ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2011
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 57 Nr kol. 1847

Katarzyna JAKOWSKA-SUWALSKA, Adam SOJDA, Maciej WOLNY
Politechnika Śląska
Wydział Organizacji i Zarządzania
Instytut Ekonomii i Informatyki

WIELOKRYTERIALNE MODELE STEROWANIA ZAPASAMI

Streszczenie. W artykule przedstawiono sposoby tworzenia wielokryterialnych modeli zapasów magazynowych. Były one tworzone na bazie znanych modeli jednokryterialnych, wyznaczających wielkości i momenty zakupu przy minimalizacji kosztów całkowitych zakupu oraz utrzymywania zapasów. W artykule zaprezentowano przykłady wielokryterialnych modeli stałego poziomu zamawiania (ROP) oraz takich, które są oparte na modelu dynamicznym Wagnera-Withina.

MULTICRITERIAL MODELS OF INVENTORY CONTROL

Summary. In this paper creation's ways of multicriterial models of inventory control are presented. The multicriterial models are built on the base of known one-criterion models where costs of inventory purchasing and maintenance are minimized. Multicriterial ROP (Re-order point) models and multicriterial models basing on the dynamic lot size model of Wagner-Within there are also in the paper described.

1. Wprowadzenie

Zarządzanie zapasami jest jednym z kluczowych elementów funkcjonowania przedsiębiorstwa. Utworzenie niezbędnych zapasów powoduje zamrożenie środków finansowych, a tym samym ma istotne znaczenie w polityce finansowej – konieczne jest księgowe ujęcie zapasów w kontekście zarządzania przedsiębiorstwem.

W bilansie przedsiębiorstwa, tworzonym na koniec roku kalendarzowego, po stronie aktywów występują aktywa trwałe i obrotowe. Te drugie obejmują:

- zapasy,
- należności krótkoterminowe,

- inwestycje krótkoterminowe,
- krótkoterminowe rozliczenia finansowe.

Zapasy to zasoby zgromadzone nie w celu zużycia doraźnego, lecz w chwili, kiedy ich zabraknie.[1] W bilansie przedsiębiorstwa zapasy dzielą się na:

- materiały,
- półprodukty i produkty w toku,
- produkty gotowe,
- towary,
- zaliczki na dostawy.

Jako materiały traktowane są:

- środki do bezpośredniego zużycia w procesie produkcji,
- części zamienne maszyn i urządzeń,
- środki ochrony osobistej,
- pozostałe wyroby, niebędące środkami trwałymi w rozumieniu odrębnych przepisów.

Zapasy materiałowe gwarantują ciągłość dostępu do dóbr i zmniejszają ryzyko braku surowców, półproduktów lub wyrobów gotowych. Jednak utrzymywanie zapasów wiąże się z kosztami utrzymania magazynów i zamrożeniem kapitału.

Istotnym pojęciem, związanym z zapasami, jest popyt. Przez popyt na dane dobro rozumie się każde zapotrzebowanie zgłaszane przez odbiorcę odpowiedniemu dostawcy.

Popyt decyduje o tym, czy firma powinna gromadzić zapasy danego dobra oraz w jakiej ilości.

Popyt na dobra można podzielić na:

- zależny (potrzeby materiałowe wynikające z konieczności wytworzenia wyrobów finalnych),
- niezależny (powstający poza przedsiębiorstwem i obejmujący produkowane w danym przedsiębiorstwie wyroby).[2]

W teorii sterowania zapasami występuje wiele modeli, które pozwalają ustalić ich politykę. W większości modeli jako kryterium oceny rozwiązań stosuje się funkcję kosztów (zamawiania i utrzymania zapasów).

Do klasycznych modeli zapasów przy popycie realizowanym w ciągłym czasie zalicza się:

- model poziomu zamawiania (ROP – Re-order Point),
- model cyklu zamawiania (ROC – Re-order Cycle).[3]

---

[1] Pszczołowski T.: Mała encyklopedia prakseologii i teorii organizacji. Wydawnictwo Ossolineum, Wrocław 1978.

[2] Krzyżaniak S., Cyplik P.: Zapasy i magazynowanie. Biblioteka logistyka, Poznań 2007, s. 11.

