ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLASKIEJ 2011
Seria : ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 57 Nr. kol. 1847

Elżbieta MARECKA, Franciszek MARECKI
Wyższa Szkoła Biznesu
Dąbrowa Górnicza

ANALIZA RYZYKA FINANSOWEGO SKŁADEK UBEZPIECZENIA KREDYTÓW KONSUMPCYJNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono problem ubezpieczenia kredytu konsumpcyjnego, spłacanego w tzw. ratach całkowitych. Opierając się na zasadzie równoważności kapitałów, wyznaczono indeksowane i waloryzowane raty. Ponadto wyznaczono: kwoty kredytu do spłaty w każdym terminie oraz składki ubezpieczeniowe. Składki ubezpieczeniowe są obarczone ryzykiem stóp procentowych oraz prawdopodobieństw zdarzeń ubezpieczeniowych, które są prognozowane.

ANALYSIS OF FINANCIAL RISK INSURANCE OF CONTRIBUTIONS ON CONSUMER LOANS

Summary. The article presents the problem of consumer credit insurance, repaid by so-called total installments. Based on the principle of capital equivalence was set installments equity – valued or indexed. In edition were determined : the amount of credit outstanding in each term and insurance contributions. Insurance contributions are subject to interest rate risk and the probability of insurance events, witch are prospective.

1. Wstęp

W procesach finansowych występuje ryzyko: stanu rynku finansowego, inflacji oraz kursów (walut, akcji itp.) [9]. Stan rynku finansowego jest prognozowany. Prognozy te obejmują oprocentowanie/dyskontowanie proste lub składane ze stałymi lub zmiennymi stopami procentowymi/dyskontowymi. Również stopy inflacji (stałe lub zmienne) są prognozowane. Ponadto, składki lub wypłaty ubezpieczeniowe mogą być wyrażone w różnych walutach, których kursy są także prognozowane [1, 2, 3].

Modele procesów finansowych mogą być ciągłe lub dyskretne-deterministyczne [10] lub probabilistyczne [14, 15]. Do analizy ciągłych procesów finansowych wykorzystywane są metody stochastyczne [5, 11, 15], a do analizy procesów dyskretnych wykorzystuje się zasadę równoważności kapitałów [4, 6, 7]. Proces ubezpieczeniowy jest ciągiem prawdopodobnych składek i prawdopodobnych wypłat, które powinny być zbilansowane. Jest to proces dualny, gdyż przy danych składkach można wyznaczyć wypłaty lub przy danych wypłatach można wyznaczyć składki. Bilanse składek i wypłat są opracowywane w terminie sporządzania polisy dla prognozowanych stóp procentowych i inflacji oraz prawdopodobieństw życia ubezpieczonego w przyszłości. Analogiczna sytuacja występuje w przypadku aktualizacji prognoz w kolejnych terminach. Z tego powodu przy danych składkach wypłaty mogą być różne, w zależności od prognozowanych parametrów. Jeśli przyjmiemy dopuszczalne przedziały zmian stóp procentowych i inflacji oraz prawdopodobieństw życia osoby ubezpieczonej, to można wyznaczyć dopuszczalne przedziały wypłat w różnych terminach. Analogicznie, przy zadanych wypłatach można wyznaczyć dopuszczalne przedziały składek. Jeśli przedziały prognozowanych parametrów są określone na poziomie 95% (symetrycznie względem wartości średniej), to przedziały składek (lub wypłat) są również wyznaczone na poziomie 95% (niesymetrycznie względem wartości średniej). Odchylenie od średnich wartości składek (lub wypłat) jest miarą ryzyka finansowego. Ryzyko to może być wyrażone wartościami bezwzględnymi lub względnymi (stosunkiem odchylenia do wartości średniej). W praktyce analiza procesów finansowych wymaga skomplikowanych algorytmów i programów, dlatego do jej przeprowadzenia wykorzystuje się systemy informatyczne [12, 13].

W niniejszym artykule zostanie przedstawiona analiza ryzyka składek ubezpieczenia kredytów konsumpcyjnych spłacanych w ratach całkowitych. Są to kredyty spłacane przez osoby fizyczne, które nie wyróżniają rat kapitałowych i odsetkowych, bo nie prowadzą rachunkowości. Kredyt konsumpcyjny jest zaciągany przez osoby fizyczne na zakup środków trwałych (sprzętu komputerowego, AGD itp.), które nie są indywidualnie rejestrowane (tak jak np. samochody). Powstaje zatem problem zabezpieczenia spłaty takiego kredytu. Przyjmuje się, że nie będzie on spłacany w przypadku np. śmierci kredytobiorcy. Nowoczesną formą zabezpieczenia spłaty kredytu konsumpcyjnego jest polisa ubezpieczenia życiowego. Ubezpieczyciel zobowiązuje się do spłaty reszty kredytu – w zamian za składki ubezpieczenia życiowego. Ubezpieczeniu podlega kwota rat pozostałych do spłaty. Tę formę ubezpieczenia może zastosować także sprzedawca, jeśli sprzedaje towary na raty. W tym celu wykupuje on bezimienną polisę ubezpieczeniową na każdy towar, który ma być sprzedany na raty. Bezimienna polisa ubezpieczeniowa stanowi gwarancję spłaty rat przez ubezpieczyciela.

