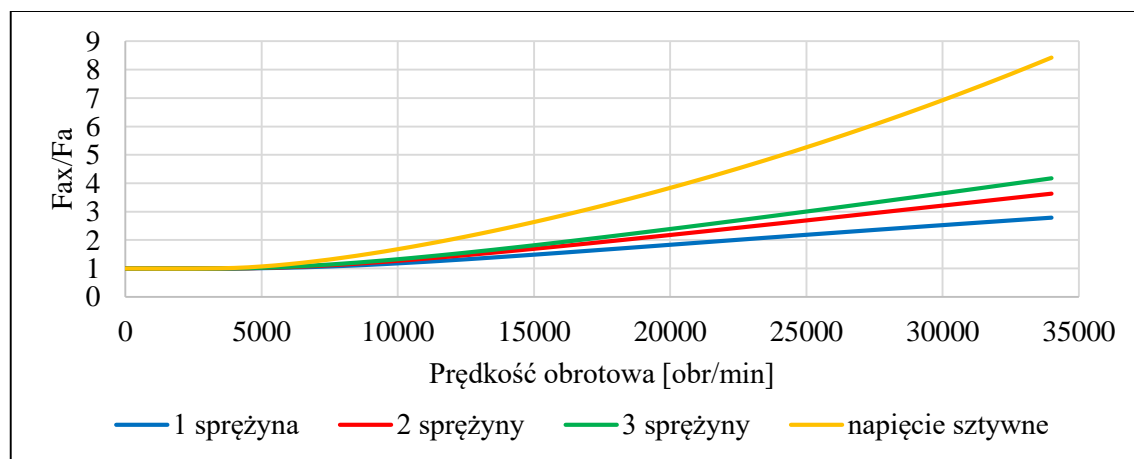
$$Q_{oj} = \frac{F_{ax}}{Z \cdot \sin \alpha_{oj}} + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{oj}$$

Siłę osiową F_{ax} jaką wywiera pakiet sprężyn na łożyska wyznaczyć należy z zależności (4.56) po wstawieniu do niej sumy bezwzględnego ugięcia wstępnego sprężyn u_w , wynikającego z wartości siły napięcia wstępnego F_a , i dodatkowych ugięć u_v (rys. 4.32). Dla rozpatrywanego przypadku siłę F_{ax} wyznaczyć można na podstawie:

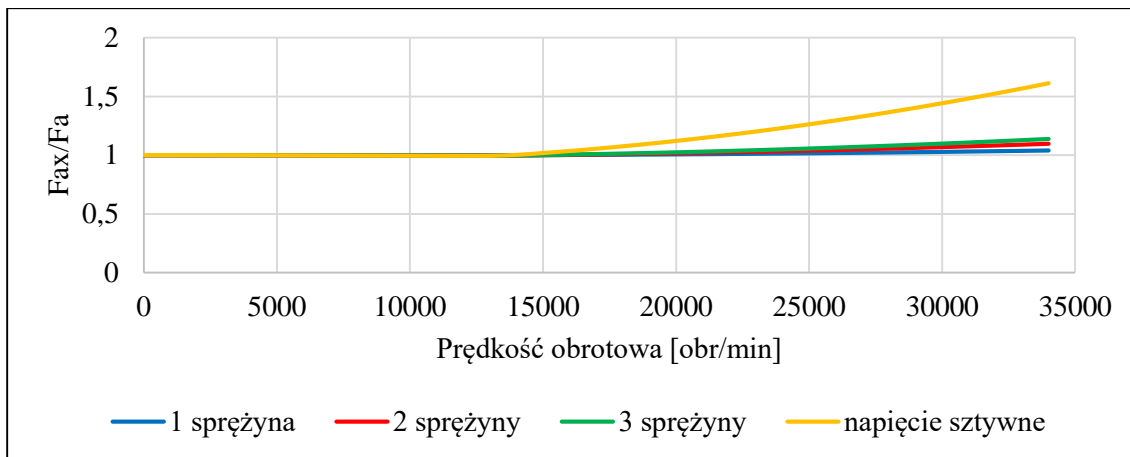
$$F_{ax} = \frac{4E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{u_w + 2u_v}{t} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{u_w + 2u_v}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{u_w + 2u_v}{2t} \right) + 1 \right] \quad (4.61)$$

Rozwiązanie układu równań (4.58) i (4.59) z uwzględnieniem możliwości zmiany siły osiowej F_{ax} wymaga przeprowadzenia iteracji: po wyznaczeniu kątów działania α_{ij} i α_{oj} odpowiadających sile napięcia wstępnego F_a i pewnej prędkości obrotowej, wyliczyć należy ugięcie sprężyn, a następnie nową wartość siły osiowej F_{ax} . Ugięcie u_v jest zależne od wartości kątów działania i odkształceń kontaktowych δ_{ij} i δ_{oj} (rys. 4.32). Następnie należy ponownie rozwiązać układ równań (4.58) i (4.59) dla siły F_{ax} . Opisane kroki należy wykonać, dopóki zmiana siły F_{ax} w stosunku do jej wartości z poprzedniego kroku nie przekracza założonego poziomu.

Przeprowadzono analizę wpływu prędkości obrotowej na siłę osiową F_{ax} i siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S przy wykorzystaniu jednej, dwóch i trzech sprężyn w pakiecie (dla hipotetycznego przypadku z rys. 4.30). Zmiany siły osiowej w funkcji prędkości łożyska dla napięć wstępnych $F_a = 100N$ i $F_a = 1100N$ przedstawiono na rys. 4.33 i 4.34. Zamieszczono na nich również dla porównania przyrost siły osiowej dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego o odpowiadającym sile F_a przemieszczeniu δ_a .



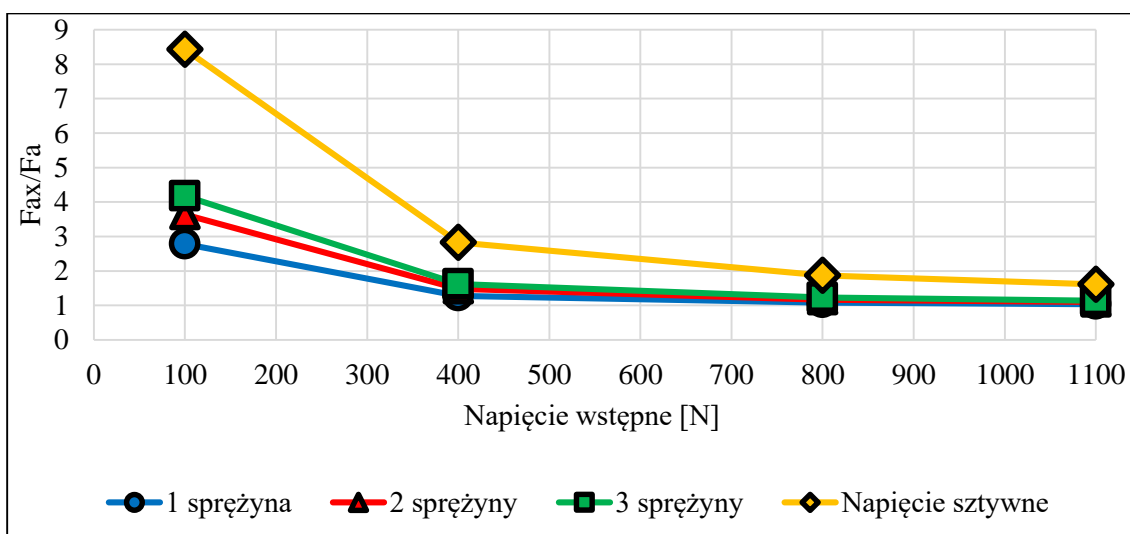
Rys. 4.33. Wpływ prędkości obrotowej na siłę osiową łożyska B7007-E-T-P4S dla napięcia wstępnego $F_a = 100N$



Rys. 4.34. Wpływ prędkości obrotowej na siłę osiową łożyska B7007-E-T-P4S dla napięcia wstępnego $F_a = 1100N$

Przy maksymalnej prędkości łożyska obserwowane są największe zmiany osiowej siły wypadkowej. Dla analizowanego przypadku zastosowanie trzech sprężyn talerzowych (o największej sztywności) przy napięciu wstępnym $F_a = 100 N$ może spowodować przeszło 4-krotne zwiększenie siły osiowej w stosunku do siły napięcia wstępnego dla maksymalnej prędkości łożyska (rys. 4.33). Im element sprężysty jest bardziej sztywny, tym wzrost osiowej siły jest większy. Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić również, że im wartość siły napięcia wstępnego większa, tym zmiana wypadkowej siły osiowej będzie mniejsza (rys. 4.34).

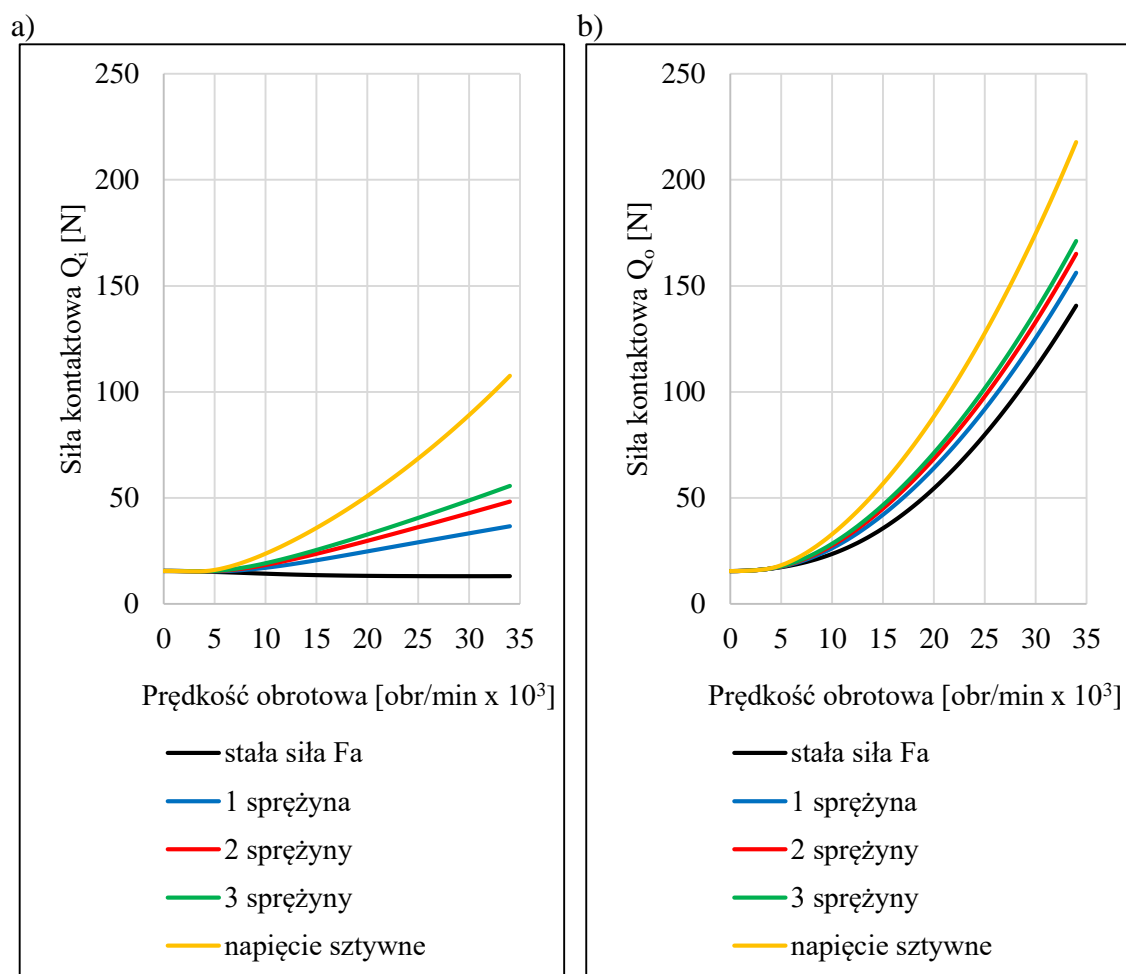
Na rysunku 4.35 przedstawiono, jak zmienia się wartość wypadkowej siły F_{ax} w zależności od ilości sprężyn w pakiecie i wielkości napięcia wstępnego przy prędkości 34000 obr/min. Podobnie jak na rysunkach wyżej naniesiono również wyniki odpowiadające sztywnemu napięciu wstępnemu.



Rys. 4.35. Przyrost wartości siły osiowej łożyska B7007-E-T-P4S w zależności od wielkości i rodzaju napięcia wstępnego i liczby sprężyn w pakiecie dla prędkości obrotowej 34000 obr/min

W zależności od liczby sprężyn siła osiowa osiąga dla maksymalnej prędkości i napięcia wstępnego $F_a = 100N$ ok. 280%, 360% i 420% wartości początkowej. A więc w modelu kontaktowym konieczne jest uwzględnienie sztywności sprężyn, zwłaszcza dla bardzo wysokich prędkości obrotowych i niskich napięć wstępnych łożyska.

W dostępnej literaturze osiowa siła działająca na łożysko z założenia była niezmienna. Wraz ze zmianą wartości osiowej siły, siły kontaktowe również ulegają zmianom. Przebiegi sił kontaktowych w funkcji prędkości łożyska napiętego wstępnie siłą $F_a = 100N$ przedstawiono na rys. 4.36. W stosunku do założenia o niezmienności siły osiowej widać wzrost sił kontaktowych, tym większy im większa liczba sprężyn w pakiecie (wzrost sztywności pakietu). Przykładowo siła Q_i cechuje się wartościami wyższymi o ok. 180 – 320% przy prędkości 34000 obr/min. Tak znaczący przyrost sił kontaktowych dotyczy szczególnie lekkich napięć wstępnych i wysokich prędkości. W tabelicy 4.3 zestawiono procentowe przyrosty wartości sił kontaktowych dla prędkości 34000 obr/min i napięć wstępnych 100N, 400N, 800N i 1100N.



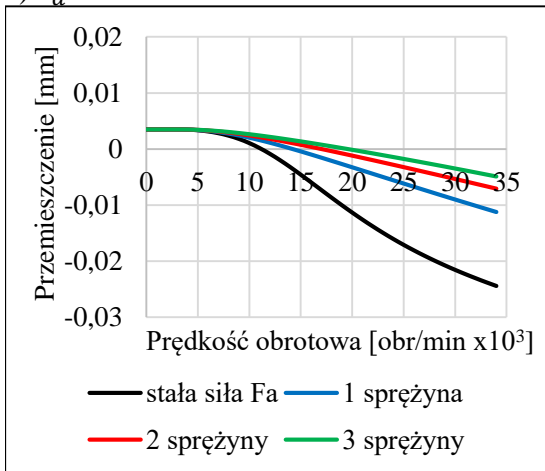
Rys. 4.36. Wpływ prędkości obrotowej i liczby sprężyn w pakiecie na siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S dla napięcia wstępnego $F_a = 100N$: a) na bieżni wewnętrznej, b) na bieżni zewnętrznej

Tab. 4.3. Przyrost wartości sił kontaktowych w odniesieniu do założenia o stałej wartości siły osiowej (dla 34000 obr/min)

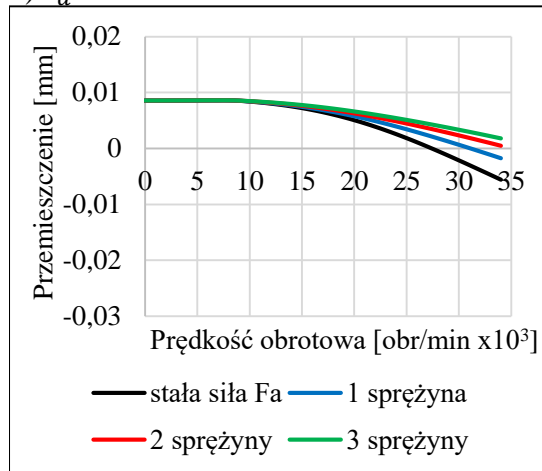
Napięcie wstępne [N]	1 sprężyna		2 sprężyny		3 sprężyny	
	Przyrost siły [%]		Przyrost siły [%]		Przyrost siły [%]	
	Q_i	Q_o	Q_i	Q_o	Q_i	Q_o
100	181,3	11,1	269,8	17,4	326,4	21,7
400	28,8	7,7	49,7	13,5	64,2	17,6
800	8,1	3,8	17	8	23,6	11,1
1100	3,9	2,2	9,7	5,5	14,1	7,9

Na rys. 4.37 przedstawiono wpływ prędkości obrotowej na względne przemieszczenie osiowe pierścieni łożyska. Zauważyć można, że im więcej sprężyn w pakiecie tym zmiana przemieszczenia mniejsza. Wartość przemieszczenia odpowiadająca zerowej prędkości wynika z napięcia wstępnego, natomiast zmiana jego wartości odpowiada przemieszczeniu u_v (rys. 4.32).

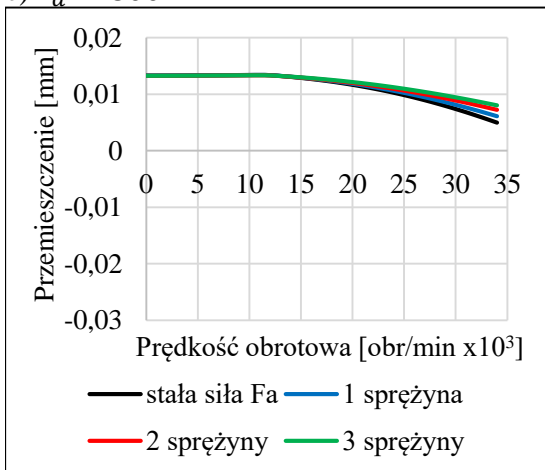
a) $F_a = 100 N$



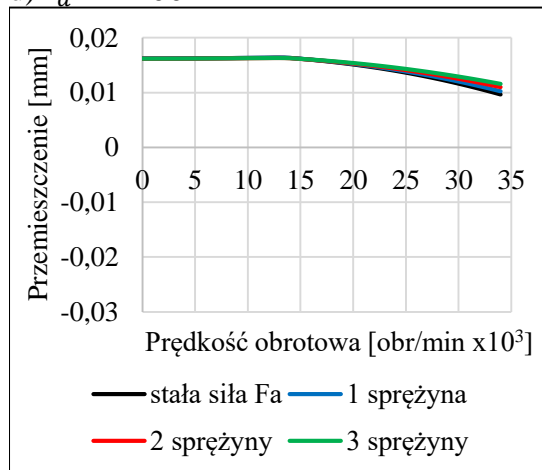
b) $F_a = 400 N$



c) $F_a = 800 N$



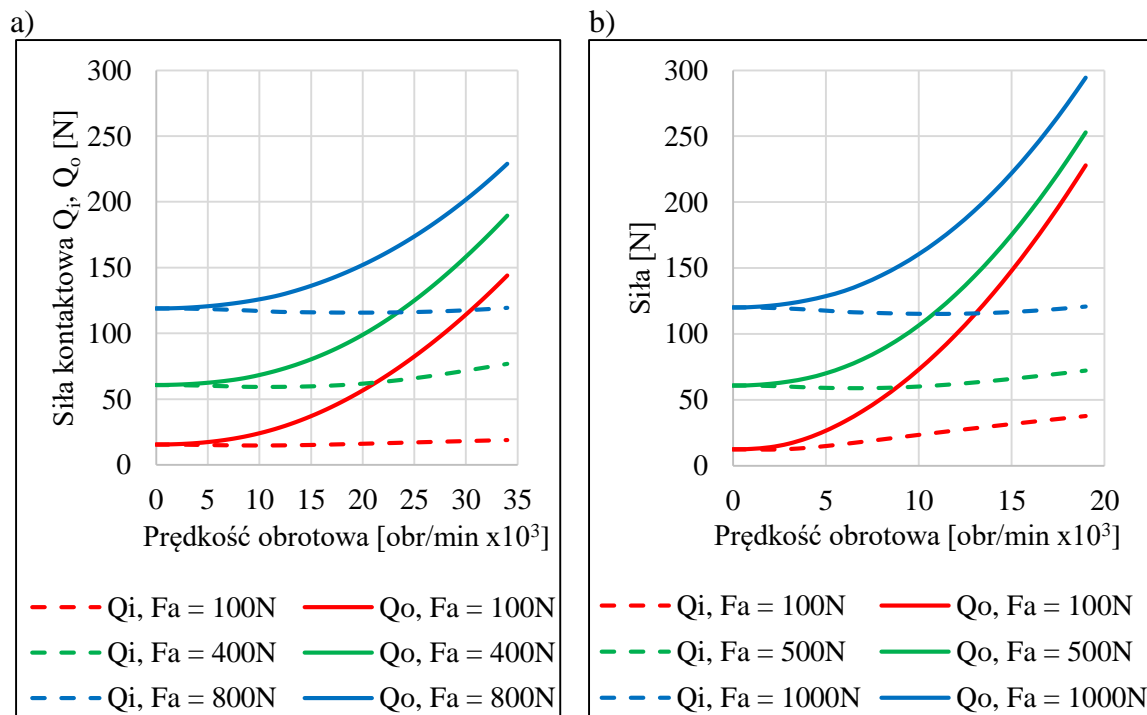
d) $F_a = 1100 N$



Rys. 4.37. Wpływ prędkości obrotowej na względne wzajemne przemieszczenie osiowe pierścieni łożyska B7007-E-T-P4S dla różnych wartości napięcia wstępnego F_a

Jak wynika z przeprowadzonej analizy, w przypadku lekkich napięć wstępnych i wysokich prędkości obrotowych konieczne jest uwzględnienie w modelu kontaktowym sztywności sprężyn użytych do realizacji napięcia wstępnego. Założenie dotyczące niezmienności siły osiowej jest słuszne dla stosunkowo niskich prędkości lub wysokich wartości napięć wstępnych. W przypadku dużych napięć można założyć, że siła osiowa nie będzie ulegała znaczącej zmianie, o ile sztywność pakietu sprężyn nie będzie zbyt wysoka. W przypadku wrzecion pracujących z bardzo wysokimi prędkościami, napięcia wstępne nie są jednak zbyt wysokie [79] z uwagi na ilość wydzielającego się ciepła i stosunkowo niewielkie obciążenia zewnętrzne. Można stwierdzić, że im więcej sprężyn w pakiecie (im większa jego sztywność), tym charakter napięcia wstępnego jest bardziej zbliżony do napięcia sztywnego. Praktyczna realizacja napięcia wstępnego o niezmienniej sile osiowej możliwa jest np. wtedy, kiedy do napinania łożysk wykorzystany zostanie układ hydrauliczny.

Późniejszym badaniom doświadczalnym oporów ruchu poddano łożyska B7007-E-T-P4S oraz B7013-E-T-P4S. Na stanowisku badawczym wykorzystano elementy sprężyste, których charakterystyki opisane są zależnościami (7.1) i (7.2) (rozdział 7.1). Na rys. 4.38 przedstawiono wyniki badań wpływu prędkości obrotowej na siły kontaktowe tych łożysk dla sprężystego napięcia wstępnego z uwzględnieniem obecności elementów sprężystych.

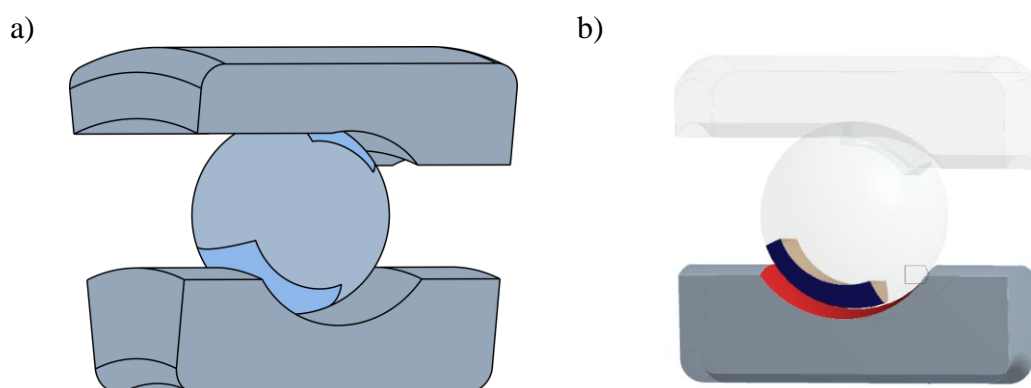


Rys. 4.38. Wpływ prędkości obrotowej na siły kontaktowe: a) dla badanego łożyska B7007-E-T-P4S, b) dla badanego łożyska B7013-E-T-P4S

4.9. Badania symulacyjne sił kontaktowych

W poprzednich rozdziałach przedstawiono analityczne sposoby modelowania sił kontaktowych w łożysku skośnym. Metodami weryfikacji badań analitycznych są symulacje komputerowe w środowisku MES oraz badania doświadczalne [42]. Zaletą symulacji MES jest łatwa dostępność do oprogramowania i małe koszty, natomiast badania doświadczalne są bardziej czasochłonne i kosztowne. Przykładowymi pracami, w których opisano symulacje MES sił kontaktowych w łożysku skośnym są [41,47]. Celem niniejszego rozdziału jest więc weryfikacja wyników badań analitycznych, a w szczególności sił kontaktowych. Przeprowadzone zostały badania sił kontaktowych w zależności od prędkości obrotowej łożyska oraz sposobu realizacji i wielkości napięcia wstępnego. Wszystkie symulacje przeprowadzono w środowisku Ansys 13.0.

Pierwszym krokiem jest wykonanie modelu geometrycznego CAD badanego łożyska. Ten etap jest bardzo istotny, gdyż od cech geometrycznych łożyska będą zależały siły kontaktowe i kąty działania łożyska. Jednym z najistotniejszych parametrów geometrycznych są promienie krzywizn bieżni. Na cele symulacji przygotowano wycinek łożyska B7007-E-T-P4S odpowiadający pojedynczej kulce (rys. 4.39a). Kulkę podzielono na trzy części, tak aby ułatwić przygotowanie siatki w miejscu kontaktu kulki z bieżnią – miejsce kontaktu jest szczególnie ważne, dlatego siatka elementów skończonych powinna być tam zagęszczona.

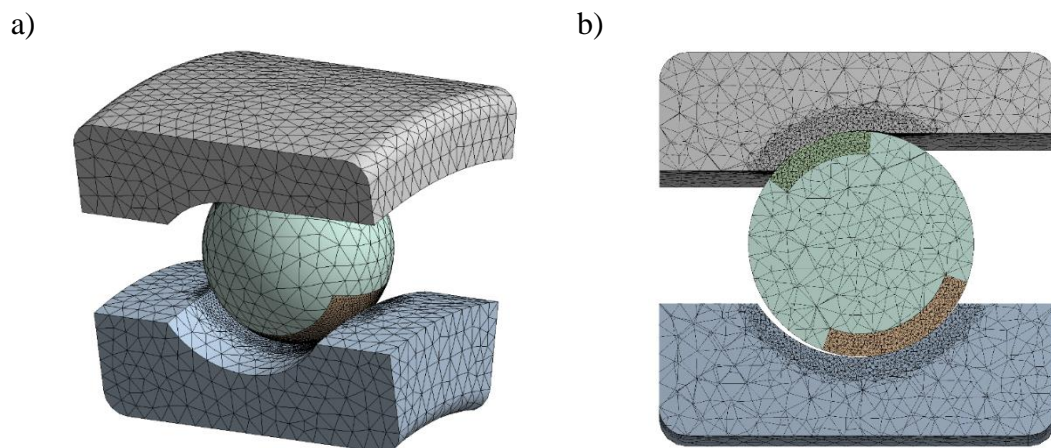


Rys. 4.39. Geometryczna postać wycinka łożyska (a) i powierzchnie kontaktu (b)

Następnym krokiem jest przypisanie odpowiednich cech materiałowych. Materiałem konstrukcyjnym badanego łożyska jest stal łożyskowa 100Cr6, którą przyjęto także podczas modelowania analitycznego. Najważniejszymi własnościami z punktu widzenia symulacji MES jest gęstość materiału (7810 kg/m^3), moduł Young'a (210 GPa) i współczynnik Poisson'a (0,3), pozostałe dobrano na podstawie danych producenta stali [110] oraz biblioteki materiałów programu Ansys.

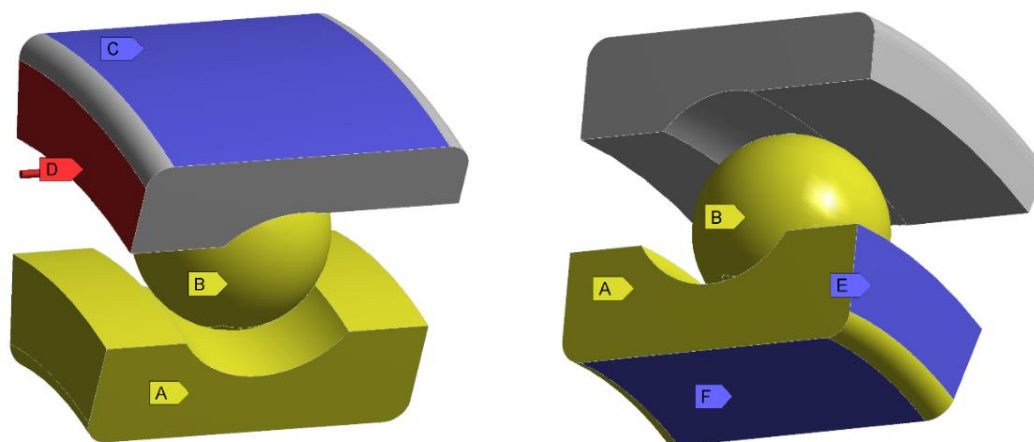
Jednym z najważniejszych etapów jest prawidłowe opisanie kontaktu między kulką a bieżnią wewnętrzną i bieżnią zewnętrzną. Wybrano ogólny model kontaktu *Frictional*, który uwzględnia poślizg między poszczególnymi elementami i tarcie między nimi. Wybrany typ modelu kontaktu wymaga zdefiniowania współczynnika tarcia, współczynnika sztywności kontaktowej k i algorytmu obliczeniowego. Dla badanego zjawiska wartość współczynnika tarcia przyjmuje się w granicach 0,005 – 0,015 [42], do symulacji przyjęto 0,01. Dobór wartości współczynnika sztywności kontaktowej jest nieco utrudniony, gdyż w stosowanym oprogramowaniu jest to współczynnik korekcyjny, który można zmieniać w przedziale 0,001 – 10 i nie posiada swojej jednostki. O ile wpływ współczynnika tarcia jest stosunkowo niewielki, wpływ współczynnika sztywności ma duże znaczenie: małe wartości współczynnika (0,001 – 0,01) prowadzą do błędów numerycznych, natomiast duże zwiększają siły kontaktu, szczególnie dla wysokich prędkości obrotowych [49]. W symulacjach przyjęto $k = 10$ ze względu na większą zgodność z modelem analitycznym. Jako algorytm obliczeniowy przyjęto *Augmented Lagrange*, odpowiedni do kontaktu powierzchni, w których istotna jest sztywność kontaktu i odkształcenie elementów [111]. Definicja kontaktu wymaga też określenia stykających się powierzchni (rys. 4.39b).

Bardzo ważnym aspektem symulacji MES jest siatka elementów skończonych (rys. 4.40). Ze względu na liczne powierzchni sferyczne (kulka, bieżnie, itp.) przyjęto, że elementy skończone będą czworościanami (*tetrahedrons*). Wielkość elementów oddalonych od strefy kontaktu ustalono na 0,4 mm, a elementów znajdujących się w pobliżu miejsca kontaktu na 0,15 mm. Dzięki podziałowi kulki na trzy składowe elementy ułatwione zostało zagęszczenie siatki (rys. 4.40b). Na bieżniach siatkę zagęszczono przy użyciu narzędzia *sphere of influence*.



Rys. 4.40. Siatka elementów skończonych: a) widok ogólny, b) widok w przekroju przechodzącym przez oś kulki

Aby móc wykonać analizy niezbędne jest jeszcze przypisanie warunków podparcia i obciążeń elementów łożyska, zestawiono je schematycznie na rys. 4.41 i zebrano w tabeli 4.4.



Rys. 4.41. Warunki podparcia i obciążenia badanego łożyska

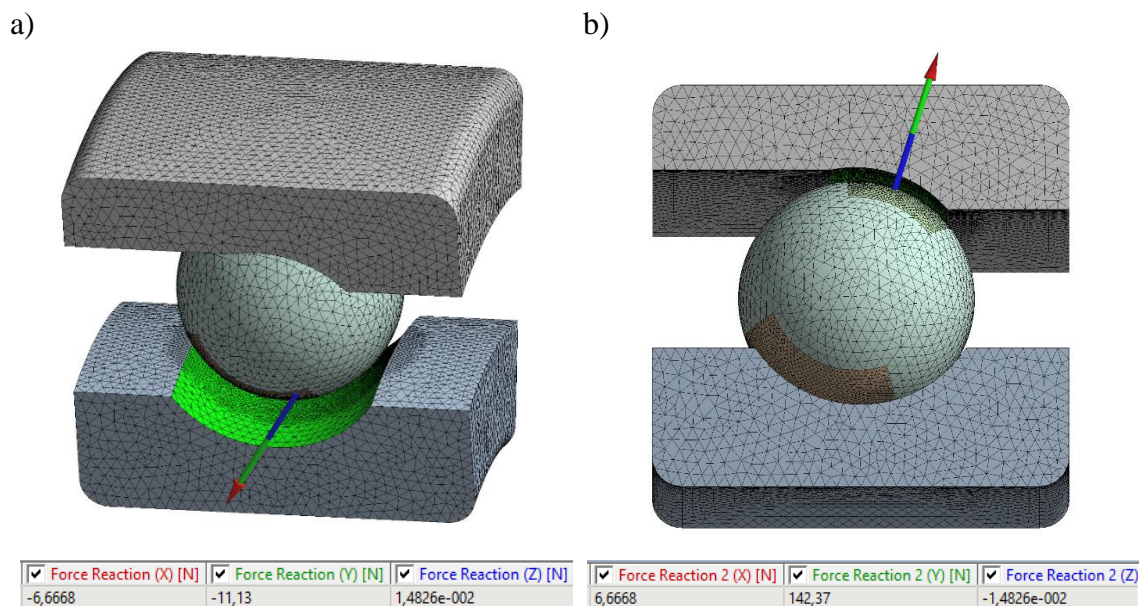
Tab. 4.4. Warunki podparcia i obciążenia łożyska

Oznaczenie	Podparcie / Obciążenie
A	<i>Rotational velocity</i>
B	<i>Rotational velocity</i>
C	<i>Frictionless support</i>
D	<i>Remote displacement / Pressure</i>
E	<i>Frictionless support</i>
F	<i>Frictionless suport / Compression only</i>

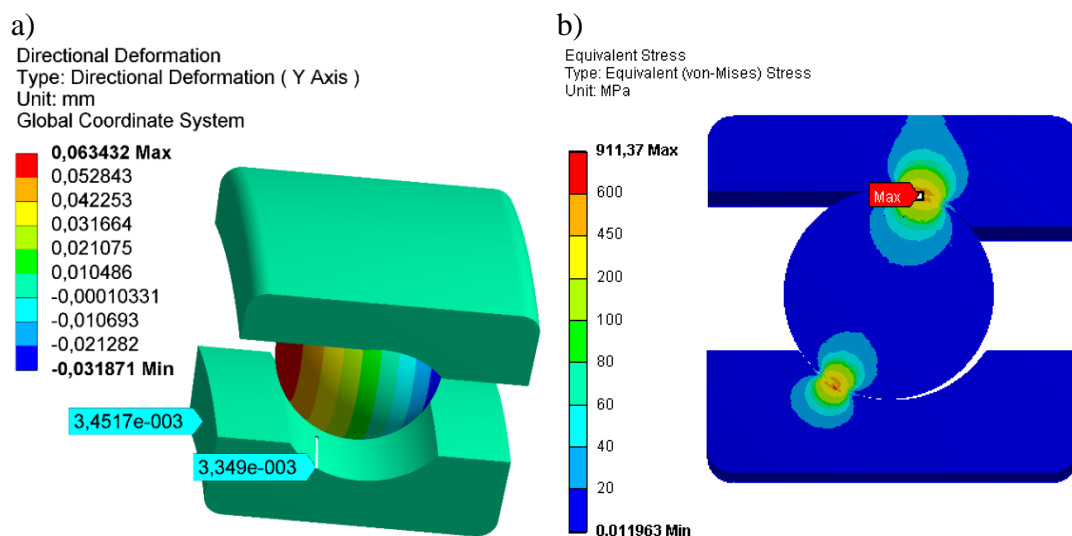
Pierścień wewnętrzny obraca się z pewną prędkością kątową wokół osi łożyska (ozn. A), która odpowiada prędkości obrotowej łożyska, kulka również wykonuje ruch obrotowy wokół osi łożyska (ozn. B) z prędkością wyznaczoną na podstawie zależności (4.7). Z powyższych ruchów obrotowych wynikają siły odśrodkowe działające na elementy łożyska. Pierścienie łożyska zostały podparte przy użyciu narzędzia *frictionless suport* (C, E, F), które jest odzwierciedleniem współpracy łożyska z wałem, oprawą i pierścieniem dystansowym. Użycie tego typu podparcia jest pewnym uproszczeniem, gdyż w rzeczywistych warunkach pracy ma miejsce tarcie na tych powierzchniach. Napięcie wstępne może zostać zamodelowane na dwa sposoby (D): przez przesunięcie pierścienia wewnętrznego łożyska (*remote displacement*) lub przez wywarcie ciśnienia (*pressure*) pewnej wielkości na powierzchni oporowej tego pierścienia. Przesunięcie pierścienia odpowiada sztywnemu napięciu wstępnemu, natomiast wywarcie ciśnienia

o wartości zależnej od wielkości napięcia wstępnego i pola powierzchni odpowiada sprężystemu napięciu wstępnemu. Podparcie wewnętrznej powierzchni pierścienia wewnętrznego można zamodelować na dwa sposoby: *frictionless suport* (wtedy, kiedy promieniowe odkształcenia pierścienia są pomijane) i *compression only* (dopuszczające promieniowe odkształcenia tylko w razie zwiększenia średnicy pierścienia, uniemożliwiając jej zmniejszenie, co odpowiada współpracy z wałem). Do poprawnie przeprowadzonej symulacji konieczne jest również zastosowanie odpowiednich wiązań symetrii.

Na rysunkach 4.42 i 4.43 zobrazowano przykładowe wyniki symulacji.



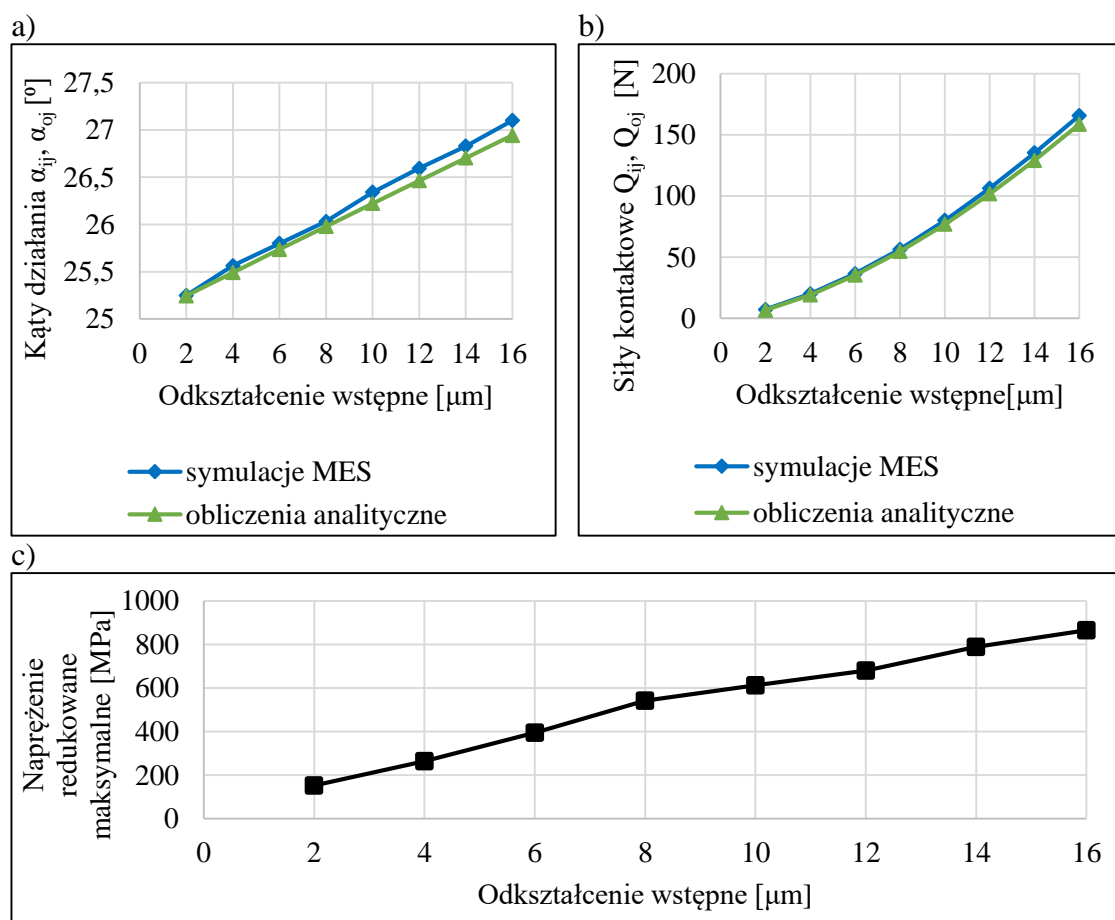
Rys. 4.42. Wizualizacja przykładowych wyników symulacji: a) siła kontaktowa na bieżni wewnętrznej, b) siła kontaktowa na bieżni zewnętrznej



Rys. 4.43. Wizualizacja przykładowych wyników symulacji: a) przemieszczenia promieniowe ($F_a = 100 \text{ N}$, $n = 34000 \text{ obr/min}$), b) naprężenia redukowane von Misesa ($\delta_a = 0,012 \text{ mm}$, $n = 34000 \text{ obr/min}$)

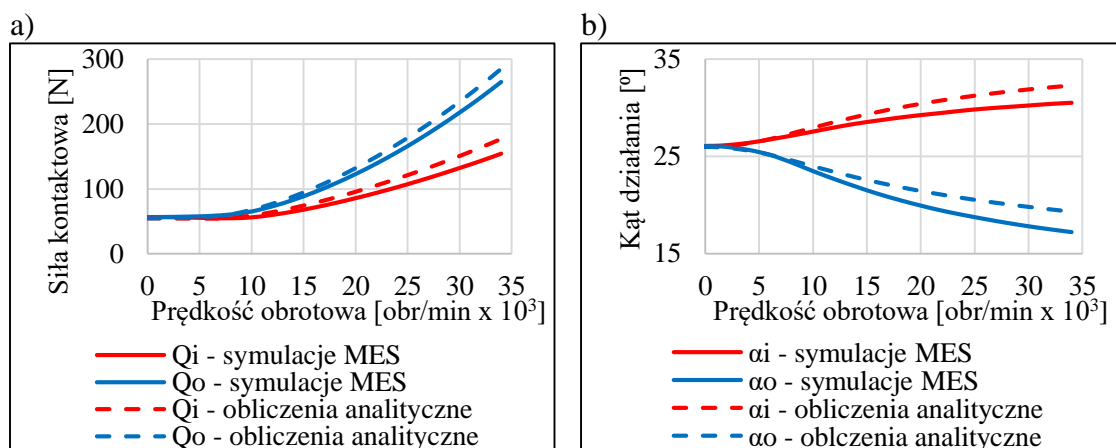
Pewną niedogodnością oprogramowania jest niemożność jednoczesnego modelowania wpływu sił odśrodkowych i momentu żyroskopowego na siły kontaktowe, co wynika z tego, że niemożliwe jest jednoczesne zaimplementowanie dwóch prędkości kątowych o niepokrywających się osiach. Przeprowadzone symulacje dotyczą stanu łożyska nieobciążonego momentem żyroskopowym. Prędkość kątową wirowania kulki wokół osi łożyska wyliczono z zależności (4.7) przy czym kąty α_{ij} i α_{oj} w tym równaniu wyznaczono na podstawie analitycznych modeli kontaktowych, w których nie uwzględniono momentu żyroskopowego.