[3] Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000, s. 28

W modelu ROP wyznacza się optymalną wielkość partii zakupu oraz poziom zapasów, przy którym należy złożyć zamówienie. W modelu ROC zamówienia składane są w ustalonych momentach, natomiast określana jest wielkość zamówienia uzupełniającego zapasy do ustalonego poziomu.

Przy założeniu popytu realizowanego w ustalonych momentach (w czasie dyskretnym) klasycznymi modelami są:

- model Wagnera–Withina [6],
- model Silvera–Meala [4].

W modelu Wagnera–Withina optymalną politykę zamawiania (momenty i wielkości zamówień w tych momentach) wyznacza się, opierając się na zasadzie optymalności Bellmana w programowaniu dynamicznym. Jako funkcja kryterium przyjmowana jest wielkość całkowitych kosztów zamawiania i utrzymania zapasów.[4] W modelu Silvera–Meala optymalną politykę zamawiania określa się na podstawie kryterium minimalizacji łącznych kosztów zapasów przypadających na jednostkę czasu.

Według modeli Wagnera–Withina oraz Silvera–Meala zbudowane zostały stochastyczne modele optymalnych zapasów, przy założeniu że wielkość popytu jest zmienną losową o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa. W pracy [1] rozważano modele, w których popyt jest zmienną losową o rozkładzie dyskretnym, o zadanej funkcji prawdopodobieństwa.

W większości modeli polityka tworzenia zapasów polega na znajdowaniu takich wielkości sterujących zapasami, które minimalizują koszty związane z posiadaniem lub brakiem zapasów. Wiadomo, że w przedsiębiorstwie koszty są tylko jednym ze składników oceny jego działalności. Brak zapasów może spowodować utratę zaufania klientów, którzy nie otrzymają na czas zamówionych towarów, oraz straty i przestoje w produkcji, które nie zawsze da się z góry oszacować w jednostkach pieniężnych; stąd w artykule tym postanowiono przedstawić znane modele zapasów w postaci modeli wielokryterialnych. Można w nich zawrzeć wszystkie preferencje decydentów dotyczące: wielkości zamawianej partii, częstości jej zamawiania, wielkości zapasów i wielkości ryzyka braku zapasów potrzebnych materiałów lub produktów.

2. Modele stałego poziomu zamawiania z popytem realizowanym (zaspakajanym) w czasie ciągłym

W punkcie tym przedstawione zostaną wielokryterialne modele zarządzania zapasami typu ROP. W modelu typu ROP wyznaczane są optymalna wielkość partii zakupu oraz poziom

[4] Wagner H.M.: Badania operacyjne. PWE, Warszawa 1980, s. 750.

alarmowy zapasów. Jeśli wielkość zapasów spadnie do poziomu alarmowego, należy złożyć nowe zamówienie. W modelu tym momenty zamawiania stałej partii towarów są zmienne.

2.1. Wielokryterialny deterministyczny model optymalnych zapasów

Przyjmijmy oznaczenia:

M – wielkość popytu w okresie planistycznym,

Q – wielkość partii zakupu,

Q_{opt} – optymalna wielkość partii zakupu,

s – poziom alarmowy zapasów, czyli poziom, przy którym należy złożyć nowe zamówienie,

L – czas realizacji zamówienia.

Przy stałym i deterministycznym popycie możemy przyjąć, że liczba zakupów w okresie planistycznym wyniesie $n = \frac{M}{Q}$, natomiast średnia wielkość zapasów w tym okresie będzie równa $\frac{Q}{2}$, a poziom alarmowy $s = ML$.

Wielokryterialny model optymalnych zapasów możemy zapisać w postaci:

$$\begin{cases} \frac{Q}{2} \to \min \\ \frac{M}{Q} \to \min \\ Q \le M \end{cases} \tag{1}$$

Model ten może być stosowany, jeśli decydent w rozwiązaniu optymalnym zamierza zawrzeć swoje preferencje, które dotyczą wielkości zamawianej partii i wielkości średnich zapasów przechowywanych w okresie planistycznym.

