ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2011
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 56 Nr kol. 1845

Joanna TOCZYŃSKA
Politechnika Śląska
Wydział Organizacji i Zarządzania
Instytut Zarządzania i Administracji

MODEL PODZIAŁU ZASOBÓW UCZELNI W SYSTEMIE ZARZĄDZANIA JAKOŚCIĄ KSZTAŁCENIA

Streszczenie. W artykule zaproponowano ekonomiko-matematyczny model podziału zasobów uczelni. Model daje takie przedstawienie systemu zarządzania uczelnią, przy którym obecne zasoby wykorzystuje się w najlepszy sposób pod względem osiągania końcowych celów jakościowego poziomu kształcenia. Dla rozwiązywania zagadnienia na przykładzie podziału zasobu czasu wybrano i opisano metodę programowania dynamicznego z wykorzystaniem zasady optymalności Bellmana.

MODEL OF HIGH SCHOOL'S RESOURCES ALLOCATION IN SYSTEM OF EDUCATION'S QUALITY MANAGEMENT

Summary. In the article there is proposed economic-mathematical model of high school's resources allocation. Model presents such a system of education's quality management, which uses in the best way current resources in respect of qualitative level of education's final objectives achieving. For the issue's solving on example of time resources allocation there is chosen and described dynamic programming method with using of Bellman principle of optimality.

1. Wstęp

W publikacjach[1,2] dokonano krytycznego przeglądu metod oceny jakości kształcenia w szkole wyższej w przedstawieniu różnych autorów krajowych i zagranicznych; rozważono

[1] Toczyńska J.: Ocena jakości kształcenia w szkole wyższej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Organizacja i Zarządzanie, z. 53, Gliwice 2010, s. 347-361.
[2] Toczyńska J.: Jakość i zarządzanie usługą edukacyjną. Rozdział 1.3 [w:] Staszewska J. (red.): Przedsiębiorstwo usługowe wobec wyzwań XXI wieku. Wydawnictwo Unikat2, Katowice 2010, s. 40-61.

pojęcie celu kształcenia, możliwości jego formułowania i rozwinięcia w postaci drzewa celów; sformułowano wymogi do kryterium, i na tej podstawie zaproponowano mierzalne ilościowo kryterium oceny jakości kształcenia oraz uzasadniono przydatność wybranego kryterium do mierzenia poziomu jakości kształcenia. Opracowano zasobowo-docelową koncepcję systemu zarządzania procesem kształcenia w szkole wyższej, a kryterium oceny jakości w tym systemie jest *prawdopodobieństwo osiągania celów kształcenia.* Wartość kryterium na najwyższym poziomie hierarchii drzewa celów jest uzależniona (multiplikatywnie) od wartości kryterium na niższych poziomach, natomiast na samym dole w drzewie celów są przedstawione zadania systemu kształcenia, a ich wykonanie zależy od posiadanych i przydzielonych na te zadania zasobów uczelni. Prawdopodobieństwo wykonania zadań i osiągania celów kształcenia będzie satysfakcjonujące, jeżeli zasobów posiadamy w wystarczającej ilości. Natomiast, jeśli zasoby są ograniczone, a najczęściej taką właśnie mamy sytuację, należy zadbać o to, aby ich wykorzystanie przebiegało w sposób optymalny pod względem maksymalizacji wybranego kryterium.

Sformułowane w poprzednich publikacjach kryterium zostało wykorzystane do dalszych badań przedstawionych w niniejszym opracowaniu.

Przedstawienie problemu. Proces powstania, kształtowania, rozwoju i umacniania pozycji konkurencyjnej i wizerunku uczelni zależy w konsekwencji od dwóch głównych czynników: *po pierwsze*, jakości kształcenia, i *po drugie*, kosztów kształcenia.

Jednakże, wzrost pierwszego czynnika najczęściej jest powiązany ze wzrostem drugiego. Stąd konieczne jest takie zorganizowanie wykorzystania dostępnych zasobów, które umożliwi optymalne ich zużycie w celu maksymalnego osiągania należytego poziomu kształcenia. Wymienione dwa założone czynniki zostały podstawą budowy modelu ekonomiko-matematycznego: pierwszy formułuje cel procesu, drugi zaś wskazuje na ograniczone zasoby i ograniczone możliwości zabezpieczające proces dydaktyczny. Cele procesu kształcenia winne być zabezpieczone odpowiednimi zasobami umożliwiającymi osiąganie tych celów, tzn. proponowany model bazuje na zasadzie „cele-zasoby". Model ten został nazwany *bazowym modelem* systemu zarządzania jednostką edukacyjną, ponieważ daje on takie przedstawienie systemu zarządzania uczelnią, przy którym obecne zasoby wykorzystuje się w najlepszy sposób pod względem skuteczności osiągania końcowych celów *należnego (jakościowego)* poziomu kształcenia.