W pierwszej kolejności analizom poddano przypadek sztywnego napięcia wstępnego. Na rys. 4.44 przedstawiono wyniki symulacji dla prędkości łożyska $n = 0$ obr/min. Siły kontaktowe i kąty działania łożyska cechują się zbliżonymi wartościami do obliczonych analitycznie. W porównaniu do obliczeń analitycznych symulacje MES cechują się prostotą wyznaczenia przemieszczeń, naprężeń normalnych czy naprężeń redukowanych w dowolnym miejscu łożyska. Rys. 4.44c przedstawia wpływ odkształcenia wstępnego δ_a na maksymalne naprężenie redukowane.



Rys. 4.44. Wyniki symulacji (łożysko B-7007-E-T-P4S ze sztywnym napięciem wstępnym, $n = 0$ obr/min): a) kąty działania łożyska, b) siły kontaktowe, c) maksymalne naprężenia redukowane von Misesa

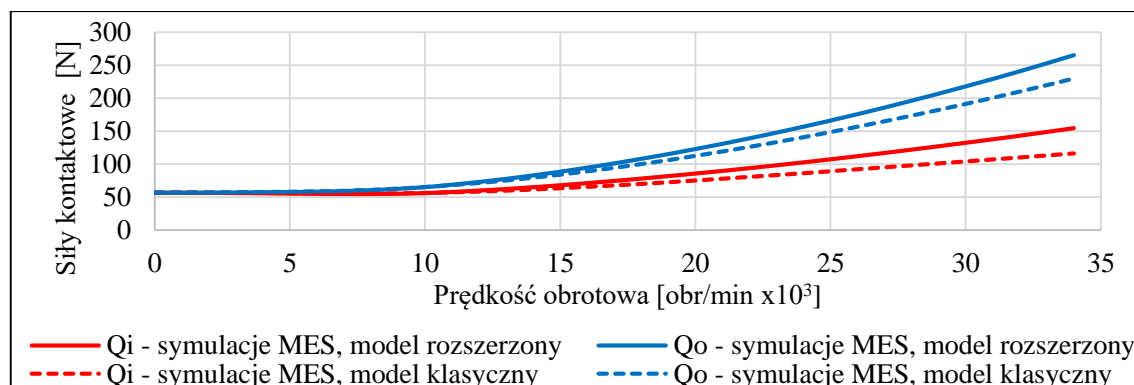
Przykładowe wyniki badań wpływu prędkości obrotowej na siły kontaktowe i kąty działania przedstawiono na rys. 4.45. Niezależnie od wartości odkształcenia wstępnego siły kontaktowe wyznaczone przy użyciu metody MES powyżej pewnej prędkości łożyska są mniejsze od obliczonych analitycznie. Różnice są tym większe im większa prędkość obrotowa łożyska. Rozpatrując maksymalną prędkość obrotową łożyska zasymulowane siły na bieżni wewnętrznej są mniejsze od obliczonych o ok. 10-18%, natomiast siły działające na bieżni zewnętrznej o ok. 6-9%.



Rys. 4.45. Porównanie wyników symulacji MES i obliczeń analitycznych dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego $\delta_a = 8 \mu\text{m}$ łożyska B7007-E-T-P4S: a) sił kontaktowych, b) kątów działania łożyska

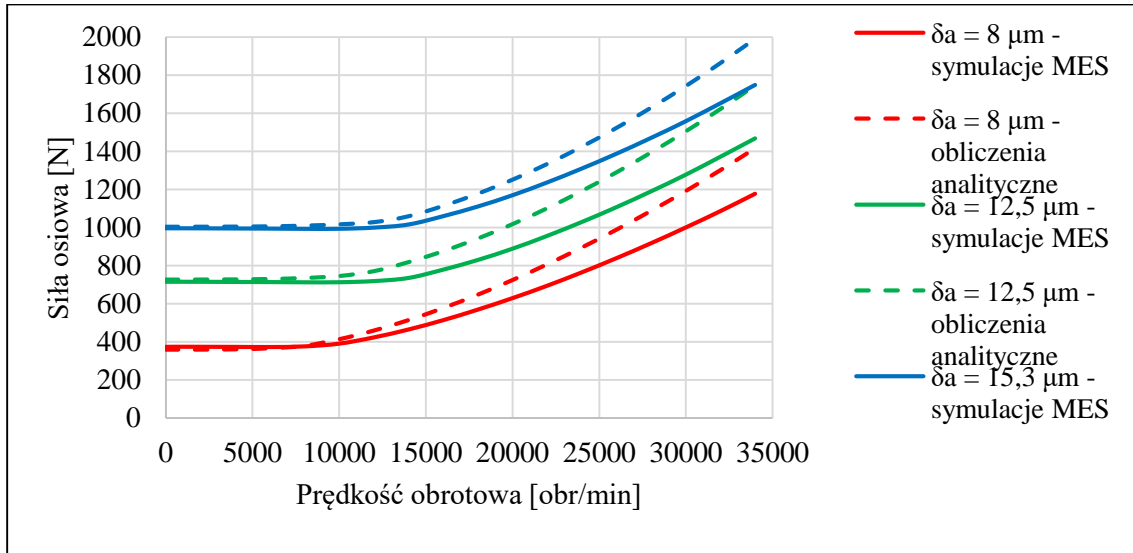
Wartości kątów działania łożyska (rys. 4.45b) uzyskane w wyniku symulacji MES są powyżej pewnej prędkości mniejsze od obliczonych analitycznie. Przy prędkości 34000 obr/min kąty α_i są mniejsze o ok. 5-7%, natomiast kąty α_o o ok. 9-19%.

Na rys. 4.46 przedstawiono wyniki badań wpływu prędkości na siły kontaktowe dla modelu klasycznego i rozszerzonego. Wyniki badań dowiodły, że dla wysokich prędkości obrotowych w przypadku sztywnego napięcia wstępnego nieuwzględnienie odkształceń promieniowych ruchomego pierścienia łożyska prowadzi do niedoszacowania wartości sił kontaktowych.



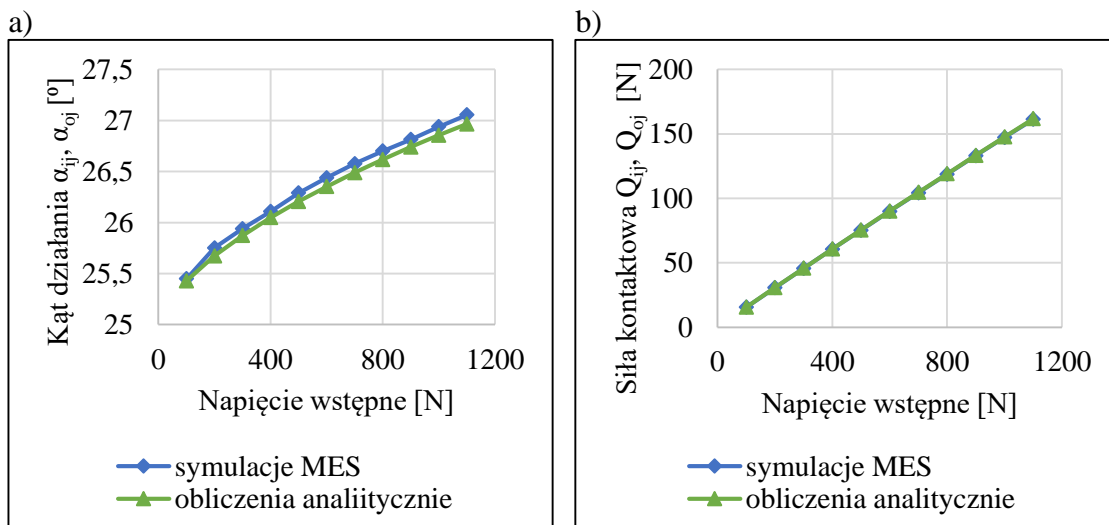
Rys. 4.46. Porównanie wyników symulacji MES modelu rozszerzonego i klasycznego dla przypadku sztywnego napięcia wstępnego $\delta_a = 8 \mu\text{m}$ łożyska B7007-E-T-P4S

Na rys. 4.47 przedstawiono wyniki badań wpływu prędkości obrotowej na siłę osiową łożyska ze sztywnym napięciem wstępnym. Wartości siły osiowej uzyskane na drodze symulacji MES dla największej prędkości są mniejsze od wyznaczonych analitycznie o ok 13-20% w zależności od odkształcenia wstępnego δ_a .

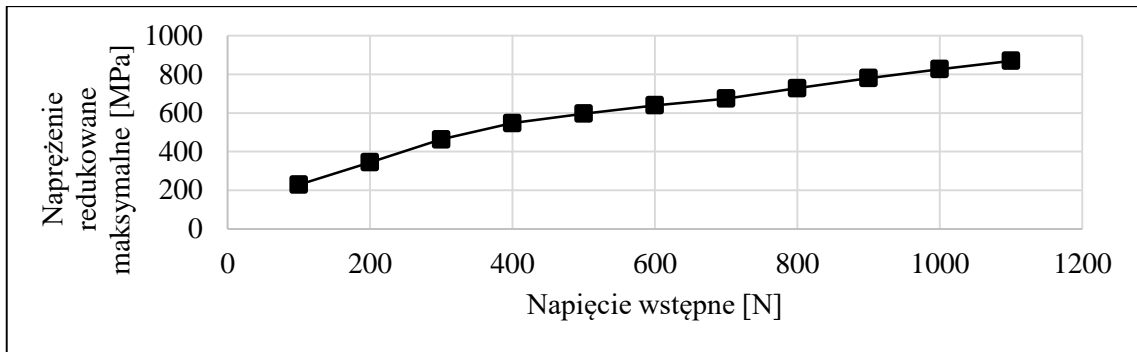


Rys. 4.47. Wpływ prędkości obrotowej na siłę osiową działającą na łożysko B7007-E-T-P4S ze sztywnym napięciem wstępnym

Podobną analizę przeprowadzono dla przypadku sprężystego napięcia wstępnego. Na rys. 4.48 przedstawiono wyniki symulacji dla $n = 0$ obr/min. Wartości sił kontaktowych (rys. 4.48b) wyznaczone na drodze analitycznej i w ramach symulacji praktycznie są takie same. Kąty działania łożyska (rys. 4.48a) również są bardzo zbliżone. Rys. 4.49 przedstawia wpływ napięcia wstępnego na maksymalne naprężenia redukowane występujące w strefie kontaktu kulki z bieżnią dla $n = 0$ obr/min.



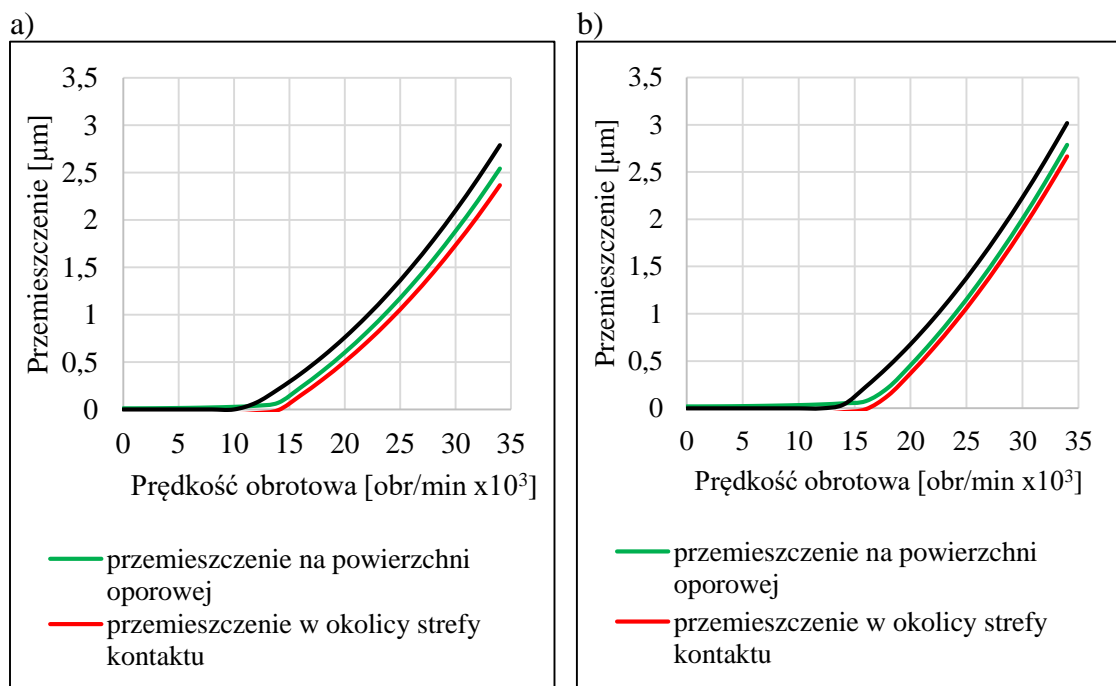
Rys. 4.48. Wyniki symulacji (łożysko B-7007-E-T-P4S ze sprężystym napięciem wstępnym, $n = 0$ obr/min): a) kąty działania łożyska, b) siły kontaktowe



Rys. 4.49. Wpływ napięcia wstępnego na maksymalne naprężenia redukowane łożyska B7007-E-T-P4S dla $n = 0$ obr/min

Przeprowadzone zostały również badania wpływu wielkości sprężystego napięcia wstępnego i prędkości obrotowej na siły kontaktowe i kąty działania. Przedstawienie tych wyników na wykresach nie ma jednak uzasadnienia ze względu na to, że są bardzo zbliżone do wyników modelowania analitycznego (patrz rysunki 4.25 i 4.26). Różnice w wartościach sięgają 1% zarówno w przypadku kątów działania i jak i sił kontaktowych.

Na rys. 4.50 przedstawiono wpływ prędkości obrotowej łożyska na sprężyste przemieszczenia promieniowe ruchomego pierścienia dla przykładowego napięcia i odkształcenia wstępnego. Przemieszczenia obliczone na podstawie modelu (4.36) charakteryzują się nieco większymi wartościami niż przemieszczenia zasymulowane. Na wspomnianym rysunku wyraźnie widać prędkość graniczną, od której pierścień zaczyna ulegać odkształceniom promieniowym. Świadczy to o słuszności założenia ograniczenia przemieszczeń promieniowych na skutek oddziaływań sił kontaktowych.



Rys. 4.50. Wpływ prędkości obrotowej na przemieszczenia promieniowe ruchomego pierścienia łożyska B7007-E-T-P4S: a) $\delta_a = 12,5 \mu\text{m}$, b) $F_a = 1100 \text{ N}$

Weryfikacyjne badania MES sił kontaktowych łożyska skośnego potwierdziły poprawność modeli analitycznych, w tym modelu odkształceń promieniowych ruchomego pierścienia (4.36) opisanego w rozdziale 4.4. W przypadku sztywnego napięcia wstępnego wyniki modelowania MES i modeli analitycznych są zgodne w sensie jakościowym, natomiast w sensie ilościowym nieco się różnią (rys. 4.45 i rys. 4.47). Największe różnice zaobserwowano dla maksymalnej prędkości obrotowej łożyska. Różnice pomiędzy siłami kontaktowymi mogą być spowodowane przyjętym w badaniach analitycznych uproszczeniem Liao (4.25), bez którego nie można uzyskać rozwiązania. Niemniej do prędkości ok. 14000 obr/min różnice wartości sił kontaktowych pomiędzy modelem MES i analitycznym są bardzo zbliżone (do 7%). Dla sprężystego napięcia wstępnego uzyskano dużą zgodność zarówno w sensie jakościowym jak i ilościowym. Różnice pomiędzy siłami nie przekraczają 1%. Symulacje MES umożliwiają przeprowadzenie wiele różnych testów, których wyniki mogą być poszerzone o zagadnienia nierozpatrzone analitycznie (jak np. wartości naprężeń normalnych, przemieszczenia we wszystkich kierunkach dowolnego punktu modelu itp.).

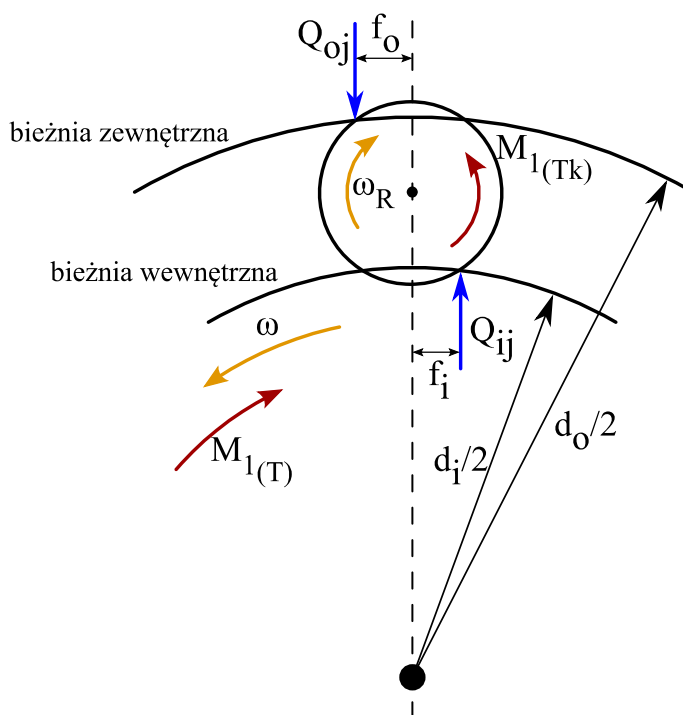
5. MODELOWANIE OPORÓW RUCHU ŁOŻYSK

Straty mocy łożysk można wyznaczyć poprzez analityczne obliczenia lub pomiar oporów ruchu. Na całkowity moment oporu ruchu łożyska skośnego składają się momenty będące efektem różnych zjawisk. Głównymi zjawiskami jakie wpływają na opory ruchu jest tarcie toczone, zjawisko spinu oraz opory wiskotyczne, które wynikają z obecności smaru. Autorzy prac związanych z oporami ruchu łożysk wrzecionowych rozpatrują te zjawiska oddzielnie. Stąd całkowity moment oporu jest sumą momentów składowych:

$$M = M_{1(T)} + M_{S(rod)} + M_v \quad (5.1)$$

Do wyznaczania momentu oporu wynikającego z tarcia toczonego powszechnie wykorzystywany jest model (2.3), m.in. w [19,36,83,98]. Jednak model ten nie uwzględnia w sposób jawny wpływu prędkości obrotowej, a jedynie wpływ obciążeń zewnętrznych, w tym napięcia wstępnego. Wydaje się, że bardziej adekwatnym modelem jest (2.5), w którym moment zależy od wartości sił kontaktowych. Jak wcześniej wykazano siły kontaktowe zmieniają się w funkcji prędkości i napięcia wstępnego. Sposoby modelowania sił kontaktowych między kulką a bieżnią zostały opisane w rozdziałach 4.3 i 4.5 - 4.8. Współczynnik tarcia toczonego najczęściej dobierany jest arbitralnie [43].

Rysunek 5.1 przedstawia siły działające na pojedynczą kulkę łożyska.



Rys. 5.1. Model tarcia toczonego kulki w łożysku (na podstawie [42,66])

Z zasady równości mocy na podstawie rys. 5.1 można napisać:

$$Z \cdot M_{1(Tk)} \cdot \omega_R = M_{1(T)} \cdot \omega \quad (5.2)$$

gdzie: Z - liczba kulek w łożysku, $M_{1(Tk)}$ – moment oporu od tarcia toczonego pojedynczej kulki, $M_{1(T)}$ – moment oporu od tarcia toczonego dla całego łożyska zredukowany na wał.

Przekształcając zależność (5.2) moment $M_{1(T)}$ można wyznaczyć na podstawie:

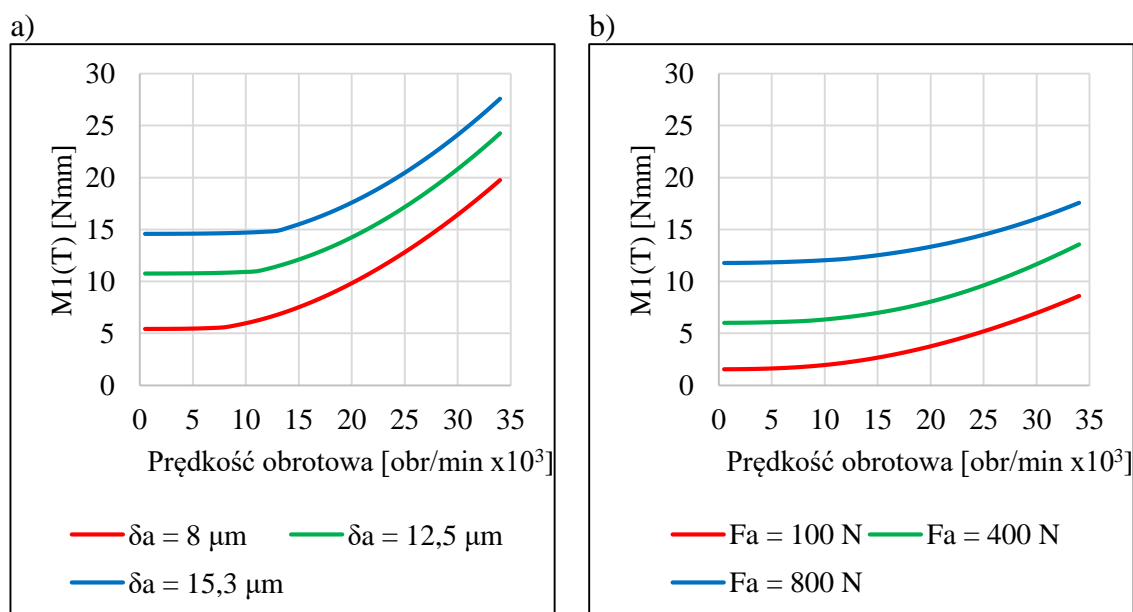
$$M_{1(T)} = Z \cdot M_{1(Tk)} \cdot \frac{\omega_R}{\omega} \quad (5.3)$$

Uwzględniając w zależności (5.3) siły kontaktowe otrzymujemy:

$$M_{1(T)} = Z \cdot (Q_{ij} \cdot f_i + Q_{oj} \cdot f_o) \cdot \frac{\omega_R}{\omega} \quad (5.4)$$

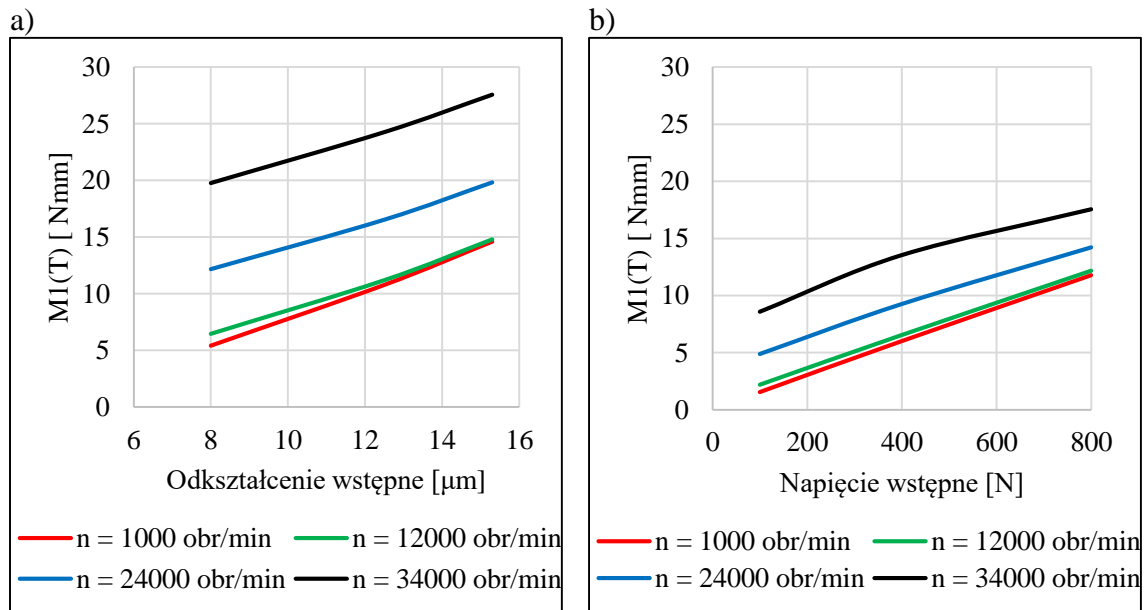
Na rys. 5.2 przedstawiono wyniki badań wpływu sposobu i wielkości napięcia wstępnego łożyska oraz prędkości na moment oporu $M_{1(T)}$ (wg modelu (5.4)). Badaniom poddano łożysko B7007-E-T-P4S. Przebiegi przedstawionych krzywych są odzwierciedleniem przebiegów sił kontaktowych w funkcji prędkości łożyska (rys. 4.17 i rys. 4.38a). W modelu uwzględniono odkształcenie promieniowe ruchomego pierścienia oraz sztywność elementu sprężystego na stanowisku badawczym zgodnie z zależnością (7.1). Przyjęto jednakowy dla obu bieżni współczynnik tarcia toczonego $f_i = f_o = f = 0,0011$. Wartość tego współczynnika przyjęto tak, aby uzyskać jak najlepszą zgodność z wynikami badań doświadczalnych.

W przypadku sztywnego napięcia wstępnego (rys. 5.2a) opory ruchu od tarcia toczonego są silnie zależne od prędkości obrotowej.



Rys. 5.2. Wpływ prędkości obrotowej na moment $M_{1(T)}$ łożyska B7007-E-T-P4S: a) sztywne napięcie wstępne, b) sprężyste napięcie wstępne

Dla obu sposobów realizacji napięcia wstępnego wpływ wielkości tego napięcia na moment $M_{1(T)}$ jest duży (rys. 5.3). Można stwierdzić, że moment $M_{1(T)}$ zależy w przybliżeniu liniowo od wielkości napięcia wstępnego F_a i odkształcenia wstępnego δ_a . W przypadku sztywnego napięcia wstępnego i wysokich prędkości moment od tarcia tocznego jest znacznie większy niż w przypadku sprężystego napięcia wstępnego.



Rys. 5.3. Wpływ wartości napięcia wstępnego na moment $M_{1(T)}$ łożyska B7007-E-T-P4S:
a) sztywne napięcie wstępne, b) sprężyste napięcie wstępne

Drugim składnikiem całkowitego momentu oporu ruchu kulkowego łożyska skośnego jest moment pochodzący od zjawiska spinu, które zostało opisane w rozdziale 2.3.2. Do wyznaczania momentu tarcia od spinu przyjęto zależność (2.10). Tak obliczony moment odpowiada momentowi oporu ruchu kulek wokół osi obrotu spinu. Żeby odnieść moment spinu do oporu ruchu całego łożyska należy go zredukować na wał. Można to zrobić korzystając z zasady równości mocy [42]:

$$M_{S(red)} \cdot \omega = M_{Si} \cdot \omega_{Si} + M_{So} \cdot \omega_{So} \quad (5.5)$$

Po przekształceniu powyższego równania moment spinu redukowany na wał można wyznaczyć na podstawie:

$$M_{S(red)} = M_{Si} \cdot \frac{\omega_{Si}}{\omega} + M_{So} \cdot \frac{\omega_{So}}{\omega} \quad (5.6)$$

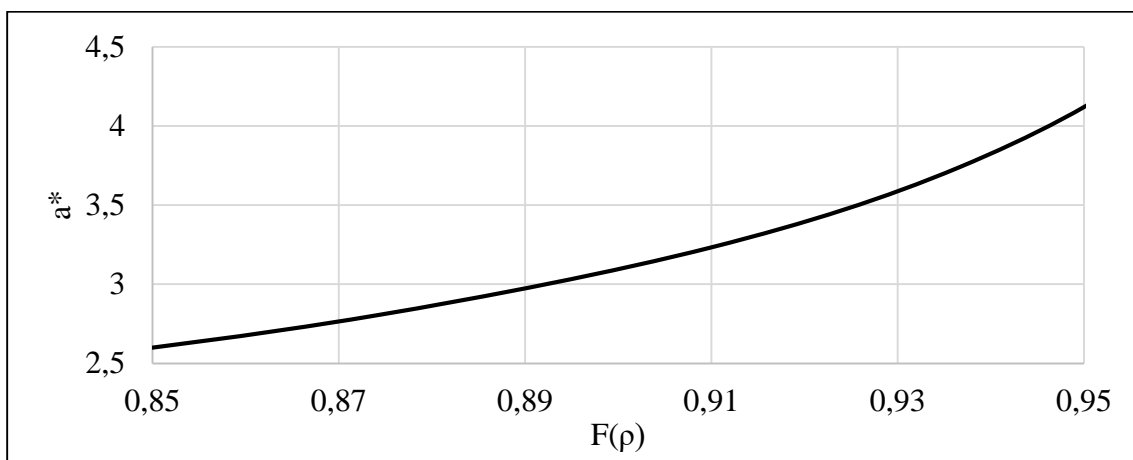
Moment spinu rozdzielono na dwie bieźnie, ze względu na różne prędkości kątowe spinu. Prędkości kątowe spinu na poszczególnych bieźniach ω_{Si} i ω_{So} wyznaczyć można na podstawie zależności (4.9). W związku z przyjęciem hipotezy kontrolowanej bieźni zewnętrznej kulka toczy się bez poślizgu z tytułu zjawiska spinu na tej bieźni, ponieważ

prędkość ω_{s0} jest zerowa, niezależnie od prędkości obrotowej łożyska. Zgodnie z powyższym, opory ruchu od spinu generowane są tylko na bieżni wewnętrznej.

Do wyznaczenia wartości momentu na podstawie zależności (2.10) konieczne jest jeszcze wyznaczenie długości dłuższej półosi elipsy kontaktu a . Jej wartość, dla stalowych kulek i bieżni, można wyznaczyć na podstawie [19]:

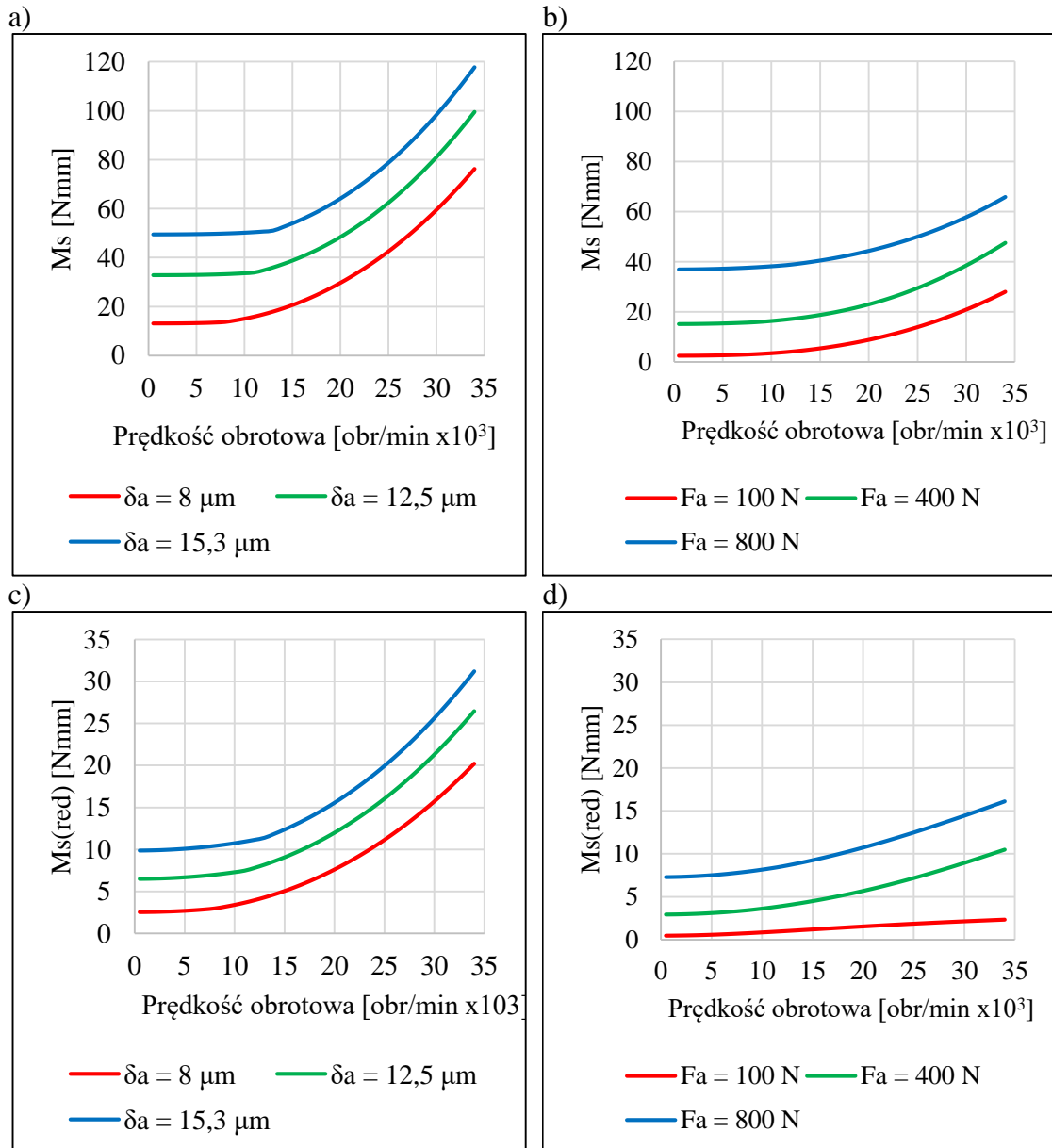
$$a = 0,0236 \cdot a^* \cdot \left(\frac{Q_{i/o}}{\sum \rho} \right)^{1/3} \quad (5.7)$$

Parametr a^* jest zależny od wielkości różnicy krzywizn bieżni $F(\rho)$ i można go wyznaczyć w sposób graficzny (rys. 5.4). Dla badanego łożyska parametr ten wynosi $a^* = 3,02$ i $a^* = 3,45$ odpowiednio dla bieżni wewnętrznej i zewnętrznej.



Rys. 5.4. Wielkość parametru a^* w funkcji $F(\rho)$ - fragment z [19]

Na rys. 5.5 przedstawiono wyniki badań wpływ prędkości obrotowej na moment pochodzący od zjawiska spinu $M_s = M_{si} + M_{so}$ oraz na wielkość tego momentu po zredukowaniu na wał dla obu sposobów realizacji napięcia wstępnego. Najlepsze dopasowanie modelu do wyników badań doświadczalnych uzyskano dla współczynnika tarcia $\mu = 0,015$. Siły kontaktowe zostały wyznaczone na podstawie wcześniej przedstawionych modeli (rys. 4.17 i rys. 4.38a), w których uwzględniono odkształcenia ruchomego pierścienia i sztywność elementu sprężystego zgodnie z zależnością (7.1). Podobnie jak w przypadku momentu tarcia tocznego widoczny jest duży wpływ napięcia wstępnego i prędkości na moment spinu, zwłaszcza przy sztywnym napięciu wstępnym (rys. 5.5a). W związku z przyjętą hipotezą kontrolowanej bieżni zewnętrznej prędkość kątowa spinu na bieżni zewnętrznej $\omega_{s0} = 0$, dlatego, jak wynika z zależności (5.6), zredukowany jest wyłącznie moment spinu M_{si} . Opory ruchu wynikające ze zjawiska spinu dla wysokich prędkości mogą cechować się dużymi wartościami, stanowiąc bardzo istotną część całkowitego momentu oporu łożyska skośnego [33,42,100].



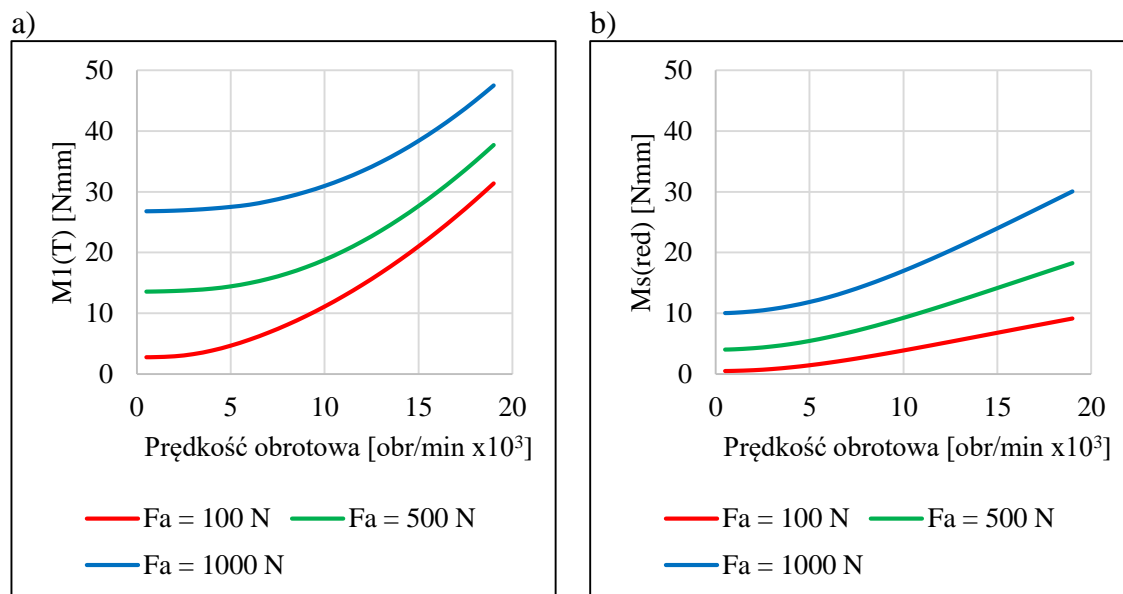
Rys. 5.5. Wpływ prędkości obrotowej na moment spinu M_s łożyska B7007-E-T-P4S dla: a) sztywnego napięcia wstępnego, b) sprężystego napięcia wstępnego i zredukowany moment spinu $M_{s(\text{red})}$ dla: c) sztywnego napięcia wstępnego i d) sprężystego napięcia wstępnego

Inną możliwością wyznaczenia oporów ruchu od zjawiska spinu jest przyjęcie założenia równych prędkości spinu na obu bieżniach, co wiąże się z wcześniejszym przyjęciem hipotezy geometrycznej, w której kąt β jest średnią arytmetyczną kątów α_{ij} i α_{oj} [72]. Wtedy prędkości kątowe spinu można wyznaczyć na podstawie:

$$\left(\frac{\omega_s}{\omega_{roll}}\right)_i = \left(\frac{\omega_s}{\omega_{roll}}\right)_o = \tan\left(\frac{\alpha_{ij} - \alpha_{oj}}{2}\right) \cdot \left[1 + \frac{D}{d_m} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{ij} + \alpha_{oj}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{ij} - \alpha_{oj}}{2}\right)\right] \quad (5.8)$$

Badaniom poddano także łożyska B7013-E-T-P4S dla napięcia sprężystego. Siły kontaktowe wyznaczono na podstawie modelu uwzględniającego odkształcenie ruchomego pierścienia łożyska oraz sztywność elementu sprężystego o charakterystyce

opisanej przez (7.2). Wpływ prędkości obrotowej na moment oporu ruchu łożyska B7013-E-T-P4S wynikający z tarcia tocznego oraz zredukowany moment spinu przedstawiono na rys. 5.6. Dla tego łożyska przyjęto współczynniki tarcia $f_i = f_o = f = 0,0016$ i $\mu = 0,02$.

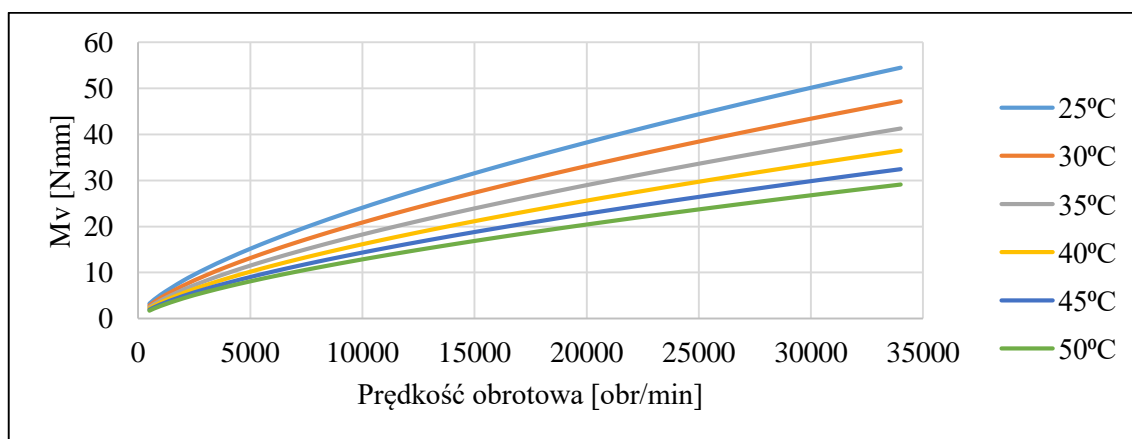


Rys. 5.6. Wpływ prędkości obrotowej na moment $M_{1(T)}$ (a) i moment $M_{S(red)}$ (b) łożyska B7013-E-T-P4S dla sprężystego napięcia wstępnego

Każde łożysko toczne wymaga smarowania w czasie pracy. Obecność środka smarującego zmniejsza tarcie między współpracującymi powierzchniami, co odpowiada niższym współczynnikom tarcia tocznego i ślizgowego (w czasie spinu kulki). Równocześnie smar w łożysku jest przyczyną dodatkowych oporów ruchu związanych z oporami wiskotycznymi [19]. Zależności (2.4) są powszechnie stosowane w celu oszacowania wielkości momentu oporu ruchu łożyska, który wynika z tarcia wiskotycznego. Moment tarcia M_v jest jednym z trzech najistotniejszych składników całkowitego momentu oporu ruchu kulkowych łożysk skośnych, stosowanych we wrzecionach obrabiarek.

