ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2011
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 57 Nr kol. 1847

Dorota GAWROŃSKA
Politechnika Śląska
Wydział Organizacji i Zarządzania
Katedra Informatyki i Ekonometrii

# WYBÓR PRZEDSIEWZIĘCIA INWESTYCYJNEGO NA PODSTAWIE KRYTERIÓW JAKOŚCIOWYCH W WARUNKACH NIEPEŁNEJ INFORMACJI

**Streszczenie.** W artykule omówiono algorytm optymalnego wyboru przedsięwzięcia inwestycyjnego na podstawie wybranych kryteriów jakościowych z uwzględnieniem niepełnej informacji, dotyczącej wartości kryteriów jakościowych, takich jak: atrakcyjność, nowatorstwo, niepowtarzalność, zgodność z trendem, funkcjonalność, konkurencyjność, potrzeby rynku.

# THE CHOICE OF UNDERTAKING INVESTMENT ON THE GRAND CRITERIA QUALITATIVE IN CONDITION OF THE UNCERTAINTY

**Summary.** An article discusses algorithm estimate the choice of optimum-undertaking investment on the funds on qualitative criteria in condition of the uncertainty: the desirability, the innovative activities, the non-reccurence, the agreement with the trend, the functionality, the competitiveness, needs of the market.

## 1. Wstęp

Przed przystąpieniem do realizacji przedsięwzięcia w przedsiębiorstwie dokonuje się selekcji rozpatrywanych przedsięwzięć na podstawie przyjętych kryteriów. Kryteria te mogą mieć charakter zarówno ilościowy (wskaźniki finansowe), jak i jakościowy (werbalne oceny).

Celem niniejszej pracy jest wskazanie optymalnego przedsięwzięcia na podstawie wybranych kryteriów jakościowych, określonych przez inwestora. Na wstępie inwestor ustala zbiór rozpatrywanych wariantów decyzyjnych (przedsięwzięć inwestycyjnych) oraz określa kryteria, na podstawie których warianty decyzyjne będą oceniane. Opierając się na uzyskanych ocenach względem poszczególnych kryteriów, określa się oceny łączne przedsięwzięć dla każdego eksperta. Biorąc pod uwagę oceny zaufania do ekspertów, wyznacza się oceny łączne rozpatrywanych przedsięwzięć inwestycyjnych. Największa wartość oceny łącznej wskaże rozwiązanie optymalne, czyli przedsięwzięcie najbardziej efektywne w oparciu o przyjętą strukturę kryteriów.

W dalszej analizie zakładamy, że przy charakteryzowaniu ocen bierze udział $Q$ ekspertów, którzy oceniają $N$ przedsięwzięć inwestycyjnych. Zadaniem jest znalezienie takiego przedsięwzięcia inwestycyjnego, dla którego osiągnięte zostanie maksimum oceny łącznej przedsięwzięć na podstawie kryteriów jakościowych. Określony zostaje zbiór badanych przedsięwzięć $P$:

$$P = \{P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_N\} \qquad i = 1, ..., N \tag{1}$$

oraz zbiór ekspertów $E$:

$$E = \{E_1, E_2, ..., E_j, ..., E_Q\} \qquad j = 1, ..., Q. \tag{2}$$

## 2. Reprezentacja niepełnej informacji

W sytuacji gdy niepewność danych ma naturę rozmytą (gdy ograniczenia interesującej nas wartości nie ma ostrych granic), niepewne wartości rzeczywiste można reprezentować przez szczególny rodzaj zbiorów rozmytych [3], tzw. liczby rozmyte. „Reprezentacja ta ma tę zaletę, że pozwala określić nie tylko w pełni możliwe wartości danej i wartości całkiem niemożliwe, ale także wartości możliwe w różnych stopniach" [5]. O tym, w jakim stopniu określone są możliwe wartości danej, informuje funkcja przynależności, która dla liczby rozmytej typu L-R przedstawia się następującą formułą:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right) & dla \quad x < m \\ 1 & dla \quad x = m, \\ R\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right) & dla \quad x > m \end{cases} \tag{3}$$

Funkcje L i R to funkcje odniesienia typu L i typu R liczby rozmytej. Parametr $m$ jest liczbą rzeczywistą, zwaną wartością średnią ($\mu_A(m)=1$), a $\alpha$, $\beta$ są odpowiednio „rozrzutami" lewostronnym i prawostronnym.