Jeśli w opisanym modelu decydenta interesują jedynie całkowite koszty tworzenia i przechowywania zapasów, można utworzyć model jednokryterialny (zwany modelem Wilsona) w postaci:

$$\frac{M}{Q}K_z + \frac{Q}{2}K_u \to \min, \tag{2}$$

gdzie:

K_z – koszt stały zakupu, niezależny od wielkości partii dostawy,

K_u – koszt utrzymania jednostki zapasu w okresie planistycznym.

Optymalna wielkość partii zakupu (zwana partią ekonomiczną) wynosi:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2M \cdot K_z}{K_u}}. \tag{3}$$

Przy tak wyznaczonej partii zakupu optymalna liczba zamówień w okresie planistycznym wynosi:

$$n^{\bullet} = \frac{M}{Q_{opt}},$$

natomiast optymalna długość cyklu zapasów (długość okresu między zamówieniami):

$$t^{\bullet} = \frac{1}{n^{\bullet}}.$$

Przy tworzeniu i stosowaniu modeli (1) lub (2) należy pamiętać, że w okresie planistycznym:

- popyt na dane dobro jest stały w czasie (stacjonarny) i znany,
- dostawy następują dokładnie w momencie, gdy zapas w magazynie osiągnie poziom zerowy,
- wszelkie koszty związane z tworzeniem i utrzymaniem zapasów są stałe,
- czas dostawy jest stały i znany.

2.2. Wielokryterialny model optymalnych zapasów z losowym czasem realizacji dostawy

Niech czas dostawy L będzie dyskretną zmienną losową przyjmującą wartości $L_1, L_2, \ldots, L_w$, ze znanym prawdopodobieństwem $p(L_i)$ dla i = 1, 2, …,w. Dodatkowo oznaczmy:

M – stała wielkość popytu w okresie planistycznym,

Q – wielkość partii zakupu,

s – poziom alarmowy zapasów, czyli poziom, przy którym należy złożyć nowe zamówienie.

Średni poziom zapasów można podzielić na dwie części:

- średni oczekiwany poziom zapasów w okresie dostawy (*OPZD*),
- średni poziom zapasów pomiędzy dostawą a złożeniem zamówienia (*PZDZ*).

Mamy:

$$OPZD = \frac{M}{2} \sum_{ML_i \le s} p(L_i) L_i,$$

$$PZDZ = \frac{Q-s}{2}.$$

Oczekiwaną średnią wielkość brakujących zapasów w okresie dostawy (*BZD*) można wyznaczyć ze wzoru:

$$BZD = M \sum_{ML_i > s} p(L_i) L_i.$$

Wielokryterialny model zapasów w tym wypadku przyjmie postać:

$$\begin{cases} Q \to \min \\ \dfrac{M}{Q} \to \min \\ \dfrac{M}{2} \sum\limits_{ML_i \le s} p(L_i)L_i + \dfrac{Q-s}{2} \to \min \\ \sum\limits_{ML_i > s} p(L_i)L_i \to \min \\ Q \le M \end{cases} \tag{4}$$

Jeśli znane są:

K_z – koszt stały zakupu niezależny od wielkości partii dostawy,

K_u – koszt utrzymania jednostki zapasu w okresie planistycznym,

K_{bz} – koszt braku jednostki zapasu w okresie planistycznym,

można utworzyć model jednokryterialny w postaci:

$$\frac{M}{Q}K_z + \frac{K_u}{2}(M \sum_{ML_i \le s} p(L_i)L_i + Q - s) + K_{bz}(\frac{M}{Q} \sum_{ML_i > s} p(L_i)L_i) \to \min. \tag{5}$$

Przybliżenie wielkości optymalnej partii oraz wielkości zapasu alarmowego s zagadnienia (5) można otrzymać metodami iteracyjnymi. Wielkość zapasu alarmowego s łatwo wyznaczyć, jeżeli decydent przyjmie w sposób subiektywny wielkość prawdopodobieństwa α braku zapasu. Korzysta się w tym celu ze wzoru:

$$\sum_{ML_i > s} p(L_i) = \alpha$$
$$\sum_{ML_i \le s} p(L_i) = 1 - \alpha \tag{6}$$

Wartość $1 - \alpha$ nazywana jest poziomem obsługi klienta.