Zgodnie z zależnościami (2.4) moment tarcia M_v zależy od rodzaju łożyska, sposobu smarowania, średnicy podziałowej łożyska (w trzeciej potędze) oraz od lepkości kinematycznej oleju bazowego smaru i prędkości obrotowej. Współczynnik odpowiadający rodzajowi łożyska i sposobowi smarowania f_o przyjmuje dla jednorzędowych kulkowych łożysk skośnych przy smarowaniu smarem plastycznym wartość z przedziału 0,7-2 [36]. Niezwykle istotne znaczenie ma lepkość kinematyczna, zależna od temperatury smaru. Producenci smarów zwykle podają wartości lepkości dla dwóch wartości temperatury: 40°C i 100°C, dlatego też, żeby możliwe było określenie

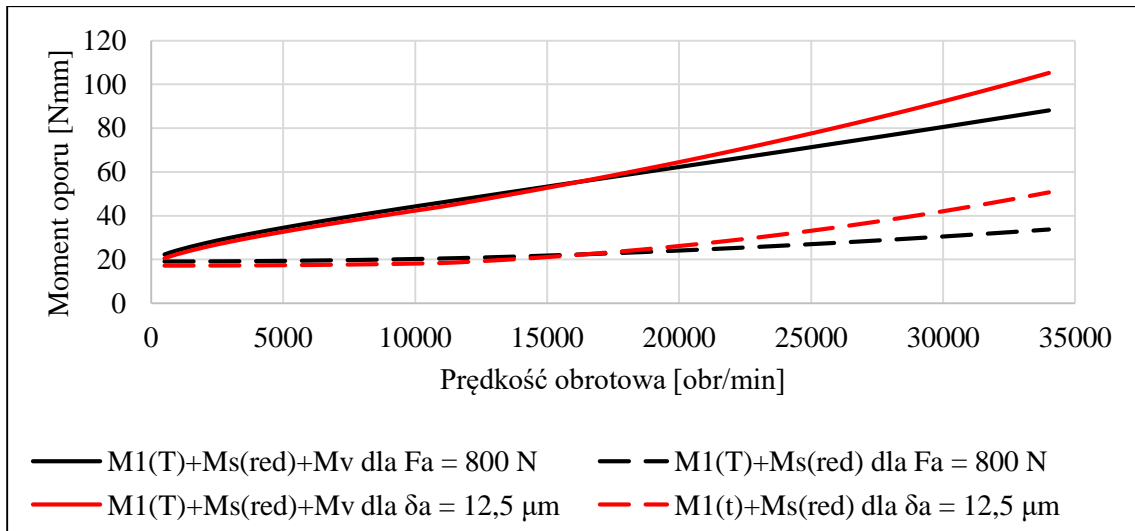
oporów tarcia wiskotycznego koniecznym jest wyznaczenie lepkości w zakresie temperatury pracy łożyska. Do badań analitycznych oraz późniejszych doświadczalnych przyjęto smar do łożysk wrzecionowych NBU 15, którego lepkości kinematyczne oleju bazowego wynoszą $21,5 \text{ mm}^2/\text{s}$ dla 40°C i $4,5 \text{ mm}^2/\text{s}$ dla 100°C [112]. Na podstawie normy ASTM-D341-03 [113] wartości lepkości ekstrapolowano do szerokiego zakresu temperatury. Na rys. 5.7 przedstawiono w jaki sposób prędkość obrotowa łożyska wpływa na moment tarcia wiskotycznego M_v przy różnej temperaturze smaru. Przyjęto, że współczynnik $f_o = 0,4$, tak aby uzyskać jak najlepszą zgodność z wynikami badań doświadczalnych.



Rys. 5.7. Wpływ prędkości obrotowej i temperatury na opory wiskotyczne łożyska B7007-E-T-P4S

Na podstawie powyższego rysunku można powiedzieć, że opory ruchu łożyska wynikające z obecności smaru bardzo istotnie zależą od jego temperatury. Wynika to ze zmiany lepkości kinematycznej: dla badanego smaru przy 25°C wynosi ona w przybliżeniu $38,4 \text{ mm}^2/\text{s}$, natomiast dla 50°C ok. $15 \text{ mm}^2/\text{s}$. Moment M_v przy temperaturze 25°C jest większy o przeszło 87% w stosunku do tego momentu w 50°C .

Całkowity moment oporu ruchu łożyska stanowi sumę momentów składowych, które wynikają z tarcia tocznego (toczenia się kulek po bieżni), tarcia ślizgowego (zjawiska spinu) oraz tarcia wiskotycznego (obecność smaru). Na rys. 5.8 przedstawiono w jaki sposób prędkość wpływa na całkowity moment oporu ruchu łożyska dla obu rozpatrywanych sposobów napięcia wstępnego. Przyjęto temperaturę smaru 25°C , dla której moment M_v stanowi znaczną część momentu oporu łożyska. Na rysunku naniesiono również zależność momentu oporów mechanicznych ($M_{1(T)} + M_{s(red)}$) od prędkości obrotowej. Opory ruchu wynikające ze zjawisk mechanicznych cechują się różnymi przebiegami w zależności od sposobu realizacji napięcia wstępnego.



Rys. 5.8. Moment oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S dla dwóch sposobów napięcia wstępnego (model analityczny)

Całkowity moment oporu ruchu łożyska można wyznaczyć na podstawie zależności (5.9). Stanowi on sumę momentów składowych $M_{1(T)}$, $M_{s(red)}$ oraz M_v . Zależność (5.9) dotyczy hipotezy kontrolowanej bieżni zewnętrznej i $v_o \cdot n \geq 2000$.

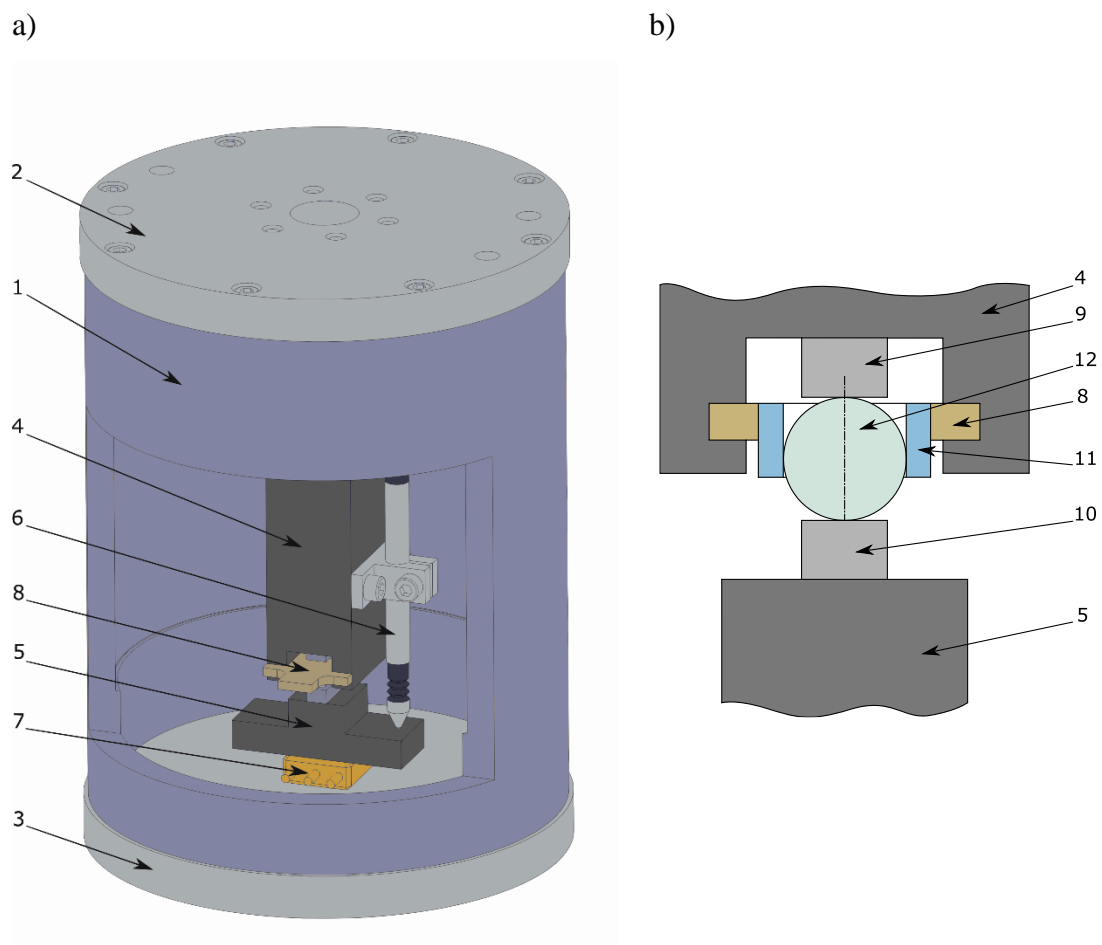
$$M = Z \cdot (Q_{ij} \cdot f_i + Q_{oj} \cdot f_o) \cdot \frac{\omega_R}{\omega} + \frac{3\pi\mu Z Q_{ij} a_i}{8} \cdot \frac{\omega_{si}}{\omega} + 10^{-7} \cdot f_o \cdot (v_o \cdot n)^{2/3} \cdot d_m^3 \quad (5.9)$$

Aby wyznaczyć całkowity opór ruchu konieczne jest uprzednie wyznaczenie sił kontaktowych i kątów działania, prędkości kątowej spinu, długości półosi elips kontaktu oraz doboru współczynników tarcia f_{kj} , μ i f_o .

6. EKSPERYMENTALNE BADANIA WSPÓLCZYNNIKA SZTYWNOŚCI KONTAKTOWEJ

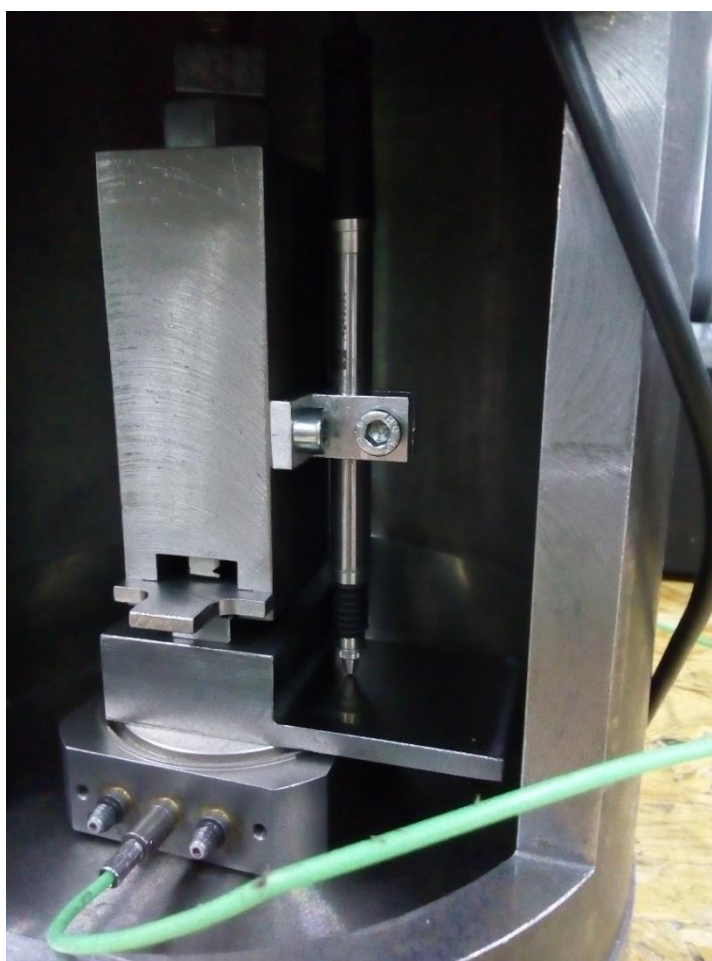
6.1. Stanowisko badawcze do wyznaczania sztywności kontaktu kulka – płaszczyzna

Bardzo istotnym zagadnieniem z punktu widzenia modelowania oporów ruchu i strat mocy w łożysku jest współczynnik sztywności kontaktu kulki i bieżni. Analityczny model wyznaczania współczynnika sztywności został opisany w rozdziale 4.2. Odkształcenia występujące w strefie kontaktu kulki i bieżni zależą przede wszystkim od geometrii oraz od własności materiałowych kulki i pierścieni. W celu weryfikacji modelu teoretycznego skonstruowane zostało stanowisko badawcze pozwalające na badania odkształcenia kulki pod wpływem działającej na nią siły. Na rys. 6.1 przedstawiono model CAD stanowiska oraz widok w przekroju obrazujący sposób umieszczenia kulki.



Rys. 6.1. Stanowisko do badania współczynnika sztywności kontaktu kulki i płaszczyzny:
a) model CAD, b) poglądowy widok montażu kulki

Obudowę w postaci tulei (1) zamknięto od góry i od dołu pokrywami (2) i (3). Na pokrywie górnej mocowany jest siłownik hydrauliczny za pośrednictwem specjalnego uchwyty, w sposób umożliwiający zmianę jego kąтового położenia w stosunku do płaszczyzny płyty górnej. Tłok siłownika skierowany jest przez otwór w górnej pokrywie ku dołowi i jest połączony z dociskiem (4). Na dolnej pokrywie mocowany jest piezoelektryczny czujnik siły Kistler typu 9067 (7) oraz podstawa (5). Kulka ściskana jest bezpośrednio między dwiema hartowanymi płytkami (9) i (10), których powierzchnie są płaskie (rys. 6.1b). Żeby można było w łatwy i szybki sposób ustawić kulkę w osi działania siły zaprojektowano wsuwany element z otworem (8), w który montuje się tuleję z tworzywa sztucznego (11) z otworem o średnicy zależnej od średnicy badanej kulki. Do docisku (4) przykręcony jest pojemnościowy czujnik przemieszczenia Sylvac P5 (6), mierzący przemieszczenie między dociskiem (4) a podstawą (5). Siłownik hydrauliczny zasilany jest agregatem hydraulicznym z możliwością regulacji ciśnienia. Na rys. 6.2 przedstawiono widok części stanowiska.



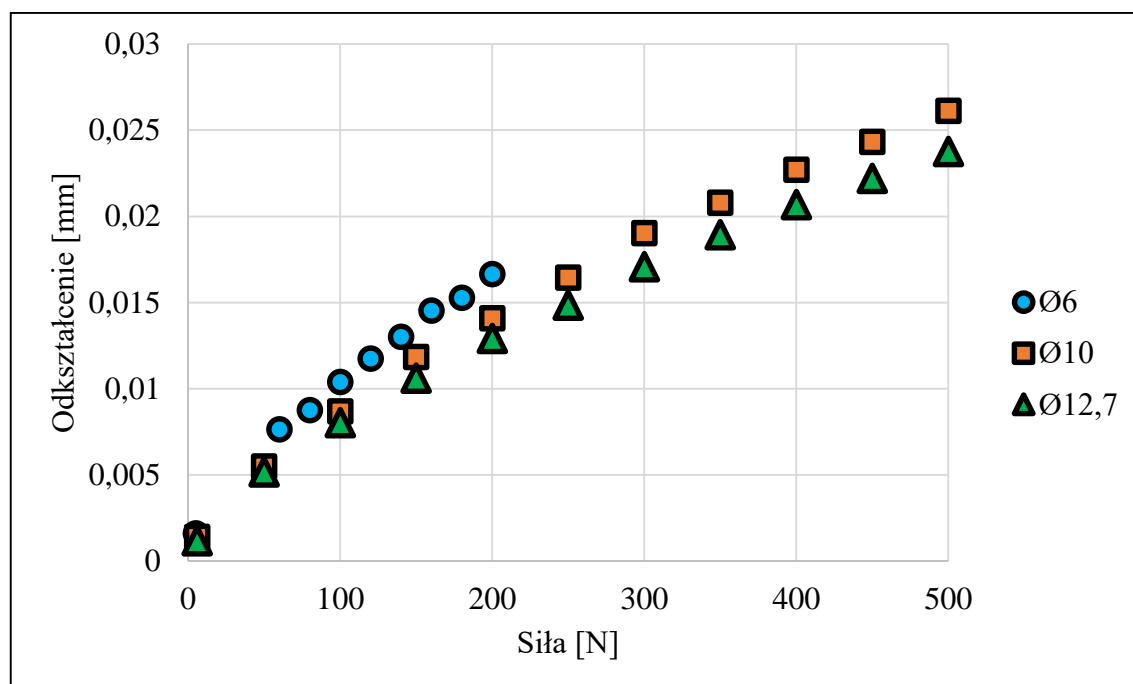
Rys. 6.2. Stanowisko do badania współczynnika sztywności kontaktu kulki i płaszczyzny

Sygnal z piezoelektrycznego czujnika Kistler 9067 w postaci ładunku elektrycznego trafia do wzmacniacza ładunku Kistler 5011, z którego w postaci napięcia [V] jest przekazywany do miernika uniwersalnego jako wielkość siły [N]. Czujnik przemieszczenia Sylvac P5 jest bezpośrednio połączony z cyfrowym wyświetlaczem Sylvac D300S, na którym możliwy jest bezpośredni odczyt przemieszczenia z dokładnością do 0,1 μm.

6.2. Wyniki badań sztywności kontaktowej

Przeprowadzono pomiary odkształceń kulek o trzech średnicach: Ø6, Ø10 i Ø12,7, dla każdej kulki wykonano trzy próby a wyniki zostały uśrednione. Wyniki poszczególnych prób cechowały się dużą powtarzalnością. Wartość maksymalnej siły obciążającej przyjęto po wyznaczeniu maksymalnego naprężenia w strefie kontaktu zgodnie z zależnością (6.1), Kulka odkształca się plastycznie dla naprężeń przekraczających 4200 MPa [71]. Dla kulki o średnicy Ø6 przyjęto maksymalną siłę 200 N, odpowiadającą ok. 3800 MPa, natomiast dla kulek Ø10 i Ø12,7 siłę 500 N, co odpowiada naprężeniu 3700 MPa i 3150 MPa. Uzyskane wyniki badań przedstawiono w formie graficznej na rys. 6.3.

$$\sigma_{max} = \frac{3Q}{2\pi ab} \quad (6.1)$$

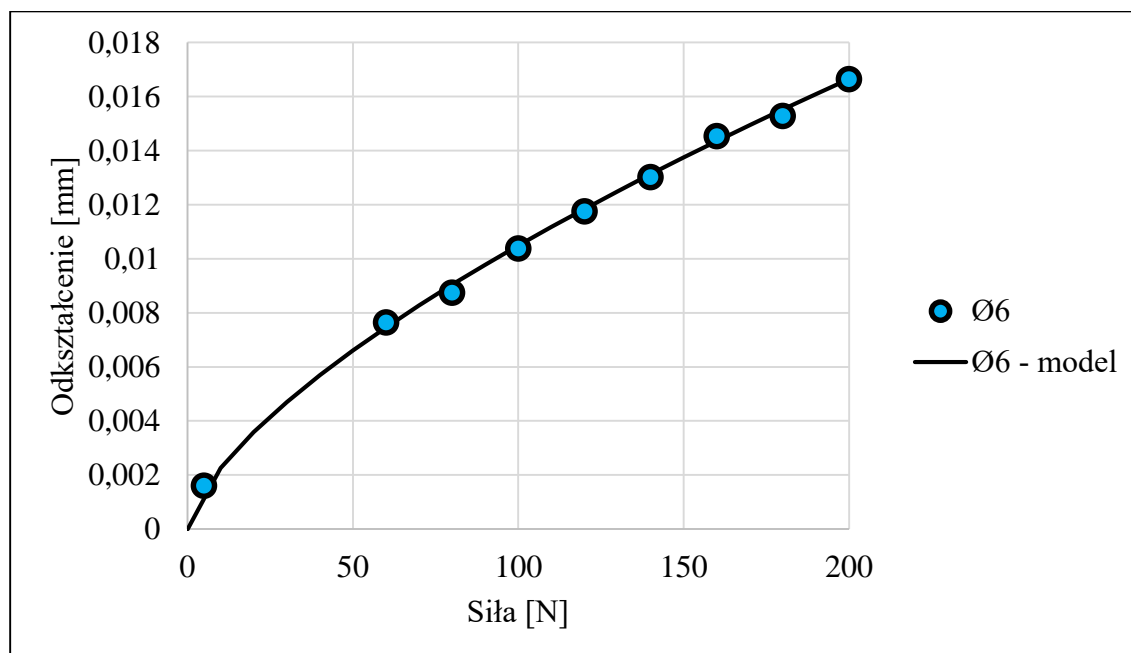


Rys. 6.3. Odkształcenie kulki w funkcji siły obciążającej

Należy nadmienić, że wskazywana przez czujnik wartość przemieszczenia dotyczy dwóch miejsc kontaktu (rys. 6.1b), tzn. w obu tych miejscach kulka ulega odkształceniom. Przedstawione wyniki dotyczą układu dociążanego. Zależność przemieszczenia od siły ściskającej jest nieliniowa. Jak wynika z rys. 6.3, im średnica kulki większa, tym uzyskane przemieszczenie mniejsze, co wynika z większego współczynnika sztywności kontaktowej.

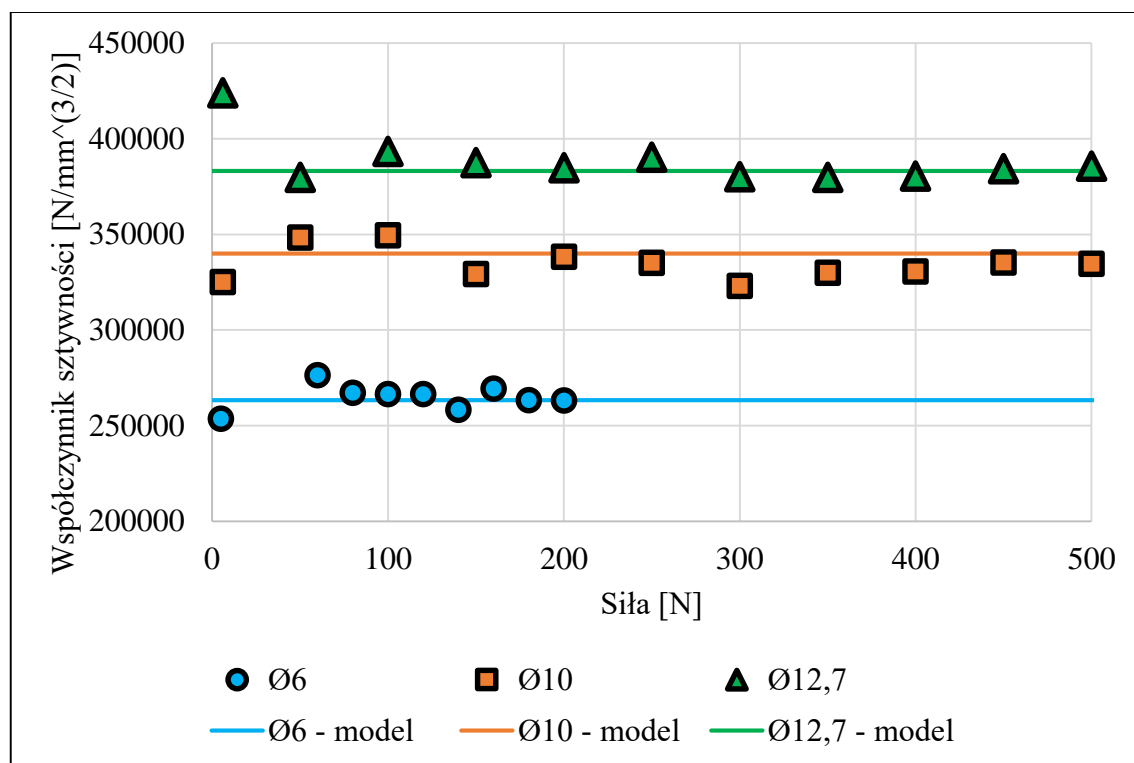
Badania eksperymentalne współczynnika sztywności kontaktu kulki z płaszczyzną przeprowadzono w celu weryfikacji modelu teoretycznego. Na podstawie rozdziału 4.2 wyznaczono parametry kontaktu kulek z płaszczyzną, tj. sumę krzywizn $\Sigma\rho$, zastępczą różnicę krzywizn $F(\rho)$ i parametr δ^* , którego wartość dla przypadku kontaktu kulki z płaszczyzną wynosi 1. Na podstawie zależności (4.14) wyznaczono wartość współczynnika sztywności kontaktowej kulki i powierzchni płaskiej. Dla poszczególnych kulek współczynniki te wynoszą: $\varnothing 6$ mm – $263\,320,1 \frac{N}{mm^{3/2}}$, $\varnothing 10$ mm – $339\,944,8 \frac{N}{mm^{3/2}}$ i $\varnothing 12,7$ mm – $383\,098,4 \frac{N}{mm^{3/2}}$. Wyznaczono także wielkość odkształcenia na podstawie modelu Jones'a (4.11).

Na rys. 6.4 porównano wyniki badań eksperymentalnych z modelem teoretycznym dla jednej z kulek. Uzyskane różnice dla każdej ze średnic kulek są niewielkie co świadczy o poprawności modelu teoretycznego.



Rys. 6.4. Porównanie wyników badań odkształcenia kulki z modelem teoretycznym (4.14) i (4.11)

Dla poszczególnych wartości sił możliwe jest ponadto wyznaczenie współczynnika sztywności kontaktowej kulki i powierzchni płaskiej na podstawie znajomości przemieszczenia uzyskanego na drodze doświadczalnej. Można to zrobić korzystając z modelu Jones'a (4.11). Tak wyznaczone współczynniki porównano na rys. 6.5. Na rysunku zamieszczono również linie reprezentujące wartość współczynnika sztywności teoretycznej. Współczynniki sztywności kontaktowej uzyskane na drodze badawczej są zbliżone do teoretycznych.



Rys. 6.5. Współczynniki sztywności kontaktowej pomiędzy kulką a płaszczyzną

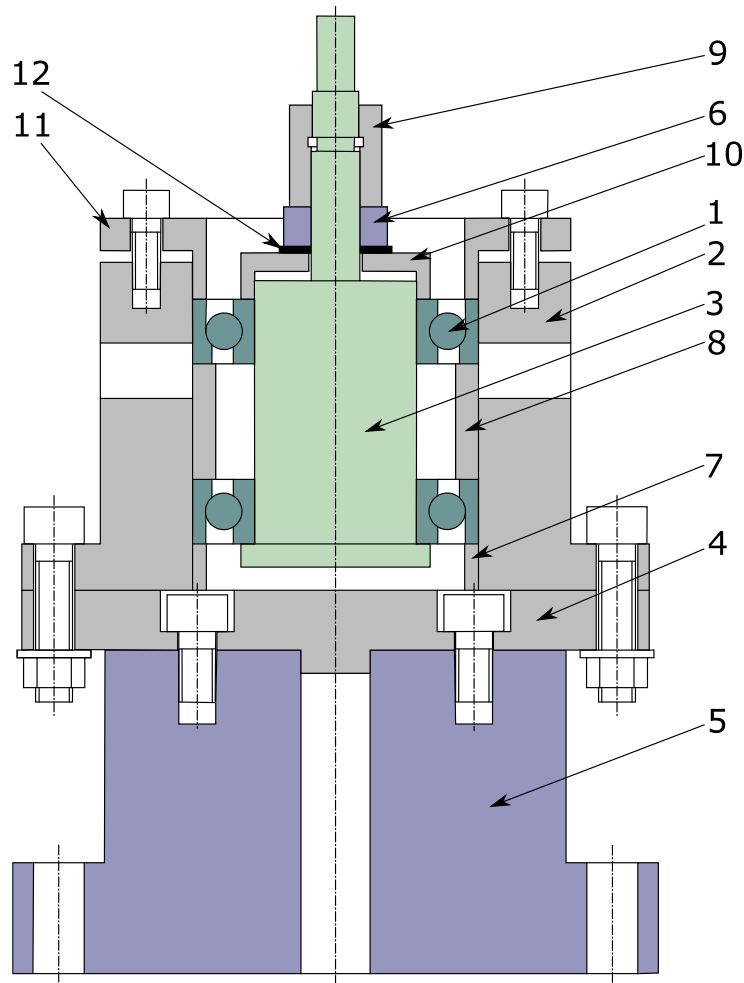
Wielkość sprężystych odkształceń w strefie kontaktu kulki z bieżnią jest istotna w kontekście wyznaczania oporów ruchu łożyska. Badania doświadczalne odkształcenia kulki, a tym samym współczynnika sztywności kontaktowej, potwierdziły zasadność stosowania modelu Hertza i Jones'a, które umożliwiają rozwiązanie równania geometrycznego, np. (4.42), (4.58), w modelu kontaktowym łożyska.

7. EKSPERYMENTALNE BADANIA OPORÓW RUCHU ŁOŻYSK

7.1. Stanowiska badawcze do pomiarów oporu ruchu łożysk skośnych

Weryfikację modeli analitycznych momentu oporu ruchu łożyska skośnego można przeprowadzić na dwa sposoby [42]: metodą bezpośrednią (przez bezpośredni pomiar momentu oporu) lub metodą pośrednią (polegającą na pomiarze temperatury w wybranych miejscach stanowiska czy elektrowrzeciona). Metoda pośrednia nabiera dużego znaczenia w przypadku modeli analitycznych uwzględniających wpływ ciepła na opory ruchu łożyska. Najbardziej adekwatnym sposobem weryfikacji modeli analitycznych jest przeprowadzenie doświadczalnych badań oporów ruchu łożysk.

Na rys. 7.1 przedstawiono poglądowy rysunek opracowanego stanowiska badawczego pozwalającego na dokonanie pomiarów momentu oporu ruchu pary łożysk skośnych B-7007-E-T-P4S w funkcji napięcia wstępnego i prędkości obrotowej.



Rys. 7.1. Schemat stanowiska badawczego do pomiarów momentu oporu ruchu łożysk B7007-E-T-P-4S

Parę łożysk (1) w układzie „O” osadzono na wałe (3) napędzanym niezależnym silnikiem z możliwością bezstopniowej regulacji prędkości obrotowej. Wałek silnika połączono z wałem łożyska przez sprzęgło podatne. Napięcie wstępne łożysk jest realizowane przy pomocy nakrętki (9), a sprężysty charakter tego napięcia uzyskano dzięki użyciu gumowego elementu podatnego w postaci podkładki (12). Wykorzystanie elementów gumowych przy realizacji napięcia wstępnego jest obecnie rozpatrywane w niektórych pracach naukowych [53]. Wielkość napięcia wstępnego kontrolowana jest przez pomiar przy użyciu wkładki piezoelektrycznej Kistler typu 9102A (6). Korpus stanowiska (2) został przykręcony pośrednio przez podstawę (4) do piezoelektrycznego czujnika momentu obrotowego Kistler typu 9272 (5). Korpus (2), podstawę (4) i pokrywę (11) wykonano ze stopu aluminium. Widok stanowiska przedstawiono na rys. 7.2.

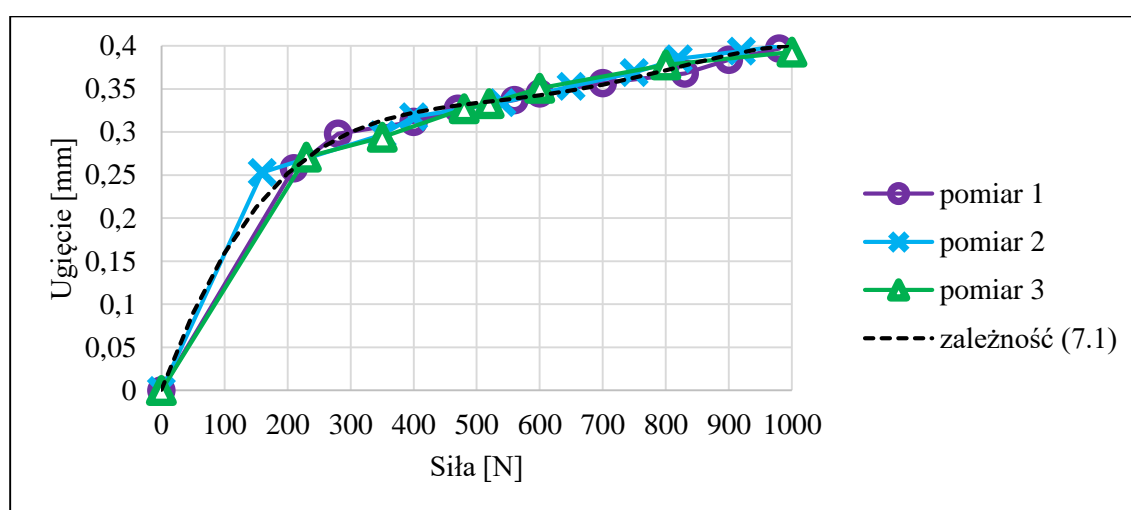


Rys. 7.2. Stanowisko badawcze do pomiarów momentu oporu ruchu łożysk B7007-E-T-P4S

Rzeczywista wartość siły napięcia wstępnego może być mniejsza od siły mierzonej czujnikiem piezoelektrycznym (6) o wartości sił tarcia pomiędzy pierścieniami zewnętrznymi łożysk a korpusem stanowiska (2) oraz pomiędzy pierścieniami wewnętrznymi a wałem (3). W pracy [42] dowiedziono, że przy odpowiednim doborze pasowań wspomniane siły tarcia będą miały niewielkie znaczenie, a mierzoną siłę można uznać za siłę napięcia wstępnego.

W związku ze zmianą wzajemnego położenia pierścieni łożyska w miarę zwiększania prędkości obrotowej element sprężysty ulega w przybliżeniu podobnemu ugięciu, odpowiadającemu parze łożysk. Znajomość charakterystyki siła-ugięcie elementu sprężystego będzie pozwalała na oszacowanie zmian wartości siły napięcia wstępnego w funkcji prędkości obrotowej. Stosowna analiza zagadnienia przedstawiona została w rozdziale 4.8.

W celu wyznaczenia wpływu siły na ugięcie gumowej podkładki na stanowisku badawczym przeprowadzono badania, których wyniki znajdują się na rys. 7.3. Dla jednego z przebiegów wyznaczono linię trendu wielomianem 4 stopnia (zależność (7.1)), tak aby możliwe było wyznaczenie ugięcia u dla dowolnej wartości siły ściskającej F .



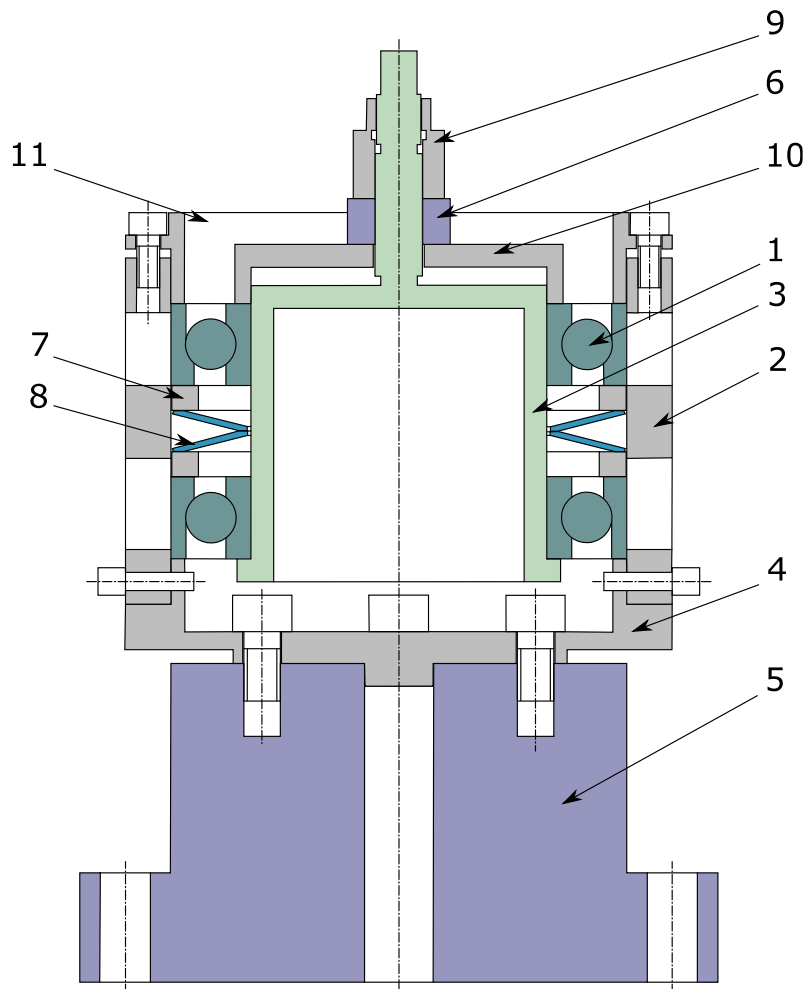
Rys. 7.3. Charakterystyka elementu sprężystego na stanowisku do badań oporów ruchu łożysk B7007-E-T-P4S

$$u = -1,81 \cdot (10^{-12}) \cdot F^4 + 4,87 \cdot (10^{-9}) \cdot F^3 - 4,67 \cdot (10^{-6}) \cdot F^2 + 2,01 \cdot (10^{-3}) \cdot F + 5,72 \cdot (10^{-4}) \quad (7.1)$$

Do badań doświadczalnych wykorzystano również stanowisko pozwalające na pomiary momentu oporu ruchu łożysk B7013-E-T-P-4S (rys. 7.4) [42,69]. Idea pomiaru momentu jest taka sama jak dla stanowiska z rys. 7.1, jednak napięcie wstępne realizowano inaczej. Pomiędzy łożyskami umieszczono dwie sprężyny talerzowe (8), przez co uzyskano sprężysty charakter napięcia wstępnego. Charakterystyka sprężyn talerzowych opisana jest następującą zależnością [11, 40]:

$$u = 2,718 \cdot (10^{-4}) \cdot F - 8,6 \cdot (10^{-3}) \quad (7.2)$$

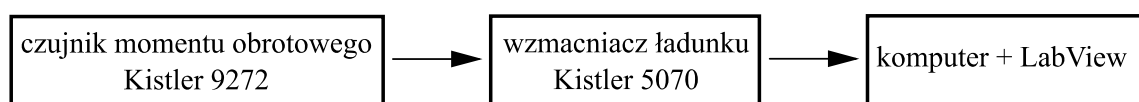
Wyznaczone charakterystyki wykorzystanych na stanowiskach elementów sprężystych zostały wykorzystane w modelach kontaktowych łożyska do wyznaczenia wartości sił kontaktowych, zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale 4.8.



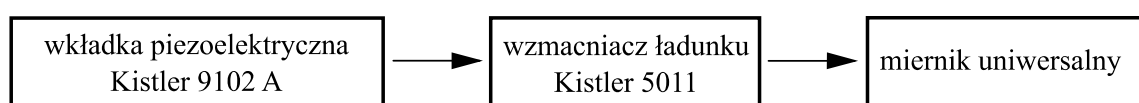
Rys. 7.4. Schemat stanowiska badawczego do pomiarów momentu oporu ruchu łożysk B7013-E-T-P4S

Na rys. 7.5 przedstawiono tory pomiarowe momentu oporu ruchu łożysk i napięcia wstępnego wykorzystane w obu wersjach stanowiska badawczego (rys. 7.1 i rys. 7.4). Natomiast prędkość obrotową mierzono bezpośrednio przez rejestrację sygnału elektrycznego ze sterownika układu napędowego. Częstotliwość próbkowania sygnału momentu oporu wynosiła 2048 Hz.

a)

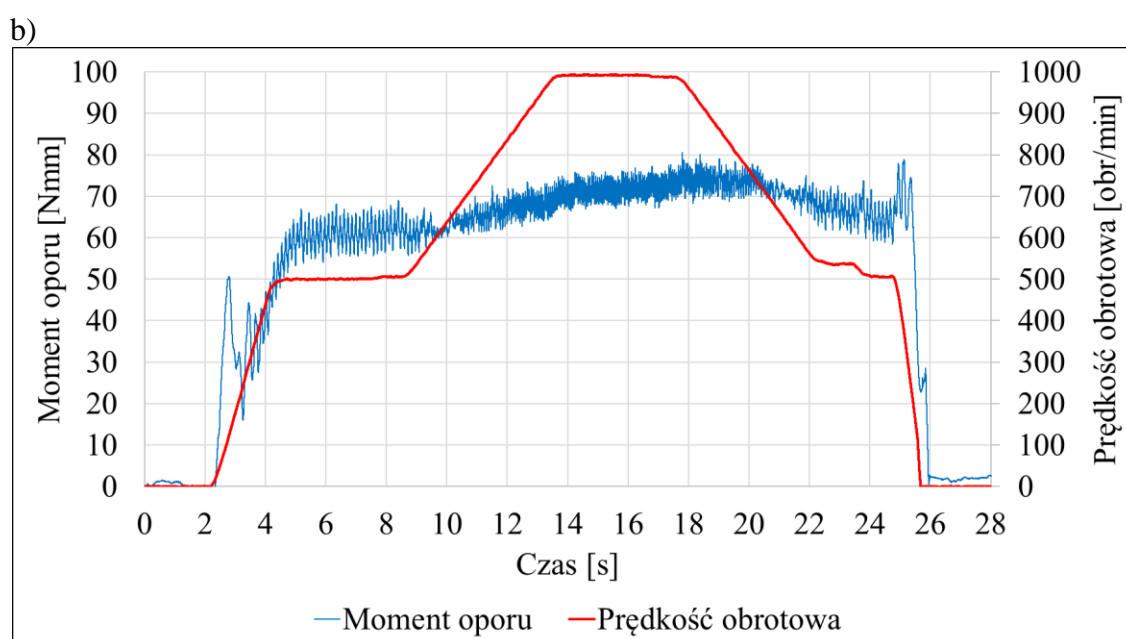
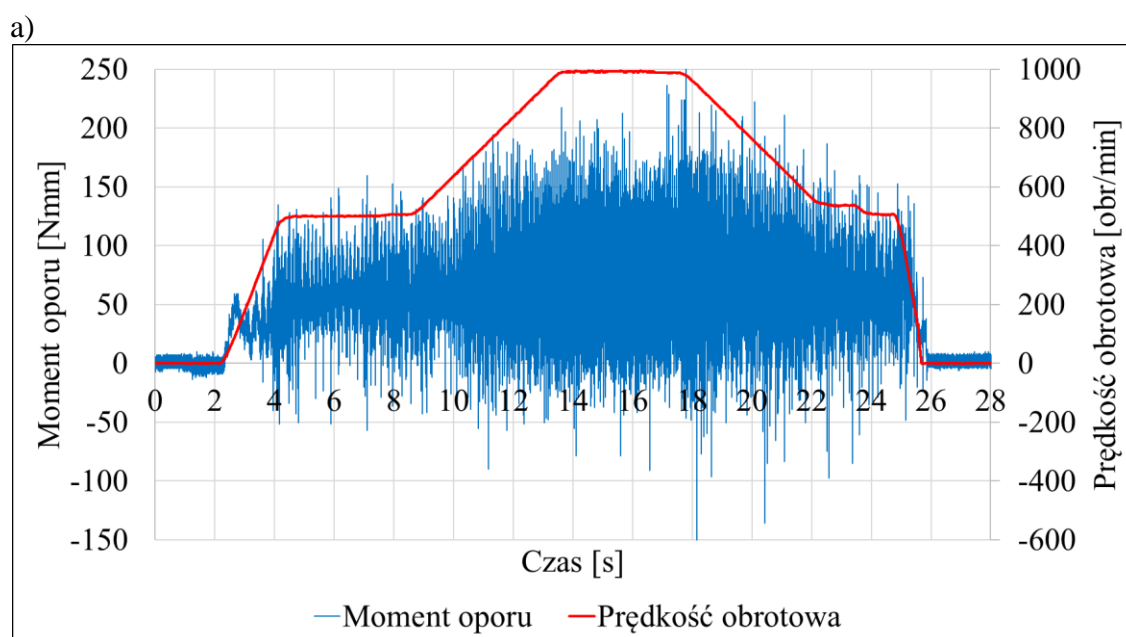


b)



Rys. 7.5. Tory pomiarowe: a) momentu oporu ruchu, b) siły napięcia wstępnego

Przykładowy przebieg sygnału momentu oporu i prędkości obrotowej przedstawiono na rys. 7.6a. Interpretacja przebiegu momentu oporu jest trudna. Postanowiono wykorzystać metodę ruchomej średniej, aby wygładzić każdy z przebiegów. Koniecznym było również dokonywanie korekcji offsetu. Na rys. 7.6b przedstawiono przetworzony sygnał momentu oporu z rys. 7.6a. Z punktu widzenia badań najważniejsze były wartości momentu dla ustalonej prędkości obrotowej, dlatego dla każdego pomiaru wyliczono średnią wartość tego momentu z odpowiedniego przedziału czasu. Każdą próbę powtarzano 2- lub 3-krotnie.