Celem niniejszego opracowania jest identyfikacja funkcjonalnych zależności zmiennych procesu kształcenia, budowa optymalizacyjnego modelu ekonomiko-matematycznego zagadnienia maksymalizacji wartości wybranego kryterium oceny jakości kształcenia z uwzględnieniem ograniczonych zasobów uczelni oraz naukowe formalizowanie procesu rozwiązywania zagadnienia.

Dla realizacji tak postawionego celu został opracowany model matematyczny na przykładzie zasobu czasu oraz wybrano i opisano metodę rozwiązania zagadnienia za pomocą programowania dynamicznego. Rozwiązanie zagadnienia:

- po pierwsze, pozwoli zweryfikować, czy zasób czasu obecny do dyspozycji i jego podział są wystarczające dla osiągnięcia celów kształcenia oraz jakie jest prawdopodobieństwo osiągania postawionych celów przy obecnie przydzielonych zasobach czasu;
- po drugie, wskaże, w jaki sposób należy wykorzystać zasoby czasowe okresu studiowania, aby prawdopodobieństwo osiągania należnego końcowego poziomu kształcenia (czyli jakościowego poziomu) przybierało wartość maksymalną.

2. Uwarunkowania modelu optymalnego podziału zasobów

Uczelnia funkcjonuje w sztywnych warunkach ograniczenia zasobów, między innymi *zasobu czasu.* Okoliczność ta często jest ignorowana przy konstruowaniu systemu zarządzania podmiotami edukacyjnymi. A to z kolei staje się jedną z głównych przyczyn tego, że nasze plany studiów, a w szczególności programy z niektórych przedmiotów są trudne w realizacji, a częstokroć nawet nie mają realnych szans, aby je w całości wykonać. Brakuje zasobów do ich realizacji, między innymi może to być niedostateczne zaplecze techniczne, brak materiałów metodycznych dla studentów jak i dla wykładowców, niedostateczny poziom doświadczenia i wyspecjalizowania kadry naukowo-dydaktycznej, a najczęściej za małą liczbą godzin przeznacza się na realizację poszczególnych programów i tematów z przedmiotów.

Jak pokazują badania[3], plany dydaktyczne są przeładowane przedmiotami i treściami, na które przeznacza się zbyt mało czasu; obciążenie nauką nie jest równomierne we wszystkich semestrach; zbyt duża jest liczba godzin zajęć audytoryjnych, szczególnie na studiach zaocznych; dużo zleca się samodzielnej twórczej pracy studentom z różnych przedmiotów w tym samym okresie czasu (przeważnie pod koniec semestru) bez jakiegokolwiek koordynowania międzyprzedmiotowego itd. To wszystko skutkuje niską oceną jakości kształcenia, brakiem zadowolenia studentów z procesu kształcenia, częstym dążeniem jedynie do formalnego zaliczania przedmiotów; niską satysfakcją z ukończonych studiów, a także słabą oceną szans absolwentów na rynku pracy. Jeśli uwzględnimy godziny zajęć audytoryjnych, a także czas niezbędny na przygotowanie się do zajęć (ćwiczeń, seminariów,

[3] Stalewski T. (red.): Jakość kształcenia na kierunku Zarządzanie i Marketing: problemy, badania, rozwiązania. Difin, Warszawa 2005, s. 85, 89, 108, 118.