2.3. Wielokryterialny model optymalnych zapasów z losowym popytem w okresie realizacji dostawy

Niech popyt w czasie dostawy L będzie dyskretną zmienną losową, przyjmującą wartości $Y_1^L, Y_2^L, ..., Y_m^L$, ze znanym prawdopodobieństwem $p(Y_i^L)$ dla i = 1, 2, ...,m. Dodatkowo przyjmijmy:

L – stały czas dostawy w okresie planistycznym,

Q – wielkość partii zakupu,

M – wielkość popytu w okresie planistycznym,

s – poziom alarmowy zapasów, czyli poziom, przy którym należy złożyć nowe zamówienie.

Średni popyt M_L w okresie dostawy L wyznacza się ze wzoru $M_L = \sum_{L_i} p(Y_i^L)Y_i^L$.

Średni oczekiwany poziom zapasów można podzielić na dwie części:

– średni oczekiwany poziom zapasów w okresie dostawy $L(OPZD)$,

– średni poziom zapasów pomiędzy dostawą a złożeniem zamówienia ($OPZDZ$).

Wartości te można wyznaczyć ze wzorów:

$$OPZD = \frac{1}{2}(s + \sum_{Y_i^L \le s} (s - Y_i^L) p(Y_i^L), \tag{7}$$

$$OPZDZ = \frac{Q + 2s - M_L}{2}. \tag{8}$$

Oczekiwaną średnią wielkość brakujących zapasów w okresach dostawy ($OBZD$) w całym okresie planistycznym można wyznaczyć ze wzoru:

$$OBZD = \frac{M}{Q}(\sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L)). \tag{9}$$

Oczekiwana średnia wielkość zapasów (OZ) w okresie planistycznym jest równa:[5]

$$OZ = \frac{Q}{2} - M_L + s + \frac{M_L}{2Q} \sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L).$$

Wielokryterialny model optymalnych zapasów może przyjąć postać:

$$\begin{cases} Q \to \min \\ \frac{M}{Q} \to \min \\ \frac{Q}{2} - M_L + s + \frac{M_L}{2Q} \sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L) \to \min \\ \frac{M}{Q}(\sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L) \to \min \\ Q \le M \end{cases} \tag{10}$$

Jeśli decydent jest zainteresowany jedynie kosztami tworzenia, utrzymania i braku zapasów w okresie planistycznym, model optymalnych zapasów przyjmie postać:

$$\frac{M}{Q} K_z + K_u (\frac{Q}{2} - M_L + s + \frac{M_L}{2Q} \sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L)) + K_{bz} (\frac{M}{Q} (\sum_{Y_i^L > s} (Y_i^L - s) p(Y_i^L)) \to \min. \tag{11}$$

Wielkość optymalnej partii oraz poziom zapasu alarmowego można wyznaczyć za pomocą metody iteracyjnej.[6] Wielkość zapasu alarmowego s łatwo wyznaczyć, jeżeli decydent założy wielkość prawdopodobieństwa braku zapasów na poziomie α. Korzysta się w tym celu ze wzoru:

$$\alpha = \sum_{Y_i^L > s} p(Y_i^L)$$

[5] Wagner H.M.: Badania..., op. cit., s. 876.

[6] Ibidem, s. 877.

2.4. Wielokryterialny model optymalnych zapasów z popytem w okresie realizacji dostawy o rozkładzie normalnym

Niech popyt w czasie dostawy L będzie zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią M_L oraz wariancją σ_L^2. Dodatkowo:

L – stały czas dostawy w okresie planistycznym,

Q – wielkość partii zakupu,

M – wielkość popytu w okresie planistycznym,

s – poziom alarmowy zapasów, czyli poziom, przy którym należy złożyć nowe zamówienie.

Oznaczmy przez:

$$I_N(u) = \int_u^{\infty} (t-u) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5t^2} dt$$

niezupełną całkę standardowego rozkładu normalnego.