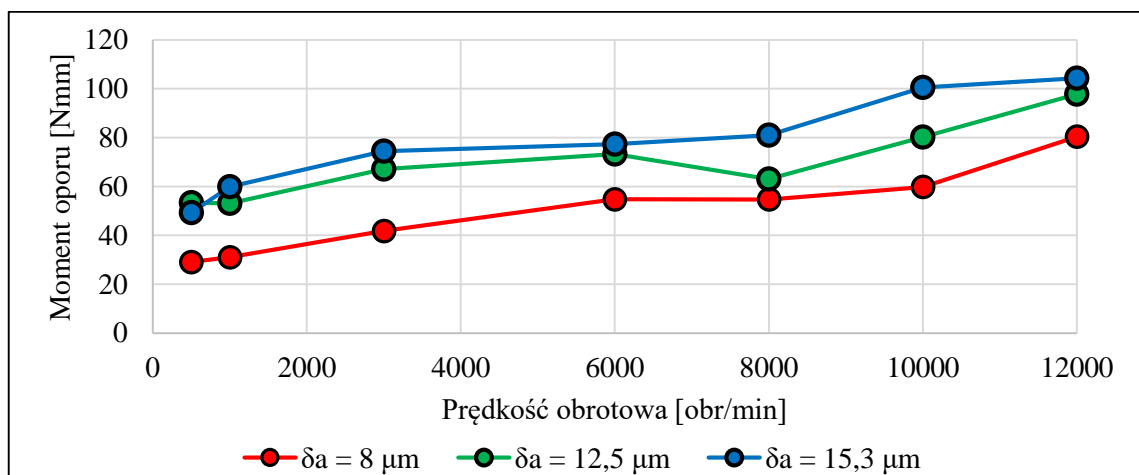


Rys. 7.6. Przykładowy przebieg momentu oporu – łożyska B7013-E-T-P4S, $F_a = 1000N$: przed (a) i po (b) użyciu metody ruchomej średniej

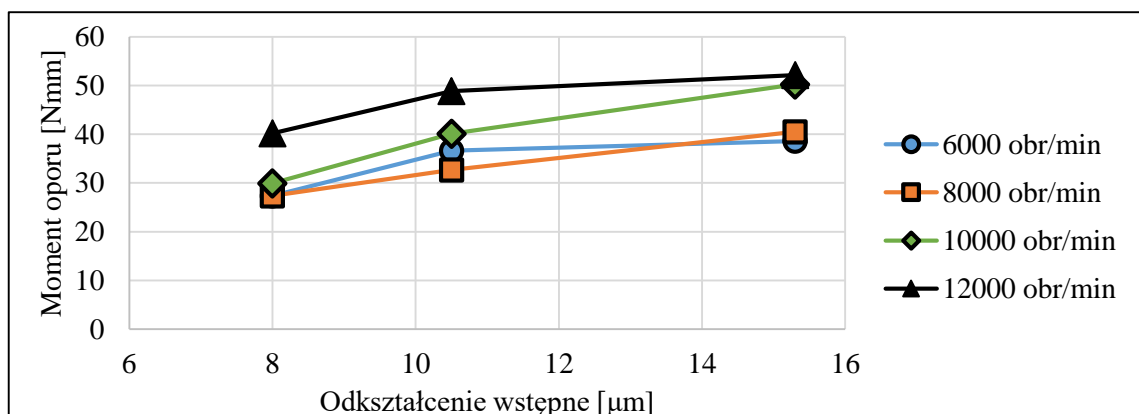
7.2. Wyniki badań oporów ruchu łożysk skośnych

Badania doświadczalne miały na celu określenie wpływu wielkości napięcia wstępnego i prędkości obrotowej na całkowity moment oporu ruchu łożysk skośnych. Dla łożyska B7007-E-T-P4S przyjęto zakres odkształceń wstępnych $8\ \mu\text{m}$ – $15,3\ \mu\text{m}$ i napięć wstępnych 100N – 800N , a prędkości $500\ \text{obr}/\text{min}$ – $12000\ \text{obr}/\text{min}$, natomiast dla łożyska B7013-E-T-P4S były to napięcia 100N – 1000N i prędkości $500\ \text{obr}/\text{min}$ – $10000\ \text{obr}/\text{min}$. Prędkości ograniczone zostały ze względu na możliwości stanowiska badawczego i względy bezpieczeństwa.

Uzyskane wyniki badań momentu oporu ruchu pary smarowanych łożysk B7007-E-T-P4S dla sztywnego napięcia wstępnego zestawiono na rys. 7.7. Pomiarów dokonano na stanowisku z rys. 7.1 pozbawionym elementu sprężystego. Do badań wykorzystano smar plastyczny do łożysk wrzecionowych ISOFLEX NBU 15 [112]. Wyniki badań świadczą o wyraźnej zależności momentu zarówno od prędkości jak i odkształcenia wstępnego δ_a (rys. 7.8).

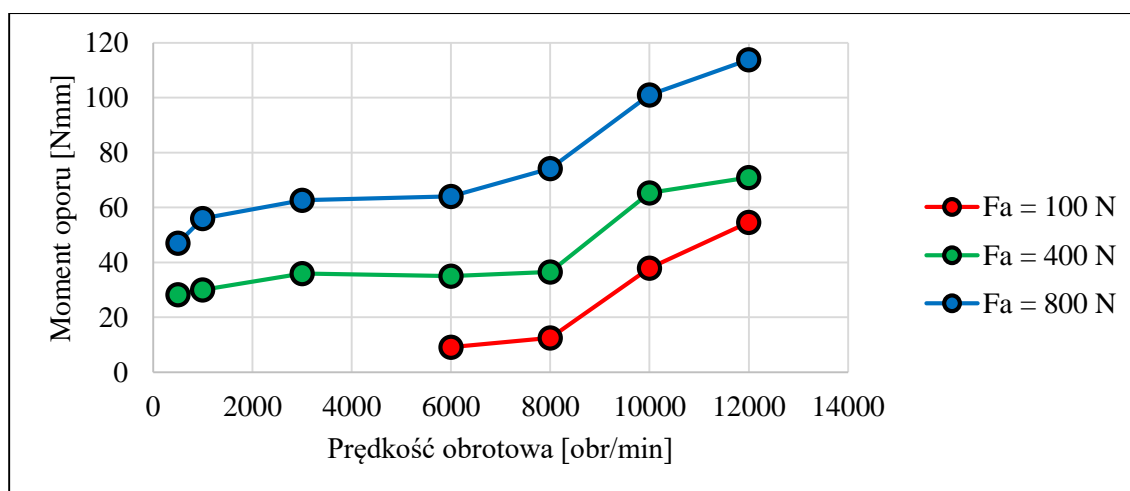


Rys. 7.7. Wpływ prędkości obrotowej na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7007-E-T-P4S (łożyska smarowane)

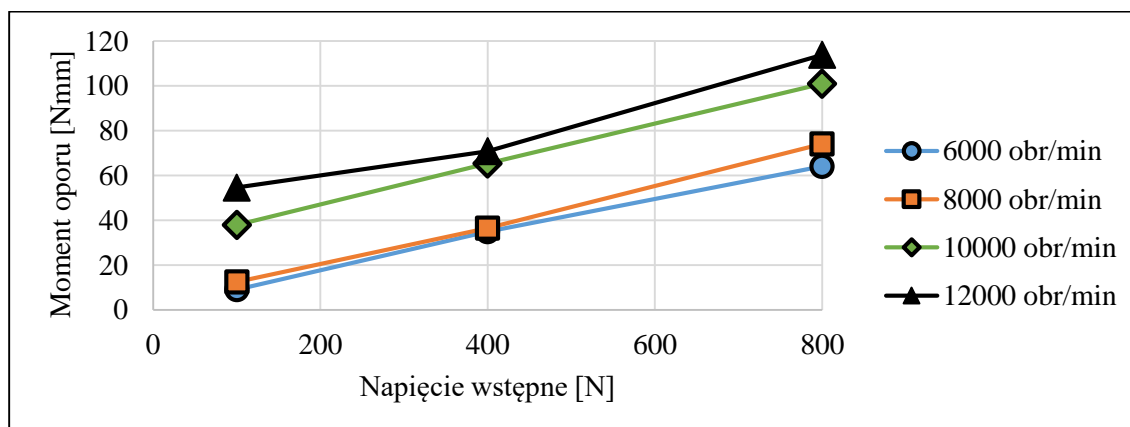


Rys. 7.8. Wpływ odkształcenia wstępnego na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7007-E-T-P4S (łożyska smarowane)

Wyniki badań momentu oporu ruchu łożysk w funkcji prędkości obrotowej dla sprężystego napięcia wstępnego zamieszczono na rys. 7.9. Podobnie jak w przypadku sztywnego napięcia wykazano, że wraz ze wzrostem prędkości łożyska rosną opory ruchu. Wartości momentu oporu dla niskich prędkości przy napięciu wstępnym $F_a = 100\text{N}$ okazały się nieadekwatne do pozostałych wyników i nie zostały ujęte na wykresie. Na rys. 7.10 przedstawiono wyniki momentu oporu łożysk w funkcji napięcia wstępnego dla wybranych prędkości obrotowych. Wyniki wstępnych badań opublikowano w pracy [70].



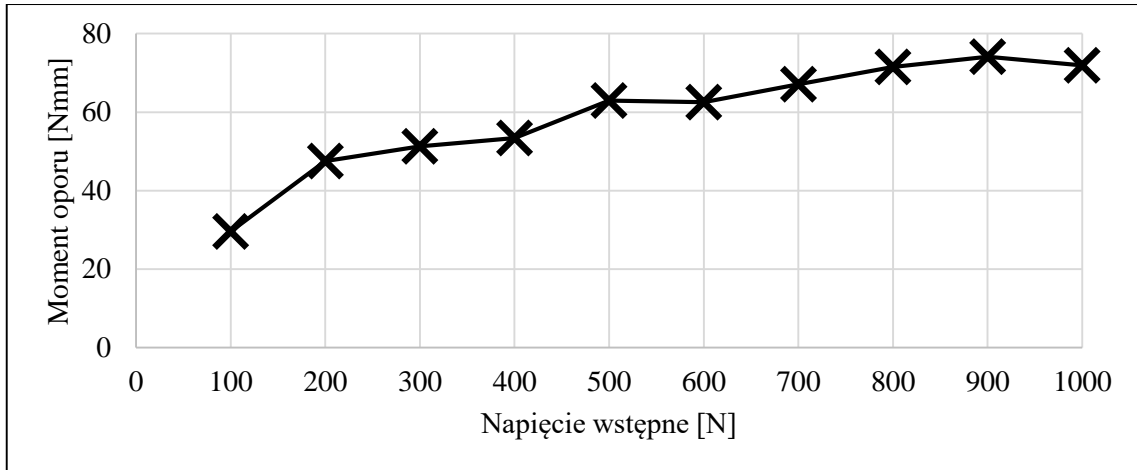
Rys. 7.9. Wpływ prędkości obrotowej na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7007-E-T-P4S (łożyska smarowane)



Rys. 7.10. Wpływ napięcia wstępnego na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7007-E-T-P4S (łożyska smarowane)

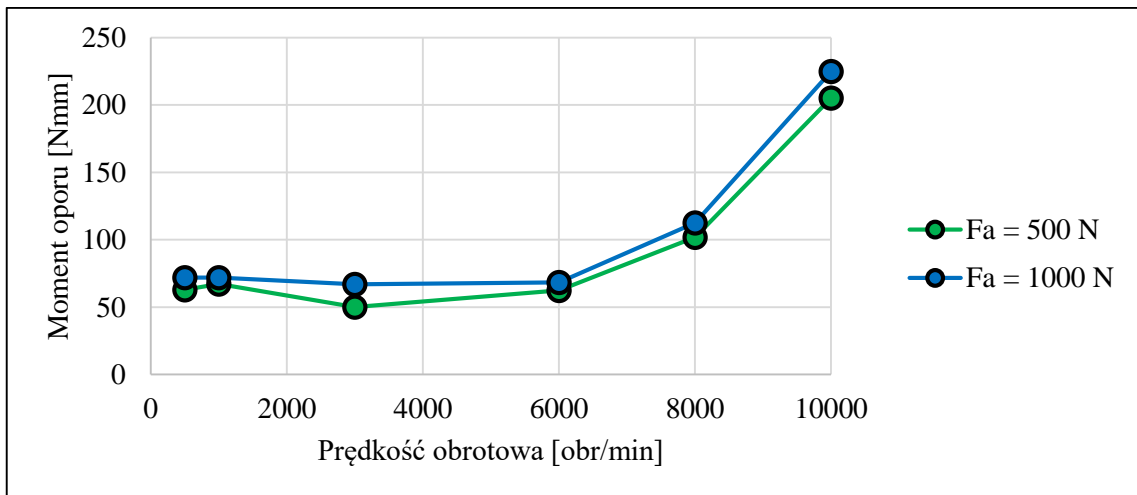
W przeciwieństwie do badań łożysk B7007-E-T-P4S, badania łożysk B7013-E-T-P4S przeprowadzono bez obecności środka smarnego. Moment oporu smarowanych łożysk B7007-E-T-P4S stanowi sumę momentu wynikającego z tarcia tocznego, zjawiska spinu i oporów wiskotycznych, natomiast moment oporu łożysk B7013-E-T-P4S pozbawiony jest oporów wiskotycznych związanych z obecnością smaru.

Na rys. 7.11 przedstawiono wyniki badań wpływu napięcia wstępnego na moment oporu ruchu pary łożysk B7013-E-T-P4S przy prędkości 500 obr/min. Moment rośnie w przybliżeniu liniowo w funkcji napięcia wstępnego. Zmierzony moment osiągał wartości w przedziale 30 – 75 Nmm.



Rys. 7.11. Wpływ napięcia wstępnego na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7013-E-T-P4S dla prędkości 500 obr/min (łożyska niesmarowane) [69]

Wyniki badań wpływu prędkości obrotowej i napięcia wstępnego na moment oporu ruchu pary łożysk B7013-E-T-P4S przedstawiono na rys. 7.12. Charakterystyczna jest nieliniowa zależność momentu od prędkości obrotowej łożyska.



Rys. 7.12. Wpływ prędkości obrotowej i napięcia wstępnego na moment oporu ruchu dwóch łożysk B7013-E-T-P4S (łożyska niesmarowane) [69]

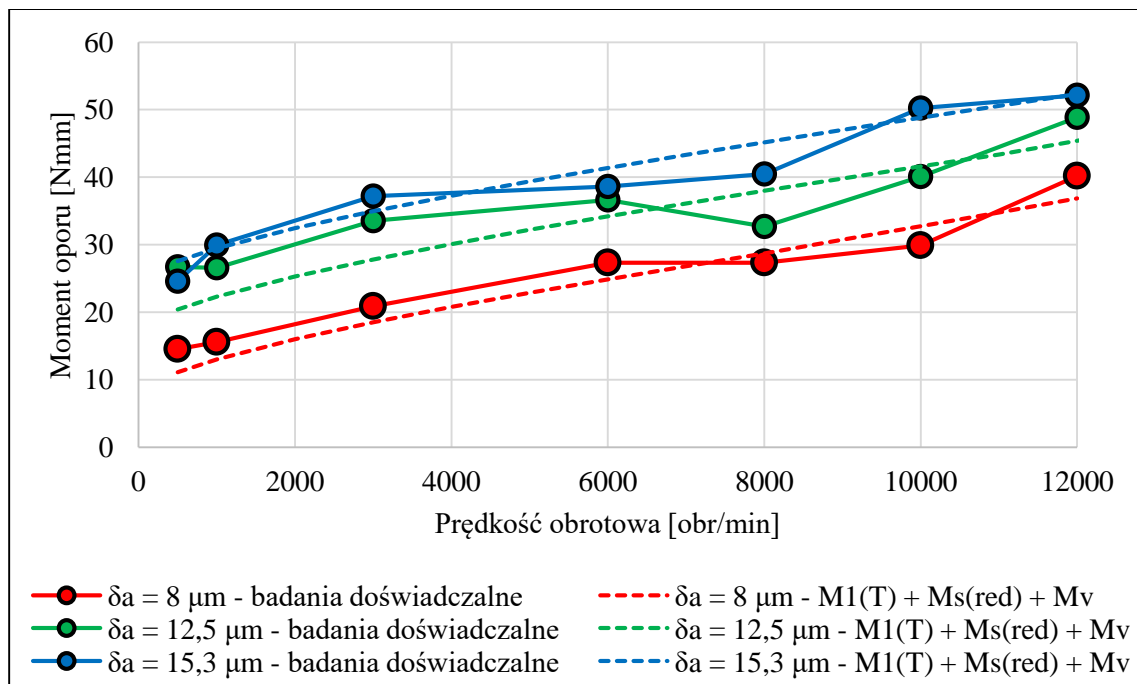
Dokonano również pomiarów momentu dla napięcia wstępnego $F_a = 100\text{N}$, jednak dla tak małych sił napięcia występują zjawiska zbliżone charakterem do tzw. *skiddingu* [29,58], w związku z tym wyniki są niemiernodajne. Aby przeciwdziałać występowaniu tego zjawiska konieczne jest zwiększenie wartości napięcia wstępnego. W pracach [17,58] badano ile powinny wynosić minimalne wielkości napięcia wstępnego w zależności od prędkości obrotowej łożyska.

7.3. Weryfikacja modeli analitycznych oporów ruchu

Bardzo istotnym zagadnieniem z punktu widzenia pracy jest weryfikacja analitycznych modeli momentu oporu ruchu łożysk. Z założenia, wynikiem pracy ma być model wspomagający proces projektowania elektrowrzecion obrabiarek.

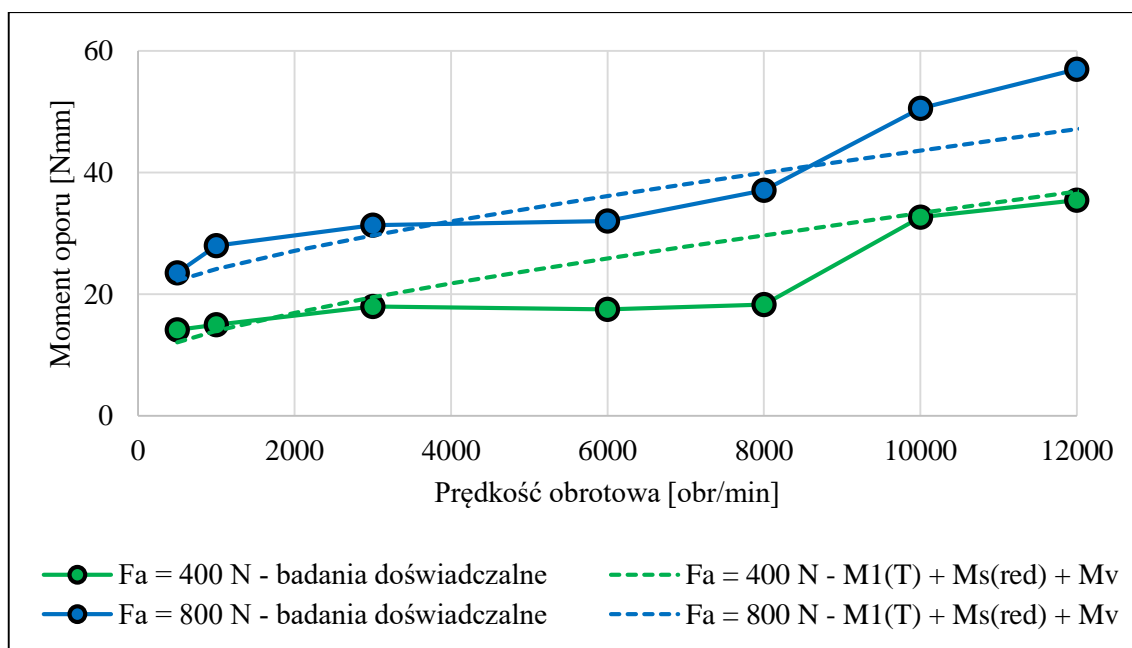
Niezwykle ważnym zagadnieniem, które stanowi problem sam w sobie, jest dobór wartości współczynników tarcia tocznego, ślizgowego i wiskotycznego. Przyjęte współczynniki tarcia zostały później wykorzystane podczas modelowania ilości wydzielającego się ciepła na stanowisku w ramach komputerowych symulacji cieplnych.

Na podstawie przedstawionych w rozdziale 4.5 sposobów modelowania wyznaczono siły kontaktowe łożyska B7007-E-T-P4S napinanego w sposób sztywny (rys. 4.17). Całkowity moment oporu stanowi sumę momentu od tarcia tocznego $M_{1(T)}$ (rys. 5.2a), momentu spinu zredukowanego na wał $M_{s(red)}$ (rys. 5.5c) oraz momentu oporów wiskotycznych M_v (rys. 5.7). Na rys. 7.13 przedstawiono wyniki badań modelowych momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S zestawione z wynikami badań doświadczalnych dla sztywnego napięcia wstępnego. Jak wynika z tego rysunku uzyskano niezłą zgodność wyników badań doświadczalnych z modelem analitycznym w badanym przedziale prędkości. Wartości momentów z rys. 7.13 dotyczą pojedynczego łożyska.



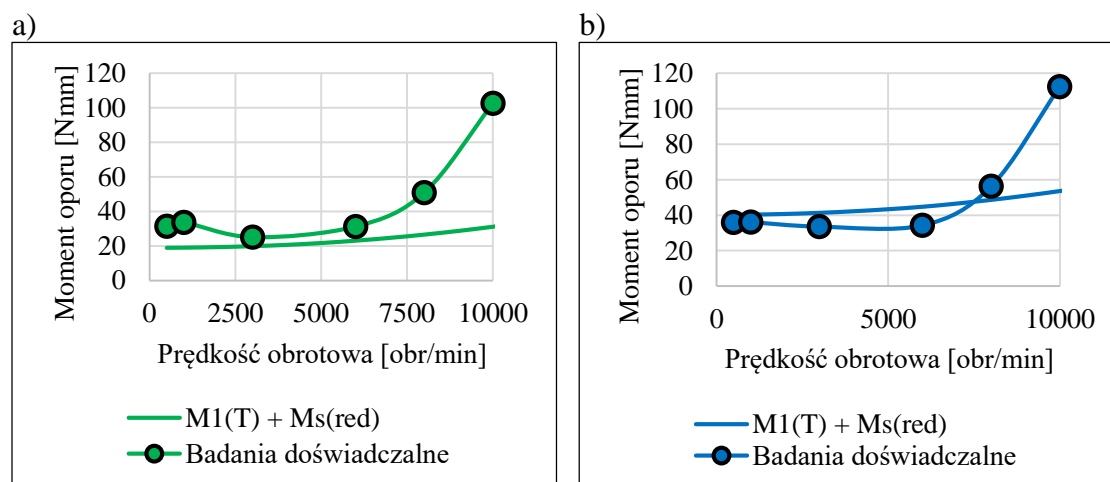
Rys. 7.13. Porównanie momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S z modelem analitycznym (dla sztywnego napięcia wstępnego)

Podobną weryfikację przeprowadzono dla badań oporów ruchu przy sprężystym napięciu wstępnym łożyska B7007-E-T-P4S (rys. 7.14 – moment dla pojedynczego łożyska). W modelu analitycznym uwzględniono wpływ sztywności elementu sprężystego, zgodnie z zależnością (7.1), na siły kontaktowe (rys. 4.38a). Całkowity moment oporu stanowi sumę momentu $M_{1(T)}$ (rys. 5.2b), $M_{s(red)}$ (rys. 5.5d) oraz momentu M_v (rys. 5.7). Jak wynika z rysunku uzyskano niezłą zgodność modelu teoretycznego z wynikami badań doświadczalnych w badanym przedziale prędkości.



Rys. 7.14. Porównanie momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S z modelem analitycznym (dla sprężystego napięcia wstępnego)

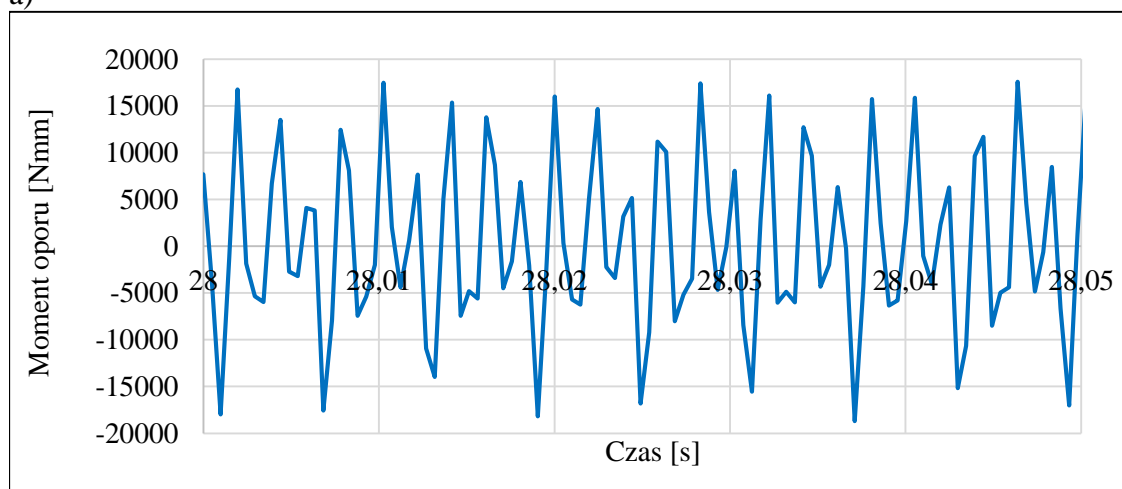
Następnie porównano wyniki badań doświadczalnych z wynikami badań modelowych (rys. 5.6a i 5.6b) oporów ruchu łożyska B7013-E-T-P4S bez smaru w badanym przedziale prędkości. Wyniki zestawiono na rys. 7.15.



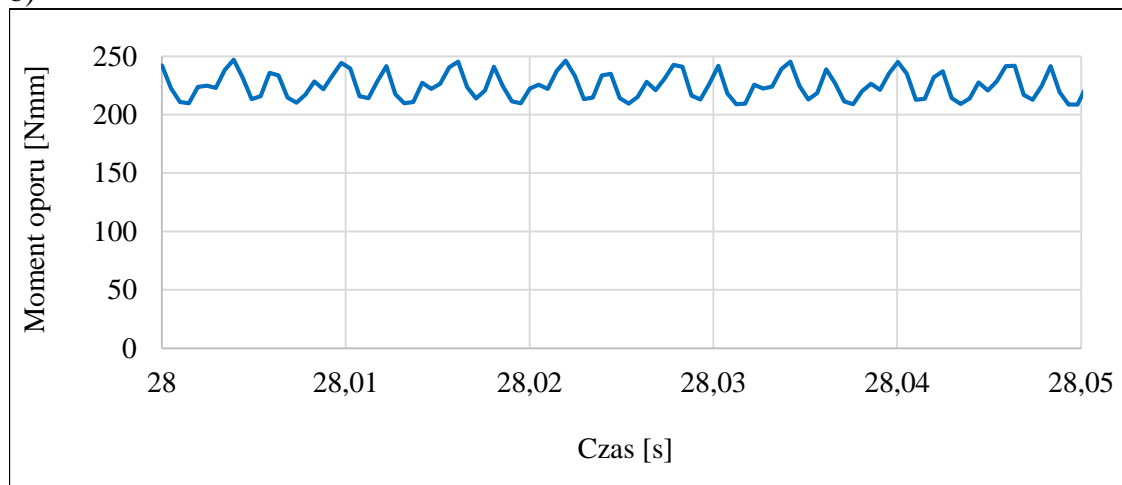
Rys. 7.15. Porównanie momentu oporu ruchu łożyska B7013 z modelem analitycznym:
a) $F_a = 500\text{ N}$ i b) $F_a = 1000\text{ N}$

Wartości momentu oporu z rys. 7.15 dotyczą pojedynczego łożyska. Uzyskane wyniki badań cechuje jakościowe podobieństwo, jednak dla prędkości 10000 obr/min moment zmierzony doświadczalnie jest bardzo wysoki w porównaniu do modelu. Przyczyną tak wysokich wartości mogą być duże oscylacje mierzonego momentu (drżania), które wpływały na rzeczywiste opory ruchu. Na rys. 7.16 przedstawiono fragment czasowego przebiegu momentu oporu ruchu łożysk B7013-E-T-P4S oraz ten sam fragment przebiegu, który został uśredniony metodą ruchomej średniej. Przebiegi czasowe momentu oporu ruchu badanych wcześniej łożysk B7007-E-T-P4S ze smarem cechowały się znacznie mniejszymi wahaniami.

a)

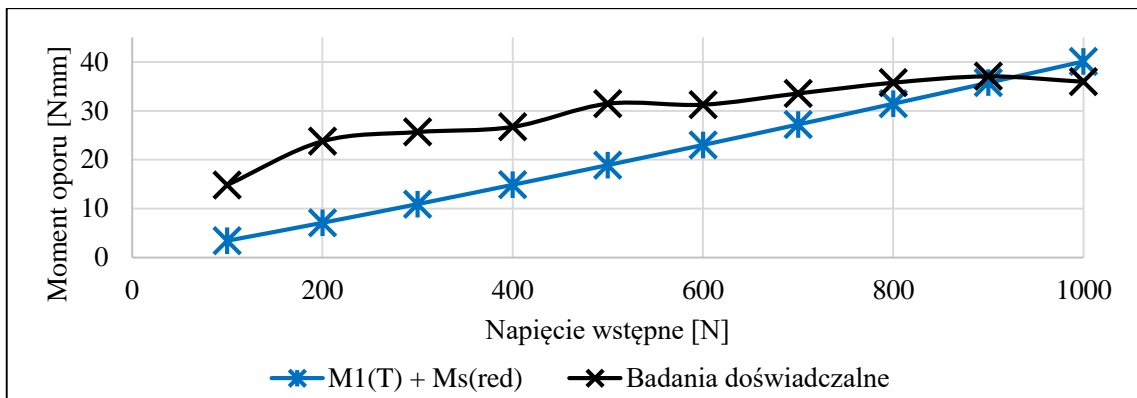


b)



Rys. 7.16. Fragment czasowego przebiegu momentu oporu ruchu dwóch łożysk B7013-E-T-P4S dla prędkości 10000 obr/min i napięcia wstępnego 1000N bez smaru: a) przebieg zmierzony i b) przebieg uśredniony

Wpływ napięcia wstępnego na opory ruchu łożyska B7013-E-T-P4S przy prędkości 500 obr/min przedstawiono na rys. 7.17. Zauważyć można jakościowe podobieństwo wyników badań modelowych i doświadczalnych.



Rys. 7.17. Porównanie momentu oporu ruchu łożyska B7013-E-T-P4S dla prędkości obrotowej 500 obr/min

Dopasowanie modelu analitycznego do rzeczywistych wartości momentu oporu może być problematyczne ze względu na dobór właściwych współczynników tarcia. Przyjęcie odbiegających od rzeczywistości wartości tych współczynników w przypadku symulacyjnych badań cieplnych będzie prowadziło do błędnych wyników.

Na podstawie przedstawionych w tym rozdziale wyników należy stwierdzić, że uzyskano niezłą zgodność modeli analitycznych momentu oporu ruchu badanych łożysk B7007-E-T-P4S z wynikami badań doświadczalnych w badanych przedziałach prędkości. Przyjęte współczynniki tarcia $f_i = f_o = f = 0,0011$, $\mu = 0,015$ i $f_o = 0,4$ zostaną wykorzystane w modelowaniu oporów ruchu na potrzeby symulacyjnych badań cieplnych w kolejnym rozdziale.

8. MODELOWANIE STRAT MOCY, ROZPŁYWU CIEPŁA I ROZKŁADU POLA TEMPERATURY

Autorzy wielu prac badawczych bardzo często skupiają się na właściwościach cieplnych wrzecion i elektrowrzecion obrabiarek, co zostało wspomniane w rozdziale 2.4. Szacując opory ruchu łożysk na etapie konstruowania elektrowrzeciona oraz znając straty jakie występują w silniku można modelować pole temperatury całego zespołu wrzecionowego. Znajomość temperatury w poszczególnych miejscach wrzeciona pozwala na oszacowanie jego odkształceń cieplnych, które wpływają na dokładność obróbki. W poprzednich rozdziałach wykazano, że wielkość strat w łożyskach skośnych jest zależna od wielu czynników, m. in. prędkości obrotowej, wielkości i rodzaju napięcia wstępnego czy rodzaju smaru. Należy podkreślić, że moment oporu łożyska zależy również od temperatury, ponieważ wpływa ona na lepkość kinematyczną oleju bazowego smaru i odkształcenia cieplne łożyska i elementów sąsiadujących. Z punktu widzenia rozkładu pola temperatury bardzo istotna jest postać konstrukcyjna elektrowrzeciona i czas pracy w danych warunkach (prędkość, obciążenie zewnętrzne).

Wzrastająca temperatura zespołu wrzecionowego wpływa na opory ruchu łożyska, jednak w żadnej z dotychczasowych publikacji nie przedstawiono jak duże znaczenie mają jej zmiany w przypadku oporów od tarcia tocznego i zjawiska spinu. W związku z powyższym głównym celem badań cieplnych jest określenie wpływu temperatury (odkształceń cieplnych) na moment oporu ruchu łożyska skośnego.

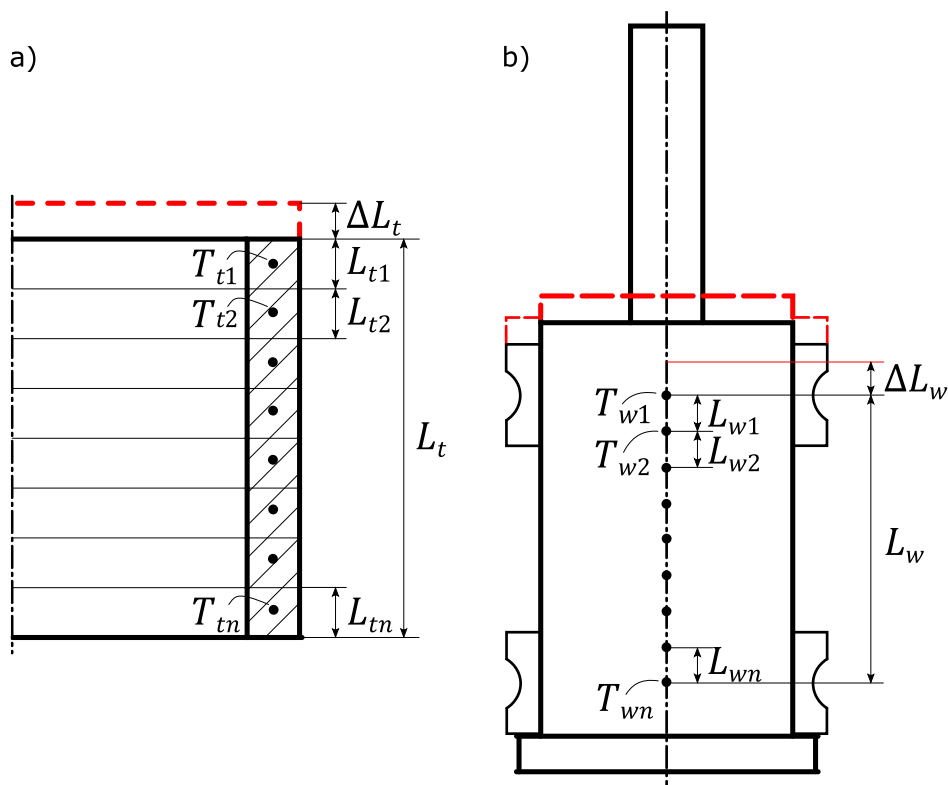
Niniejszy rozdział przedstawia sposób podejścia do zagadnienia modelowania pola temperatury metodą elementów skończonych. Do modelowania źródła ciepła (mocy traconej w łożysku) wykorzystano analityczny model sił kontaktowych rozszerzony o promieniowe, sprężyste odkształcenia ruchomego pierścienia oraz odkształcenia cieplne łożyska, wałka i tulei dystansowej między łożyskami. Największą uwagę poświęcono stanowi ustalonemu cieplnie, niemniej jednak możliwe jest modelowanie stanów nieustalonych [87].

Przeprowadzone zostały symulacyjne badania MES rozkładu pola temperatury w środowisku Ansys, które następnie poddano weryfikacji doświadczalnej. Do badań wykorzystano stanowisko do pomiarów momentu oporu ruchu łożysk B7007-E-T-P4S z rys. 7.1.

8.1. Sprężony model cieplno-mechaniczny

W literaturze dotyczącej modelowania właściwości cieplnych elektrowrzcioń przyjęło się pojęcie modelu cieplno-mechanicznego (z ang. *thermo-mechanical*) [22,87]. Idea tego podejścia do zagadnienia polega na sprzężeniu wyników analizy MES (temperatury) z analitycznym modelem strat mocy w łożyskach [5,24,87]. Wyznaczona wartość temperatury jest wykorzystywana do obliczenia nowej wartości momentu oporu. Sprzężenie modelu analitycznego strat mocy w łożysku z analizą MES wymaga iteracyjnego rozwiązania, tj. wykonania kolejnych kroków aż do uzyskania zbieżności temperatury z poprzednim krokiem iteracji. Do badań przyjęto przypadek sztywnego napięcia wstępnego, dla którego odkształcenia cieplne wału i pierścienia dystansowego pomiędzy łożyskami mają większe znaczenie niż w przypadku sprężystego napięcia wstępnego [4,24,87].

Siły kontaktowe, niezbędne do analitycznego wyznaczenia momentu oporu od tarcia tocznego i zjawiska spinu, wyznaczono w oparciu o zależności przedstawione w rozdziale 4.5. Model poszerzono dodatkowo o odkształcenia cieplne łożyska oraz wału i pierścienia dystansowego pomiędzy łożyskami. Na rys. 8.1 w sposób schematyczny przedstawiono pierścień dystansowy i wał stanowiska badawczego z rys. 7.1 podzielone na odcinki, którym przypisano wartości temperatury T_{tn} i T_{wn} .



Rys. 8.1. Podział na odcinki: a) pierścienia dystansowego, b) wału

Analityczne wyznaczenie osiowych przemieszczeń wału i pierścienia dystansowego wymaga ich podziału na odcinki, których wydłużenia można rozpatrzeć oddzielnie. Konieczność podziału tych elementów wynika z niejednorodnego rozkładu pola temperatury. Temperatura w charakterystycznych punktach wyznaczona została przy pomocy metody elementów skończonych dla stanu ustalonego cieplnie. Im mniejsze długości odcinków L_{tn} i L_{wn} , tym uzyskane wyniki dokładniejsze. Przyrost długości elementów wyznaczyć można na podstawie:

$$\begin{aligned}\Delta L_t &= \sum_{i=1}^n \alpha L_{tn} (T_{tn} - T_{t0}) \\ \Delta L_w &= \sum_{i=1}^n \alpha L_{wn} (T_{wn} - T_{w0})\end{aligned}\quad (8.1)$$

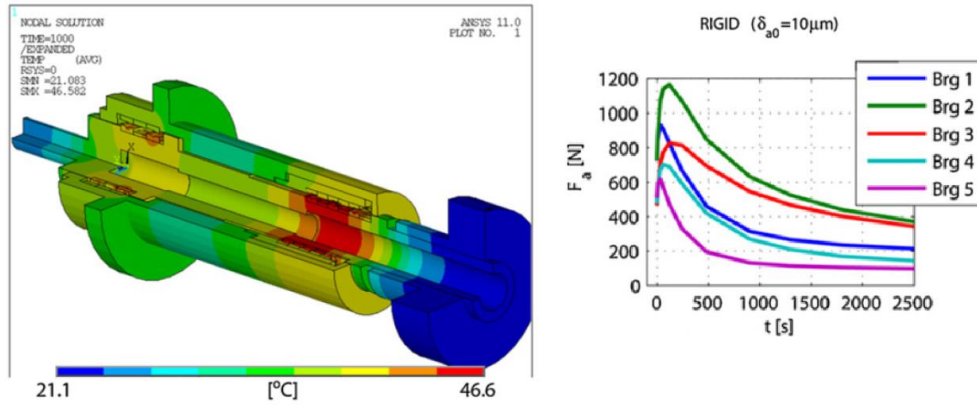
gdzie: ΔL_t – przyrost długości tulei dystansowej,
 ΔL_w – przyrost długości wałka,
 α – współczynnik rozszerzalności cieplnej,
 T_{tn}, T_{t0} - temperatura tulei dla określonej prędkości obrotowej n obr/min
i $n = 0$ obr/min.

T_{wn} i T_{w0} – temperatura wału dla określonej prędkości obrotowej n obr/min i $n = 0$ obr/min.

W zależności od zastosowanego układu montażu łożysk („O” czy „X”) w wyniku powstających osiowych odkształceń cieplnych względna wartość przemieszczenia pierścieni może być dodatnia lub ujemna [22,59,87]. W symulacji założono, że łożyska osadzone są w układzie „O”, takim jak podczas badań doświadczalnych. Wartość względnego osiowego przemieszczenia pierścieni w łożysku można wyznaczyć po wstawieniu zależności (8.1) do (2.15):

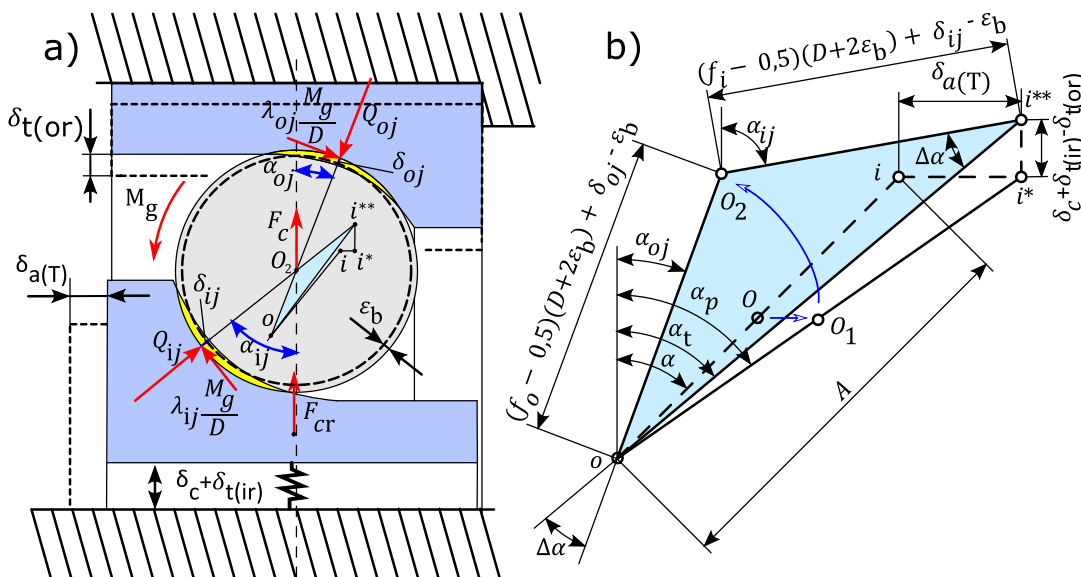
$$\delta_{a(T)} = \delta_a - \sum_{i=1}^n \alpha L_{wn} (T_{wn} - T_{w0}) / 2 + \sum_{i=1}^n \alpha L_{tn} (T_{tn} - T_{t0}) / 2 \quad (8.2)$$

W przypadku układu łożysk „O” zmiana względnego położenia pierścieni łożyska spowodowana odkształceniami cieplnymi może prowadzić do zmniejszenia wypadkowej siły osiowej działającej na łożysko. Na rys. 8.2 przedstawiono zaczerpnięty z pracy [22] czasowy przebieg zmian osiowej siły łożysk dla sztywnego napięcia wstępnego badanego przez autorów wrzeciona. Tak duży spadek osiowej siły może znacząco wpłynąć na moment oporu ruchu łożyska.