konwersatoriów), wykonanie projektów, prac semestralnych, referatów itd., to trudno się dziwić, że studentom nie starcza głównego zasobu – zasobu czasu na dogłębne poznanie tematu, prowadzenie badań własnych, przekonsultowanie czy przedyskutowanie wątpliwych hipotez z opiekunem naukowym, nie wspominając już o bibliotece. Poza tym dla prawidłowego rozwoju osobowości czas studiowania powinien być uzupełniony czasem przeznaczonym na rozwój fizyczny, emocjonalny, kulturalny i światopoglądowy, co jest szczególnie ważne w młodym wieku i nie może być zaniechane przez okres kilku lat studiowania. Owszem, zwiększone wymagania i zakres samodzielnej pracy z wybranego przedmiotu powiększa wiedzę i umiejętności studenta z danego przedmiotu. Jednak, jeśli dzieje się to kosztem innych przedmiotów, kosztem czasu przeznaczonego na wypoczynek, rozwój fizyczny i kulturalny, to ostateczny końcowy wynik takiego kształcenia nie trudno przewidzieć. Często doceniamy tymczasowe sukcesy, nie interesując się tym, w jakim stopniu takie działania wywierają negatywny wpływ w przyszłości na ogólny poziom kształcenia fachowca i osobowości o szerokich horyzontach. Ograniczony zasób czasu przy rozbudowanych celach nie przynosi pożądanego rezultatu. A zatem, należy: albo zwiększyć zasoby, albo zredukować cele. Kompromisowym wariantem może okazać się optymalizacja podziału zasobów.

A zatem, uważamy za słuszne konstruowanie *układu ograniczeń* odzwierciedlających warunki, w jakich przebiega proces zarządzania uczelnią. Do ograniczonych zasobów uczelni należą:

- rzeczowe zasoby,
- finansowe zasoby,
- ilościowy i jakościowy skład grona kadry naukowo-dydaktycznej,
- zasoby informacyjne i prawno-organizacyjne,
- ogólny zasób czasu studiowania.

W warunkach samodzielności decyzyjnej, a w wielu przypadkach – i finansowej, racjonalny podział i wykorzystanie zasobów staje się czynnikiem wyznaczalnym w podniesieniu skuteczności całego procesu dydaktycznego ogółem.

3. Model optymalnego podziału zasobów na przykładzie zasobu czasu

Zaproponujemy ekonomiko-matematyczny model realizujący *optymalny podział zasobu czasu* na przedmioty oraz rodzaje działalności dydaktycznej z tychże przedmiotów[4].

[4] Opracowanie modelu własne.

Ustalimy następujący cel: z ogólnego zasobu czasu odnaleźć taki jego rozkład (podział), przy którym łączne prawdopodobieństwo osiągania celów procesu dydaktycznego przyjmuje wartość maksymalną. Wprowadzimy oznaczenia:

t_{ji} – czas przeznaczony na *i*-ty rodzaj działalności dydaktycznej przy studiowaniu przedmiotu *j* (*wartość decyzyjna-szukana*),

T_j – zasób czasu przydzielony dla przedmiotu j (*wartość decyzyjna-szukana*),

$P_{ji}(t_{ji})$ – prawdopodobieństwo osiągania celów kształcenia, jeśli przy innych danych warunkach na *i*-ty rodzaj działalności z przedmiotu *j* przydzielono resurs czasu t_{ij}. Na *i*-te rodzaje działalności z przedmiotu składać się mogą, m.in.: rozdziały z przedmiotu (bloki tematyczne), seminarium, projekt, referat, praca zaliczeniowa i inne rodzaje działalności z przedmiotu zaplanowane w karcie przedmiotu przez prowadzącego przedmiot.

Model zagadnienia przybiera postać:

$$P_j = \prod_{j=1}^{m_j} [\mathrm{P}_{ji}(t_{ji})]^{\alpha_{ji}} \quad \to \max \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{m} t_{ji} \le T_j \tag{2}$$

$$t_{ji} \ge 0 \tag{3}$$

Model ma *dwa poziomy*. Na pierwszym (górnym*)* poziomie odbywa się podział ogólnego zapasu czasu *T* na przedmioty zgodnie ze schematem:

$$P = \prod_{j=1}^{n} \left[P_j(T_j)\right]^{\alpha j} \quad \to \quad \max \tag{4}$$

$$\sum_{j'1}^{n} T_j \le T \tag{5}$$

$$T_j \ge 0 \tag{6}$$

Następnie na drugim poziomie odbywa się podział zasobów (w naszym wypadku jest to zasób czasu) przydzielonych na każdy przedmiot według rodzajów działalności dydaktycznej z każdego przedmiotu.

Oba modele są podobne. Ponieważ zadanie funkcji $P_{ij}(t_{ij})$ i $P_j(T_j)$ dla analogicznych wartości zmiennych dokonuje się w różny sposób, obydwa zagadnienia są realizowane w systemie informatycznym równolegle w sposób iteracyjny.