Wzór (9) można wtedy zapisać w postaci:[7]

$$\frac{M}{Q} \sigma_L I_N(u_s),$$

gdzie

$$u_s = \frac{s - M_L}{\sigma_L}.$$

Korzystając z postaci modelu (10), wielokryterialny model w przypadku normalnego rozkładu popytu można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} Q \to \min \\ \dfrac{M}{Q} \to \min \\ \dfrac{Q}{2} - M_L + s + \dfrac{M_L}{2Q} \sigma_L I_N\left(\dfrac{s - M_L}{\sigma_L}\right) \to \min, \\ \dfrac{M}{Q} \sigma_L I_N\left(\dfrac{s - M_L}{\sigma_L}\right) \to \min \\ Q \le M \end{cases} \tag{12}$$

natomiast model (11), oparty na kosztach, przyjmie postać:

$$\frac{M}{Q} K_z + K_u\left(\frac{Q}{2} - M_L + s + \frac{M_L}{2Q} \sigma_L I_N\left(\frac{s - M_L}{\sigma_L}\right)\right) + K_{bz} \frac{M}{Q} \sigma_L I_N\left(\frac{s - M_L}{\sigma_L}\right) \to \min. \tag{13}$$

[7] Wagner H.M.: Badania…, op.cit. PWE, Warszawa 1980.

Jeśli znana jest wartość $1-\alpha$ (poziom obsługi klienta), to wartość dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego F_N w punkcie u_s przyjmuje wartość:

$$F_N(u_s) = 1-\alpha .$$

Na podstawie ostatniego równania można wyznaczyć wartość u_s, a tym samym wielkość zapasu alarmowego:

$$s = u_s\sigma_L + M_L .$$

W tym wypadku wielkość optymalnej partii, wyznaczona ze wzoru (13), będzie równa:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2M \cdot K_z}{K_u} + \sigma_L^2 I_N(u_s)(M_L + \frac{2MK_{bz}}{K_u})}. \tag{14}$$

Jeśli popyt w całym planowanym okresie ma rozkład normalny ze średnią M oraz wariancją σ^2, wówczas:

$$M_L = ML,$$

$$\sigma_L^2 = \sigma^2 L.$$

Wielkość zapasu alarmowego wyniesie:

$$s = u_s\sigma\ \sqrt{L} + ML.$$

W pracy [2], w przypadku gdy popyt ma rozkład normalny i znany jest poziom obsługi klienta $1-\alpha$, we wzorze (14) pomijany jest pod pierwiastkiem składnik:

$$\sigma_L^2 I_N(u_s)(M_L + \frac{2MK_{bz}}{K_u}).$$

W przypadku gdy poziom obsługi klienta $1-\alpha$ jest wysoki (powyżej 0,85), wielkość $I_N(u_s)$ jest mniejsza od 0,06 i przy niewielkich wartościach $\sigma^2 L$ oraz K_{bz} składnik ten można pominąć. Jednak w pozostałych przypadkach powinien on być uwzględniony we wzorze na optymalną partię zamówienia.

3. Wielokryterialny model zapasów z popytem dyskretnym

Strategia wyznaczania zapasów na podstawie partii optymalnej używana jest w przypadku popytu o charakterze ciągłym, a więc powtarzalnego w kolejnych okresach sterowania i niewykazującego zbytnich odchyleń od wartości średniej. W sytuacjach gdy obserwuje się brak ciągłości popytu lub występują duże jego wahania, właściwymi metodami dokonywania zakupów są metody zaproponowane przez H.M. Wagnera i T.M. Withina oraz H.C. Meala i E.A. Silvera.

Modele Wagnera–Withina oraz Meala–Silvera można stosować, jeśli spełnione są założenia:

- Znany jest popyt w okresach t = 1, 2, 3,..., N, gdzie N jest horyzontem planu.
- Dostawa zamówionych partii następuje na początku wyróżnionych okresów t.
- Cena jednostkowa zakupu nie zależy od wielkości zakupu.
- Oszacowane koszty tworzenia i utrzymywania zapasów są stałe dla planowanego okresu.
- Okres realizacji zamówień jest stały i znany.
- Polityka zakupów zakłada ciągłość zaspokajania popytu, nie dopuszcza się do sytuacji wyczerpania zapasów.
- Koszt utrzymania zapasów odnosi się tylko do tej ilości, która pozostanie na koniec danego okresu t (tym samym będzie stanowić zapas początkowy w okresie t+1).
- Zamówienie jest wystawiane, jedynie gdy poziom zapasu na koniec danego okresu osiągnie poziom zerowy.[8]

Politykę optymalną zakupów znajduje się za pomocą programowania dynamicznego. Tak jak w klasycznych modelach ROP, ROC założenia umożliwiające stosowanie modeli są bardzo silne, a więc w rzeczywistości rzadko można wyznaczyć politykę optymalną zakupów za ich pomocą, stąd też najczęściej przyjmuje się dodatkowe założenie, że popyt jest zmienną losową o znanym dyskretnym rozkładzie prawdopodobieństwa.