Rys. 8.2. Przykładowe wyniki badań pola temperatury wrzeciona i zmian siły osiowej łożysk dla sztywnego napięcia wstępnego [22]

W wyniku zwiększenia temperatury promieniowy wymiar pierścienia wewnętrznego łożyska ulega zwiększeniu o $\delta_{t(ir)}$. Wyniki wstępnych symulacji odkształceń cieplnych na stanowisku badawczym wykazały, że pierścień zewnętrzny również zwiększa promieniowy wymiar o $\delta_{t(or)}$ na skutek wzrostu temperatury. Wzrost temperatury powoduje zatem zmianę promieniowego położenia środków krzywizn obu bieżni, którą każdorazowo wyliczano z zależności (2.16). Średnica kulki zwiększa się o $2\varepsilon_b$ na skutek wzrostu temperatury. Jej wymiar wyznaczano na podstawie zależności (2.17). Wszystkie uwzględnione odkształcenia cieplne ujęte zostały w modelu analitycznym w ramach warunku geometrycznego. Na rys. 8.3 przedstawiono stan obciążenia pojedynczej kulki łożyska oraz położenie środków krzywizn bieżni wewnętrznej i zewnętrznej oraz kulki dla prędkości $n > 0$ obr/min z uwzględnieniem przemieszczeń wywołanych wzrostem temperatury.



Rys. 8.3. Rozszerzony model kontaktowy łożyska dla odkształcenia wstępnego δ_a i prędkości obrotowej łożyska $n > 0$ obr/min uwzględniający odkształcenia cieplne (na podstawie [14])

Postać warunku geometrycznego dla takich założeń jest opisana zależnością (8.3).
Odległość $|oi^{**}|$ można wyznaczyć na podstawie (8.4).

$$\begin{aligned} & \left[(f_i - 0,5) \cdot (D + 2\varepsilon_b) + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} - \varepsilon_b \right]^2 + \left[(f_o - 0,5) \cdot (D + 2\varepsilon_b) + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} - \varepsilon_b \right]^2 - \\ & - 2 \cdot \left[(f_i - 0,5)D + \left(\frac{Q_{ij}}{K_{ij}} \right)^{\frac{2}{3}} - \varepsilon_b \right] \cdot \left[(f_o - 0,5)D + \left(\frac{Q_{oj}}{K_{oj}} \right)^{\frac{2}{3}} - \varepsilon_b \right] \cdot \\ & \cdot \cos(180^\circ - 2 \cdot \Delta\alpha) = |oi^{**}|^2 \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$|oi^{**}| = \sqrt{(A \sin \alpha + \delta_{a(T)})^2 + (A \cos \alpha + \delta_c + \delta_{t(ir)} - \delta_{t(or)})^2} \quad (8.4)$$

Równania równowagi sił działających na kulkę są takie same jak w przypadku modelu z rozdziału 4.5 (zależności (8.5) i (8.6)), przy czym podczas wyliczania kątów działania łożyska należy wziąć pod uwagę uproszczenie Liao (8.7) i odkształcenia cieplne (8.8).

$$Q_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \cos \alpha_{ij} - Q_{oj} \cdot \sin \alpha_{oj} + \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \cos \alpha_{oj} = 0 \quad (8.5)$$

$$F_c + Q_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \cdot \cos \alpha_{oj} - \lambda_{oj} \frac{M_g}{D} \cdot \sin \alpha_{oj} = 0 \quad (8.6)$$

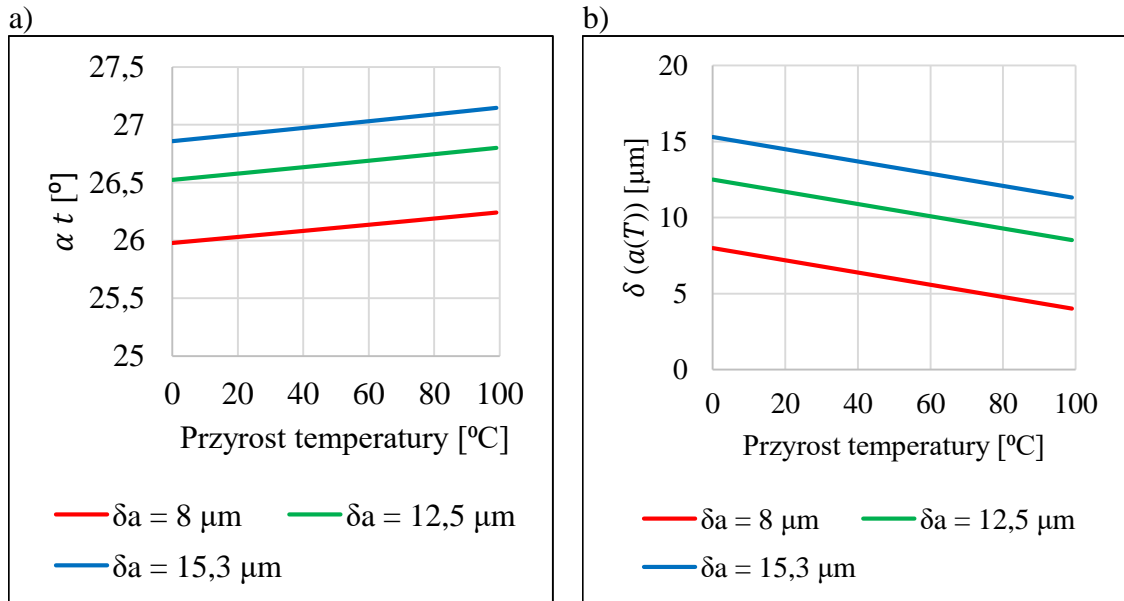
$$\alpha_{ij} = \alpha_t + \Delta\alpha \quad (8.7)$$

$$\alpha_{oj} = \alpha_t - \Delta\alpha$$

$$\alpha_t = \arctg \frac{A \sin \alpha + \delta_{a(T)}}{A \cos \alpha + \delta_c + \delta_{t(ir)} - \delta_{t(or)}} \quad (8.8)$$

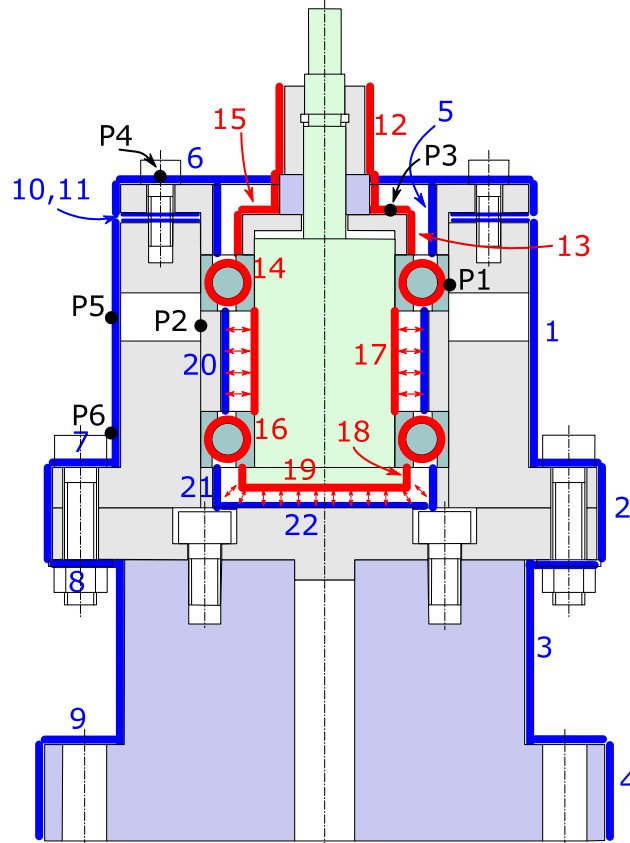
Rozwiązanie układu równań (8.3), (8.5) i (8.6) umożliwia wyznaczenie kątów działania i sił kontaktowych.

Na podstawie powyższych zależności przeprowadzono wstępne badania wpływu temperatury na kąt działania α_t i względne przemieszczenie osiowe pierścieni łożyska $\delta_{a(T)}$ (wyniki przedstawiono na rys. 8.4). Założono, że łożysko równomiernie się nagrzewa, prędkość obrotowa wynosi $n = 0$ obr/min i, że para łożysk jest montowana w układzie „O” (takim jak w dalszych badaniach). Zgodnie z doniesieniami literaturowymi [4,22,87] zwiększenie temperatury powoduje w takim układzie montażu zmniejszenie względnego wzajemnego przemieszczenia osiowego pierścieni łożyska (rys. 8.4b), natomiast kąt działania rośnie (rys. 8.4a).



Rys. 8.4. Wpływ zwiększenia temperatury łożyska B7007-E-T-P4S na: a) kąt działania α_t , b) względne przemieszczenie osiowe pierścieni

Modelowanie pola temperatury na drodze symulacji MES wymaga przypisania wszystkim powierzchniom zewnętrznym odpowiednich współczynników konwekcji [25,64,87]. Na rys. 8.5 przedstawiono w sposób schematyczny stanowisko badawcze z wyszczególnionymi powierzchniami, do których przypisano konwekcję.



Rys. 8.5. Schemat stanowiska badawczego z wyszczególnionymi powierzchniami z przypisaną konwekcją w symulacji MES

Kolorem niebieskim oznaczono powierzchnie, którym przypisano konwekcje swobodne, natomiast kolorem czerwonym konwekcje wymuszone (rys. 8.5). Przyjęcie na wirujących powierzchniach, że ciepło oddawane jest do otoczenia na drodze konwekcji wymuszonej jest konieczne ze względu na duże prędkości obrotowe pierścieni. Konwekcję przypisano również powierzchniom wewnętrznym [13,54,85,102]. Do określenia wartości współczynnika konwekcji wykorzystuje się liczbę Nusselta [24], która jest liczbą podobieństwa. Liczbę Nusselta określa ogólna zależność [52]:

$$Nu = \frac{\theta l}{\chi_p} \quad (8.9)$$

gdzie: θ - współczynnik przejmowania ciepła (konwekcji) w $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$,
 l - wymiar charakterystyczny,
 χ_p - współczynnik przewodzenia ciepła płynu w $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$.

W dostępnej literaturze można znaleźć zależności na wyznaczenie liczby Nusselta w zależności od położenia powierzchni czy też jej kształtu (powierzchnia płaska, walcowa). Wszystkie zastosowane zależności na wyznaczenie liczb Nusselta dla poszczególnych powierzchni na stanowisku badawczym zebrano w tabelicy 8.1.

Tab. 8.1. Zastosowane zależności na wyznaczenie liczb Nusselta

Lp	Liczba Nusselta	Powierzchnie (rys. 8.5)	wg
(8.10)	$Nu_L = \left[\frac{Pr}{2,435 + 4,884 \cdot Pr^{0,5} + 4,953 \cdot Pr} \right]^{0,25} \cdot (Ra_L)^{0,25}$	1, 2, 3, 4, 5, 20, 21	[52]
(8.11)	$Nu_L = 0,27 \cdot (Ra_L)^{0,25}$	6, 7, 9, 10, 22	[52]
(8.12)	$Nu_L = 0,54 \cdot (Ra_L)^{0,25}$	8, 11	[52]
(8.13)	$Nu = 0,11 \cdot [Pr \cdot 0,5 \cdot Re^2 + Gr]^{0,35}$	12, 13, 17, 18	[6]
(8.14)	$Nu = 0,33 \cdot Re^{0,5}$	15, 19	[6]
(8.15)	$Nu = 0,33 \cdot Re_D^{0,5} \cdot Pr^{0,4}$	14, 16	[18]

Wyznaczenie liczb Nusselta wymaga często wyliczenia innych liczb podobieństwa takich jak: liczba Rayleigha (Ra), Reynoldsa (Re) czy Grashofa (Gr), odpowiednie zależności można znaleźć w dostępnej literaturze np. w [52]. W każdym przypadku konwekcji wymuszonej konieczne jest określenie liczby Reynoldsa, czyli bezwymiarowej liczby podobieństwa opisującej przepływ czynnika. Liczbę Reynoldsa można wyznaczyć na podstawie zależności (8.16) [52], w której V jest liniową prędkością

danej powierzchni, l wymiarem charakterystycznym, a ν_p lepkością kinematyczną płynu (w tym przypadku powietrza). Liczbę Reynoldsa dla wirującej kulki (Re_D) można wyznaczyć z zależności podanej przez Harrisa (8.17) [18], w której ω_R to prędkość wirowania kulki wokół własnej osi.

$$Re = \frac{V \cdot l}{\nu_p} \quad (8.16)$$

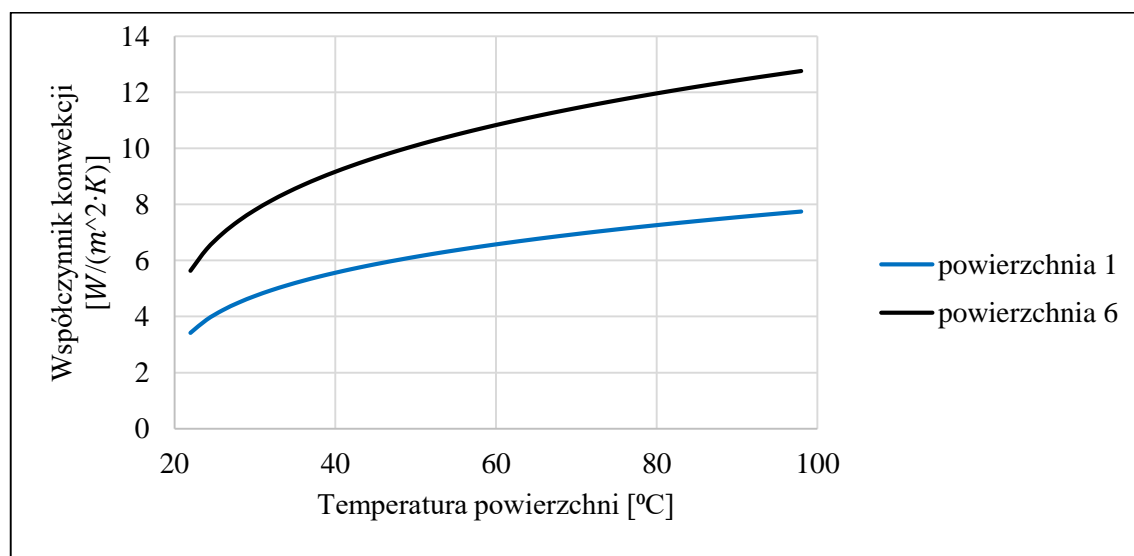
$$Re_D = \frac{\omega_R D^2}{\nu_p} \quad (8.17)$$

Wartość współczynnika konwekcji swobodnej zależy w dużym stopniu od różnicy temperatury danej powierzchni i otoczenia, co wynika z liczby Rayleigha (8.18) [52].

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{\zeta g (T_p - T_{ot}) \cdot L^3}{\nu_p \cdot \psi} \quad (8.18)$$

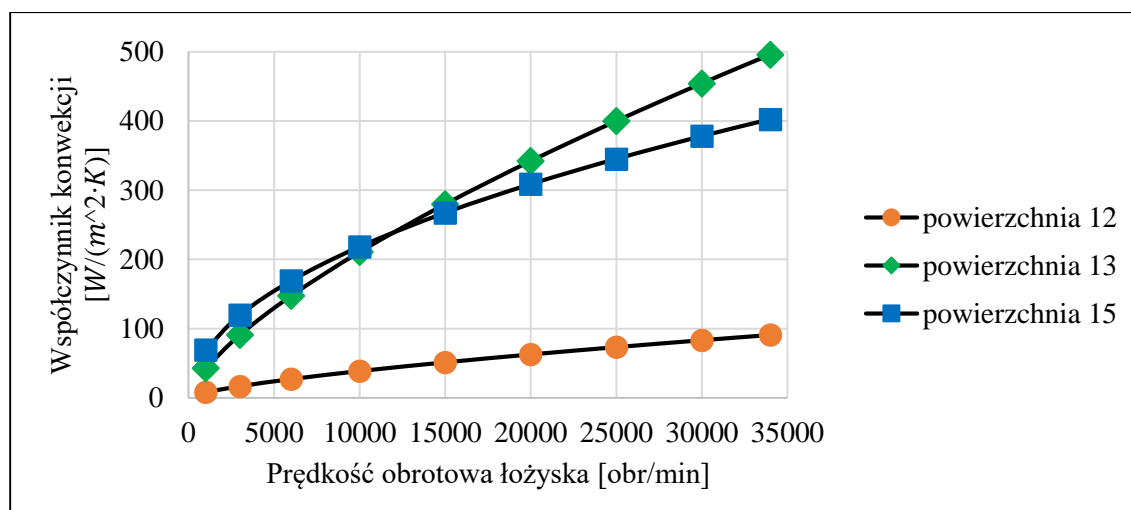
gdzie: ζ – tzw. współczynnik rozszerzalności płynu, dla gazu idealnego $\zeta = \frac{1}{T}$,
 g – przyspieszenie ziemskie,
 T_p, T_{ot} – temperatura powierzchni, temperatura otoczenia,
 L – wymiar charakterystyczny w $[m]$,
 ν_p – lepkość kinematyczna płynu w $\left[\frac{m^2}{s}\right]$,
 ψ – tzw. współczynnik wyrównania temperatur płynu w $\left[\frac{m^2}{s}\right]$.

Na podstawie tablicy 8.1 oraz zależności (8.9) wyznaczono wartości współczynników konwekcji swobodnej dla wszystkich powierzchni na stanowisku. Wraz ze wzrostem temperatury powierzchni, do otoczenia oddawana jest coraz większa ilość ciepła. Na rys. 8.6 zamieszczono przykładowe wartości współczynników konwekcji swobodnej w zależności od temperatury powierzchni dla temperatury otoczenia 20 °C.



Rys. 8.6. Współczynnik konwekcji swobodnej powierzchni 1 i 6 (rys. 8.5) w funkcji temperatury

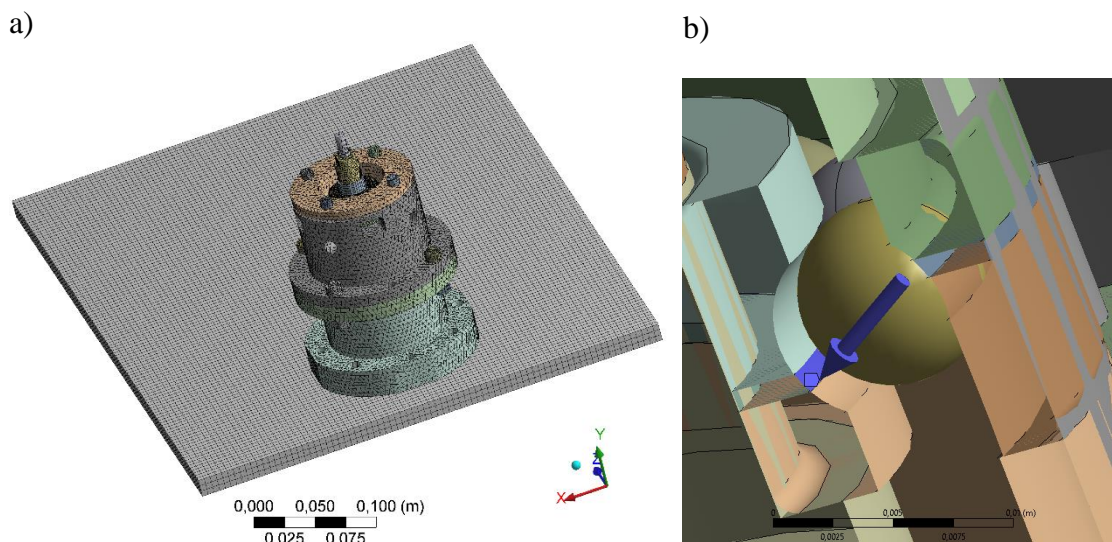
Współczynnik konwekcji wymuszonej istotnie zależy od liniowej prędkości względnej powierzchni w stosunku do nieruchomego otoczenia. Na rys. 8.7 zamieszczono wyniki obliczeń wpływu prędkości obrotowej łożyska na wielkość współczynników konwekcji wymuszonej przykładowych powierzchni (przy ich temperaturze wynoszącej 40 °C).



Rys. 8.7. Wpływ prędkości obrotowej na wartość współczynnika konwekcji wymuszonej powierzchni 12, 13 i 15 (zgodnie z rys. 8.5)

Konwekcja wymuszona w stosunku do konwekcji swobodnej cechuje się znacznie większą intensywnością przenoszenia ciepła do otoczenia. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że wartość współczynnika konwekcji wymuszonej nie zależy w dużym stopniu od różnicy temperatury powierzchni i otoczenia. Dla znacznych prędkości obrotowych wartość tego współczynnika jest praktycznie taka sama niezależnie od różnicy temperatury, niemniej wyznaczono jego wartości podobnie jak dla przypadku konwekcji swobodnej.

W celu modelowania pola temperatury przygotowany został model CAD stanowiska badawczego. Do modelu stanowiska dołączono stalową płytę stanowiącą podstawę (tak jak w stanowisku badawczym) o stosunkowo dużej powierzchni i pojemności cieplnej. Dla powierzchni płyty wyznaczono wartości współczynnika konwekcji swobodnej. Przyjęto, że wielkość odkształcenia wstępnego łożysk będzie wynosiła $\delta_a = 8,4 \mu m$ i $\delta_a = 10,5 \mu m$. Symulacje rozptyłu ciepła i pola temperatury w stanie ustalonym przeprowadzono w oprogramowaniu Ansys 13. Na model CAD nałożono siatkę elementów skończonych w postaci czworościanów (*tetrahedrons*) o różnej wielkości (od 0,5 do 2 mm) w zależności od geometrii i wielkości elementu dyskretyzowanego. Na rys. 8.8a przedstawiony został model stanowiska z nałożoną siatką elementów skończonych.



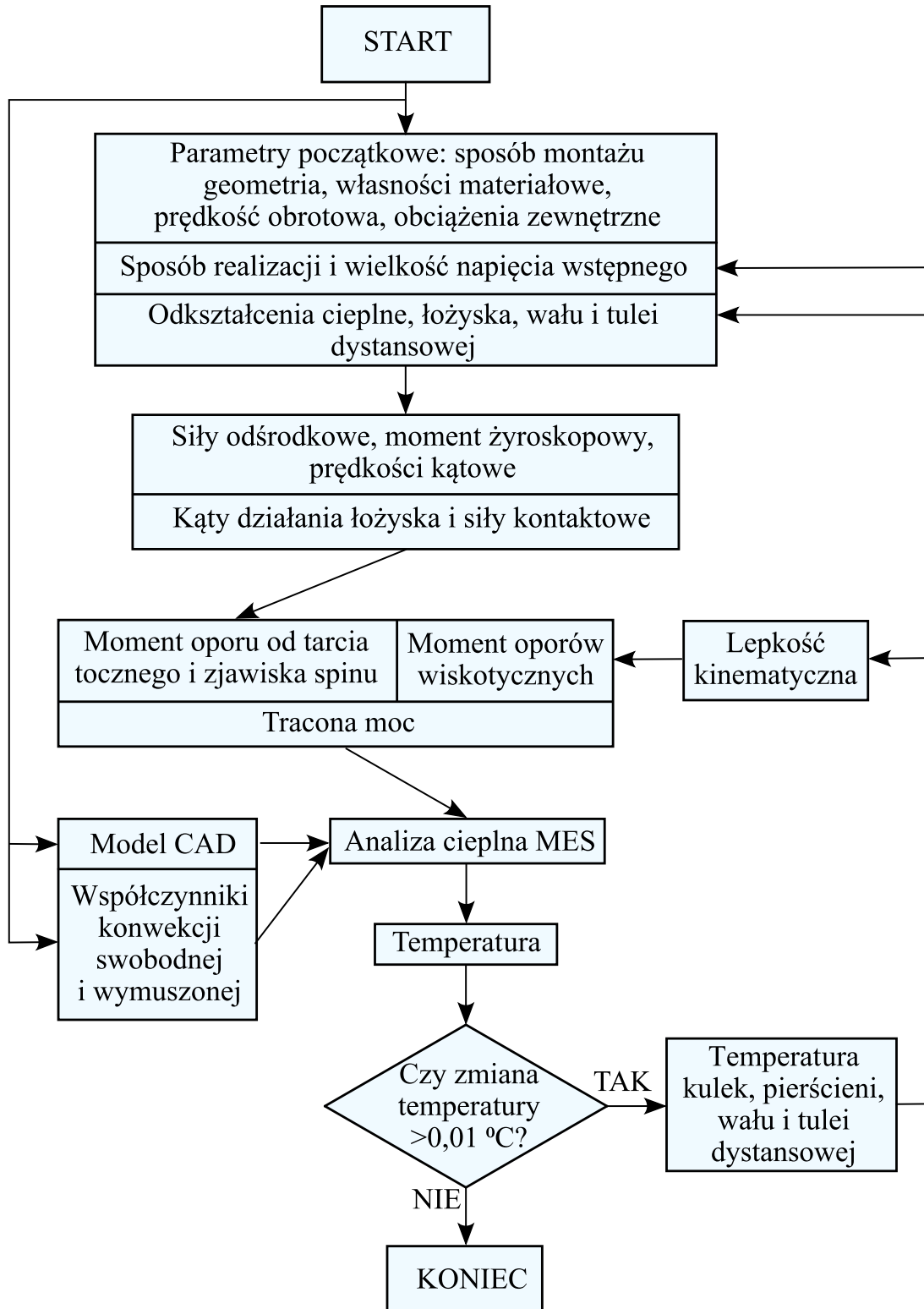
Rys. 8.8. Model MES stanowiska badawczego: a) z nałożoną siatką elementów skończonych, b) sposób przypisania źródła ciepła do bieżni łożyska

Zgodnie z rys. 8.5 przypisano powierzchniom odpowiednie współczynniki konwekcji w funkcji ich temperatury. Ciepło między zamkniętymi powierzchniami jest przenoszone przez płyn jaki się tam znajduje, dlatego utworzono kontakty cieplne pomiędzy powierzchniami wewnętrznymi (na rys. 8.5 oznaczono symbolicznie czerwonymi strzałkami najbardziej istotne kontakty). Kontakt cieplny wiązał ze sobą powierzchnie tak, że współczynnik oporu cieplnego między nimi był zerowy.

Do modelowania źródła ciepła w symulacji MES przyjęto modele oporów ruchu zastosowane wcześniej, tj. zależność (5.9). Współczynnik tarcia tocznego, ślizgowego i współczynnik f_o potrzebny do wyznaczenia momentu oporów wiskotycznych przyjęto na podstawie doświadczalnych badań momentu oporu ruchu łożyska dla sztywnego sposobu napięcia wstępnego (rozdział 7.3). Wartości poszczególnych współczynników wynoszą: $f_{kj} = 0,0011$, $\mu = 0,015$ i $f_o = 0,4$.

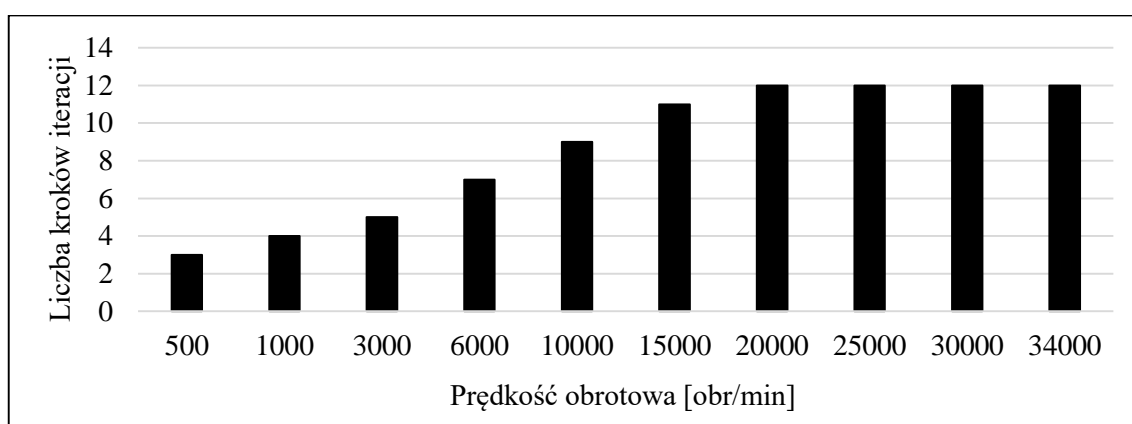
Źródło ciepła w symulacji podzielono na obie bieżnie – moc odpowiadającą tarcia tocznemu i zjawisku spinu podzielono na podstawie zależności analitycznych, natomiast moc odpowiadającą tarcia wiskotycznemu podzielono równo na obie bieżnie. Źródło ciepła przypisano do powierzchni na bieżniach łożyska o szerokości, w przybliżeniu, dwóch dłuższych długości półosi elipsy odkształcenia kontaktowego (2a) z wykorzystaniem narzędzia *heat flow* (rys. 8.8b). Przy założeniu hipotezy kontrolowanej bieżni zewnętrznej ciepło powstałe na skutek zjawiska spinu wydziela się tylko na bieżni wewnętrznej (zgodnie z zależnością (5.6)). Dla tej hipotezy prędkość kątowa spinu na bieżni zewnętrznej $\omega_{so} = 0$.

Wielkość oporów ruchu łożyska, a tym samym traconej mocy zależna jest od temperatury, która wpływa na lepkość kinematyczną oleju bazowego smaru oraz na odkształcenia cieplne. Ogólny tok postępowania przy modelowaniu pola temperatury przedstawiono schematycznie na rys. 8.9.



Rys. 8.9. Tok postępowania modelowania pola temperatur

Po przeprowadzonej symulacji odczytywano temperaturę z kilkudziesięciu punktów – kulek, pierścienia zewnętrznego i wewnętrznego łożyska oraz punktów wzdłuż osi wału i ścianki tulei dystansowej. Wartości odczytanej temperatury były następnie wykorzystane do ponownego wyznaczenia mocy traconej w łożysku, przez uwzględnienie lepkości kinematycznej, wydłużenia wału i tulei dystansowej oraz zmiany promieniowych wymiarów pierścieni łożyska i średnicy kulki. Procedurę powtarzano aż do uzyskania stanu, w którym wartości temperatury na stanowisku ulegały nieznaczącym zmianom pomiędzy kolejnymi krokami iteracji [87]. Założono, że wartością graniczną będzie zmiana temperatury mniejsza od 0,01 °C. Liczba kroków takiego iteracyjnego sposobu rozwiązania była zależna od wartości badanej prędkości obrotowej (rys. 8.10).



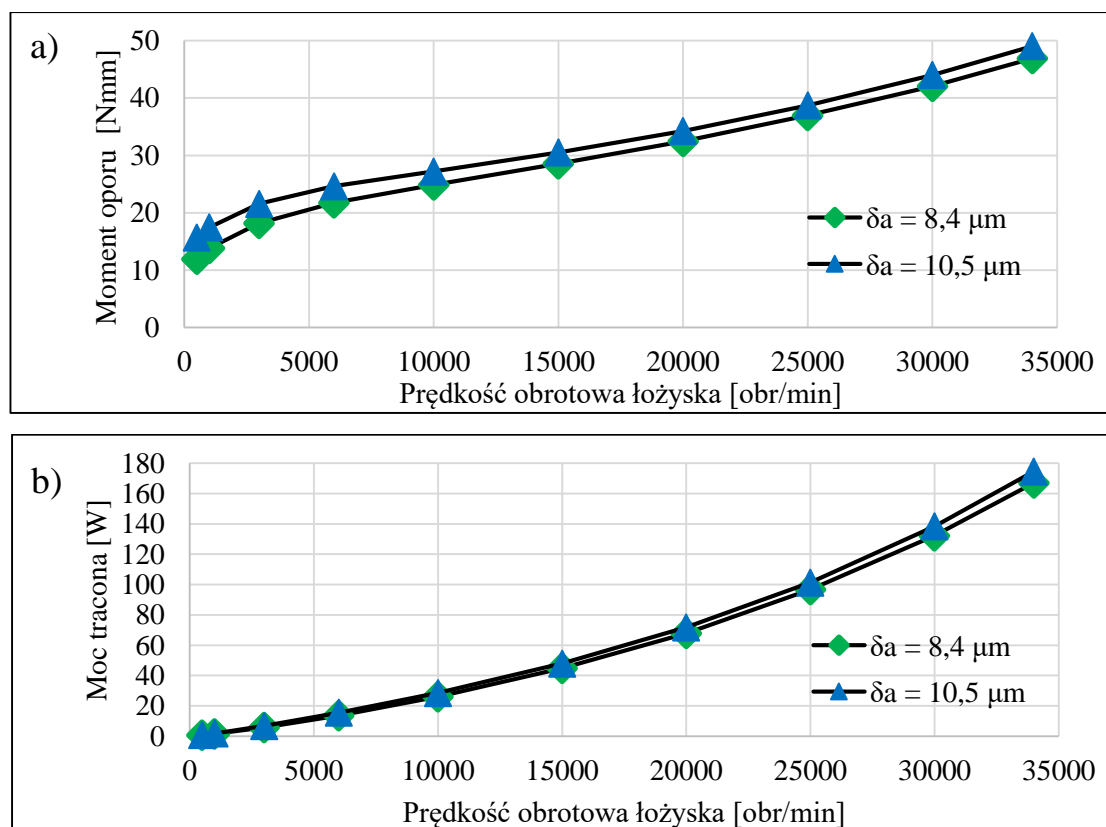
Rys. 8.10. Liczba kroków iteracji w zależności od prędkości obrotowej

Po ostatnim kroku iteracji dla danej prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego odczytywano temperaturę z interesujących punktów stanowiska, tj. punktów, w których temperatura była mierzona w ramach badań doświadczalnych. Były to punkty oznaczone na rys. 8.5: P1 – pierścień zewnętrzny łożyska, P2 – tuleja dystansowa między łożyskami, P3 – element dociskający łożyska, P4, P5 i P6 – punkty na korpusie stanowiska. Wyniki badań doświadczalnych przedstawione zostaną w rozdziale 9.

8.2. Wyniki cieplnych badań symulacyjnych

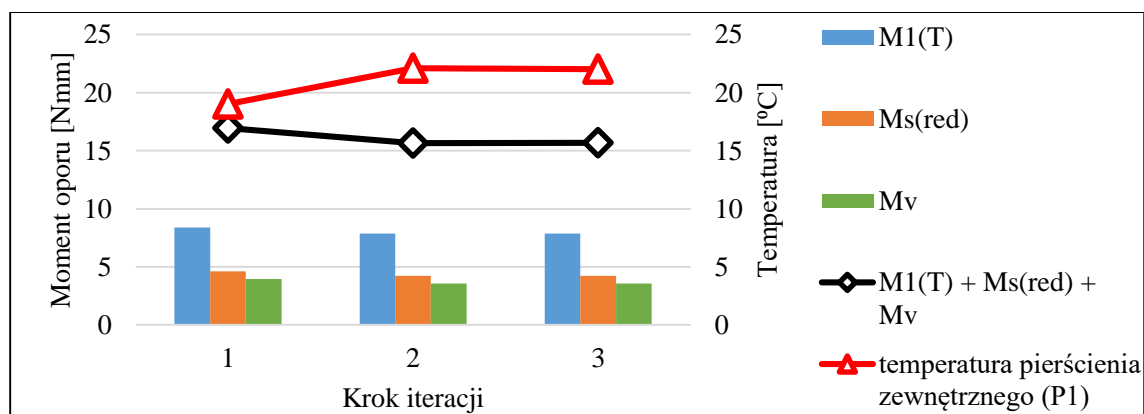
Zgodnie z przedstawioną metodyką przeprowadzono badania symulacyjne wpływu prędkości obrotowej na temperaturę w stanie ustalonym. W przeprowadzonych symulacjach cieplnych MES nie uwzględniono ruchu kulek wokół osi obrotu łożyska, co stanowi pewne uproszczenie, dlatego źródło ciepła przypisano na całej długości obu bieżni. W badaniach symulacyjnych przyjęto dwie wielkości odkształceń wstępnych: $\delta_a = 8,4 \mu m$ i $\delta_a = 10,5 \mu m$ oraz prędkości: 500, 1000, 3000, 6000, 10000, 15000, 20000, 25000, 30000 i 34000 obr/min.

Na rys. 8.11a przedstawiono wartości momentu oporu ruchu pojedynczego łożyska (wyznaczone z modelu (5.9)) w zależności od prędkości obrotowej po ostatnim kroku symulacji MES, tj. w stanie ustalonym cieplnie. Moc źródła ciepła, proporcjonalna do momentu oporu ruchu łożyska i jego prędkości kątowej, zmienia się nieliniowo w funkcji prędkości obrotowej łożyska (rys. 8.11b).

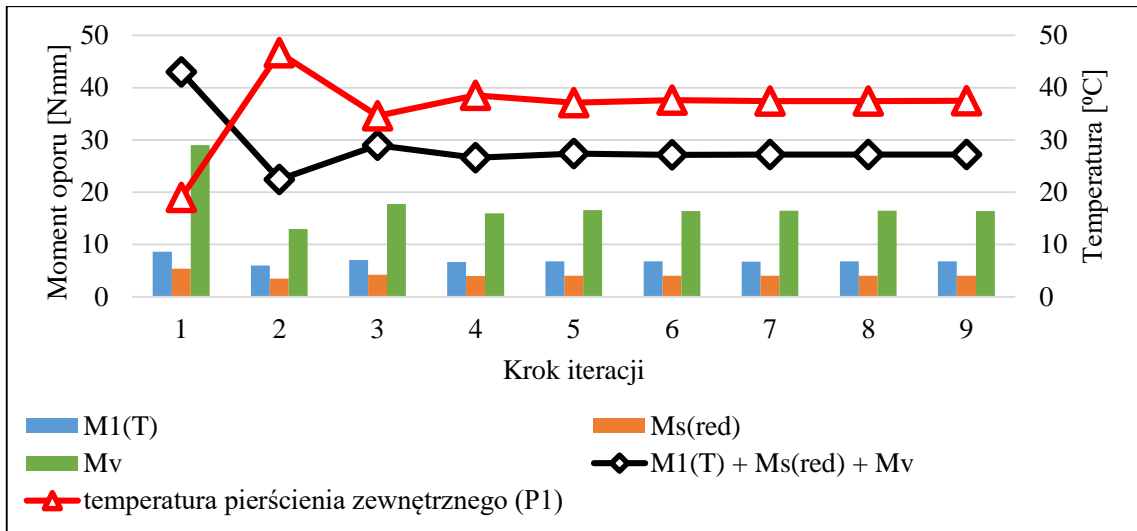


Rys. 8.11. Moment oporu ruchu (a) i moc tracona (b) łożyska B7007-E-T-P4S w funkcji prędkości obrotowej w stanie ustalonym cieplnie

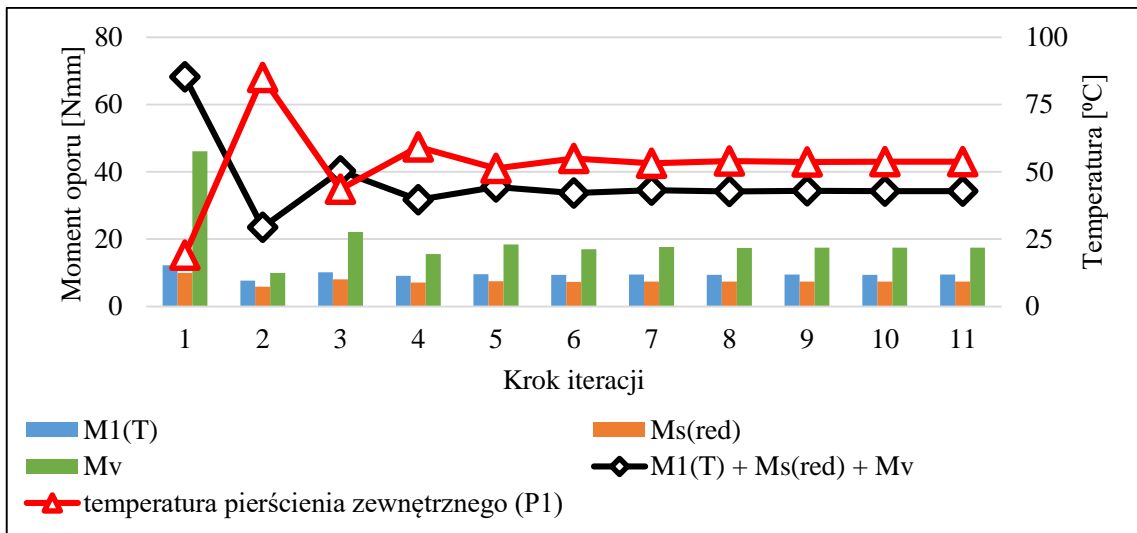
Na rys. 8.12 – 8.15 przedstawiono zmiany momentu oporu ruchu łożyska oraz temperaturę pierścienia zewnętrznego w poszczególnych krokach iteracji dla wybranych prędkości obrotowych przy odkształceniu wstępnym $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$.