2. Sformułowanie problemu

Problem ubezpieczenia kredytu konsumpcyjnego polega na wyznaczeniu:

- rat kredytu,
- kwot pozostałych do spłaty (w każdym terminie),
- składek ubezpieczenia kredytu.

Ponieważ kredyty konsumpcyjne są zaciągane (z założenia) przez osoby fizyczne, które nie prowadzą rachunkowości (nie zapisują na odpowiednich kontach rat kapitałowych i odsetkowych), kredyty te są spłacane w ratach całkowitych. Dalej założymy, że raty te są dostosowywane do możliwości spłaty przez kredytobiorców. Przyjmiemy zatem, że raty mogą być rosnące albo malejące. W szczególności raty całkowite mogą być waloryzowane (tworzą ciąg arytmetyczny) lub indeksowane (tworzą ciąg geometryczny). Raty są obliczane na podstawie deterministycznej zasady równoważności kapitałów przy prognozowanych stanach rynku finansowego i spłacane przy rzeczywistych stanach rynku. W związku z tym występuje ryzyko wielkości tych rat wynikające z odchyłek rzeczywistego stanu rynku od stanu prognozowanego.

W trakcie spłaty rat kredytu w każdym terminie pozostaje do spłaty reszta zaciągniętego kredytu. Kwoty pozostałe do spłaty można wyznaczyć na podstawie deterministycznej zasady równoważności kapitałów prospektywnie lub retrospektywnie. Przy zmiennych w czasie prognozach stanu rynku finansowego metody te mogą dać różne wartości. Metoda prospektywna jest bardziej oczywista, gdyż kwota pozostała do spłaty w danym terminie jest sumą zdyskontowanych na ten termin późniejszych (niespłaconych) rat. Jednakże w metodzie tej wykorzystywane są prognozy stanu rynku finansowego. Druga metoda – retrospektywna – wykorzystuje dane z przeszłości (stąd jej nazwa). Kwota pozostała do spłaty jest różnicą kredytu (akumulowanego na dany termin) i sumy spłaconych rat (akumulowanych na dany termin). Kwota niespłaconych rat stanowi tzw. sumę ubezpieczenia, gwarantowaną przez ubezpieczyciela. Z tego względu ubezpieczyciel może mieć inne prognozy stanu rynku finansowego niż bank, który udziela kredytu. Ponieważ ewentualne wypłaty ubezpieczyciela mogą być zależne od prognoz stanu rynku, zatem również są obarczone ryzykiem.

Składki ubezpieczeniowe są obliczane przez ubezpieczyciela w trakcie negocjacji z kredytobiorcą. Kredytobiorca może wnosić o składki rosnące lub malejące – indeksowane lub waloryzowane. Składki te są wyznaczane na podstawie probabilistycznej zasady równoważności kapitałów. Dla obliczenia składek ubezpieczyciel korzysta z prognoz rynku finansowego oraz warunkowych prawdopodobieństw przeżycia kolejnego okresu przez kredytobiorcę (ubezpieczającego się). Z opisanych względów składki są obarczone ryzykiem, które jest określane przedziałami wartości składek spłacanych w terminach $n=1,...,N-1$. W niniejszym artykule ryzyko składek zostanie wyznaczone metodą skrajnych wartości czynników ryzyka, tzn. stóp dyskontowych oraz warunkowych prawdopodobieństw. Założymy, że skrajne granice zmian stóp procentowych i inflacji oraz warunkowych prawdopodobieństw są dane na określonym poziomie ufności, np. 95%. Problem polega na wyznaczeniu skrajnych wartości składek we wszystkich terminach $n=1,...N-1$.

3. Raty kredytu konsumpcyjnego

Załóżmy, że w terminie 0 ma być zaciągnięty kredyt konsumpcyjny o wartości F. Kredyt ten ma być spłacany w N ratach całkowitych R_n, $n=1,....,N$. Warunkiem uzyskania kredytu jest polisa ubezpieczenia życiowego z gwarantowanymi wypłatami W_n, $n=1,....,N$, które stanowią kapitał równoważny dla ciągu niespłaconych rat. Zatem problem polega na wyznaczeniu składek S_n, $n=0,1,....,N-1$ gwarantujących wypłaty W_n, które stanowią niespłacone części kredytu.