W niniejszym artykule przyjęto następującą postać funkcji przynależności dla liczby rozmytej typu $L$-$R$ [8]:

$$L(x)=\begin{cases}0 & dla \quad x<m-\alpha \\ 1-|x|^p & dla \quad m-\alpha\leq x\leq m+\beta \quad p>0, \\ 0 & dla \quad x>m+\beta\end{cases} \tag{4}$$

gdzie parametr $p$ określa sposób zmiany wartości liczby w przedziałach [m-α,m] oraz [m,m+β] (dla liniowej zmiany parametr p=1, dla nieliniowej zmiany p≠1).

## 3. Kryteria jakościowe

Kryteriami jakościowymi rozpatrywanymi w tym algorytmie są:

- atrakcyjność,
- nowatorstwo, niepowtarzalność,
- zgodność z trendem, modą,
- funkcjonalność,
- konkurencyjność,
- potrzeby rynku.

Ponieważ kryteria te są wartościami lingwistycznymi, przyjmuje się, że eksperci określą liczbowo przedział wartości [0,00 ; 10,00], odpowiadający ocenie danego przedsięwzięcia i ewentualnie wartość najbardziej prawdopodobną.

### 3.1. Atrakcyjność

Atrakcyjność modelowana jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $A_{ij}$, określonej trójką parametrów ($m_{A_{ij}}$, $\alpha_{A_{ij}}$, $\beta_{A_i}$)o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{A_{ij}}(a_{A_{ij}}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{A_{ij}} - a_{ij}}{\alpha_{A_{ij}}}\right) & dla \quad a_{ij} < m_{A_{ij}} \\ 1 & dla \quad a_{ij} = m_{A_{ij}} \\ R\left(\dfrac{a_{ij} - m_{A_{ij}}}{\beta_{A_{ij}}}\right) & dla \quad a_{ij} > m_{A_{ij}} \end{cases}, \tag{5}$$

gdzie $\alpha_{A_{ij}}$, $\beta_{A_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $[a_{ij}^{\min}, a_{ij}^{\max}]$), $m_{A_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (6), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (7) (porównaj ze wzorem (4)).

$$a_{ij_z}^{\mathrm{mod}} = \frac{a_{ij}^{\min} + a_{ij}^{\max}}{2}, \tag{6}$$

$$L(a_{ij}) = R(a_{ij}) = \begin{cases} 0 & dla \quad a_{ij} < m_{A_{ij}} - \alpha_{A_{ij}} \\ 1 - |a_{ij}|^p & dla \quad m_{A_{ij}} + \beta_{A_{ij}} \geq a_{ij} \geq m_{A_{ij}} - \alpha_{A_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 & dla \quad a_{ij} > m_{A_{ij}} + \beta_{A_{ij}} \end{cases} \tag{7}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $a_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez *i*-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle tego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$a_{ij} \in [0,1]. \tag{8}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej, charakteryzującej atrakcyjność produktu, odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{A_{ij}} = \frac{\alpha_{A_{ij}}}{\max \ a_{ij}^{\max}}, \tag{9}$$

$$\hat{m}_{A_{ij}} = \frac{m_{A_{ij}}}{\max \ a_{ij}^{\max}}, \tag{10}$$

$$\hat{\beta}_{A_{ij}} = \frac{\beta_{A_{ij}}}{\max \ a_{ij}^{\max}}, \tag{11}$$

gdzie $a_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po normowaniu zmienne $\hat{m}_{A_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{A_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{A_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi $(m_{A_{ij}}, \alpha_{A_{ij}}, \beta_{A_{ij}})$, natomiast $\hat{a}_{ij}^{\min}$, $\hat{a}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{a}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $a_{ij}^{\min}$, $a_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $a_{ij}^{\max}$, gdzie:

$$a_{ij}^{\min} = m_{A_{ij}} - \alpha_{A_{ij}} \tag{12}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$a_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{A_{ij}}, \tag{13}$$

$$a_{ij}^{\max} = m_{A_{ij}} + \beta_{A_{ij}} \tag{14}$$

oraz

$$\hat{a}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{A_{ij}} - \hat{\alpha}_{A_{ij}} \tag{15}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{a}_{ij}^{\mathrm{mod}} = \hat{m}_{A_{ij}}, \tag{16}$$

$$\hat{a}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{A_{ij}} + \hat{\beta}_{A_{ij}}. \tag{17}$$

### 3.2. Nowatorstwo (niepowtarzalność)

Nowatorstwo modelowane jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $N_{ij}$, określonej trójką parametrów $(m_{N_{ij}}, \alpha_{N_{ij}}, \beta_{N_{ij}})$ o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{N_{ij}}(n_{N_{ij}}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{N_{ij}} - n_{ij}}{\alpha_{N_{ij}}}\right) & dla \quad n_{ij} < m_{N_{ij}} \\ 1 & dla \quad n_{ij} = m_{N_{ij}} \\ R\left(\dfrac{n_{ij} - m_{N_{ij}}}{\beta_{N_{ij}}}\right) & dla \quad n_{ij} > m_{N_{ij}} \end{cases}, \tag{18}$$

gdzie $\alpha_{N_{ij}}, \beta_{N_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $[n_{ij}^{\min}, n_{ij}^{\max}]$), $m_{N_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (19), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (20) (porównaj ze wzorem (5)).

$$n_{ij}^{\mathrm{mod}} = \frac{n_{ij}^{\min} + n_{ij}^{\max}}{2}, \tag{19}$$

$$L(n_{ij}) = R(n_{ij}) = \begin{cases} 0 & dla \quad n_{ij} < m_{N_{ij}} - \alpha_{N_{ij}} \\ 1 - |n_{ij}|^{p} & dla \quad m_{N_{ij}} + \beta_{N_{ij}} \geq n_{ij} \geq m_{N_{ij}} - \alpha_{N_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 & dla \quad n_{ij} > m_{N_{ij}} + \beta_{N_{ij}} \end{cases} \tag{20}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $n_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez $i$-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle tego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$n_{ij} \in [0,1]. \tag{21}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej, charakteryzującej atrakcyjność produktu, odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{N_{ij}} = \frac{\alpha_{N_{ij}}}{\max \ n_{ij}^{\max}}, \tag{22}$$

$$\hat{m}_{N_{ij}} = \frac{m_{N_{ij}}}{\max \ n_{ij}^{\max}}, \tag{23}$$

$$\hat{\beta}_{N_{ij}} = \frac{\beta_{N_{ij}}}{\max \ n_{ij}^{\max}}, \tag{24}$$

gdzie $n_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po normowaniu zmienne $\hat{m}_{N_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{N_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{N_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi ($m_{N_{ij}}$, $\alpha_{N_{ij}}$, $\beta_{N_{ij}}$), natomiast $\hat{n}_{ij}^{\min}$, $\hat{n}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{n}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $n_{ij}^{\min}$, $n_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $n_{ij}^{\max}$,
gdzie:

$$n_{ij}^{\min} = m_{N_{ij}} - \alpha_{N_{ij}}, \tag{25}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$n_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{N_{ij}}, \tag{26}$$

$$n_{ij}^{\max} = m_{N_{ij}} + \beta_{N_{ij}} \tag{27}$$

oraz

$$\hat{n}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{N_{ij}} - \hat{\alpha}_{N_{ij}}, \tag{28}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{n}_{ij}^{\text{mod}} = \hat{m}_{N_{ij}}, \tag{29}$$

$$\hat{n}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{N_{ij}} + \hat{\beta}_{N_{ij}}. \tag{30}$$