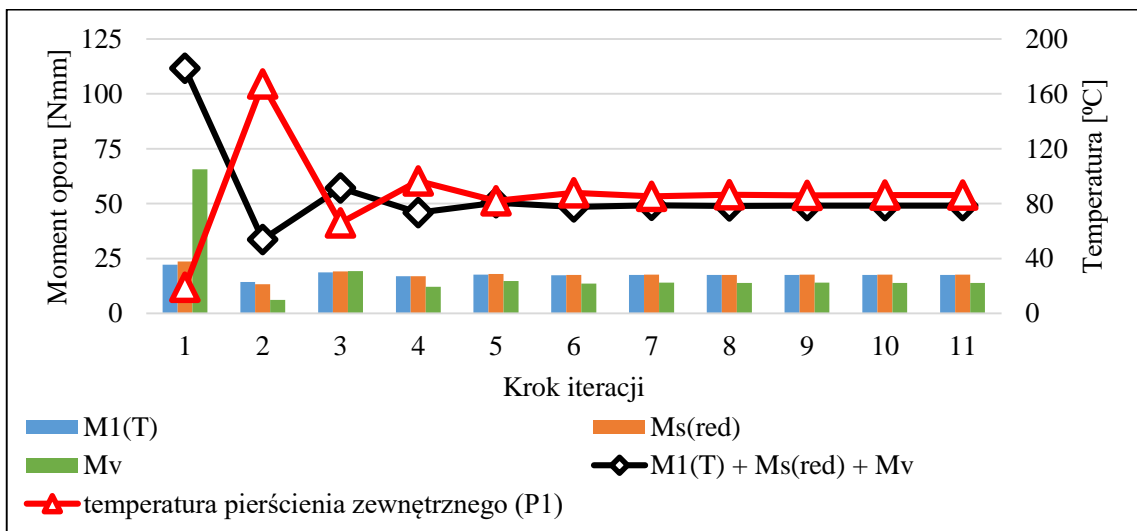
Rys. 8.12. Moment oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S i temperatura pierścienia zewnętrznego w poszczególnych krokach iteracji symulacji MES dla prędkości 500 obr/min ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)



Rys. 8.13. Moment oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S i temperatura pierścienia zewnętrznego w poszczególnych krokach iteracji symulacji MES dla prędkości 10000 obr/min ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)

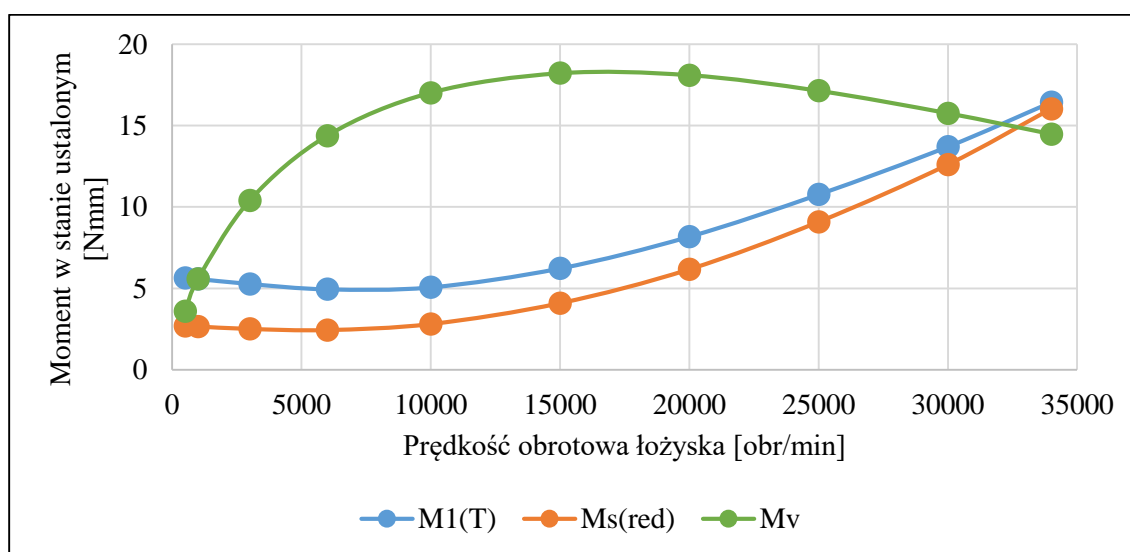


Rys. 8.14. Moment oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S i temperatura pierścienia zewnętrznego w poszczególnych krokach iteracji symulacji MES dla prędkości 20000 obr/min ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)

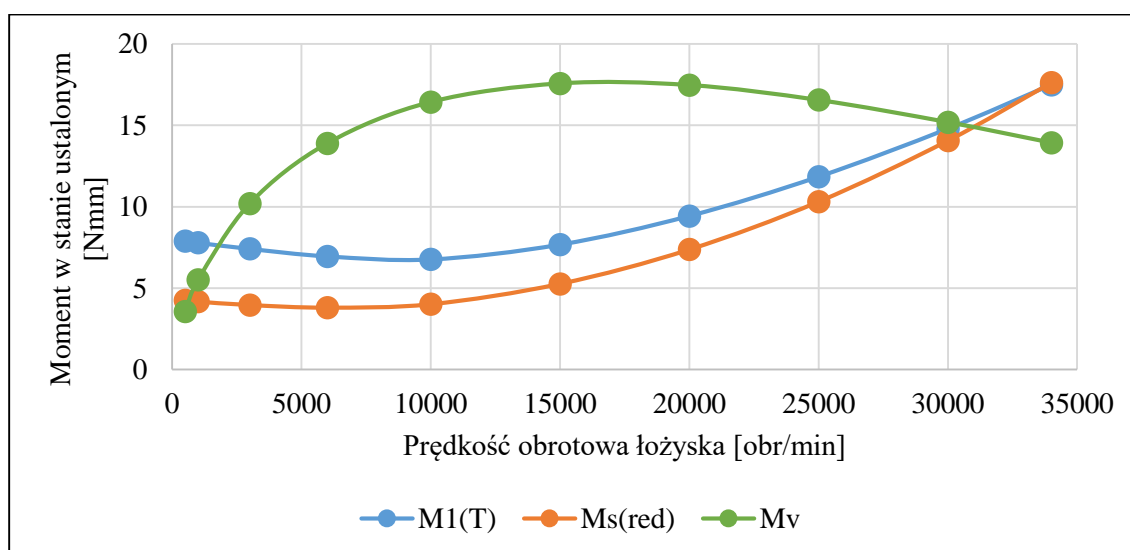


Rys. 8.15. Moment oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S i temperatura pierścienia zewnętrznego w poszczególnych krokach iteracji symulacji MES dla prędkości 34000 obr/min ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)

Wartości składników całkowitego momentu oporu ruchu łożyska (momentu od tarcia toczonego $M_{1(T)}$, zjawiska spinu $M_{s(red)}$ i oporów wiskotycznych M_v) w stanie ustalonym cieplnie pokazano na rys. 8.16 i 8.17. Zgodnie z tymi rysunkami największe znaczenie (>50% całkowitego momentu) dla prędkości 6000 do 20000 obr/min mają opory wiskotyczne M_v . W związku ze znacznym wzrostem temperatury w strefie kontaktu kulki z bieżnią łożyska moment M_v , pomimo zwiększających się prędkości, powyżej prędkości 20000 obr/min maleje. W całym przedziale badanych prędkości moment M_v był nieznacznie większy dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$, natomiast moment $M_{1(T)}$ oraz $M_{s(red)}$ był większy dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$.



Rys. 8.16. Wartości składowych momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S w stanie ustalonym cieplnie dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$

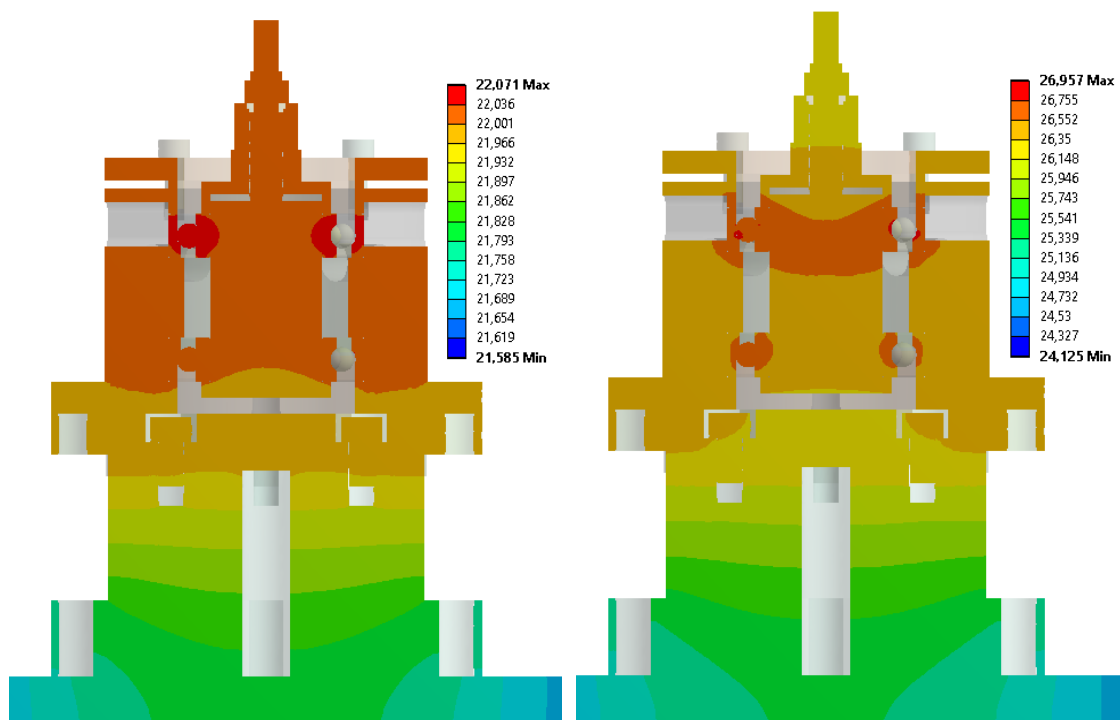


Rys. 8.17. Wartości składowych momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S w stanie ustalonym cieplnie dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$

Przykładowe wyniki badań MES rozkładu pola temperatury na stanowisku badawczym w stanie ustalonym cieplnie pokazano na rys. 8.18 i 8.19.

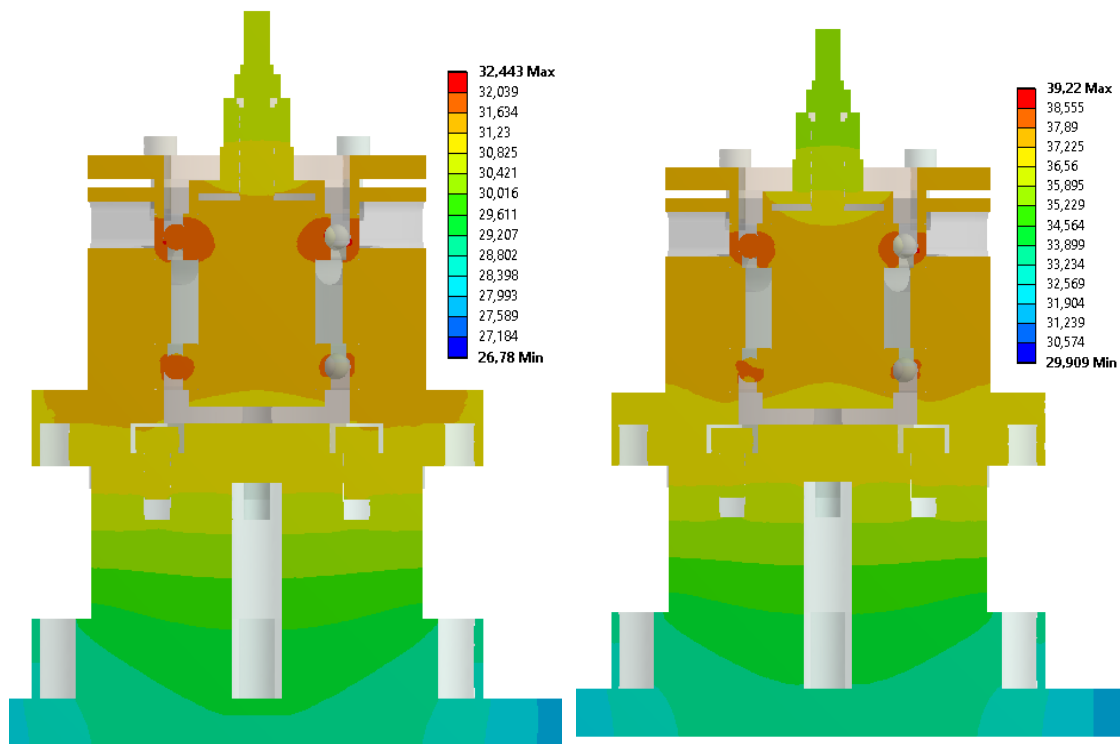
a) $n = 500 \text{ obr/min}$

b) $n = 3000 \text{ obr/min}$



c) $n = 6000 \text{ obr/min}$

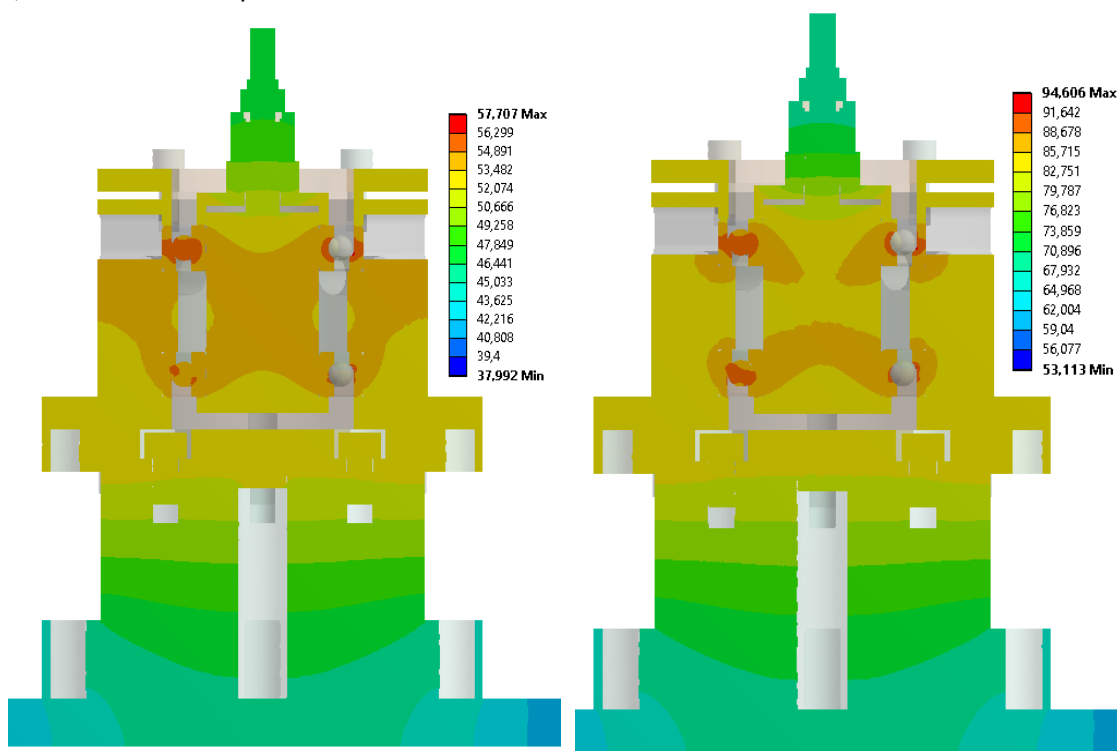
d) $n = 10000 \text{ obr/min}$



Rys. 8.18. Rozkład pola temperatury w przekroju stanowiska badawczego dla wybranych prędkości obrotowych ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)

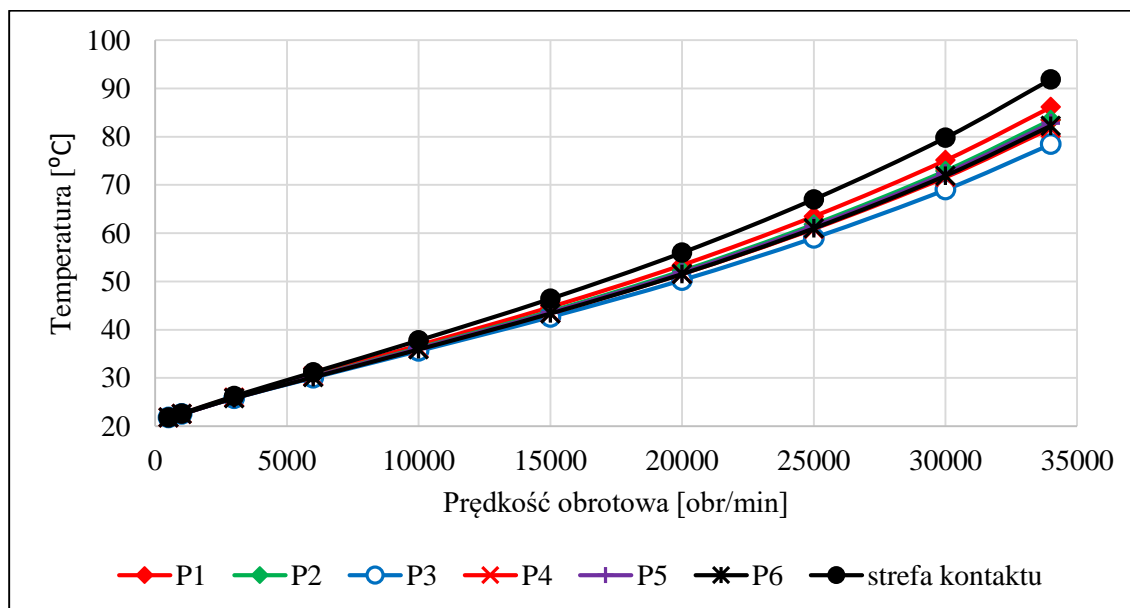
a) $n = 20000 \text{ obr/min}$

b) $n = 34000 \text{ obr/min}$

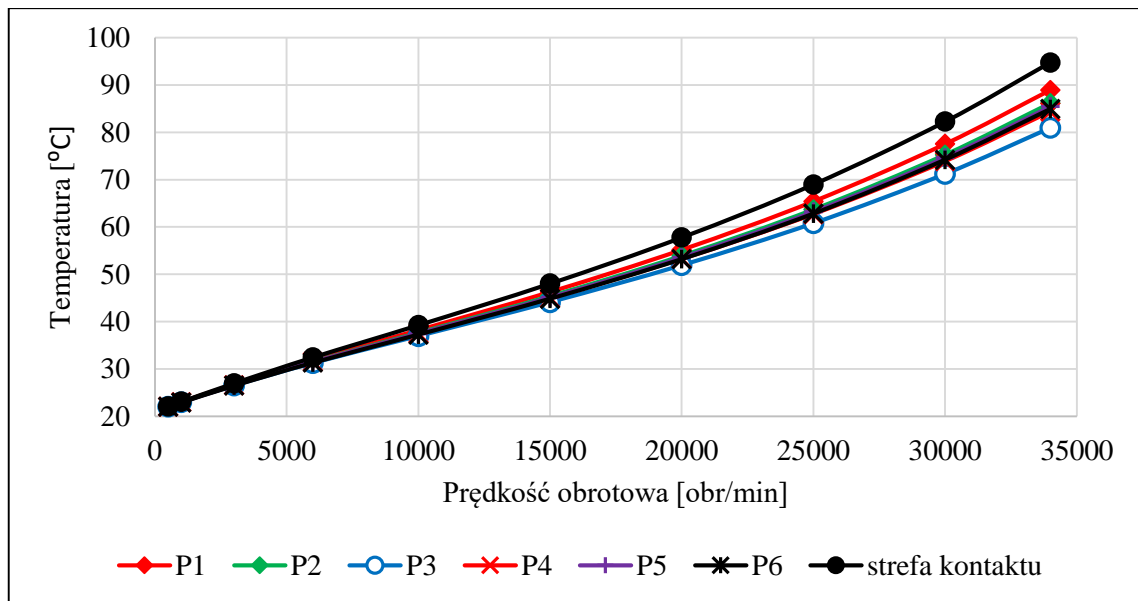


Rys. 8.19. Rozkład pola temperatury w przekroju stanowiska badawczego dla wybranych prędkości obrotowych ($\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$)

Wyniki badań temperatury wybranych punktów stanowiska badawczego zamieszczono na rys. 8.20 i 8.21. Oznaczenie punktów jest zgodne z rys. 8.5. Podobne przebiegi temperatury w funkcji prędkości można znaleźć np. w pracach [13,14,61].



Rys. 8.20. Wpływ prędkości obrotowej na temperaturę wybranych punktów na stanowisku badawczym w stanie ustalonym cieplnie dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$

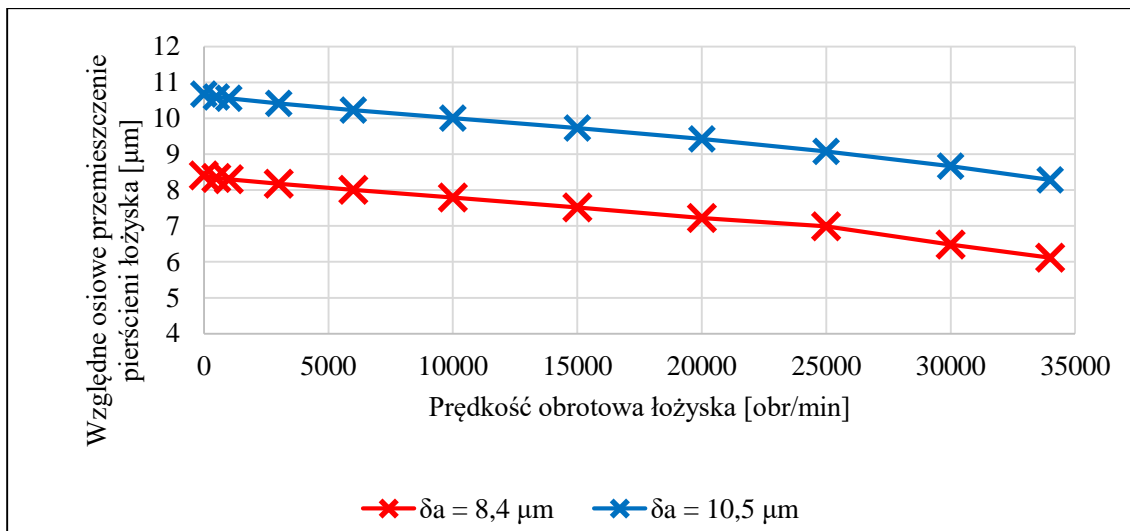


Rys. 8.21. Wpływ prędkości obrotowej na temperaturę wybranych punktów na stanowisku badawczym w stanie ustalonym cieplnie dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$

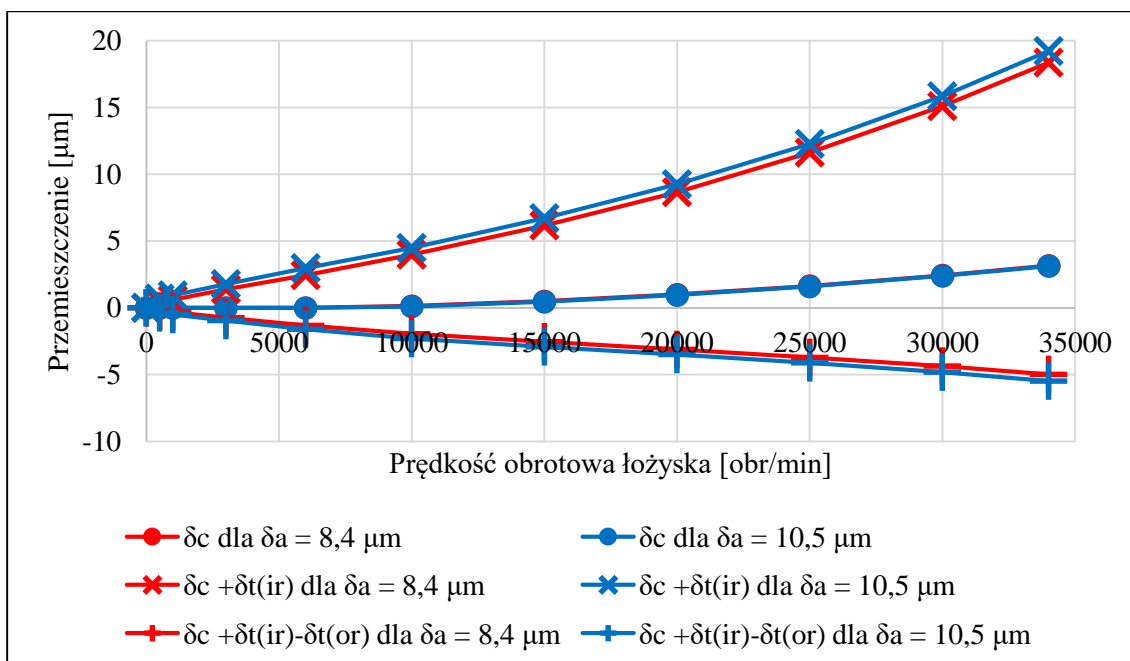
Dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ uzyskano nieco wyższe wartości temperatury niż dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$. Różnice są tym większe im większa prędkość obrotowa i sięgają, przykładowo, dla temperatury pierścienia zewnętrznego łożyska (punkt P1) ok. $2,8 \text{ }^\circ\text{C}$ dla maksymalnej prędkości. Ponadto wraz ze wzrostem prędkości obrotowej zauważalne jest zwiększenie różnic wartości temperatury w poszczególnych punktach stanowiska badawczego. Najwyższą temperaturę uzyskano w strefie kontaktu kulki z bieżnią. Różnica temperatury pomiędzy strefą kontaktu a pierścieniem zewnętrznym łożyska sięga dla maksymalnej prędkości ok. $5,8 \text{ }^\circ\text{C}$.

Wzrost temperatury prowadzi do pojawienia się odkształceń cieplnych wpływających na zmianę sił kontaktowych, a w konsekwencji momentu oporu od tarcia tocznego $M_{1(T)}$ i zjawiska spinu $M_{s(red)}$. Wartości przemieszczeń wywołanych odkształceniami cieplnymi w stanie ustalonym zamieszczono na rys. 8.22 i 8.23. Wartości przemieszczeń uzyskano na drodze obliczeń analitycznych na podstawie temperatury z symulacji MES.

Odształcenia cieplne powodują zmianę wzajemnych położeń środków krzywizn bieżni łożyska i są uwzględniane w warunku geometrycznym (patrz rys. 8.3). Wzajemne przemieszczenie osiowe pierścieni łożyska na skutek wzrostu temperatury ulega pewnemu spadkowi (rys. 8.22), co jest związane z układem montażu łożysk „O” i jest zgodne z doniesieniami literaturowymi, np. z prac [4,22,87].



Rys. 8.22. Zmiana osiowego przemieszczenia pierścieni łożyska B7007-E-T-P4S w stanie ustalonym cieplnie

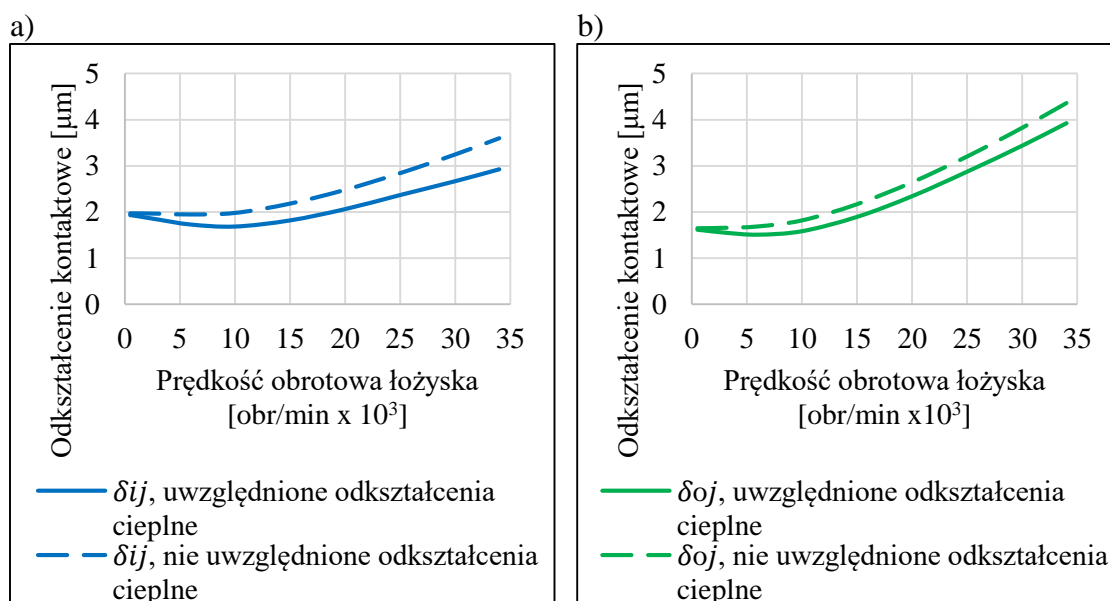


Rys. 8.23. Przemieszczenia wywołane odkształceniami cieplnymi w stanie ustalonym, gdzie: δ_c – odkształcenie pierścienia wewnętrznego na skutek sił odśrodkowych, $\delta_{t(ir)}$, $\delta_{t(or)}$ – odkształcenia pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego na skutek zmiany temperatury

Jeśli chodzi o promieniowe przyrosty wymiaru pierścieni (rys. 8.23), to gdyby rozpatrywać wyłącznie zmiany wymiarów pierścienia wewnętrznego ($\delta_c + \delta_{t(ir)}$) to mogą one przekroczyć 19 μm dla 34000 obr/min. Pierścień zewnętrzny również się odkształca na skutek zmian temperatury przez zwiększenie swojej średnicy. W takim przypadku środki krzywizn bieżni łożyska oddalają się od siebie w kierunku promieniowym, co potwierdzają doniesienia literaturowe. Wzajemną zmianę położenia środków krzywizn bieżni stanowi suma przemieszczeń $\delta_c + \delta_{t(ir)} - \delta_{t(or)}$ [8,13,14,59].

Zmiana położenia środków krzywizn bieżni jest istotna gdyż ma bezpośredni wpływ na kąt działania α_t (zależność (8.8)) Dla skrajnej rozpatrzonej prędkości 34000 obr/min suma tych przemieszczeń wynosi ok. $-5,5 \mu\text{m}$. Natomiast przyrost średnicy kulki na skutek podwyższenia temperatury jest niewielki ($< 0,7 \mu\text{m}$ dla maksymalnej prędkości) ze względu na jej mały wymiar $D = 7,938 \text{ mm}$.

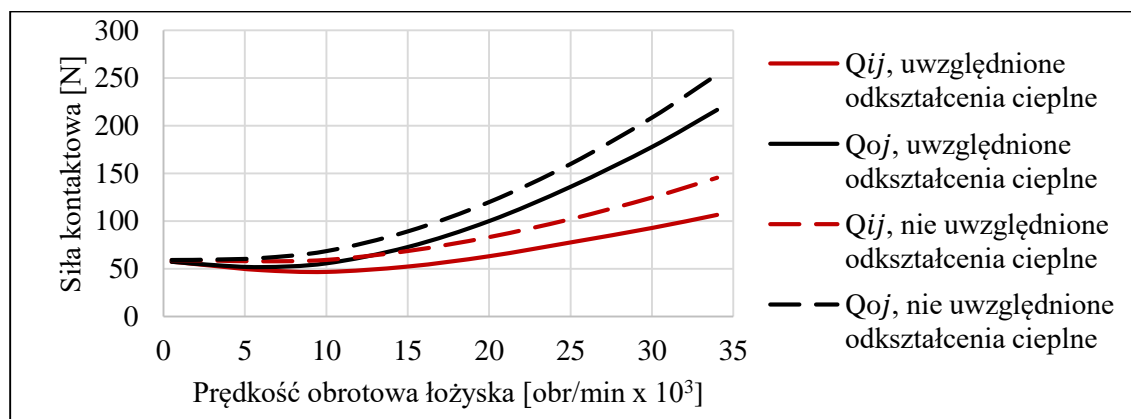
Żeby ocenić wpływ odkształceń cieplnych na moment oporu ruchu łożyska przeprowadzono również symulacje, w których te odkształcenia nie zostały uwzględnione w modelu analitycznym. Osiowe i promieniowe odkształcenia cieplne (rys. 8.22 i 8.23) bezpośrednio wpływają na wielkość odkształceń i sił kontaktowych w łożysku. Na rys. 8.24 pokazano różnice wielkości odkształceń kontaktowych łożyska uzyskane z modelu analitycznego dla temperatury z symulacji MES w przypadku występowania odkształceń cieplnych oraz w przypadku ich pominięcia. Z tego rysunku wynika, że nie uwzględnienie odkształceń cieplnych może prowadzić do błędu wyznaczenia odkształceń kontaktowych. Dla badanego przypadku ten błąd może sięgać nawet do 23% dla δ_{ij} i do 11% dla δ_{oj} .



Rys. 8.24. Wpływ prędkości obrotowej łożyska B7007-E-T-P4S dla $\delta_a=8,4 \mu\text{m}$ w stanie ustalonym cieplnie na odkształcenia kontaktowe: a) δ_{ij} , b) δ_{oj}

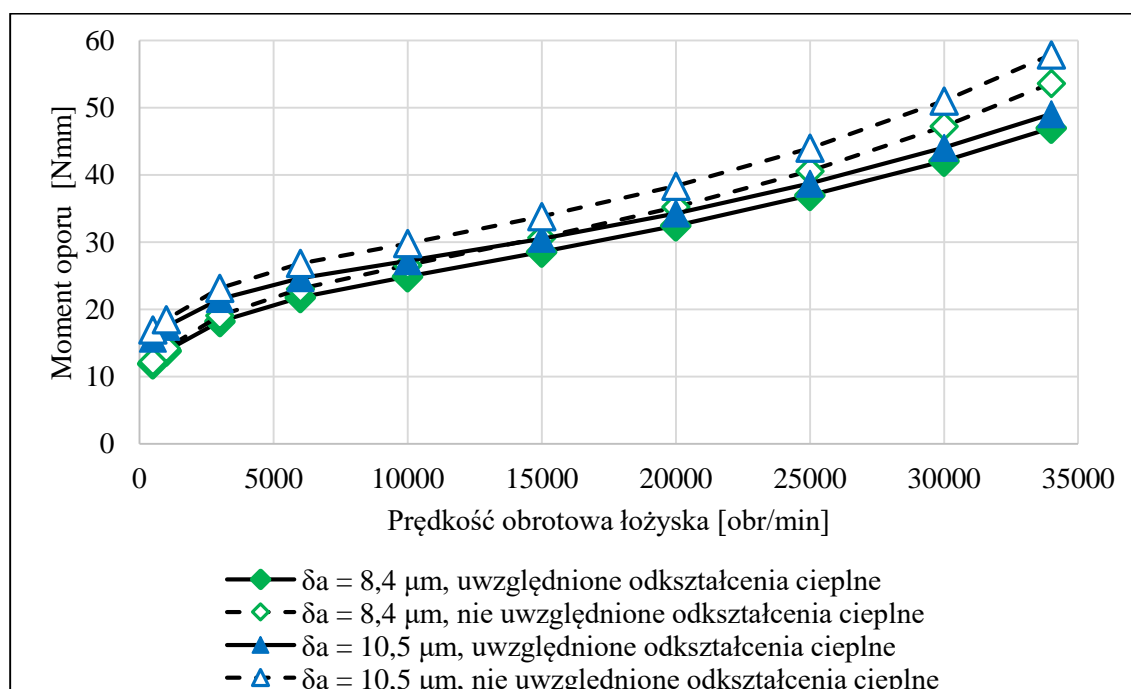
Rys. 8.25 przedstawia różnice wartości sił kontaktowych Q_{ij} i Q_{oj} uzyskane z modelu analitycznego dla temperatury z symulacji MES, w której uwzględniono odkształcenia cieplne oraz w przypadku gdy je pominięto. Odkształcenia kontaktowe są bezpośrednio związane z siłami kontaktowymi zgodnie z modelem Jones'a (4.11). W związku z powyższym siły kontaktowe w rozpatrywanym przypadku montażu łożysk „O” mają

niższe wartości dla przypadku, w którym w modelu uwzględniono odkształcenia cieplne. Różnica sił Q_{ij} dla 34000 obr/min sięga ok. 36%, natomiast sił Q_{oj} 17%.



Rys. 8.25. Wpływ prędkości obrotowej łożyska B7007-E-T-P4S $\delta_a=8,4 \mu\text{m}$ w stanie ustalonym cieplnie na siły kontaktowe Q_{ij} i Q_{oj}

Na rys. 8.26 zestawiono wartości momentu oporu łożyska w stanie ustalonym cieplnie dla obu sposobów modelowania (z uwzględnieniem i bez odkształceń cieplnych). W przypadku zastosowanego sposobu montażu łożysk „O” odkształcenia cieplne powodują pewne zmniejszenie momentu oporu ruchu. W zależności od prędkości i odkształcenia wstępnego nieuwzględnienie odkształceń cieplnych w badaniach symulacyjnych prowadzi do zawyżenia momentu o 2-18% w stanie ustalonym dla badanego przypadku. W dotychczasowych pracach związanych z badaniami oddziaływań kontaktowych w łożyskach skośnych bardzo rzadko uwzględniano pojawiające się odkształcenia cieplne.



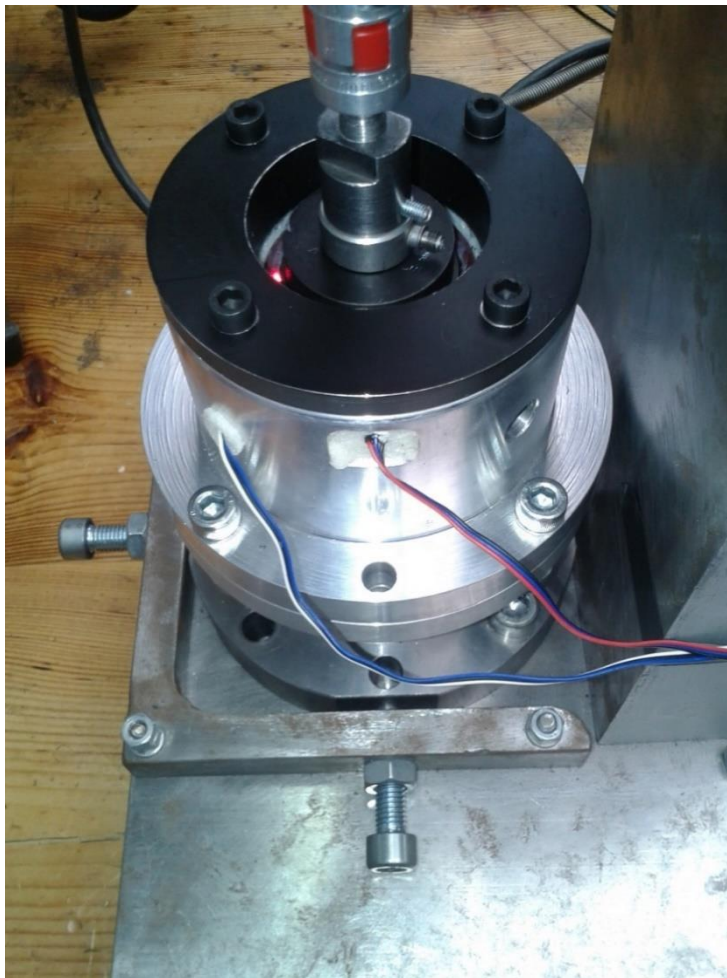
Rys. 8.26. Moment oporu ruchu łożyska w stanie ustalonym cieplnie

Możliwe jest również przeprowadzenie analizy typu *transient* ze zmieniającą się mocą źródła ciepła. Należy przyjąć podobne procedury jak te przedstawione wyżej, przy czym konieczne jest przeprowadzanie analiz dla pewnego przyrostu czasowego np. 10s [87]. Dla każdego z przyjętych przyrostów należy przeprowadzić analizę cieplną typu *transient*, której wyniki posłużą do wyznaczenia mocy źródła ciepła. Podobnie jak dla przypadku stanu ustalonego cieplnie należy powiązać analizę MES z modelem oporów ruchu, tak aby temperatura w kolejnym kroku iteracji nie zmieniała się znacząco. W całym rozpatrywanym przedziale czasowym, w zależności od przyjętego przyrostu czasowego, należałoby wykonać szereg kolejnych symulacji, przy czym podczas badań całego przebiegu moc źródła ciepła musi ulegać zmianie w funkcji czasu. Przykładowo symulacja 30s pracy łożysk będzie wymagała przypisania pewnej mocy traconego ciepła po 10s, innej po 20s i innej po 30s.

Podsumowując należy stwierdzić, że pominięcie odkształceń cieplnych łożyska i takich elementów jak wał i tuleja dystansowa prowadzi do błędów w oszacowaniu momentu oporu ruchu łożyska, a co za tym idzie rozkładu pola temperatury. W rozpatrywanym przypadku odkształcenia cieplne powodują pewne zmniejszenie oporów ruchu łożyska. Wynika to z zastosowanego układu łożysk „O” oraz tego, że zarówno pierścień wewnętrzny jak i zewnętrzny ulegają promieniowym odkształceniom.

9. EKSPERYMENTALNE BADANIA CIEPLNE

Celem weryfikacji symulacyjnych badań cieplnych przeprowadzono doświadczalne badania wpływu prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego na temperaturę na stanowisku badawczym. Jak już wspomniano napięcie wstępne łożysk na stanowisku jest napięciem sztywnym, a jego pomiar polegał na odczytywaniu wartości siły osiowej ze wskazania siłomierza piezoelektrycznego. Następnie wartość tej siły została przeliczona na podstawie analitycznych modeli kontaktowych na względne przemieszczenie pierścieni łożysk, co odpowiada wartości odkształcenia wstępnego. Ustalono, że wstępna siła osiowa będzie wynosiła 360 N, co odpowiada przemieszczeniu ok. 8,4 μm oraz 565 N równoznaczne przemieszczeniu wynoszącemu ok. 10,5 μm . Na rys. 9.1 przedstawiono widok stanowiska badawczego, na którym można zauważyć umiejscowienie czujników stykowych i plamkę celownika laserowego pirometru. Do badań przyjęto prędkości obrotowe od 1000 do 10000 obr/min ze względów bezpieczeństwa oraz ze względu na to, że silnik napędzający nie pozwalał na długotrwałą pracę z większymi prędkościami.



Rys. 9.1. Widok stanowiska badawczego przed badaniami cieplnymi

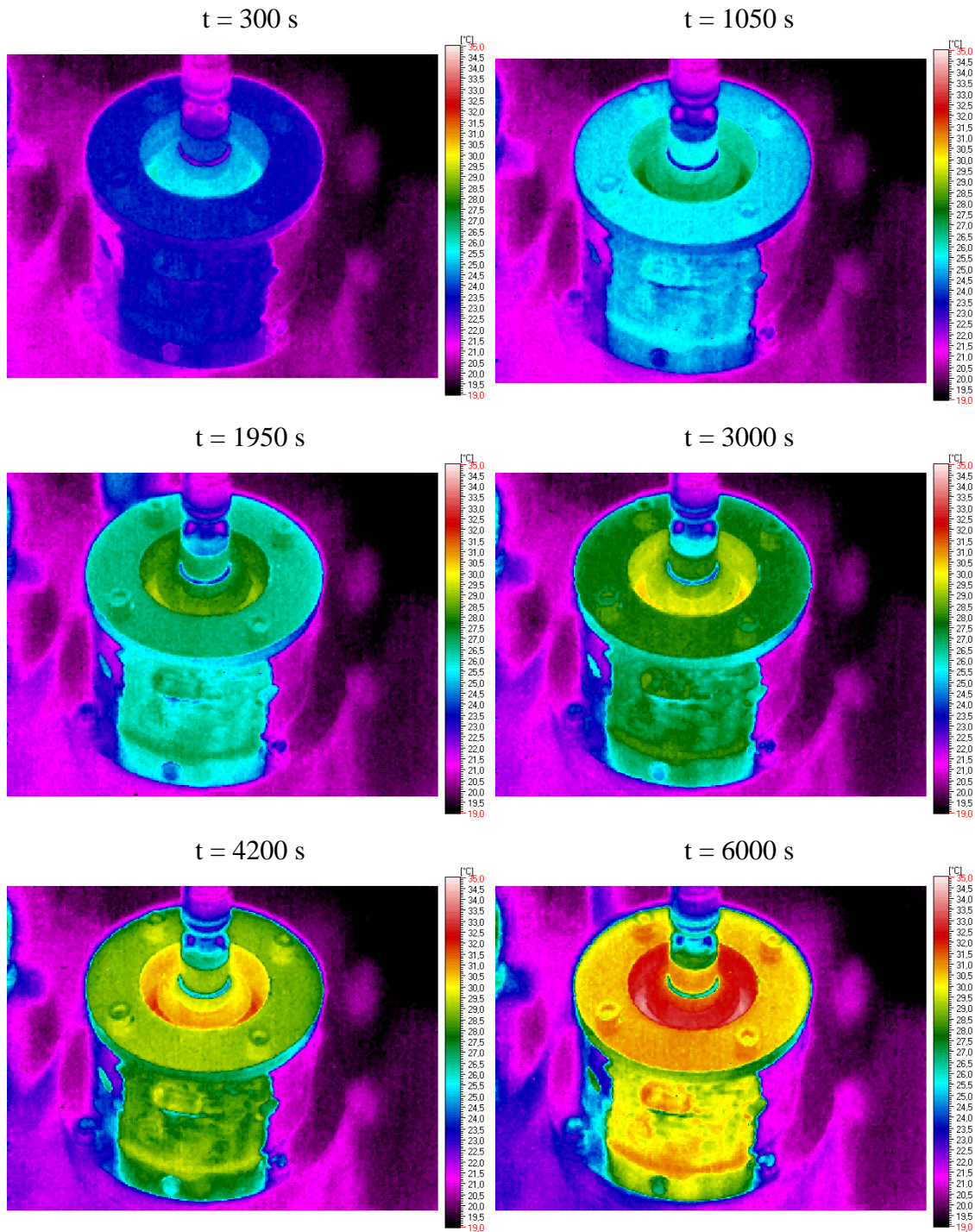
Do pomiarów temperatury wykorzystano czujniki stykowe Dallas 18B20, których dokładność pomiaru zapewniona przez producenta to $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$, pirometr Optris CTI laser LTF o dokładności pomiaru $\pm 1,5\%$, oraz kamerę termowizyjną VIGOCAM v50. Czujniki stykowe wykorzystano do pomiaru temperatury pierścienia zewnętrznego jednego z łożysk (P1 na rysunku 8.4) i tulei dystansowej między łożyskami (P2 na rysunku 8.4). Wybrano kilka punktów charakterystycznych stanowiska, których temperatura była mierzona kamerą termowizyjną (punkty P3, P4, P5 i P6 na rys. 8.5). Powierzchnie poddawane pomiarom pokryto matową farbą o współczynniku emisyjności 0,81 [23], który wykorzystano do przetwarzania uzyskanych wyników w oprogramowaniu THERM producenta kamery. Pirometr laserowy wykorzystano do pomiaru temperatury strefy kontaktu kulki z bieżnią wewnętrzną, który był możliwy dzięki wykorzystaniu łożysk otwartych i dostępowi do jednego z łożysk od góry. Przyjęto współczynnik emisyjności równy 0,8.