3.1. Wielokryterialny, probabilistyczny model zapasów przy jednokrotnej decyzji zakupu

Przyjmijmy, że popyt Y jest dyskretną zmienną losową o wartościach $y_1, y_2, ..., y_n$ o zadanym rozkładzie prawdopodobieństwa $p(y_i)$ dla i = 1, 2, ... n.

Przyjmijmy oznaczenia:

- x – wielkość zamówienia,
- z – wielkość zapasów przed złożeniem zamówienia.

Przy założeniu że złożone zamówienie i popyt realizowane są natychmiastowo, można wyznaczyć oczekiwaną wielkość zapasów:

$$\sum_{x+z \geq y_i} (x+z-y_i)p(y_i)$$

oraz oczekiwany brak zapasów na pokrycie popytu:

$$\sum_{x+z \leq y_i} (y_i - x - z)p(y_i).$$

[8] Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie..., op. cit., s. 187-188.

Wielokryterialny model zapasów może przyjąć postać:

$$\begin{cases} x \to \min \\ \sum\limits_{x+z \ge y_i} (x + z - y_i) p(y_i) \to \min. \\ \sum\limits_{x+z \le y_i} (y_i - x - z) p(y_i) \to \min \end{cases} \tag{15}$$

W wypadku gdy decydent zakłada jedynie minimalizację kosztów całkowitych (tworzenia, utrzymania i braku zapasów), model przyjmie postać:

$$\sum_{x+z \ge y_i} K_u(x + z - y_i) p(y_i) + K_z(x) + \sum_{x+z \le y_i} K_{bz}(y_i - x - z) p(y_i) \to \min, \tag{16}$$

gdzie:

$K_z(x)$ – koszt zakupu wielkości x,

$K_u(Z)$ – koszt utrzymania zapasu wielkości Z przez jednostkę czasową,

$K_{bz}(W)$ – koszt braku zapasu wielkości W przez jednostkę czasową.

Przytoczone zagadnienie można rozwiązać, znajdując na drzewie decyzyjnym ścieżkę o najniższym koszcie.[9]

3.2. Wielokryterialny, dynamiczny model probabilistyczny przy wielokrotnych decyzjach zakupu

W wieloetapowym modelu dynamicznym decyzje o wielkości zamówienia x_t podejmowane są na początku każdego etapu $t = 1, 2, \dots N$ i zakłada się, że ich realizacja następuje natychmiastowo. Popyt Y_t w każdym etapie jest dyskretną zmienną losową przyjmującą wartości y_{ti} ($t = 1, 2, N$, $i = 1, 2, \dots n_t$) o zadanym rozkładzie prawdopodobieństwa $p_t(y_{ti})$. Wielkość kosztów zakupu oraz utrzymania zapasów należy wyznaczyć w każdym etapie. Polityka optymalna zakupów minimalizuje sumę kosztów całkowitych (we wszystkich etapach).

Funkcja celu w modelu dynamicznym ma zatem postać:

$$\sum_{t=1}^{N} \Big(\sum_{i=1, x+z_t \ge y_{ti}}^{n_t} K_u(x_t + z_t - y_{ti}) p_t(y_{ti}) + K_z(x_t) \Big) \to \min,$$

gdzie z_t to wielkość zapasu na początku etapu t (t = 1, 2, … N).

Zagadnienie to można rozwiązać metodą programowania dynamicznego, znajdując ścieżkę o najniższym koszcie na drzewie decyzyjnym.[10]

[9] Wagner H.M.: Badania…, op. cit., s. 758.
[10] Ibidem, s. 305.