Początkowo grupa ekspertów ustala wielkości t_{ij}^0 – czas *potrzebny* na skuteczne osiąganie celu nauczania rozdziału i w przedmiocie j przy determinowanych innych zasobach i warunkach funkcjonowania uczelni i który zagwarantuje, że $P_{ij}(t_{ij}^0) = 1{,}0$. Na podstawie t_{ij}^0 oblicza się $T_j^0 = \sum_{i=1}^{m_j} t_{ij}^0$ – czas potrzebny dla opanowania przedmiotu j w całości. Następnie oblicza się $\sum_i \sum_j t_{ij}^0$; jeżeli ta suma nie jest większa od *ogólnej* wartości T danego nam do dyspozycji zasobu czasu, to w tym trywialnym przypadku zagadnienie nie potrzebuje rozwiązania, bowiem t_{ij}^0 jest podziałem optymalnym (potrzebny czas nie przekracza czasu do dyspozycji). Jednakże algorytm przewiduje kontynuowanie rozwiązania w celu zmniejszania zasobu T do takiej wartości, dopóki $P(T^{opt})$ nie stanie się mniejsze od pewnego *zadanego* $P_{\min}$. $P_{\min}$ – jest to minimalnie dopuszczalne prawdopodobieństwo osiągania celów (zadane z zewnątrz); może to być z założenia 1,0 lub wartość mniejsza, np. średnia branżowa na badanym kierunku lub analogiczna dla uczelni-liderów.

Natomiast nas zawsze będą interesować te okoliczności, kiedy zasobu czasu nie starcza i $\sum_i \sum_j t_{ij}^0 > T$. Każde T_j^0 podlega korekcji w stronę zmniejszania w taki sposób, aby spełnić warunek $\sum_{j=1}^{n} T_j^0 \le T$. Jednak w tym przypadku zmniejsza się również prawdopodobieństwo osiągania celów. W wyniku rozwiązania n zadań niższego poziomu (model 1-3) otrzymujemy $t_{ij}^{1,opt}$ oraz $T_j^{1,opt}$. Następnie dla danego T rozwiązuje się zagadnienie górnego poziomu (model 4-6). Wystąpić może jeden z dwóch przypadków:

1. $P\ (T^{k,opt}) \ge P_{\min}$. Warunki zagadnienia są niesprzeczne (zgodne), rozwiązanie jest kontynuowane drogą korekcji $T^{k,opt}$ w stronę zmniejszenia.
2. $P\ (T^{k,opt}) < P_{\min}$. Warunki zagadnienia są sprzeczne. Jednakże rozwiązanie zagadnienia trwa dotychczas, dopóki *fikcyjne* zwiększenie zasobu T doprowadzi nas do przypadku $P\ (T^{k,opt}) \ge P_{\min}$.

Ponieważ przy rozwiązywaniu zagadnienia (4-6) po każdej dużej iteracji następuje wzrost funkcji docelowej (w przypadku fikcyjnego dodawania zasobu) lub zmniejszenie funkcji docelowej (w przypadku nadmiaru zasobu), to w ciągu skończonej ilości kroków zagadnienie będzie w całości zbadane.

W wyniku rozwiązania zagadnienia otrzymujemy jeden z dwóch komunikatów:
1. W przypadku przerostu zasobu czasu T:

> *„Warunki zagadnienia są niesprzeczne.*
> *Przy zasobie czasu* $T^{opt} = \ldots$ *prawdopodobieństwo osiągania celów stanowi* $P^{opt} = \ldots$.
> T^{opt} *stanowi ... % od ogólnej zadanej wartości zasobu czasu T.*
> *Optymalny podział zasobu czasu na poszczególne przedmioty i rodzaje działalności z każdego przedmiotu jest przedstawiony w tabeli X".*

2. W przypadku niedoboru zasobu czasu T:

> *„Przy zadanej ogólnej wartości zasobu czasu* $T = \ldots$ *warunki zagadnienia są sprzeczne.*
> *Przy zadanej ogólnej wartości zasobu czasu* $T = \ldots$ *prawdopodobieństwo osiągania celów kształcenia stanowi* $P^{opt} = \ldots$*, natomiast* $P_{\min} = \ldots$.
> *Optymalny podział zasobu czasu na poszczególne przedmioty i rodzaje działalności z każdego przedmiotu jest przedstawiony w tabeli Y.*
> *Warunki zagadnienie zostaną niesprzeczne przy najbliższym* $T = \ldots$ *, co stanowi ...% od obecnie zadanej wartości zasobu czasu. W tym przypadku optymalny podział zasobu czasu na poszczególne przedmioty i rodzaje działalności z każdego przedmiotu jest przedstawiony w tabeli Z."*