Na każdym z wykonanych zdjęć kamerą termowizyjną widać, że strefa kontaktu kulek z bieżnią jest bardziej rozgrzana. Mimo, że kamera objęła strefę kontaktu, postanowiono wykorzystać dodatkowy czujnik temperatury jakim był pirometr. Korpus stanowiska nagrzewał się dość równomiernie, co również można zaobserwować na zaprezentowanych zdjęciach i co wynika prawdopodobnie z dużej przewodności cieplnej aluminium. Jako że kamera nie objęła swym zasięgiem pierścienia zewnętrznego łożyska postanowiono wykorzystać dodatkowe czujniki stykowe, które umieszczono we wcześniej przewidzianych otworach. Czujniki stykowe zostały przyklejone do pierścienia łożyska i tulei między łożyskami klejem termoprzewodzącym, a otwory wokół czujników zostały wypełnione materiałem izolacyjnym, żeby ograniczyć uciekające do otoczenia ciepło i wykonać bardziej precyzyjne pomiary.

9.1. Wyniki eksperymentalnych badań cieplnych łożysk wrzecionowych

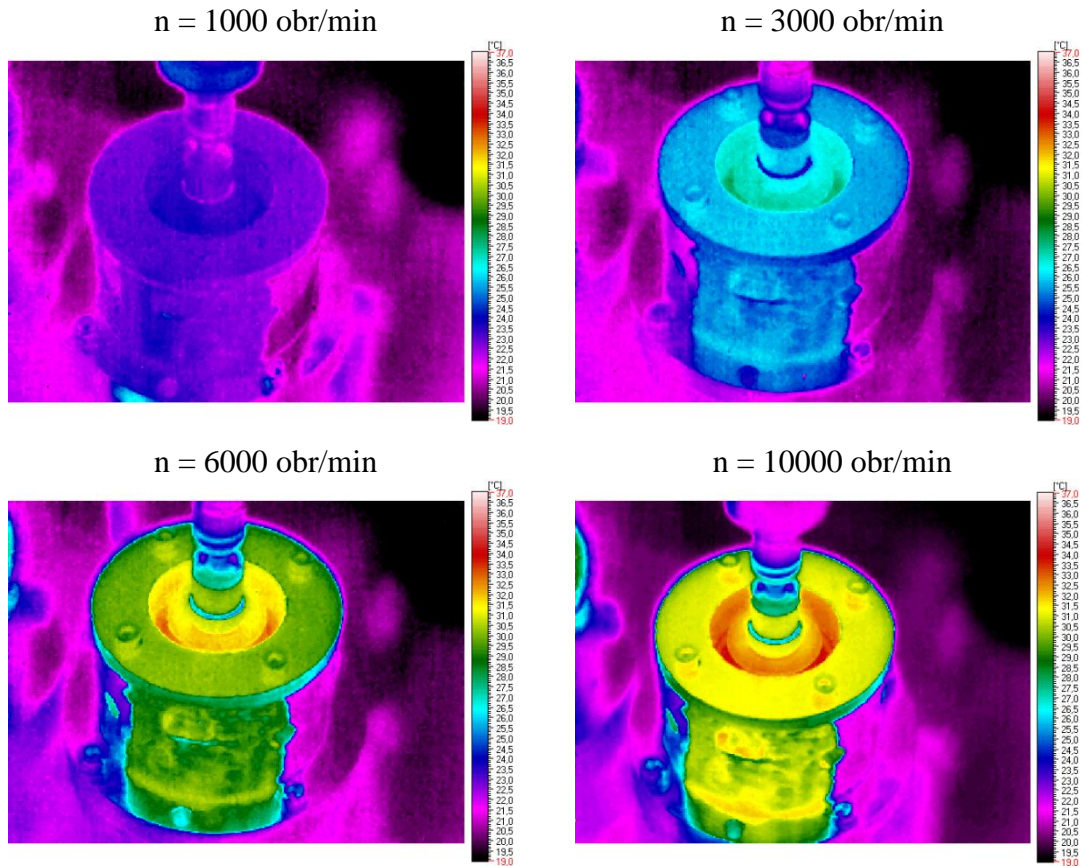
W ramach badań dokonywano pomiarów przebiegów temperatury w czasie. Wykonane zostały badania wpływu prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego na temperaturę w stanie ustalonym na stanowisku badawczym. Podobnie jak w przypadku badań oporów ruchu łożyska nie były obciążone żadną dodatkową siłą poza siłą wynikającą z odkształcenia wstępnego. Każdorazowo przed pomiarem stanowisko było studzone do temperatury zbliżonej do temperatury otoczenia lub nieco wyższej, natomiast czas trwania prób dobierano tak aby uzyskać ustalony stan cieplny. Rejestracja

temperatury przy użyciu kamery termowizyjnej polegała na wykonywaniu kolejnych zdjęć w czasie trwania próby. Na rys. 9.2 zamieszczono przykładowe obrazy termowizyjne z pojedynczej próby, co w pewnym sensie można potraktować jako przebieg czasowy. Przyjęto zakres palety kolorów 19°C – 35°C. Na wykonanych zdjęciach widać miejsca pokrycia korpusu absorbentem o znanej emisyjności.



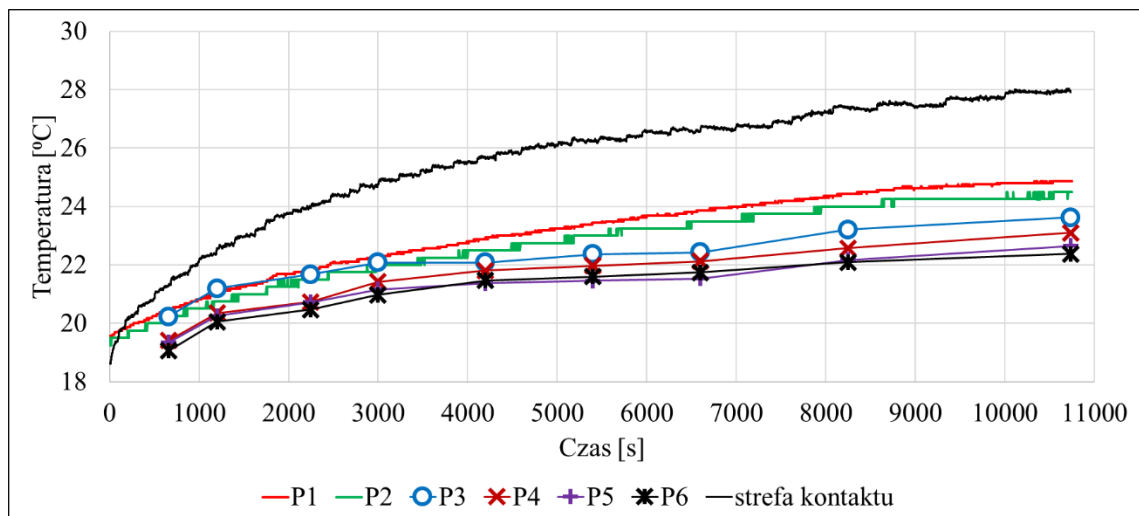
Rys. 9.2. Kolejne zdjęcia wykonane kamerą termowizyjną dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i prędkości 6000 obr/min

Z kolei rys. 9.3 przedstawia zdjęcia stanowiska w stanie ustalonym cieplnie dla badanych prędkości przy $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$. Przyjęto zakres palety kolorów $19^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C}$.

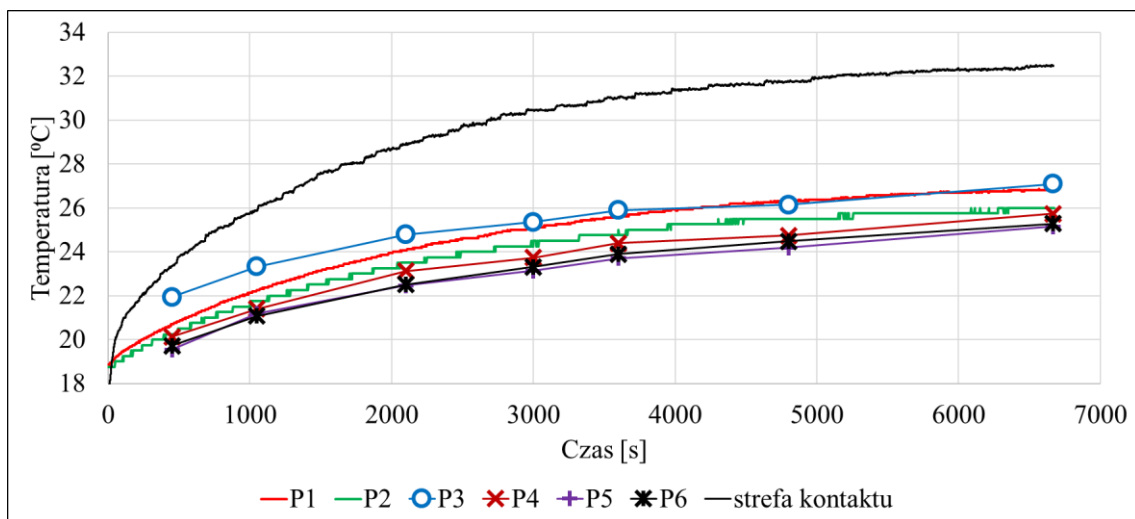


Rys. 9.3. Zdjęcia z kamery termowizyjnej stanowiska w stanie ustalonym dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ dla poszczególnych prędkości obrotowych

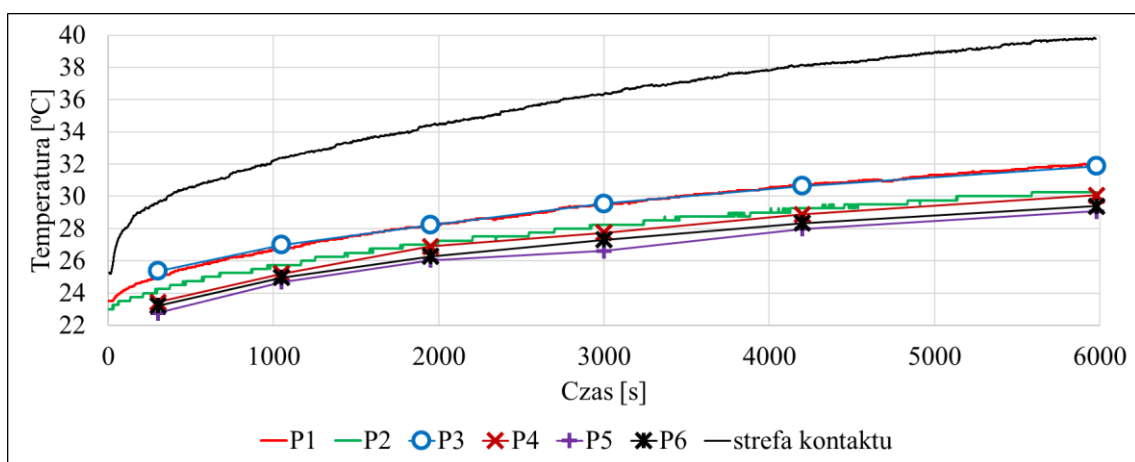
Na rys. 9.4 – 9.7 zamieszczono czasowe przebiegi temperatury wybranych punktów stanowiska badawczego dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$.



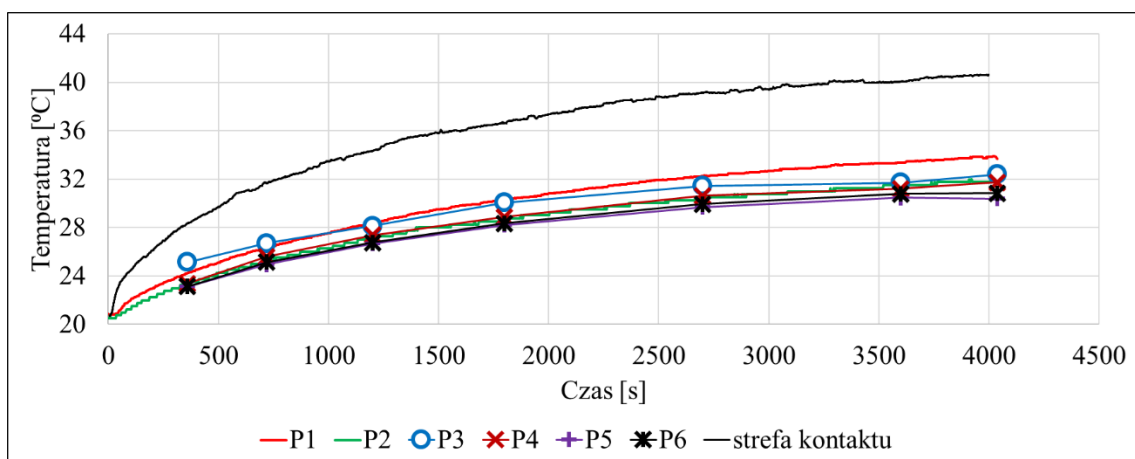
Rys. 9.4. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i prędkości 1000 obr/min



Rys. 9.5. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i prędkości 3000 obr/min

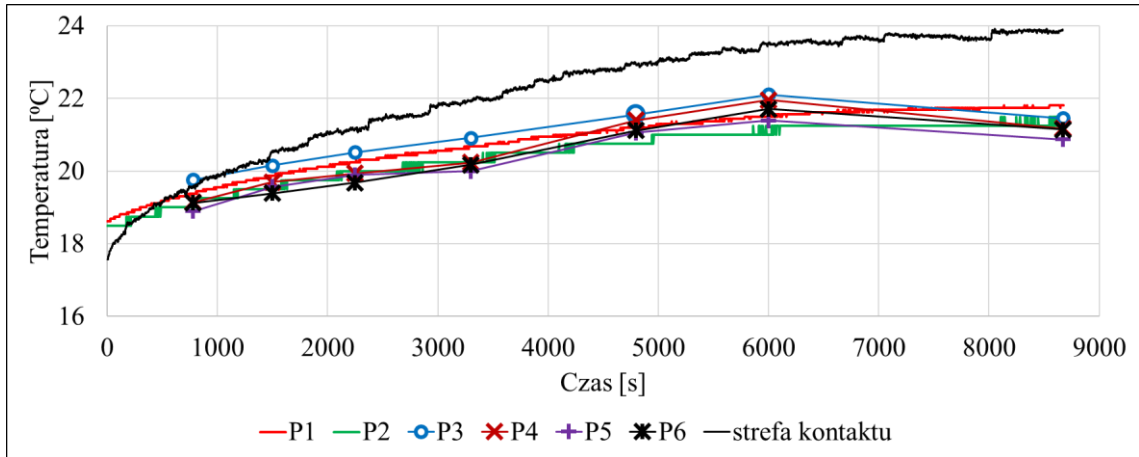


Rys. 9.6. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i prędkości 6000 obr/min

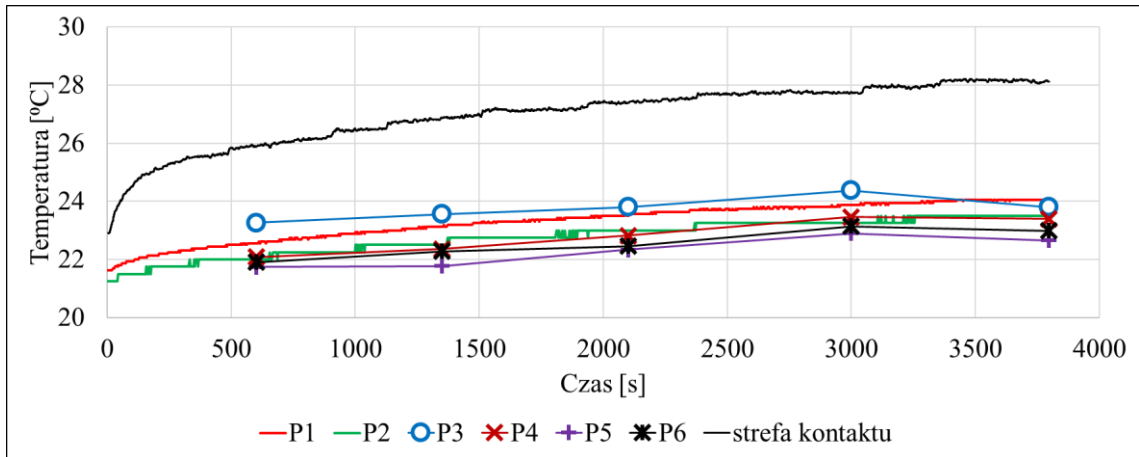


Rys. 9.7. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i prędkości 10000 obr/min

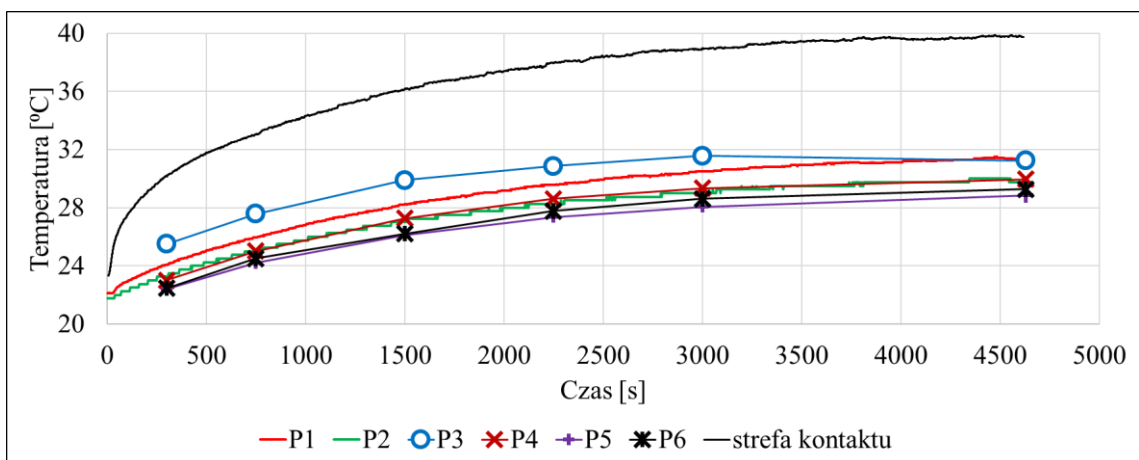
Rysunki 9.8 – 9.12 dotyczą temperatury rozpatrywanych punktów dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$.



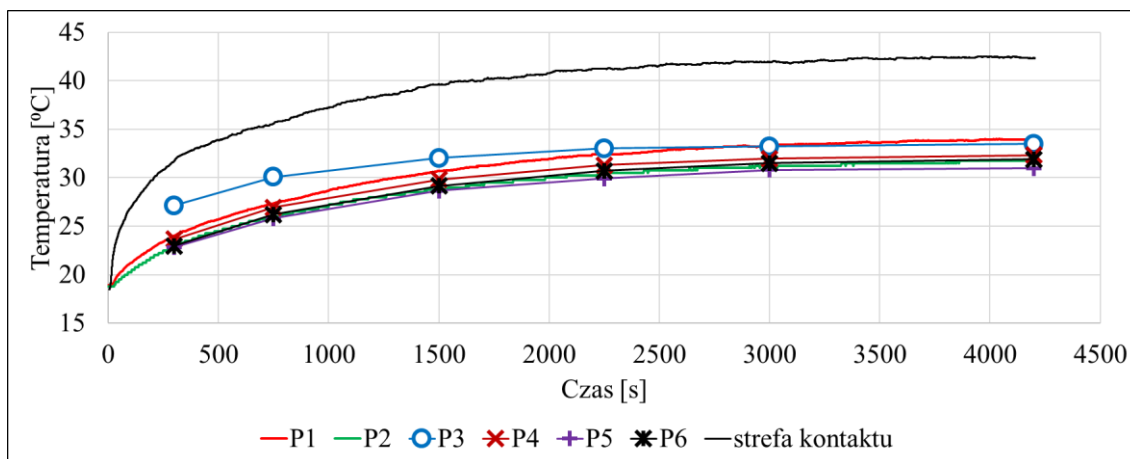
Rys. 9.8. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ i prędkości 500 obr/min



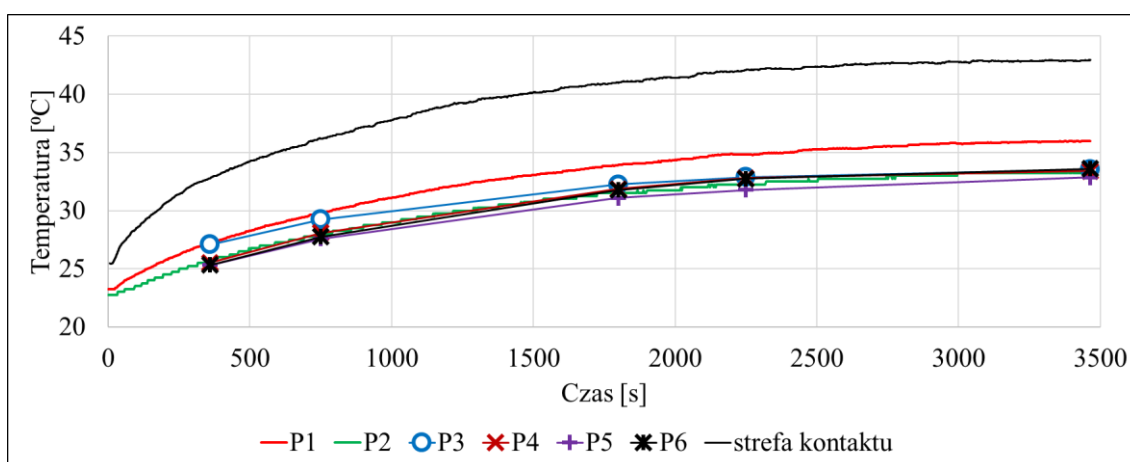
Rys. 9.9. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ i prędkości 1000 obr/min



Rys. 9.10. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ i prędkości 3000 obr/min



Rys. 9.11. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ i prędkości 6000 obr/min



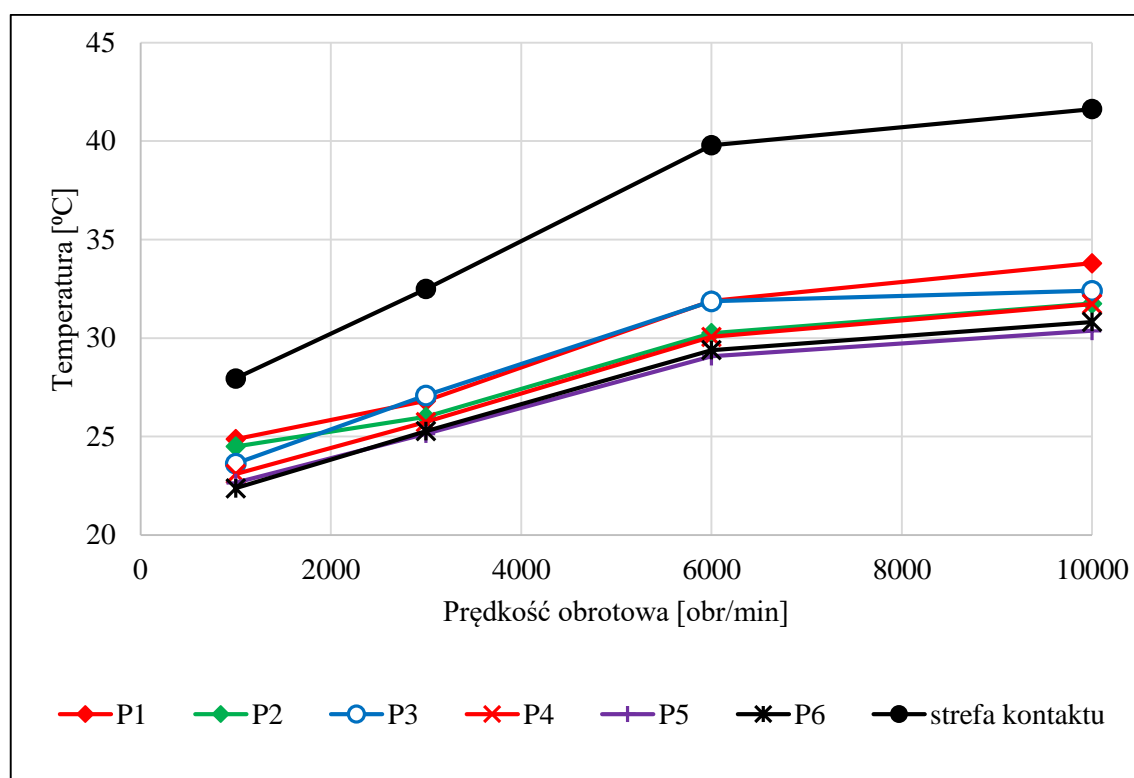
Rys. 9.12. Czasowy przebieg temperatury wybranych punktów dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ i prędkości 10000 obr/min

Pierwszym z wniosków jaki można wyciągnąć z przeprowadzonych badań jest zależność czasu ustalenia temperatury od prędkości obrotowej – im mniejsza prędkość, tym czas dłuższy. Przy 1000 obr/min i $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ wyniósł on przeszło 10500s, tj. prawie 3h. Czas ustalenia temperatury dla najwyższej przyjętej prędkości 10000 obr/min wyniósł 4030s (1h i 7 min) dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i 3450s (ok. 58 min) dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$.

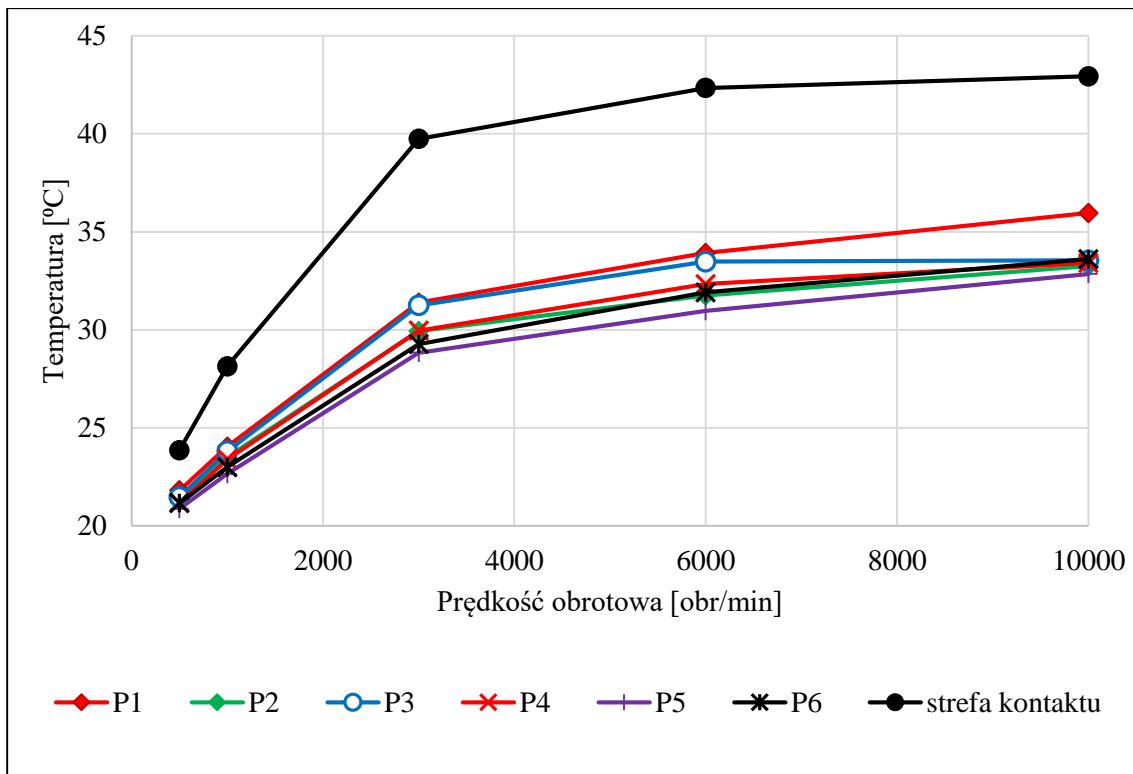
Temperatura mierzonych punktów była zróżnicowana. W każdym z zarejestrowanych przebiegów temperatura strefy kontaktu kulki z bieżnią była wyraźnie wyższa od pozostałych, co jest zrozumiałe ze względu na to, że jest to miejsce występowania źródeł ciepła. Temperatura pozostałych punktów charakterystycznych (P1, P2, P3, P4, P5 i P6) była zbliżona, przy czym można zaobserwować pewne zależności. W punkcie P1 (na pierścieniu zewnętrznym łożyska), niezależnie od prędkości i odkształcenia wstępnego, uzyskano wyższą temperaturę niż w punkcie P2 (tuleja dystansowa). W punktach P4, P5, P6 (na korpusie stanowiska) praktycznie w każdym

przypadku temperatura była niższa od tej z punktu P1. Interpretacja wyników z punktu P3 (element dociskający łożyska) jest nieco utrudniona. Można byłoby się spodziewać, że, podobnie jak w przypadku korpusu, temperatura będzie tam niższa niż na zewnętrznym pierścieniu łożyska, jednak wyniki badań o tym nie świadczą. Uzyskana temperatura w punkcie P3 z reguły jest zbliżona do temperatury pierścienia łożyska, a czasami wręcz wyższa (rys. 9.5, rys. 9.8 – 9.11). W pierwszym rzędzie może to być spowodowane ciepłem powstającym w podatnym sprzęgle kłowym, które znajduje się w niedalekiej odległości od docisku i punktu P3.

Wcześniej wyjaśniono, że z punktu widzenia badań modelowych najbardziej istotne są wyniki temperatury charakterystycznych punktów stanowiska w stanie ustalonym. Na rys. 9.13 i 9.14 zebrano uzyskane wartości temperatury w funkcji prędkości obrotowej dla obu przyjętych odkształceń wstępnych. Za wyjątkiem strefy kontaktu temperatura w pozostałych punktach różni się nieznacznie dla danej prędkości: do 3°C przy $\delta_a = 8,4 \mu m$ i do 3,2°C przy $\delta_a = 10,5 \mu m$. Największe różnice między temperaturą w tych punktach uzyskano dla największych prędkości. Temperatura w strefie kontaktu kulki z bieżnią była, w zależności od prędkości, wyższa od średniej temperatury korpusu o ok. 4,9°C do 9,9°C dla $\delta_a = 8,4 \mu m$ i od 2,7°C do 9,3°C dla $\delta_a = 10,5 \mu m$.

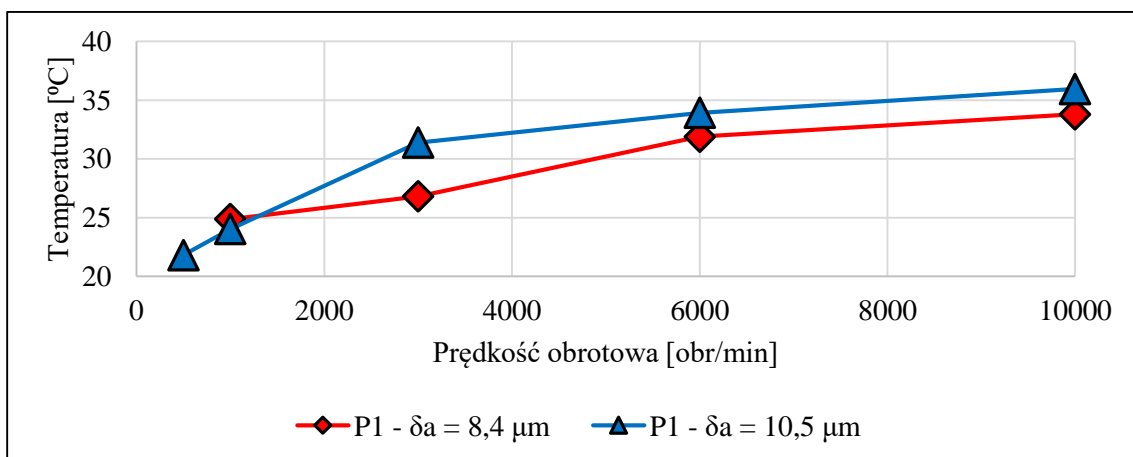


Rys. 9.13. Temperatura w stanie ustalonym wybranych punktów stanowiska badawczego dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu m$



Rys. 9.14. Temperatura w stanie ustalonym wybranych punktów stanowiska badawczego dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 10,5 \mu m$

Na rys. 9.15 zestawiono wartości temperatury stanu ustalonego pierścienia zewnętrznego łożyska w funkcji prędkości dla obu zastosowanych odkształceń wstępnych.



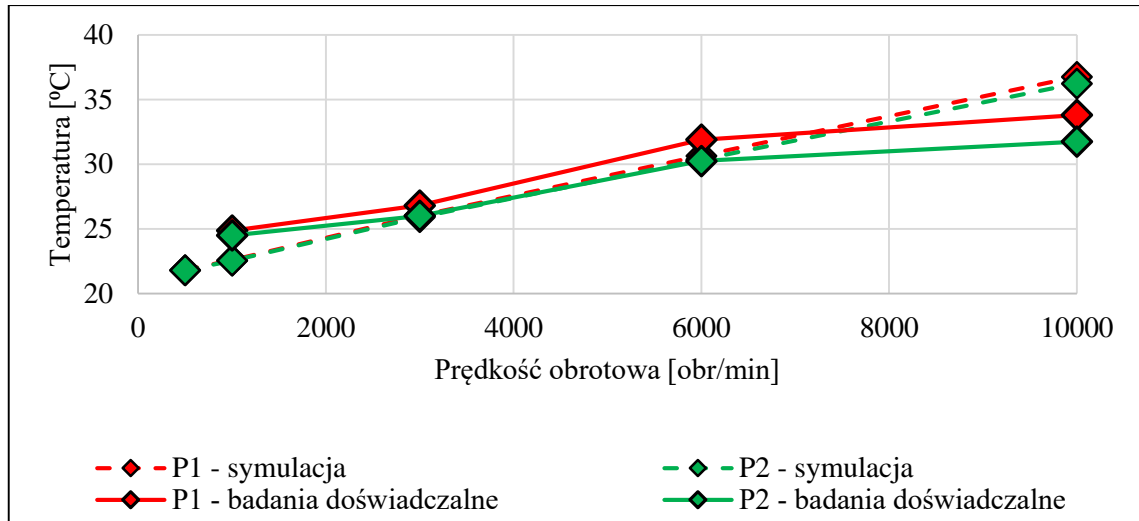
Rys. 9.15. Temperatura w stanie ustalonym na pierścieniu zewnętrznym łożyska (w punkcie P1)

9.2. Weryfikacja modelu cieplno-mechanicznego

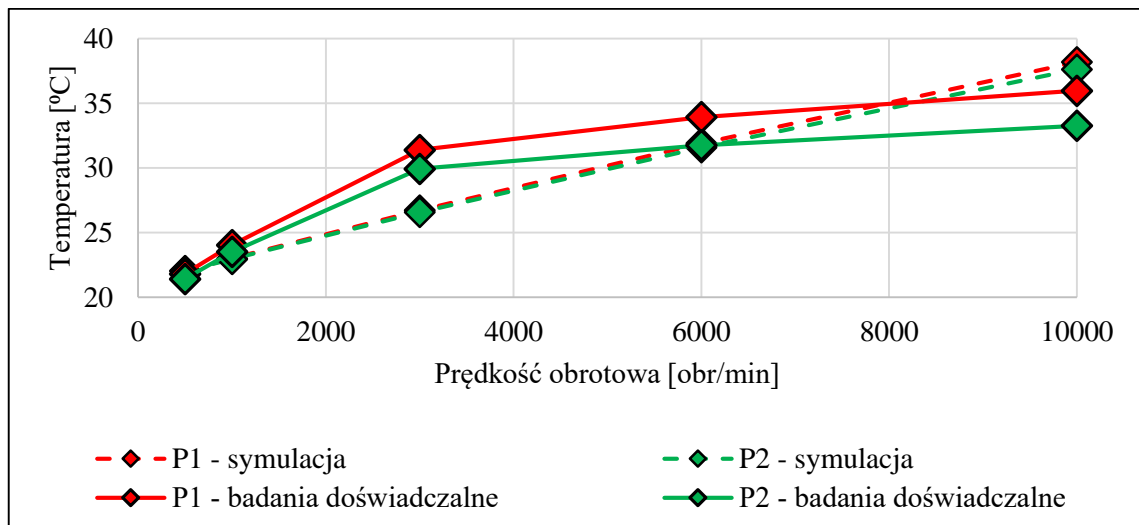
Badania doświadczalne wpływu odkształcenia wstępnego i prędkości obrotowej na temperaturę na stanowisku badawczym przeprowadzono w celu weryfikacji modelu cieplno-mechanicznego przedstawionego w rozdziale 8. W kontekście modelowania rozkładu pola temperatury elektrowrzecion zasadne jest porównanie wyników badań

symulacji z wynikami badań doświadczalnych. Jest to bardzo istotne, szczególnie, że w wyniku zmiany temperatury zmieniają się opory ruchu łożyska.

Na rys. 9.16 i 9.17 zestawiono wyniki badań symulacyjnych i doświadczalnych wartości temperatury na stanowisku badawczym na pierścieniu zewnętrznym łożyska (punkt P1) i tulei dystansowej między łożyskami (punkt P2).



Rys. 9.16. Porównanie temperatury w stanie ustalonym uzyskanej na drodze symulacji MES i badań doświadczalnych punktów P1 i P2 dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$

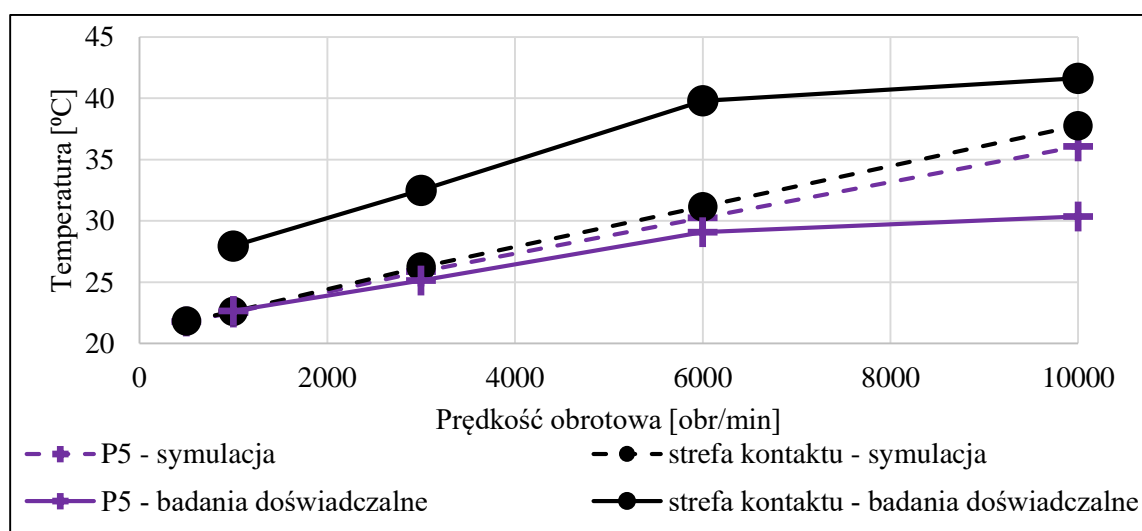


Rys. 9.17. Porównanie temperatury w stanie ustalonym uzyskanej na drodze symulacji MES i badań doświadczalnych punktów P1 i P2 dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$

Wyniki badań doświadczalnych są porównywalne z wynikami symulacji. Dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ uzyskano dużą zgodność dla prędkości 3000 obr/min i 6000 obr/min (rys. 9.16), natomiast dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ największą zgodność uzyskano dla prędkości do 1000 obr/min oraz dla 6000 obr/min (rys. 9.17).

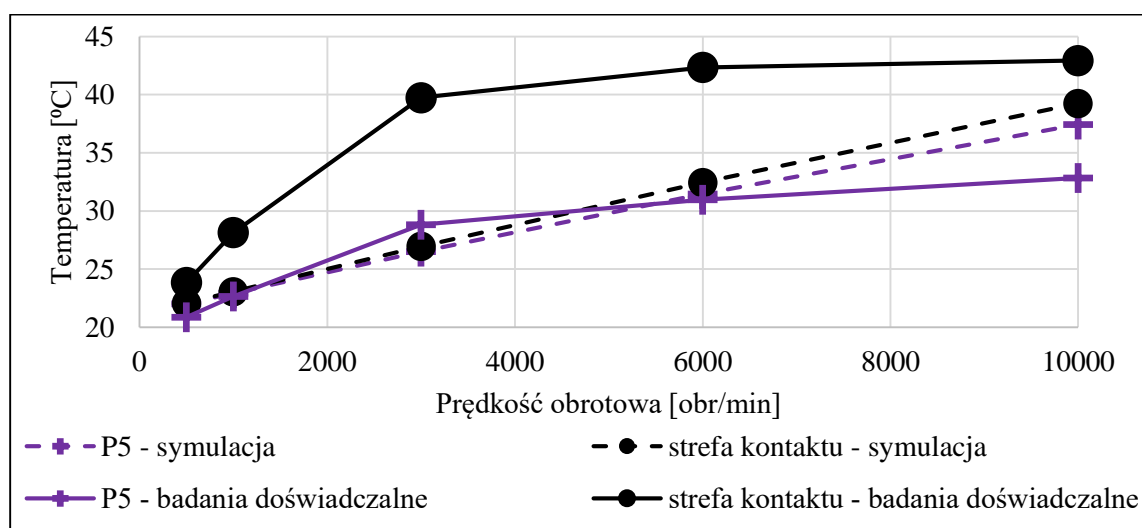
Na rys. 9.18 i 9.19 porównano temperaturę przykładowego punktu P5 korpusu stanowiska badawczego oraz temperaturę strefy kontaktu uzyskane doświadczalnie

z wynikami badań MES. Temperaturę korpusu zmierzoną w ramach badaniach doświadczalnych cechuje duża zgodność z wynikami badań modelowych do prędkości 6000 obr/min zarówno dla odkształcenia wstępnego $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ (rys. 9.18) jak i $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ (rys. 9.19). Dla prędkości 10000 obr/min dla obu zastosowanych odkształceń wstępnych temperatura korpusu z badań doświadczalnych jest niższa od uzyskanej na drodze symulacji MES (o $5,7 \text{ }^\circ\text{C}$ dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ i $4,6 \text{ }^\circ\text{C}$ dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$).