### 3.3. Zgodność z trendem, modą

Zgodność z trendem, modą modelowana jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $Z_{ij}$, określonej trójką parametrów $(m_{Z_{ij}}, \alpha_{Z_{ij}}, \beta_{Z_{ij}})$ o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{Z_{ij}}(n_{Z_{ij}}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{Z_{ij}} - z_{ij}}{\alpha_{Z_{ij}}}\right) & dla \quad z_{ij} < m_{Z_{ij}} \\ 1 & dla \quad z_{ij} = m_{Z_{ij}} \\ R\left(\dfrac{z_{ij} - m_{Z_{ij}}}{\beta_{Z_{ij}}}\right) & dla \quad z_{ij} > m_{Z_{ij}} \end{cases}, \tag{31}$$

gdzie $\alpha_{Z_{ij}}$, $\beta_{Z_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $[z_{ij}^{\min}, z_{ij}^{\max}]$), $m_{Z_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (32), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (33) (porównaj ze wzorem (4)).

$$z_{ij}^{\text{mod}} = \frac{z_{ij}^{\min} + z_{ij}^{\max}}{2}, \tag{32}$$

$$L(z_{ij}) = R(z_{ij}) = \begin{cases} 0 & dla \quad z_{ij} < m_{Z_{ij}} - \alpha_{Z_{ij}} \\ 1 - |z_{ij}|^p & dla \quad m_{Z_{ij}} + \beta_{Z_{ij}} \geq z_{ij} \geq m_{Z_{ij}} - \alpha_{Z_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 & dla \quad z_{ij} > m_{Z_{ij}} + \beta_{Z_{ij}} \end{cases} \tag{33}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $z_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez $i$-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle tego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$z_{ij} \in [0,1]. \tag{34}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej charakteryzującej atrakcyjność produktu odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{Z_{ij}} = \frac{\alpha_{Z_{ij}}}{\max \ z_{ij}^{\max}}, \tag{35}$$

$$\hat{m}_{Z_{ij}} = \frac{m_{Z_{ij}}}{\max \ z_{ij}^{\max}}, \tag{36}$$

$$\hat{\beta}_{Z_{ij}} = \frac{\beta_{Z_{ij}}}{\max \ z_{ij}^{\max}}, \tag{37}$$

gdzie $z_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po unormowaniu zmienne $\hat{m}_{Z_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{Z_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{Z_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi $(m_{Z_{ij}}, \alpha_{Z_{ij}}, \beta_{Z_{ij}})$, natomiast $\hat{z}_{ij}^{\min}$, $\hat{z}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{z}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $z_{ij}^{\min}$, $z_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $z_{ij}^{\max}$, gdzie:

$$z_{ij}^{\min} = m_{Z_{ij}} - \alpha_{Z_{ij}} \tag{38}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$z_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{Z_{ij}}, \tag{39}$$

$$z_{ij}^{\max} = m_{Z_{ij}} + \beta_{Z_{ij}} \tag{40}$$

oraz

$$\hat{z}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{Z_{ij}} - \hat{\alpha}_{Z_{ij}}. \tag{41}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{z}_{ij}^{\mathrm{mod}} = \hat{m}_{Z_{ij}}, \tag{42}$$

$$\hat{z}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{Z_{ij}} + \hat{\beta}_{Z_{ij}}. \tag{43}$$

### 3.4. Funkcjonalność

Funkcjonalność modelowana jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $F_{ij}$, określonej trójką parametrów $(m_{F_{ij}}, \alpha_{F_{ij}}, \beta_{F_{ij}})$ o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{F_{ij}}(f_{F_i}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{F_{ij}} - f_{ij}}{\alpha_{F_{ij}}}\right) & dla \quad f_{ij} < m_{F_{ij}} \\ 1 \quad dla \quad f_{ij} = m_{F_{ij}} \\ R\left(\dfrac{f_{ij} - m_{F_{ij}}}{\beta_{F_{ij}}}\right) & dla \quad f_{ij} > m_{F_{ij}} \end{cases}, \tag{44}$$

gdzie $\alpha_{F_{ij}}, \beta_{F_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $[f_{ij}^{\min}, f_{ij}^{\max}]$), $m_{F_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (45), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (46) (porównaj ze wzorem (4)).