Wyjaśnimy jeszcze istotę współczynników α_{ij} w zagadnieniu (1-3) oraz α_j w zagadnieniu (4-6). Na podstawie teorii niezawodności wiadomo, że funkcje tego typu jak (1) i (4) odzwierciedlają stopień niezawodności funkcjonowania obiektu sterowanego. W naszym przypadku wskaźniki potęgi α pokazują, w jakim stopniu jest ważny podsystem (przedmiot) *j* w zagadnieniu (4-6) oraz jak ważny jest podsystem *(j, i)* w zagadnieniu (1-3). W praktyce, dla tego typu zagadnień podobne wskaźniki kształtują się przeważnie na poziomie $1 \leq \alpha_j \leq 2$ i $1 \leq \alpha_{ji} \leq 2{,}5$. Takie podejście gwarantuje, że pozyskanie wiedzy i umiejętności z bardziej ważnych (kierunkowych/specjalnościowych) przedmiotów oraz z kluczowych tematów i rodzajów działalności będą miały w systemie wyższy status, ponieważ zapewni to większą kompleksowość i jakość wykształcenia w całości.

Należy również podkreślić, że przy wyborze typu funkcji docelowej (1) i (4) preferencje autora zostały oddane dla *multiplikatywnego* kryterium optymalności w porównaniu z bardzo popularnym addytywnym. Skalarny współczynnik jakości ustalany na podstawie średnich wartości (w tym średnio ważonych) miałby tę istotną wadę, że kosztem wysokiego poziomu jednego wskaźnika można uzyskać dostatecznie wysoki „średni” poziom ogólnego wskaźnika. Natomiast obiektywnie sytuacja wyglądałaby tak, że niskie wartości innych wskaźników miałyby znaczący negatywny wpływ na ogólną ocenę wyników funkcjonowania całego systemu. Po analogii potwierdza się to w teorii niezawodności technicznych systemów. Autor jest przekonany, że znaczne usterki w wiedzy, chociażby z jednego przedmiotu (a nawet rozdziału), nie mogą być kompensowane dobrymi wynikami z innych przedmiotów.

Podział innych, niż czas, zasobów uczelni może być przeprowadzony analogicznie według podobnych modeli matematycznych ewentualnie ze zmianą typu funkcji docelowej.

4. Metody ustalania stanów funkcji prawdopodobieństwa w zależności od zmiennej czasu

W procesie rozwiązywania zagadnienia (1-6) zachodzi konieczność określenia wartości funkcji prawdopodobieństwa dla różnych wartości t_{ji}. Zaprezentujemy metody ustalania funkcji $P_{ji}(t_{ji})$, które zostaną wykorzystane w algorytmie rozwiązywania zagadnienia.

Stany funkcji prawdopodobieństwa skutecznego osiągnięcia celów kształcenia w rozpatrywanym zagadnieniu mogą być zadawane: a) przy pomocy ekspertów; b) analitycznie; c) z zastosowaniem interpolacji punktów bazowych. Metody a) i c) są opisane w literaturze przedmiotu, a ich standardowe zastosowanie będzie przedstawione w algorytmie rozwiązywania zagadnienia.

Natomiast w tym miejscu niniejszego opracowania postaramy się rozpatrzyć przypadek b), czyli określić jedną z możliwych zależności *P=P(T)*[5]. Oczywiste jest to, że funkcja *P=P(T)* jest niemalejąca, a jej zmiana jest wprost proporcjonalna do ilości wykorzystywanego zasobu, t.e.

$$dP(T) = K \cdot dT \tag{7}$$

gdzie *K* – pewny nieujemny współczynnik, który z kolei jest zależny od wielkości już przydzielonego zasobu *T*, a także od stopnia bliskości zagwarantowanego tym zasobem prawdopodobieństwa do pewnego maksymalnie możliwego poziomu $P_{\max}$. Naturalnie można założyć, że dla każdego przedmiotu rzeczywiście istnieje pewna wartość wykorzystywanego zasobu czasu, przy przekroczeniu którego nie widzimy już znaczącego wzrostu prawdopodobieństwa *P*. A zatem,

[5] Opracowanie funkcji zależności własne.

$K = k[T; P_{\max} - P(T)]$.