Rys. 9.18. Porównanie temperatury w stanie ustalonym uzyskanej na drodze symulacji MES i badań doświadczalnych punktu P5 i strefy kontaktu dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$

Wyniki badań doświadczalnych wykazały wyższą temperaturę w strefie kontaktu kulki z bieżnią wewnętrzną niż uzyskaną w symulacji MES - w obu zastosowanych wielkościach odkształcenia wstępnego w całym zakresie badanych prędkości obrotowych. Różnice sięgają 4 – 8,6 $^\circ\text{C}$ dla $\delta_a = 8,4 \mu\text{m}$ (rys. 9.18) oraz 2 - 13 $^\circ\text{C}$ dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$ (rys. 9.19).



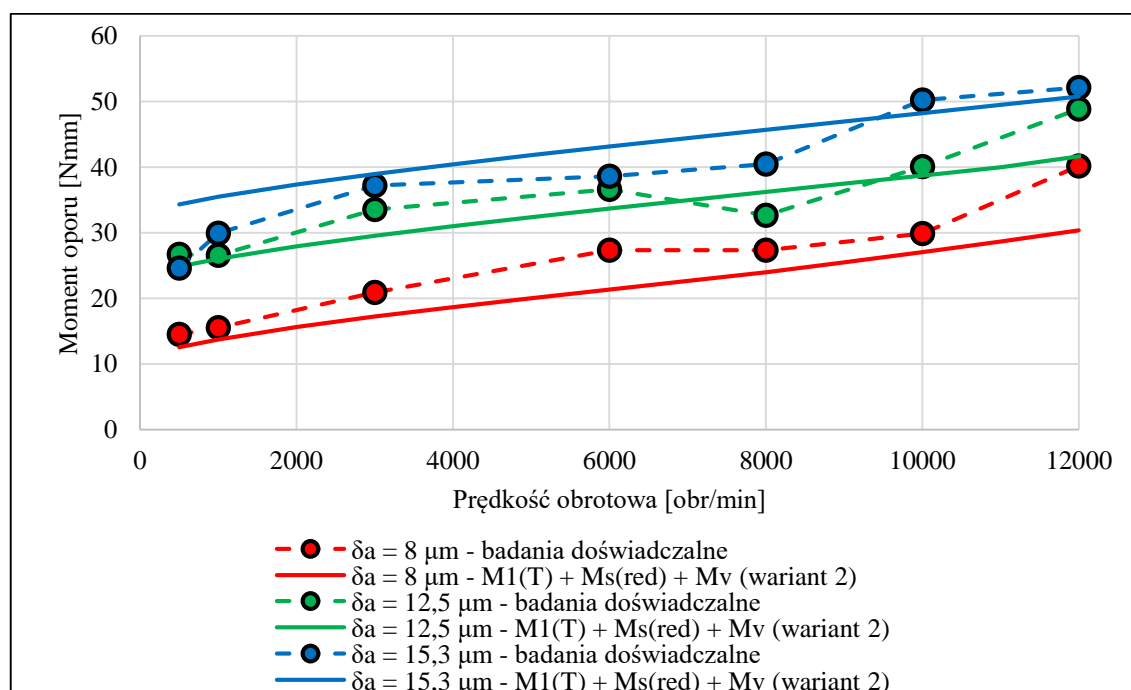
Rys. 9.19. Porównanie temperatury w stanie ustalonym uzyskanej na drodze symulacji MES i badań doświadczalnych punktu P5 i strefy kontaktu dla $\delta_a = 10,5 \mu\text{m}$

Pewnym problemem podczas modelowania rozkładu pola temperatury jest przyjęcie odpowiednich współczynników tarcia tocznego f_{kj} , ślizgowego od zjawiska spinu μ oraz wiskotycznego f_o , które są niezbędne do wyznaczenia momentu oporu ruchu łożyska wg zależności (5.9). W niniejszej pracy przyjęto wartości tych współczynników na podstawie wyników doświadczalnych badań oporów ruchu łożyska (rozdział 7.3), co wydaje się rozsądnym podejściem. W ramach dodatkowych badań postanowiono przyjąć inne wartości tych współczynników i ocenić jaki wpływ będą miały te zmiany na rozkład pola temperatury na stanowisku badawczym w symulacji MES. W tabelicy 9.1 zamieszczono wartości poszczególnych współczynników.

Tab. 9.1. Wartości współczynników tarcia w modelu oporów ruchu badanego łożyska

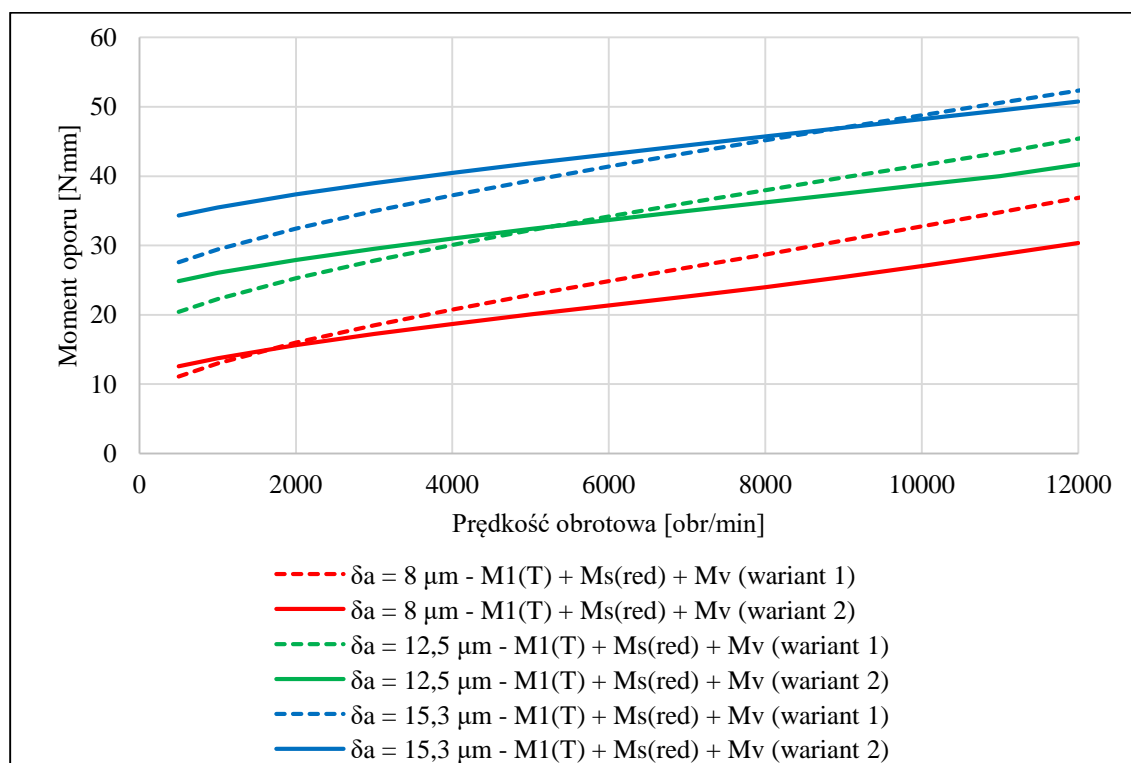
	Wariant 1 (pierwotny)	Wariant 2
współczynnik tarcia tocznego f_{kj}	0,0011	0,0015
współczynnik tarcia ślizgowego od zjawiska spinu μ	0,015	0,019
współczynnik tarcia wiskotycznego f_o	0,4	0,25

Nowe wartości współczynników tarcia dobrano tak żeby uzyskać dużą zgodność modelu z wynikami badań doświadczalnych oporów ruchu łożyska (analogicznie jak pokazano na rys. 7.13). Na rys. 9.20 porównane zostały wartości momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S uzyskane na drodze modelowania analitycznego dla współczynników tarcia wg wariantu 2 z wynikami badań doświadczalnych.



Rys. 9.20. Porównanie doświadczalnie wyznaczonego momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S z modelem analitycznym dla innych współczynników tarcia

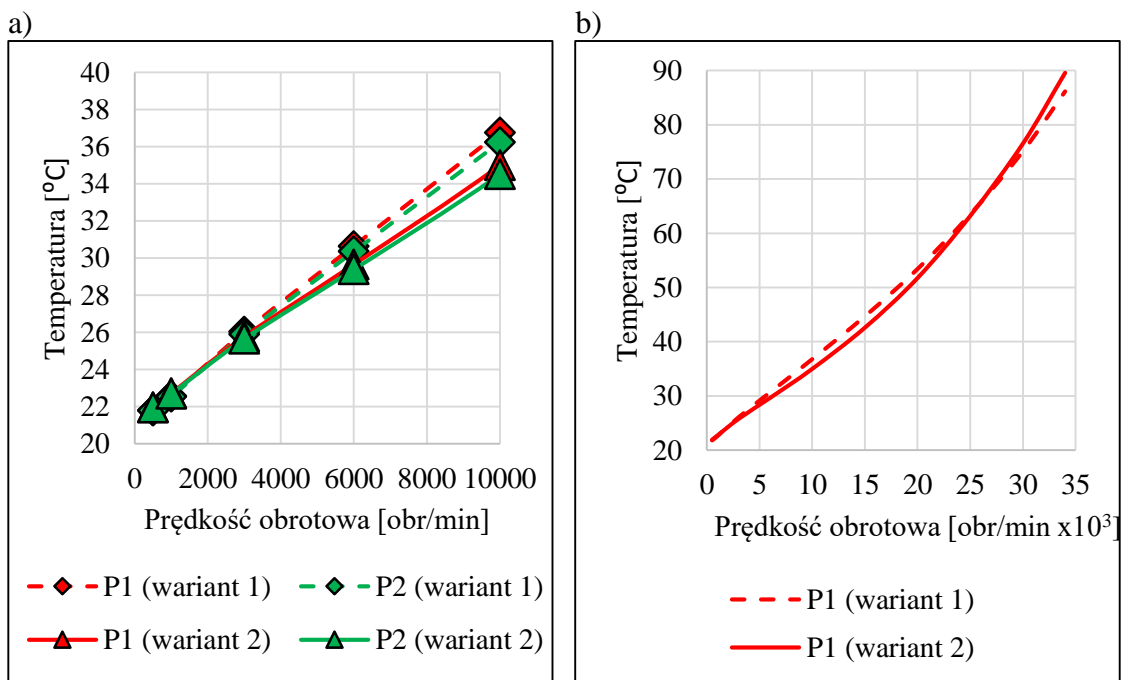
Na rys. 9.21 porównano wartości momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S wyznaczone analitycznie dla obu wariantów współczynników tarcia w badanym zakresie prędkości obrotowych.



Rys. 9.21. Porównanie analitycznie wyznaczonego momentu oporu ruchu łożyska B7007-E-T-P4S dla obu wariantów współczynników tarcia

Porównując wartości temperatury na stanowisku badawczym uzyskane doświadczalnie oraz w symulacji MES dla pierwotnych współczynników tarcia (rys. 9.16 i rys. 9.17) dla prędkości 10000 obr/min widać, że temperatura z badań doświadczalnych jest niższa. W związku z powyższym nowe współczynniki tarcia tocznego, ślizgowego i wiskotycznego dobrano tak, żeby uzyskać inne nachylenie przebiegu momentu oporu ruchu w funkcji prędkości łożyska w badanym zakresie oraz, żeby wartości momentu dla 10000 obr/min były niższe niż dla pierwotnego wariantu współczynników.

W zakresie prędkości 3000 – 10000 obr/min dla wariantu 2 współczynników tarcia w modelu analitycznym temperatura pierścienia zewnętrznego łożyska (punkt P1) oraz tulei między łożyskami (punkt P2) jest niższa niż w przypadku pierwotnego wariantu współczynników o ok. 0,3 do 1,8°C (rys. 9.22a). Dla prędkości 500 i 1000 obr/min różnice wartości temperatur dla różnych wariantów współczynników tarcia są pomijalnie małe, nie przekraczające 0,2°C. Natomiast w całym zakresie dopuszczalnych prędkości badanego łożyska różnica temperatury dla obu wariantów wartości współczynników tarcia jest niewielka i nie przekracza dla przykładowego punktu P1 5% (rys. 9.22b).



Rys. 9.22. Temperatura punktu P1 i P2 stanowiska badawczego z symulacji MES dla różnych wariantów współczynników tarcia w modelu analitycznym

Podsumowując rozważania dotyczące modelowania MES pola temperatury na stanowisku badawczym należy stwierdzić, że przy prawidłowym doborze współczynników tarcia w modelu analitycznym możliwe jest uzyskanie miarodajnych wyników dla rozpatrywanego przypadku w zakresie badanych prędkości obrotowych.

W badaniach doświadczalnych wykazano, że temperatura w miejscach kontaktu kulki z bieżnią i wzdłuż długości całej bieżni jest wyraźnie wyższa niż korpusu, natomiast w przypadku symulacji MES nie uzyskano tak dużych różnic temperatury (rys. 9.18 i 9.19). Rozwój modelu MES pod kątem bardziej wiarygodnego odwzorowania strefy kontaktu kulki z bieżnią może być przedmiotem dalszych badań.

10. PODSUMOWANIE I KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ

Głównym celem pracy było opracowanie matematycznego modelu oporów ruchu kulkowych łożysk skośnych stosowanych w elektrowrzecionach obrabiarek. Taki model z punktu widzenia konstruktorów jest bardzo przydatny do przewidywania własności cieplnych elektrowrzecion i samych obrabiarek HSC. Spełnienie postawionego celu wymagało dogłębnej analizy literaturowej zagadnienia. Z przeprowadzonego rozpoznania literaturowego można wywnioskować, że:

1. niewiele jest doniesień o wpływie prędkości obrotowej na sprężyste odkształcenie ruchomego pierścienia łożyska (model rozszerzony) i siły kontaktowe,
2. brakuje doniesień związanych z wpływem prędkości obrotowej na siłę osiową w przypadku sprężystego napięcia wstępnego,
3. wpływ odkształceń cieplnych łożyska na jego opory ruchu jest mało rozpoznany. Odkształcenia ruchomego pierścienia, zmienność siły osiowej oraz odkształcenia cieplne mają wpływ na moment oporu ruchu i ilość traconego ciepła w łożysku.

Główny cel pracy osiągnięto przez:

- Opracowanie modeli kontaktowych łożyska, na podstawie których wyznaczono siły kontaktowe w funkcji prędkości obrotowej i napięcia wstępnego. W modelu łożyska uwzględniono sprężyste odkształcenia ruchomego pierścienia spowodowane dużymi prędkościami obrotowymi (rozszerzony model kontaktowy) oraz zmienność siły osiowej wynikającą z obecności sprężyn. Wyniki badań analitycznych dowiodły, że pominięcie odkształcenia pierścienia może prowadzić do znaczących błędów oszacowania sił kontaktowych, zwłaszcza dla sztywnego napięcia wstępnego i wysokich prędkości obrotowych. W przypadku badanego łożyska B7007-E-T-P4S pominięcie tego zjawiska może prowadzić do zaniżenia wartości sił kontaktowych nawet o 45% dla sił Q_{ij} i o 25% dla sił Q_{oj} dla maksymalnej dopuszczalnej prędkości łożyska. W pracy wykazano również, że ruchomy pierścień ulega odkształceniu dopiero po przekroczeniu pewnej granicznej prędkości obrotowej (zależnej od wielkości napięcia wstępnego, np. dla napięcia $\delta_a = 12,5 \mu\text{m}$ prędkość graniczna wynosi ok. 12000 obr/min), a przyjmowane w innych pracach założenie o swobodnym odkształceniu jest niesłuszne. Natomiast założenie o niezmienności wartości siły osiowej dla sprężystego napięcia wstępnego jest niesłuszne szczególnie w przypadku lekkich napięć wstępnych i wysokich prędkości obrotowych. Sztywność pakietu sprężyn odgrywa znaczącą rolę przy wysokich

prędkościach – im pakiet sztywniejszy, tym większy wpływ na siłę osiową i siły kontaktowe. Dla przykładowego przypadku rozpatrzonego analitycznie w zależności od liczby sprężyn w pakiecie (1-3) dla napięcia wstępnego $F_a = 100\text{N}$ przyrost osiowej siły działającej na łożysko dla maksymalnej dopuszczalnej prędkości obrotowej sięga 278 – 417%, natomiast dla $F_a = 400\text{N}$ przyrost sięga 128 - 162%. Ponadto sztywność pakietu sprężyn nie odgrywa większego znaczenia do pewnej granicznej prędkości obrotowej, która zależy od wielkości napięcia wstępnego – im napięcie wyższe tym większa prędkość graniczna.

- Opracowanie modelu momentu oporu ruchu łożyska skośnego w funkcji prędkości obrotowej i napięcia wstępnego na podstawie wyników badań analitycznych sił kontaktowych uwzględniających zjawiska odkształcenia ruchomego pierścienia i zmienności osiowej siły działającej na łożysko.

- Przeprowadzenie doświadczalnych badań współczynnika sztywności kontaktowej kulki łożyskowej, które potwierdziły zgodność z modelem analitycznym. Odkształcenie kulki w strefach kontaktu z bieżniami ma istotne znaczenie w kontekście wyznaczania sił kontaktowych.

- Przeprowadzenie doświadczalnych badań oporów ruchu łożysk, które potwierdziły duży wpływ wielkości napięcia wstępnego oraz prędkości obrotowej na opory ruchu. W zakresie badanych prędkości obrotowych największą zgodność wyników z modelem analitycznym uzyskano w przypadku łożysk smarowanych.

- Opracowanie modelu kontaktowego łożyska uwzględniającego odkształcenia cieplne łożyska, wału i tulei dystansowej, który umożliwia określenie wpływu tych odkształceń na siły kontaktowe, a w konsekwencji na moment oporu ruchu łożyska. Symulacje MES wykazały, że dla rozpatrywanego przypadku w badanym zakresie prędkości obrotowych pominięcie odkształceń cieplnych w modelu analitycznym może doprowadzić do przeszacowania momentu oporu ruchu łożyska o ok. 2-18% dla stanu ustalonego cieplnie.

- Przeprowadzenie doświadczalnych badań cieplnych stanowiska badawczego, celem weryfikacji wyników symulacyjnych badań MES wpływu prędkości obrotowej i odkształcenia wstępnego na temperaturę. Wyniki badań doświadczalnych dla badanego przypadku w przyjętym zakresie prędkości obrotowych potwierdziły, że możliwe jest uzyskanie miarodajnych wartości temperatury przez symulację MES.

Przewiduje się, że dalsze prace będą związane z:

- Modelowaniem rozptyłu ciepła i rozkładu pola temperatury w stanie nieustalonym cieplnie. Jak wykazano doświadczalnie czas, po którym stanowisko osiągnęło stan ustalony był niejednokrotnie bardzo długi. Ze względu na zróżnicowane zadania technologiczne i średnice narzędzi wykorzystywanych w centrach obróbkowych można przypuszczać, że elektrowrzeciona rzadko osiągają ustalony stan cieplny.

- Modelowaniem rozkładu pola temperatury w strefie kontaktu kulek z bieżniami np. z uwzględnieniem ruchów obrotowych i ruchu powietrza. Przeprowadzone w ramach pracy symulacje MES wykazały, że różnice pomiędzy temperaturą kulek a pierścienia łożyskowego nie są tak duże jak w przypadku badań doświadczalnych.

- Badaniami nad współczynnikami tarcia w zależności od temperatury.

- Badaniami łożysk ceramicznych i hybrydowych, które są często wykorzystywane w elektrowrzecionach obrabiarek.

11. STRESZCZENIE

Aktualnym trendem w dziedzinie obróbki skrawaniem jest ciągłe dążenie do wzrostu wydajności i dokładności obróbki. Coraz większe znaczenie w kontekście dokładności obróbki mają właściwości cieplne obrabiarek. Wzrost parametrów kinematycznych prowadzi do większej ilości powstającego ciepła na skutek np. zwiększenia oporów ruchu w łożyskach wrzecion i elektrowrzecion. Współcześnie powszechnie wykorzystywane są elektrowrzeciona, dla których zagadnienia cieplne mają szczególne znaczenie podczas konstruowania tych zespołów. Odształcenia cieplne końcówki wrzeciona mają bezpośredni wpływ na dokładność obróbki. Konstruktor posługując się dokładnym modelem oporów ruchu łożysk oraz symulacjami MES może prawidłowo zaprojektować kanały z cieczą chłodzącą jak również dobrać rodzaj cieczy i natężenie jej przepływu.

W niniejszej pracy nacisk położono na rozwój modelu momentu oporu kulkowych łożysk skośnych powszechnie stosowanych w elektrowrzecionach. W pracy rozważono dwa sposoby realizacji napięcia wstępnego łożysk stosowane w elektrowrzecionach: tzw. sprężyste i sztywne napięcie wstępne. W przedstawionym modelu momentu oporu ruchu uwzględniono sprężyste odształcenia ruchomego pierścienia (tzw. model rozszerzony) oraz wpływ prędkości obrotowej na siłę osiową w przypadku sprężystego napięcia wstępnego. Opracowano również model uwzględniający wpływ odształceń cieplnych łożyska, wału i pierścienia dystansowego dla sztywnego napięcia wstępnego. Modele zostały poddane weryfikacji doświadczalnej.

12. ABSTRACT

The current trend in the field of machining is the constant pursuit of increased efficiency and machining accuracy. Thermal properties of machine tools are of increasing importance in the context of machining accuracy. The increase in kinematic parameters leads to a greater amount of generated heat as a result of, for example, increased movement resistance of the bearings of spindles and electrospindles. Nowadays, electrospindles are widely used, for which thermal issues are of particular importance when designing these assemblies. Thermal deformation of the spindle tip has a direct impact on the accuracy of machining. The designer, using an accurate model of the movement resistance of the bearings and FEM simulations, can correctly design the channels with the cooling liquid as well as select the type of liquid and its flow rate.

In this work, emphasis was placed on the development of the drag torque model of angular contact ball bearings commonly used in electrospindles. The paper considers two ways of implementing the preload of bearings used in electrospindles: the so-called elastic and rigid preload. The presented model of the movement resistance takes into account the elastic deformations of the rotating ring (the so-called extended model) and the influence of rotational speed on the axial force in the case of elastic preload. Model which takes into account the influence of thermal deformation of the bearing, shaft and spacer ring was also developed for the rigid preload. The models were verified experimentally.

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. Abele, Y. Altintas, C. Brecher, "Machine tool spindle units", *Cirp Annals-Manufacturing Technology*. Vol. 59 (2010) pp. 781–802.
- [2] M. Alfares, A. Elsharkawy, "Effects of axial preloading of angular contact ball bearings on the dynamics of a grinding machine spindle system", *Journal of Materials Processing Technology*. Vol. 136 (2003) pp. 48–59.
- [3] J.-F. Antoine, G. Abba, A. Molinari, "A New Proposal for Explicit Angle Calculation in Angular Contact Ball Bearing", *Journal of Mechanical Design*. Vol. 128 (2006) pp. 468–478.
- [4] W. Bian, Z. Wang, J. Yuan, W. Xu, "Thermo-mechanical analysis of angular contact ball bearing", *Journal of Mechanical Science and Technology*. Vol. 30 (2016) pp. 297–306.
- [5] B. Bossmanns, J.F. Tu, "A thermal model for high speed motorized spindles", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. Vol. 39 (1999) pp. 1345–1366.
- [6] K. Buchman, G. Jungnickel, Przekazywanie ciepła w urządzeniach wytwórczych, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1978.
- [7] H. Cao, T. Holkup, Y. Altintas, "A comparative study on the dynamics of high speed spindles with respect to different preload mechanisms", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Vol. 57 (2011) pp. 871–883.
- [8] H. Cao, T. Holkup, X. Chen, Z. He, "Study on characteristic variations of high-speed spindles induced by centrifugal expansion deformations", *Journal of Vibroengineering*. Vol. 14 (2012) pp. 1278–1291.
- [9] J.-S. Chen, Y.-W. Hwang, "Centrifugal force induced dynamics of a motorized high-speed spindle", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Vol. 30 (2006) pp. 10–19.
- [10] Z. Chunjiang, Y. Xiaokai, H. Qingxue, G. Shidong, G. Xin, "Analysis on the Load Characteristics and Coefficient of Friction of Angular Contact Ball Bearing at High Speed", *Tribology International*. Vol. 87 (2015) pp. 50–56.
- [11] P. Chwieduk, Badania cieplne na stanowisku do badań łożysk tocznych., Politechnika Śląska, 2013.
- [12] A.I. Dashchenko, *Manufacturing Technologies for Machines of the Future: 21st Century Technologies*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 2003.
- [13] Z. De-xing, C. Weifang, L. Miaomiao, "An optimized thermal network model to estimate thermal performances on a pair of angular contact ball bearings under oil-air lubrication", *Applied Thermal Engineering*. Vol. 131 (2017) pp. 328–339.
- [14] Z. Dexing, C. Weifang, "Thermal performances on angular contact ball bearing of high-speed spindle considering structural constraints under oil-air lubrication", *Tribology International*. Vol. 109 (2017) pp. 593–601.
- [15] Y. Dong, Z. Zhou, M. Liu, "Bearing preload optimization for machine tool spindle by the influencing multiple parameters on the bearing performance", *Advances in Mechanical Engineering*. Vol. 9 (2017) pp. 1–9.
- [16] B.P. Erdel, *High-Speed Machining*, Society of Manufacturing Engineers, Michigan, 2003.
- [17] B. Fang, J. Zhang, S. Wan, J. Hong, "Determination of optimum preload considering the skidding and thermal characteristic of high-speed angular contact ball bearing", *Journal of Mechanical Design*. Vol. 140 (2018) pp. 053301:1–11.
- [18] T.A. Harris, M.N. Kotzalas, *Rolling Bearing Analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology*, 5th ed., CRC Press, Boca Raton, 2007.
- [19] T.A. Harris, M.N. Kotzalas, *Rolling Bearing Analysis: Essential Concepts of Bearing Technology*, 5th ed., CRC Press, Boca Raton, 2007.
- [20] P. He, F. Gao, Y. Li, W. Wu, D. Zhang, "Study on thermo-mechanical coupling characteristics of angle contact ball bearing with fix-position preload", *Industrial Lubrication and Tribology*. Vol. 71 (2019) pp. 795–802.
- [21] H. Hertz, *Miscellaneous Papers*, MacMillan and Co., London, 1896.
- [22] T. Holkup, H. Cao, P. Kolar, Y. Altintas, J. Zelený, "Thermo-mechanical model of

- spindles*", CIRP Annals - Manufacturing Technology. Vol. 59 (2010) pp. 365–368.
- [23] P. Honnerova, J. Martan, Z. Vesely, M. Honner, "Method of emissivity measurement of semitransparent coatings at ambient temperature", Scientific Reports. Vol. 7 (2017) pp. 7:1386.
- [24] T. Hu, G. Yin, C. Deng, "Approach to Study Bearing Thermal Preload Based on the Thermo-Mechanical Information Interaction Net", International Journal of Control and Automation. Vol. 7 (2014) pp. 299–312.
- [25] T. Hu, G. Yin, C. Deng, "Approach to Study Bearing Thermal Preload Based on the Thermo-Mechanical Information Interaction Net", International Journal of Control and Automation. Vol. 7 (2014) pp. 299–312.
- [26] F.W. Hülle, Die Werkzeugmaschinen : ihre neuzeitliche Durchbildung für wirtschaftliche Metallbearbeitung : ein Lehrbuch, Julius Springer, Berlin, 1919.
- [27] Y.-K. Hwang, C.-M. Lee, "A review on the preload technology of the rolling bearing for the spindle of machine tools", International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. Vol. 11 (2010) pp. 491–498.
- [28] F. Itogawa, T. Nakamura, T. Matsubara, "Starvation in ball bearing lubricated by oil and air lubrication system", Tribology Series. Vol. 34 (1998) pp. 243–252.
- [29] S. Jain, Skidding and Fault Detection in the Bearings of Wind-Turbine Gearboxes, University of Cambridge, 2012.
- [30] J. Jedrzejewski, Z. Kowal, W. Kwasny, Z. Winiarski, In-house system for holistic modelling of machine tool operating properties, in: 2014 2nd Int. Conf. Syst. Informatics, ICSAI 2014, 2015: pp. 411–416.
- [31] J. Jedrzejewski, W. Kwasny, "Modelling of angular contact ball bearings and axial displacements for high-speed spindles", CIRP Annals - Manufacturing Technology. Vol. 59 (2010) pp. 377–382.
- [32] S. Jiang, H. Mao, "Investigation of variable optimum preload for a machine tool spindle", International Journal of Machine Tools and Manufacture. Vol. 50 (2010) pp. 19–28.
- [33] C. Jin, B. Wu, H. Youmin, "Heat generation modeling of ball bearing based on internal load distribution", Tribology International. Vol. 45 (2012) pp. 8–15.
- [34] A.B. Jones, "Ball motion and sliding friction in ball bearings", Journal of Basic Engineering. Vol. 81 (1959) pp. 1–12.
- [35] A.B. Jones, "A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions", Journal of Basic Engineering. Vol. 82 (1960) pp. 309–320.
- [36] J.-D. Kim, I. Zverv, K.-B. Lee, "Thermal Model of High-Speed Spindle Units", Intelligent Information Management. Vol. 02 (2010) pp. 306–315.
- [37] K.-S. Kim, D.-W. Lee, S.-M. Lee, S.-J. Lee, J.-H. Hwang, "A Numerical Approach to Determine the Frictional Torque and Temperature of an Angular Contact Ball Bearing in a Spindle System", International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. Vol. 16 (2015) pp. 135–142.
- [38] S.-M. Kim, S.-K. Lee, "Prediction of thermo-elastic behavior in a spindle-bearing system considering bearing surroundings", International Journal of Machine Tools and Manufacture. Vol. 41 (2001) pp. 809–831.
- [39] M. Kłonica, J. Matuszak, P. Pieśko, M. Włodarczyk, K. Zaleski, J. Kuczmaszewski, T. Pałka, R. Rusinek, I. Zagórski, Obróbka skrawaniem stopów aluminium i magnezu, Politechnika Lubelska, Lublin, 2015.
- [40] J. Koch, J. Ilczyszyn, J. Krzyżanowski, Wrzeczona obrabiarek, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1982.
- [41] J. Kosmol, "Modelowanie zjawisk kontaktowych w łożysku skośnym metodą elementów skończonych", Modelowanie Inżynierskie. Vol. 56 (2015) pp. 65–70.
- [42] J. Kosmol, Determination of motion resistances in high-speed spindle angular bearings, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2016.
- [43] J. Kosmol, "Analytical determination of rolling friction coefficient of angular bearing", Journal of Manufacturing Science and Engineering. Vol. 140 (2018) pp. 021002.
- [44] J. Kosmol, "Doświadczalne wyznaczanie sztywności kontaktowej kulek łożyskowych",

- Modelowanie Inżynierskie. Vol. 68 (2018) pp. 62–67.
- [45] J. Kosmol, "An extended contact model of the angular bearing", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Vol. 57 (2019) pp. 59–72.
- [46] J. Kosmol, "An extended model of angular bearing - influence of fitting and pre-deformation", *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*. Vol. 21 (2019) pp. 493–500.
- [47] J. Kosmol, R. Gatys, "Symulacyjne badania wpływu prędkości obrotowej na siły kontaktowe w łożysku tocznym", *Inżynieria Maszyn*. Vol. 21 (2016) pp. 32–45.
- [48] J. Kosmol, K. Lehirh, "Model cieplny elektrowrzeciona", *Modelowanie Inżynierskie*. Vol. 8 (2010) pp. 119–126.
- [49] J. Kosmol, K. Stawik, "Wpływ współczynnika sztywności kontaktowej i współczynnika tarcia na siły kontaktowe w łożysku tocznym", *Modelowanie Inżynierskie*. Vol. 58 (2016) pp. 65–74.
- [50] H. Krzemiński-Freda, *Łożyska toczne*, 2nd ed., Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1989.
- [51] E. Kurvinen, J. Sapanen, A. Mikkola, "Ball bearing model performance on various sized rotors with and without centrifugal and gyroscopic forces", *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 90 (2015) pp. 240–260.
- [52] M.J. Latif, *Heat convection*, second edition, Springer-Verlang Berlin Heidelberg, 2009.
- [53] C.-M. Lee, W.-S. Woo, D.-H. Kim, "The latest preload technology of machine tool spindles: a review", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. Vol. 18 (2017) pp. 1669–1679.
- [54] J. Lee, D.-H. Kim, C.-M. Lee, "A study on the thermal characteristics and experiments of High-Speed spindle for machine tools", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. Vol. 16 (2015) pp. 293–299.
- [55] H. Li, Y. Shin, "Analysis of bearing configuration effects on high speed spindles using an integrated dynamic thermo-mechanical spindle model", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. Vol. 44 (2004) pp. 347–364.
- [56] S.-S. Li, Y. Shen, Q. He, "Study of the thermal influence on the dynamic characteristics of the motorized spindle system", *Advances in Manufacturing*. Vol. 4 (2016) pp. 355–362.
- [57] X. Li, H. Li, J. Hong, Y. Zhang, "Heat analysis of ball bearing under nonuniform preload based on five degrees of freedom quasi-static model", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. Vol. 230 (2015) pp. 1–20.
- [58] N.T. Liao, J.F. Lin, "Ball bearing skidding under radial and axial loads", *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 37 (2002) pp. 91–113.
- [59] C.-W. Lin, J. Tu, J. Kamman, "An integrated thermo-mechanical-dynamic model to characterize motorized machine tool spindles during very high speed rotation", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. Vol. 43 (2003) pp. 1035–1050.
- [60] J. Liu, C. Tang, H. Wu, X. Zidan, L. Wang, "An analytical calculation method of the load distribution and stiffness of an angular contact ball bearing", *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 142 (2019) pp. 103597:1–16.
- [61] Y. Liu, Y.-X. Ma, Q.-Y. Meng, X.-C. Xin, S.-S. Ming, "Improved thermal resistance network model of motorized spindle system considering temperature variation of cooling system", *Advances in Manufacturing*. Vol. 6 (2018) pp. 384–400.
- [62] N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz, *Machine Tools for High Performance Machining*, Springer-Verlang London, 2009.
- [63] T. Lube, J. Dusza, "A silicon nitride reference material - A testing program of ESIS TC6", *Journal of the European Ceramic Society*. Vol. 27 (2007) pp. 1203–1209.
- [64] C. Ma, J. Yang, L. Zhao, X. Mei, S. Hu, "Simulation and Experimental Study on the Thermally Induced Deformations of High-speed Spindle System", *Applied Thermal Engineering*. Vol. 86 (2015) pp. 251–268.
- [65] X. Min, J. Shuyun, C. Ying, "An improved thermal model for machine tool bearings", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. Vol. 47 (2007) pp. 53–62.
- [66] J. Musiał, M. Styp-Rekowski, Analityczno-eksperymentalny sposób określania

- współczynnika oporów ruchu przy tarcu tocznym, in: Probl. Niekonwencjonalnych Układów Łożyskowych, Polskie Towarzystwo Tribologiczne, Łódź, 1999: pp. 59–65.
- [67] M. Muszyński, "Odkształcenia promieniowe szybkoobrotowych pierścieni łożyskowych spowodowane siłami odśrodkowymi", Modelowanie Inżynierskie. Vol. 68 (2018) pp. 85–90.
- [68] M. Muszyński, "Badania symulacyjne wpływu sprężystych deformacji promieniowych obrotowego pierścienia na siły kontaktowe w łożysku skośnym", Modelowanie Inżynierskie. Vol. 71 (2019) pp. 63–68.
- [69] M. Muszyński, J. Kosmol, "Eksperymentalna metoda określania momentu oporu ruchu łożysk skośnych", Inżynieria Maszyn. Vol. 23 (2018) pp. 36–43.
- [70] M. Muszyński, A. Sokołowski, "Testing the motion resistance of angular contact spindle bearings for different ways of preload implementation", Modelling in Engineering 2020: Applied Mechanics. Springer Nature. (2021) pp. 223–233.
- [71] H. Nguyen-Schäfer, Computational Design of Rolling Bearings, Springer, Ludwigsburg, 2016.
- [72] D. Noel, M. Ritou, B. Furet, S. Le Loch, "Complete Analytical Expression of the Stiffness Matrix of Angular Contact Ball Bearings", Journal of Tribology. Vol. 135 (2013) pp. 1–8.
- [73] A. Palmgren, Łożyska toczne, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1951.
- [74] A. Palmgren, Ball and roller bearing engineering, SKF Industries, Philadelphia, 1959.
- [75] C. Rabréau, J. Kekula, M. Ritou, M. Sulitka, J. Shim, S. Loch, B. Furet, "Influence of bearing kinematics hypotheses on ball bearing heat generation", Procedia CIRP. Vol. 77 (2018) pp. 622–625.
- [76] H. Schulz, "The history of high speed machining", Revista De Ciència & Tecnologia. Vol. 7 (1999) pp. 9–18.
- [77] F. Schwerd, Spanende Werkzeugmaschinen, Grundlagen und Konstruktionen Ein Lehrbuch für Hochschulen, Ingenieurschulen und für die Praxis, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 1956.
- [78] X. Sheng, B. Li, Z. Wu, H. Li, "Calculation of ball bearing speed-varying stiffness", Mechanism and Machine Theory. Vol. 81 (2014) pp. 166–180.
- [79] L. Šooš, Radial Ball Bearings with Angular Contact in Machine Tools, in: R. Sehgal (Ed.), Perform. Eval. Bear., IntechOpen, 2012: pp. 49–92.
- [80] S. Strobl, T. Lube, P. Supancic, M. Stoiser, O. Schöppl, R. Danzer, "Mechanical properties of silicon nitride rolling elements in dependence of size and shape", Journal of the European Ceramic Society. Vol. 34 (2014) pp. 4167–4176.
- [81] M. Styp-Rekowski, Problematyka wewnętrznych oporów ruchu w kulkowych łożyskach skośnych, Akademia Techniczno-Rolnicza im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich, 1999.
- [82] J. Takabi, M. Khonsari, "Experimental testing and thermal analysis of ball bearings", Tribology International. Vol. 60 (2012) pp. 93–103.
- [83] V.-T. Than, J. Huang, "Nonlinear Thermal Effects on High-Speed Spindle Bearings Subjected to Preload", Tribology International. Vol. 96 (2015) pp. 361–372.
- [84] H.K. Tönshoff, T. Friemuth, P. Andrae, C. Lapp, "High-Speed Cutting-Fundamentals and Machine Tool Development", Initiatives of Precision Engineering at the Beginning of a Millenium. (2001) pp. 97–101.
- [85] E. Uhlmann, J. Hu, "Thermal Modelling of a High Speed Motor Spindle", Procedia CIRP. Vol. 1 (2012) pp. 313–318.
- [86] J. Walczak, Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności - tom I, PWN, Kraków, 1977.
- [87] H. Wang, Y. Cai, H. Wang, "A dynamic thermal-mechanical model of the spindle-bearing system", Mechanical Sciences. Vol. 8 (2017) pp. 277–288.
- [88] H. Wang, Q. Han, D. Zhou, "Nonlinear dynamic modeling of rotor system supported by angular contact ball bearings", Mechanical Systems and Signal Processing. Vol. 85 (2017) pp. 16–40.
- [89] L. Wang, G. Chen, L. Gu, D. Zheng, "Operating temperature in high-speed ball bearing", Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical

- Engineering Science. Vol. 221 (2007) pp. 353–359.
- [90] L. Wu, Q. Tan, "*Thermal Characteristic Analysis and Experimental Study of a Spindle-Bearing System*", Entropy. Vol. 18 (2016) pp. 271:1–25.
- [91] W. Wu, X. Li, F. Xu, J. Hong, Y. Li, "*Investigating effects of non-uniform preload on the thermal characteristics of angular contact ball bearings through simulations*", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. Vol. 228 (2014) pp. 667–681.
- [92] T. Xu, G. Xu, "*A preload analytical method for ball bearings utilising bearing skidding criterion*", Tribology International. Vol. Volume 67 (2013) pp. 44–50.
- [93] K. Yan, B. Yan, Y. Wang, J. Hong, J. Zhang, "*Study on thermal induced preload of ball bearing with temperature compensation based on state observer approach*", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol. 94 (2018) pp. 3029–3040.
- [94] Z.-. Ye, L. Wang, G. Chen, D. Tang, "*Analysis of thermo-mechanical coupling of high-speed angular-contact ball bearings*", Advances in Mechanical Engineering. Vol. 9 (2017) pp. 1–14.
- [95] A. Zahedi, M. Movahhedy, "*Thermo-mechanical modeling of high speed spindles*", Scientia Iranica. Vol. 19 (2012) pp. 282–293.
- [96] J. Zapłata, "*Modelowanie odkształceń cieplnych obrabiarki precyzyjnej metodą MES*", Modelowanie Inżynierskie. Vol. 63 (2017) pp. 114–122.
- [97] J. Zhang, B. Fang, Y. Zhu, J. Hong, "*A comparative study and stiffness analysis of angular contact ball bearings under different preload mechanisms*", Mechanism and Machine Theory. Vol. 115 (2017) pp. 1–17.
- [98] L. Zhang, Q. Shi, Y. Wu, Temperature Field Analysis and Experimental Test of CNC Lathe Precision Spindle System without Load, in: 2015 6th Int. Conf. Manuf. Sci. Eng., 2015: pp. 772–778.
- [99] P. Zhang, X. Chen, J. Liu, "*Model-based dynamical properties analysis of a motorized spindle system with an adjustable preload mechanism*", Journal of Vibroengineering. Vol. 16 (2014) pp. 2933–2948.
- [100] Y. Zhang, X. Li, J. Hong, K. Yan, S. Li, "*Uneven heat generation and thermal performance of spindle bearings*", Tribology International. Vol. 126 (2018) pp. 324–335.
- [101] A. Zivkovic, M. Zeljković, C. Mladenović, S. Tabaković, Z. Milojević, M. Hadžistević, "*A study of thermal behavior of the machine tool spindle*", Thermal Science. Vol. 2018 (2018) pp. 1–15.
- [102] A. Zivkovic, M. Zeljkovic, S. Tabakovic, Z. Milojevic, "*Mathematical modeling and experimental testing of high-speed spindle behavior*", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol. 77 (2015) pp. 1071–1086.
- [103] "*Book of Spindles: Part I*", Informacje Techniczne Firmy DYNOMAX INC.
- [104] "*Super-precision angular contact ball bearings: high-speed E design bearings*", Katalog Firmy SKF.
- [105] "*Super-precision angular contact ball bearings: high-capacity*", Katalog Firmy SKF.
- [106] "*Hybrid bearings - a solution for improved reliability under severe operating conditions*", Informacje Techniczne Firmy SKF.
- [107] "*Łożyska toczne*", Katalog Firmy SKF.
- [108] "*Super-precision bearings*", Katalog Firmy SKF.
- [109] "*Handbook of Disc Springs, Schnorr Corporation*", Informacje Techniczny Firmy SCHNORR CORPORATION.
- [110] "*100Cr6*", Karta Katalogowa Firmy LUCEFIN S.P.A.
- [111] ANSYS 13.0 Help.
- [112] "*Isoflex NBU 15*", Karta Katalogowa Firmy KLÜBER LUBRICATION.
- [113] ASTM D341 - 03 - Standard test method for viscosity-temperature charts for liquid petroleum products.
- [114] Study of the clearance control for high speed spindle bearing and optimization of spindle cooling system, 2004.