$$f_{ij_z}^{\text{mod}} = \frac{f_{ij}^{\min} + f_{ij}^{\max}}{2}, \tag{45}$$

$$L(f_{ij}) = R(f_{ij}) = \begin{cases} 0 \quad dla \quad f_{ij} < m_{F_{ij}} - \alpha_{F_{ij}} \\ 1 - |f_{ij}|^p \quad dla \quad m_{F_{ij}} + \beta_{F_{ij}} \geq f_{ij} \geq m_{F_{ij}} - \alpha_{F_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 \quad dla \quad f_{ij} > m_{F_{ij}} + \beta_{F_{ij}} \end{cases} \tag{46}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $f_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez *i*-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle danego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$f_{ij} \in [0,1]. \tag{47}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej, charakteryzującej atrakcyjność produktu, odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{F_{ij}} = \frac{\alpha_{F_{ij}}}{\max \ f_{ij}^{\max}}, \tag{48}$$

$$\hat{m}_{F_{ij}} = \frac{m_{F_{ij}}}{\max \ f_{ij}^{\max}}, \tag{49}$$

$$\hat{\beta}_{F_{ij}} = \frac{\beta_{F_{ij}}}{\max \ f_{ij}^{\max}}, \tag{50}$$

gdzie $f_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po unormowaniu zmienne $\hat{m}_{F_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{F_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{F_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi $(m_{F_{ij}}, \alpha_{F_{ij}}, \beta_{F_{ij}})$, natomiast $\hat{f}_{ij}^{\min}$, $\hat{f}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{f}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $f_{ij}^{\min}$, $f_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $f_{ij}^{\max}$, gdzie:

$$f_{ij}^{\min} = m_{F_{ij}} - \alpha_{F_{ij}}, \tag{51}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$f_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{F_{ij}}, \tag{52}$$

$$f_{ij}^{\max} = m_{F_{ij}} + \beta_{F_{ij}} \tag{53}$$

oraz

$$\hat{f}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{F_{ij}} - \hat{\alpha}_{F_{ij}} \tag{54}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{f}_{ij}^{\mathrm{mod}} = \hat{m}_{F_{ij}}, \tag{55}$$

$$\hat{f}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{F_{ij}} + \hat{\beta}_{F_{ij}}. \tag{56}$$

### 3.5. Konkurencyjność

Konkurencyjność modelowana jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $K_{ij}$, określonej trójką parametrów $(m_{K_{ij}}, \alpha_{K_{ij}}, \beta_{K_{ij}})$ o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{K_{ij}}(k_{K_{ij}}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{K_{ij}} - k_{ij}}{\alpha_{K_{ij}}}\right) & dla \quad k_{ij} < m_{K_{ij}} \\ 1 & dla \quad k_{ij} = m_{K_{ij}} \\ R\left(\dfrac{k_{ij} - m_{K_{ij}}}{\beta_{K_{ij}}}\right) & dla \quad k_{ij} > m_{K_{ij}} \end{cases}, \tag{57}$$

gdzie $\alpha_{K_{ij}}, \beta_{K_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $[k_{ij}^{\min}, k_{ij}^{\max}]$), $m_{K_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (58), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (59) (porównaj ze wzorem (4)).

$$k_{ij}^{\mathrm{mod}} = \frac{k_{ij}^{\min} + k_{ij}^{\max}}{2}, \tag{58}$$

$$L(k_{ij}) = R(k_{ij}) = \begin{cases} 0 & dla \quad k_{ij} < m_{K_{ij}} - \alpha_{K_{ij}} \\ 1 - |k_{ij}|^{p} & dla \quad m_{K_{ij}} + \beta_{K_{ij}} \geq k_{ij} \geq m_{K_{ij}} - \alpha_{K_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 & dla \quad k_{ij} > m_{K_{ij}} + \beta_{K_{ij}} \end{cases} \tag{59}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $k_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez $i$-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle tego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$k_{ij} \in [0,1] \tag{60}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej, charakteryzującej atrakcyjność produktu, odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{K_{ij}} = \frac{\alpha_{K_{ij}}}{\max \ k_{ij}^{\max}}, \tag{61}$$