Przyjmijmy, że ta zależność jest wprost proporcjonalna. W tym przypadku

$K = [\alpha_1 \cdot T] \cdot \{\alpha_2 \cdot [P_{\max} - P(T)]\}$

Albo, jeśli przyjmiemy, że $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \alpha$, to

$K = \alpha \cdot T \cdot [P_{\max} - P(T)]$. Podstawimy *K* w równanie wyjściowe (7):

$dP(T) = \alpha \cdot T \cdot [P_{\max} - P(T)]dT$, czyli

$$\frac{dP(T)}{dT} = \alpha \cdot T \cdot [P_{\max} - P(T)]$$

Otrzymaliśmy następujące różniczkowe równanie pierwszego stopnia:

$P^{'}(T) + \alpha \cdot T \cdot P(T) = \alpha \cdot P_{\max} \cdot T$.

Ogólne rozwiązanie tego równania ma postać:

$$P(T) = P_{\max} + C \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}T^2} \tag{8}$$

lub, co jest to samo: $P(T) = P_{\max} + C \cdot \exp(-\alpha / 2 \cdot T^2)$.

Konstantę C wyznaczamy z (8) na podstawie stanu trywialnego P(0)=0, czyli $C = -P_{\max}$, a poszukiwaną zależność (8) teraz możemy przedstawić jako:

$$P(T) = P_{\max} \cdot (1 - e^{-\frac{a}{2}T^2}).$$

Jeśli założymy, że w rzeczywistym systemie $P_{\max}$ powinno dorównać jedności, to ostatecznie:

$$P(T) = 1 - e^{-\frac{a}{2}T^2}. \tag{9}$$

Proces wyznaczania *P(T)* dla różnych wartości *T* można przedstawić w następujący sposób. Dla każdego przedmiotu eksperci określają *Pj(Tj)* dla dowolnie wybranej wartości *Tj*. Dalej zgodnie z (9) możemy zapisać:

$$P_j(T_j) = 1 - e^{-\frac{\alpha_j}{2}T_j^2}, \tag{10}$$

a stąd wyznaczamy a_j: $\alpha_j = \dfrac{-\ln[1 - P_j(T_j)]^2}{T_j^{\,2}}$

Tak obliczone a_j można wykorzystać na bieżącej iteracji (etapie) dla obliczeń innych wartości $P_j(T_j)$, zgodnie ze wzorem (10).

5. Metoda rozwiązywania zagadnienia

Zagadnienie podziału zasobów (1)-(6) rozwiązujemy metodą programowania dynamicznego[6,7] z zastosowaniem zasady optymalności Bellmana. Metoda polega na znalezieniu strategii optymalnej w wyniku optymalnej realizacji procesu wieloetapowego.

W celu budowy rekurencyjnych zależności rozpatrywanego zagadnienia przedstawimy ideę metody programowania dynamicznego[8]. W bazowych modelach (1)-(3) i (4)-(6) zmiennymi decyzyjnymi (poszukiwanymi) są zmienne t_{ji} oraz T_j. Są to wartości całkowitoliczbowe, co jest szczególnie ważne dla realizacji algorytmu rozwiązywania zagadnienia. Ponadto, istota zagadnienia stanowi, że za pomocą wyboru odpowiedniej skali dla jednostki czasu zawsze można osiągnąć całkowitoliczbowe zmienne decyzyjne.

Dla uściślenia rozpatrzymy model (4)-(6). Oznaczymy przez P^{opt} absolutny maksimum w (4), czyli szukamy

$$P^{opt} = \max_{T_1, T_2 \dots T_n} \{\prod_{j=1}^{n} [P_j(T_j)]^{a_j}\} \tag{11}$$

gdzie maksimum wybiera się po wszystkich nieujemnych T_j, które spełniają warunek (5).

Zafiksujemy T_n i szukamy maksimum P po reszcie zmiennych $T_1, T_2, ..., T_{n-1}$, które oczywiście będą zależne od wybranego T_n. Załóżmy, że procesu maksymalizacji dokonano dla wszystkich dopuszczalnych wartości T_n. W tym przypadku P^{opt} będzie największym ze wszystkich wartości P, a zbiór $\{T_j\}$ będzie rozwiązaniem zagadnienia.

Po tym, jak wybrano T_n, szukamy

$$\max_{T_1, T_2 \dots T_{n-1}} \{\prod_{j=1}^{n} [P_j(T_j)]^{a_j}\} = [P_n(T_n)]^{\alpha_n} \cdot \max_{T_1, T_2 \dots T_{n-1}} \{\prod_{j=1}^{n-1} [P_j(T_j)]^{a_j}\} \tag{12}$$

---

[6] Trzaskalik T.: Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem. PWE, Warszawa 2003, rozdział 9.