Ponieważ oczekiwany brak zapasów na pokrycie popytu w N-etapowym problemie decyzyjnym powinien być minimalny, w modelu powinna znaleźć się druga funkcja celu:

$$\sum_{t=1}^{N} \sum_{i=1, x+z<y_t}^{n} (y_{ti} - x_t - z_t) p_t(y_{ti}) \to \min .$$

Model przyjmie wtedy postać:

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{N} \left(\sum_{i=1, x+z_t \geq y_{ti}}^{n_t} K_u(x_t + z_t - y_{ti}) p_t(y_{ti}) + K_z(x_t) \right) \to \min \\ \sum_{t=1}^{N} \sum_{i=1, x+z<y_t}^{n} (y_{ti} - x_t - z_t) p_t(y_{ti}) \to \min \end{cases} . \tag{17}$$

Jeżeli znane są koszty $K_{bz}(y_{ti} - x - z)$ braku zapasów na pokrycie popytu y_{ti}, można utworzyć funkcję agregacji w postaci:

$$\sum_{t=1}^{N} \left(\sum_{i=1, x+z \geq y_{ti}}^{n_t} K_u(x_t + z_t - y_{ti}) p_t(y_{ti}) + K_z(x_t) + \sum_{i=1, x+z<y_{ti}}^{n} K_{bz}(y_i - x_t - z_t) p(y_{ti}) \right) \to \min . \tag{18}$$

Zagadnienie to można rozwiązać, znajdując ścieżkę o najniższym koszcie na drzewie decyzyjnym.

4. Podsumowanie

W artykule zaprezentowano dwa podstawowe podejścia do sterowania zapasami w przedsiębiorstwie, związane z popytem zaspokajanym w czasie ciągłym oraz z popytem dyskretnym. Przedstawiono następujące wielokryterialne modele:

- deterministyczny (1),
- z losowym czasem realizacji dostawy (4),
- z losowym popytem w okresie realizacji dostawy (10),
- z popytem o rozkładzie normalnym w okresie realizacji dostawy (12),
- probabilistyczny przy jednokrotnej decyzji o zakupie (15),
- dynamiczny, probabilistyczny przy wielokrotnych zakupach (17).

We wszystkich zaprezentowanych modelach rozważane są dwa fundamentalne kryteria: minimalizacja wielkości zapasów oraz liczba zakupów. Innymi kryteriami są minimalizacje: średniego poziomu zapasów, oczekiwanego czasu dostawy oraz oczekiwanej wielkości brakujących zapasów. Możliwość wprowadzenia dodatkowych kryteriów jest uzależniona od indywidualnych preferencji decydenta oraz od przyjętych założeń.

Dla każdego modelu przedstawiono kosztowe kryterium syntetyczne, które rozważane kryteria agreguje do jednego, wyrażającego koszty związane z zapasami – ich tworzeniem, utrzymaniem i ewentualnym brakiem (model Wilsona (2) oraz modele: (5), (11), (13), (16) i (18)).

BIBLIOGRAFIA

1. Bylka S., Rempała R.: Wybrane zagadnienia matematycznej teorii zapasów. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.
2. Krzyżaniak S., Cyplik P.: Zapasy i magazynowanie. Biblioteka Logistyka, Poznań 2007.
3. Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000.
4. Silver E.A.: A simple replenishment rule for a linear trend in demand. "European Journal of Operational Research", No. 1, 1977, s. 365-367.
5. Wagner H.M.: Badania operacyjne. PWE, Warszawa 1980.
6. Wagner H.M., Within T.M.: Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. "Management Science", No. 5, 1958, s. 88-96.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Franciszek Marecki

Abstract

In this paper creation's ways of multicriterial models of inventory control are presented. The multicriterial models are built on the base of known one-criterion models where costs of inventory purchasing and maintenance are minimized. Multicriterial ROP (Re-order point) models and multicriterial models basing on the dynamic lot size model of Wagner-Within are also in the paper described. Following multicriterial models are shown: deterministic (1), with stochastic lead time of supply (4), with stochastic demand in supply lead time (10), with normal distribution demand in supply lead time (12), probabilistic by a single purchase decision (15), probabilistic and dynamic by multiple purchases (17).

All of the presented models include two fundamental criteria: minimizing of purchase quantity and minimizing of number of purchases. There are also other considered criteria such as minimizing of average size of inventory, minimizing of expected supply lead time, minimizing of expected size of missing inventory.