$$\hat{m}_{K_{ij}} = \frac{m_{K_{ij}}}{\max \ k_{ij}^{\max}}, \tag{62}$$

$$\hat{\beta}_{K_{ij}} = \frac{\beta_{K_{ij}}}{\max \ k_{ij}^{\max}}, \tag{63}$$

gdzie $k_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po unormowaniu zmienne $\hat{m}_{K_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{K_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{K_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi ($m_{K_{ij}}, \alpha_{K_{ij}}, \beta_{K_{ij}}$), natomiast $\hat{k}_{ij}^{\min}$, $\hat{k}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{k}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $k_{ij}^{\min}$, $k_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $k_{ij}^{\max}$, gdzie:

$$k_{ij}^{\min} = m_{K_{ij}} - \alpha_{K_{ij}} \tag{64}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$k_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{K_{ij}}, \tag{65}$$

$$k_{ij}^{\max} = m_{K_{ij}} + \beta_{K_{ij}} \tag{66}$$

oraz

$$\hat{k}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{K_{ij}} - \hat{\alpha}_{K_{ij}} \tag{67}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{k}_{ij}^{\mathrm{mod}} = \hat{m}_{K_{ij}}, \tag{68}$$

$$\hat{k}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{K_{ij}} + \hat{\beta}_{K_{ij}}. \tag{69}$$

### 3.6. Potrzeby rynku

Potrzeby rynku modelowana jest za pomocą liczby rozmytej typu LR $P_{ij}$, określonej trójką parametrów $(m_{P_{ij}}, \alpha_{P_{ij}}, \beta_{P_{ij}})$ o następującej funkcji przynależności (porównaj ze wzorem (3)):

$$\mu_{P_{ij}}(p_{P_{ij}}) = \begin{cases} L\left(\frac{m_{P_{ij}} - p_{ij}}{\alpha_{P_{ij}}}\right) & dla \quad p_{ij} < m_{P_{ij}} \\ 1 \quad dla \quad p_{ij} = m_{P_{ij}} \\ R\left(\frac{p_{ij} - m_{P_{ij}}}{\beta_{P_{ij}}}\right) & dla \quad p_{ij} > m_{P_{ij}} \end{cases}, \tag{70}$$

gdzie $\alpha_{P_{ij}}, \beta_{P_{ij}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez eksperta, wyrażający jego niepewność $\{p_{ij}^{\min}, p_{ij}^{\max}\}$), $m_{P_{ij}}$ to wartość ustalona przez eksperta jako najbardziej prawdopodobna bądź, w przypadku braku jej podania, liczona ze wzoru (71), natomiast L i R to ustalone funkcje bazowe (72) (porównaj ze wzorem (4)).

$$p_{ij}^{\mathrm{mod}} = \frac{p_{ij}^{\min} + p_{ij}^{\max}}{2}, \tag{71}$$

$$L(p_{ij}) = R(p_{ij}) = \begin{cases} 0 & dla \quad p_{ij} < m_{P_{ij}} - \alpha_{P_{ij}} \\ 1 - |p_{ij}|^p & dla \quad m_{P_{ij}} + \beta_{P_{ij}} \ge p_{ij} \ge m_{P_{ij}} - \alpha_{P_{ij}}, \quad p > 0. \\ 0 & dla \quad p_{ij} > m_{P_{ij}} + \beta_{P_{ij}} \end{cases} \tag{72}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć $p_{ij}$ traktowane są jako stopień spełnienia przez $i$-te przedsięwzięcie pewnego stanu idealnego w świetle tego kryterium, należy więc dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1], czyli:

$$p_{ij} \in [0,1]. \tag{73}$$

Normowanie parametrów liczby rozmytej charakteryzującej atrakcyjność produktu, odbywa się na podstawie następujących wzorów:

$$\hat{\alpha}_{P_{ij}} = \frac{\alpha_{P_{ij}}}{\max\ p_{ij}^{\max}}, \tag{74}$$