[7] Kopalińska-Bródka D. (red.): Wybrane metody badań operacyjnych w zarządzaniu. Problemy i zadania, Katowice 2006, Rozdział 3.

[8] Wykorzystanie metody dynamicznego programowania w warunkach rozpatrywanego zagadnienia – opracowanie własne.

Przy tym nieujemne całkowitoliczbowe wartości $T_1, T_2, ..., T_{n-1}$ powinny spełniać warunek:

$$\sum_{j=1}^{n-1} T_j \leq T - T_n \tag{13}$$

A zatem możemy zapisać:

$$\max_{T_1, T_2 ... T_{n-1}} \{\prod_{j=1}^{n-1} [P_j(T_j)]^{a_j}\} = F_{n-1}(T - T_n) \tag{14}$$

gdzie T_j spełnia warunek (13).

Załóżmy, że dla wszystkich możliwych T_n obliczyliśmy $F_{n-1}(T - T_n)$. W tym przypadku

$$P^{opt} = \max_{T_n} \{P_n(T_n)]^{a_n} \cdot F_{n-1}(T - T_n)\} \tag{15}$$

Otrzymaliśmy optymalną wartość T_n.

Pokażemy sposób obliczenia $F_{n-1}(T - T_n)$. Dla dowolnego nieujemnego τ

$$F_{n-1}(\tau) = \max_{T_1, T_2, ... T_{n-1}} \{\prod_{j=1}^{n-1} [P_j(T_j)]^{\alpha_j} \tag{16}$$

W (16) maksimum oblicza się na zbiorze wszystkich T_j, które spełniają warunek

$$\sum_{j=1}^{n-1} T_j \leq \tau \, . \tag{17}$$

Analogicznie możemy ustalić $F_n(\tau)$ przez $F_{n-2}(\eta)$, i tak dalej aż do tego momentu ustalenia $F_1(\gamma)$:

$$F_1(\gamma) = \max_{T_1} \{P_1(T_1)\}^{a_1} \tag{18}$$

Proces rozwiązywania zagadnienia należy zacząć od ustalenia $F_1(\gamma)$, a dalej przejść całą drogę do $F_{n-1}(\tau)$ i P^{opt}. $F_1(\gamma)$ ustala się bezpośrednio, dla reszty $F_k(\tau)$ zastosujemy równania rekurencyjne

$$F_k(\tau) = \max_{T_k} \{[P_k(T_k)]^{\alpha_k} \cdot \max_{T_1, T_2, ... T_{k-1}} \prod_{j=1}^{k-1} [P_j(T_j)]^{\alpha_j}\} \tag{19}$$

gdzie T_j spełniają warunek:

$$\sum_{j=1}^{k-1} T_j \leq \tau - T_k \tag{20}$$

A zatem

$$F_k(\tau) = \max_{T_k}\{[P_k(T_k)]^{\alpha_k} \cdot F_{k-1}(\tau - T_k)\} \tag{21}$$

$$P^{opt} = F_n(T) \tag{22}$$

Algorytm realizacji metody polega na przeprowadzeniu *n* iteracji-etapów, wyniki każdego z nich są przedstawiane w postaci tabelim zawierającej trzy kolumny: w pierwszej kolumnie pokazane są wszystkie możliwe dopuszczalne wartości $\tau = 0,1,2,...,T;$ w drugiej kolumnie – wartości $F_k(\tau)$; w trzeciej kolumnie – te wartości (czy wartość) $\overline{T_k}(\tau)$, dla których otrzymano maksymalną wartość $F_k(\tau)$.

I w ostateczności pokażemy, jak otrzymać tabelę *k*–tą na podstawie tabeli *(k-1)* z zastosowaniem wzoru funkcji przejścia (21).