$$\hat{m}_{P_{ij}} = \frac{m_{P_{ij}}}{\max\ p_{ij}^{\max}}, \tag{75}$$

$$\hat{\beta}_{P_{ij}} = \frac{\beta_{P_{ij}}}{\max\ p_{ij}^{\max}}, \tag{76}$$

gdzie $p_{ij}^{\max}$ to największa wartość spośród ocen tego kryterium. Po unormowaniu zmienne $\hat{m}_{P_{ij}}$, $\hat{\alpha}_{P_{ij}}$ i $\hat{\beta}_{P_{ij}}$ są nowymi obowiązującymi zmiennymi $(m_{P_{ij}}, \alpha_{P_{ij}}, \beta_{P_{ij}})$, natomiast $\hat{p}_{ij}^{\min}$, $\hat{p}_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $\hat{p}_{ij}^{\max}$ będą obowiązywały jako nowe zmienne $p_{ij}^{\min}$, $p_{ij}^{\mathrm{mod}}$, $p_{ij}^{\max}$, gdzie:

$$p_{ij}^{\min} = m_{P_{ij}} - \alpha_{P_{ij}}, \tag{77}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$p_{ij}^{\mathrm{mod}} = m_{P_{ij}}, \tag{78}$$

$$p_{ij}^{\max} = m_{P_{ij}} + \beta_{P_{ij}} \tag{79}$$

oraz

$$\hat{p}_{ij}^{\min} = \hat{m}_{P_{ij}} - \hat{\alpha}_{P_{ij}} \tag{80}$$

dla symetrycznej funkcji przynależności:

$$\hat{p}_{ij}^{\mathrm{mod}} = \hat{m}_{P_{ij}}, \tag{81}$$

$$\hat{p}_{ij}^{\max} = \hat{m}_{P_{ij}} + \hat{\beta}_{P_{ij}}. \tag{82}$$

W niniejszym artykule zakłada się, że zaufanie do poszczególnych ekspertów $v$ jest określone na przedziale [0,1], co związane jest z warunkiem, że suma wag wyrażonych przez inwestora musi wynosić 1, co ogólnie można zapisać:

$$0 \le w_q \le 1, \tag{83}$$

$$\sum_{q=1}^{M} w_q = 1. \tag{84}$$

Przyjmując, że zaufanie do ekspertów opisane jest liczbą rozmytą $V_j$ (określoną zgodnie z przedstawionymi założeniami), otrzymujemy warunek na wagi:

$$\sum_{j=1}^{Q} V_j = 1. \tag{85}$$

Ponieważ mamy do czynienia z sumą liczb rozmytych, należy dokonać defuzyfikacji. Spośród wielu metod najbardziej wiarygodną w tym zagadnieniu jest metoda środka ciężkości, przypisująca funkcji przynależności liczbę rzeczywistą, która określa współrzędną środka ciężkości pola pod wykresem funkcji. Stosując tę metodę obliczamy środek ciężkości dla każdej liczby $V_j$ (porównaj ze wzorem (86) [5]:

$$V(j) = \frac{\int_0^1 v_j \cdot \mu_{V_j}(v_j) dv_j}{\int_0^1 \mu_{V_j}(v_j) dv_j}, \tag{86}$$

a następnie sprawdzamy warunek:

$$\sum_{j=1}^{Q} V(j) = 1. \tag{87}$$

Według unormowanych łącznych ocen kryteriów werbalnych (jak atrakcyjność, nowatorstwo itd.) określane są oceny łączne przedsięwzięć wobec kryterium jakościowego wyższego poziomu. Na podstawie tych ocen można uszeregować przedsięwzięcia pod względem efektywności (największa wartość oceny przedsięwzięcia wskazuje na przedsięwzięcie optymalne).

Mając określone unormowane oceny przedsięwzięć w stosunku do kryteriów jakościowych określa się ważone oceny poszczególnych przedsięwzięć dla każdego eksperta. Korzystamy z następującej formuły:

$$O_{ij} = \sum_{1}^{6} O_{ijk} \tag{88}$$

gdzie $O_{ijk}$ to kryteria szczegółowe, wyznaczone przez liczby rozmyte: $A_{ij}, N_{ij}, Z_{ij}, F_{ij}, K_{ij}, P_{ij}$. Mając określone oceny przedsięwzięć dla poszczególnych ekspertów, należy ustalić ważone oceny przedsięwzięć zgodnie z następującą formułą:

$$O_i = \frac{\sum_{j=1}^{Q} V_j \cdot O_{ij}}{\sum_{j=1}^{Q} V_j \cdot O_{ij}}. \tag{89}$$

Poszukując maksymalnej wartości oceny łącznej dla każdego przedsięwzięcia ze zbioru $P$, należy dokonać jej defuzyfikacji (wyostrzenia) w przypadku rozmytej oceny przedsięwzięcia $O_i$. Według przyjętej w pracy metody środka ciężkości, otrzymujemy liczbę rzeczywistą, odpowiadającą środkowi ciężkości pola pod wykresem tej funkcji:

$$O(i) = \frac{\int_0^1 o_i \cdot \mu_{O_i}(o_i) \cdot do_i}{\int_0^1 \mu_{O_i}(o_i) \cdot do_i}. \qquad (90)$$

Gdy są ustalone rzeczywiste oceny poszczególnych przedsięwzięć, należy dokonać wyboru optymalnego przedsięwzięcia spośród rozpatrywanych. W tym celu trzeba znaleźć największą wartość oceny spośród ocen wszystkich przedsięwzięć $O(i)$. W ten sposób optymalizacja sprowadza się do poszukiwania przedsięwzięcia, dla którego wartość oceny $O(i)$ jest maksymalna:

$$O(i) \rightarrow MAX. \qquad (91)$$

Na podstawie tej wartości, określonej dla każdego przedsięwzięcia, wyznacza się przedsięwzięcie optymalne na podstawie przyjętych kryteriów.

## 4. Podsumowanie

Wybór optymalnego przedsięwzięcia inwestycyjnego jest zadaniem złożonym. Ocena rozpatrywanych wariantów inwestycyjnych powinna opierać się na wszechstronnej analizie nie tylko czynników finansowych, ale również werbalnych. Ze względu na fakt, iż z wyznaczaniem ocen względem kryteriów werbalnych może być związana niepewność, w algorytmie zastosowano teorię zbiorów rozmytych, która dobrze interpretuje niepewność informacyjną. Połączenie ocen wobec kryteriów ilościowych, jakościowych oraz interpretacji niepełnej informacji daje szerokie możliwości analizy problemu, związanego z inwestycjami.

## BIBLIOGRAFIA


1. Dubois D., Prade H.: Fuzzy set and systems – theory and applications. Academic Press, New York 1980.
2. Kacprzyk J.: Wieloetapowe sterowanie rozmyte. WNT, Warszawa 2001.
3. Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
4. Lipiec-Zajchowska M.: Wspomaganie procesów decyzyjnych. Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2003.
5. Łachwa A.: Rozmyty świat zbiorów, liczb relacji, faktów, reguł i decyzji. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 2001.
6. Mingus N.: Zarządzanie projektami. One Press, Gliwice 2002.

7. Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 1999.
8. Rutkowski L.: Metody i techniki sztucznej inteligencji. PWN, Warszawa 2005.
9. Trocki M., Grucza B., Ogonek K.: Zarządzanie projektami. PWE, Warszawa 2003.
10. Zieliński J. S.: Inteligentne systemy w zarządzaniu. PWN, Warszawa 2000.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Franciszek Marecki

**Abstract**

The choice of optimum- undertaking investment- is an assignment composite and complicated. The estimation of examined investment- variants should be based on the many-sided analysis, not only of financial factors, but also verbal. For the fact, that with marking of estimations in relation to verbal criteria connected can be the uncertainty, in the algorithm one used the theory of fuzzy sets which well interprets the inquiry uncertainty. The connection of the estimation in relation to criteria quantitative, qualitative and the interpretation of the quite full information gives wide possibilities of the problem analysis of connected with investments.