Ustalamy τ, po czym kolejno obliczamy wartości

$$\begin{aligned} R_k(0,\tau) &= [P_k(0)]^{\alpha_k} \cdot \Lambda_{k-1}(\tau) \\ R_k(1,\tau) &= [P_k(1)]^{\alpha_k} \cdot \Lambda_{k-1}(\tau-1) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_k(\tau,\tau) &= [P_k(\tau)]^{\alpha_k} \cdot \Lambda_{k-1}(0) \end{aligned} \tag{23}$$

Wartość maksymalna wśród otrzymanych R_k będzie zatem wartością $F_k(\tau)$. Razem z tym ustalamy $T_k(\tau)$ na podstawie równania:

$$F_k(\tau) = R_k(\overline{T_k}(\tau);\tau)$$

Po ustaleniu $\overline{T_n}(\tau) = T_n^{opt}$ kolejno obliczamy

$$T_{n-1}^{opt}, T_{n-2}^{opt}, ..., T_1^{opt}.$$

6. Podsumowanie i perspektywy dalszych badań

Niniejszy model został opracowany na przykładzie zasobu czasu. Natomiast dla podziału innych niż czas zasobów można opracować podobne modele, zróżnicowane (po uzasadnieniu) wyglądem funkcji docelowej.

Analiza procesów zarządzania przekonuje, że polega ono w istocie na nieustannym podziale zasobów. Nietrudno się przekonać, iż każda inicjatywa dotycząca doskonalenia procesu dydaktycznego lub każdy apel zarządczy bezpośrednio dotyczą ponownego podziału i redystrybuowania zasobów. Dlatego opracowany i zaprezentowany model matematyczny powinien być systematycznie wykorzystywany w zarządzaniu operacyjnym uczelni. Przy każdej stosunkowo znaczącej innowacji w systemie zarządzania uczelnią konieczne okaże się dokonanie za pomocą modelu weryfikacji skali wpływu planowanego przedsięwzięcia na poziom osiągania ogólnych *ostatecznych* celów kształcenia, pomimo że planowane przedsięwzięcie wydaje się być efektywne z punktu widzenia kryteriów lokalnych.

A zatem, model powinien być stosowany na dwóch zasadniczo odmiennych poziomach zarządzania: a) na poziomie państwowym (czy innym strategicznym, np. w przypadku różnego rodzaju zrzeszeń) przy ustalaniu norm przydzielanych zasobów niezbędnych do prowadzenia działalności statutowej przez uczelnie wyższe; ustalaniu minimów programowych; wprowadzeniu różnego rodzaju normatywów kadrowych, finansowych i czasowych; b) na poziomie uczelni przy prognozowaniu oraz średniofalowym i operacyjnym zarządzaniu. Kierunki dalszych badań w temacie to:

- opracowanie szczegółowego algorytmu rozwiązywania zagadnienia na przykładzie zasobu czasu oraz „ręczna" weryfikacja algorytmu na uproszczonym przykładzie,
- poszukiwanie informatycznych narzędzi rozwiązywania zagadnienia,
- realizacja modelu w systemie informatycznym na przykładzie wybranego kierunku/specjalności kształcenia,
- umiejscowienie modelu w strukturze systemu zarządzania organizacyjnego uczelnią.

Bibliografia

1. Stalewski T.: Jakość kształcenia na kierunku Zarządzanie i Marketing: problemy, badania, rozwiązania. Difin, Warszawa 2005.
2. Toczyńska J.: Ocena jakości kształcenia w szkole wyższej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Organizacja i Zarządzanie, z. 53, Gliwice 2010.
3. Toczyńska J.: Jakość i zarządzanie usługą edukacyjną, Rozdział 1.3 [w:] Staszewska J.: Przedsiębiorstwo usługowe wobec wyzwań XXI wieku. Katowice 2010.
4. Trzaskalik T.: Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem. PWE, Warszawa 2003.
5. Kopalińska-Bródka D. (red.): Wybrane metody badań operacyjnych w zarządzaniu. Problemy i zadania. Katowice 2006.

Abstract

Analysis of management processes convinces that it is based on continuous allocation of resources. Each initiative to improve the teaching process directly concerns the re-allocation of resources.

In the article there is proposed economic-mathematical model of high school's resources allocation. Model presents such a system of education's quality management, which uses in the best way current resources in respect of qualitative level of education's final objectives achieving. For the issue's solving on example of time resources allocation there is chosen and described dynamic programming method with using of Bellman principle of optimality.

Allocation of resources others than time can be made on the basis of analogous models, changing – if necessary – appearance of target function.

The presented model should be systematically used in the operational management of universities.

With every innovation in the university management system it becomes necessary to verify the impact of the proposed activity on the level of achievement of the ultimate goals of education.

The direction for further research in this topic:

- exercise of algorithm for solving problems on the example of the resource time,
- search of IT tools in problems solving,
- model programming on the example of chosen direction/training specialty,
- model location in structure of university management system.