Rozważmy przypadki spłaty kredytu w ratach indeksowanych lub waloryzowanych. W przypadku indeksacji każda rata następna różni się od poprzedniej o tę samą stopę indeksacji, natomiast w przypadku waloryzacji każda rata następna różni się od poprzedniej o tą samą kwotę ΔR.

Załóżmy, że dane są:

- F – kwota kredytu,
- N – liczba rat (okresów),
- r_n – stopa procentowa *n-tego* okresu,
- j^R – stopa indeksacji rat R_n,
- ΔR – kwota waloryzacji rat R_n

Problem polega na wyznaczeniu rat R_n, $n=1,....,N$.

Z deterministycznej zasady równoważności kapitałów otrzymamy:

$$F \cdot A_{0,N} = \sum_{n=1}^{N} R_n \cdot A_{n,N}, \tag{1}$$

gdzie $A_{n,N}$ – czynnik akumulacji z *n-tego* terminu na *N-ty* termin przy ratach indeksowanych, zgodnie z formułą:

$$R_n = R_1\left(1+j^R\right)^{n-1} \tag{2}$$

lub waloryzowanych zgodnie z formułą:

$$R_n = R_1 + (n-1)\Delta R \qquad n = 2,\dots,N. \tag{3}$$

W przypadku rat indeksowanych po podstawieniu (2) do (1) otrzymamy:

$$R_n = \frac{F \cdot A_{0,N}}{\sum_{m=1}^{N} \left(1 + j^R\right)^{m-1} \cdot A_{m,N}} \left(1 + j^R\right)^{n-1} \qquad n = 1,\dots,N. \tag{4}$$

W przypadku rat waloryzowanych po podstawieniu (3) do (1) otrzymamy:

$$R_n = \frac{F \cdot A_{0,N} - \Delta R \sum_{m=1}^{N} (m-1) A_{m,N}}{\sum_{m=1}^{N} A_{m,N}} + (n-1)\Delta R \qquad n = 1,\dots,N. \tag{5}$$

W formułach dla rat indeksowanych (4) oraz rat waloryzowanych (5) występują czynniki akumulacji zależne od stanu rynku finansowego, które zostaną wprowadzone w dalszej części artykułu. Ponadto, formuły wyznaczania rat mogą uwzględniać stopę inflacji, jeśli nie jest ona uwzględniona w stopach procentowych. Ogólnie, raty nie muszą być waloryzowane lub indeksowane. Jednakże w takim przypadku musi być sformułowany układ dodatkowych N-1 równań dla rat.

4. Wypłaty ubezpieczeniowe

Załóżmy, że raty R_n, $n = 1,\dots,N$ są obliczone (zindeksowane lub zwaloryzowane). Należy wyznaczyć wypłaty W_m, $m = 1,\dots,N$ jako kapitały równoważne ciągowi niespłaconych rat.

Z deterministycznej zasady równoważności kapitałów otrzymamy:

$$W_m = \sum_{n=m}^{N} \frac{R_n}{D_{m,n}} \qquad m = 1,\dots,N, \tag{6}$$

gdzie $D_{m,n}$ – czynnik dyskontowania z *n-tego* terminu na termin *m-ty*, $(m \le n)$.

Czynniki dyskontowania wynikają z prognozy stanu rynku finansowego dokonanej przez ubezpieczyciela. Z tego względu założymy, że dane są stopy dyskontowe tej prognozy:

$s_1,\ldots,s_N$. Prognozy stanu rynku finansowego według kredytodawcy i ubezpieczyciela mogą się różnić.

Zakładając, że raty są indeksowane, z deterministycznej zasady równoważności kapitałów dla wszystkich wypłat otrzymamy formułę:

$$W_m = \sum_{n=m}^{N} \frac{F \cdot A_{0,N}}{D_{m,n} \sum_{l=1}^{N} \left(1 + j^R\right)^{l-1} \cdot A_{l,N}} \left(1 + j^R\right)^{n-1} \tag{7}$$

$$m = 1,\ldots,N.$$

Analogicznie, zakładając, że raty są waloryzowane, z deterministycznej zasady równoważności kapitałów dla wszystkich wypłat otrzymamy formułę:

$$W_m = \sum_{n=m}^{N} \left[\frac{F \cdot A_{0,N} - \Delta R \sum_{l=1}^{N} (l-1) A_{l,N}}{\sum_{l=1}^{N} A_{l,N}} - (n-1)\Delta R \right] \frac{1}{D_{m,n}} \tag{8}$$

$$m = 1,\ldots,N.$$

W formułach (7) i (8) występują czynniki akumulacji oraz czynniki dyskontowania, które zostaną wprowadzone w dalszej części artykułu, dla różnych stanów rynku finansowego.

Ogólnie, raty dla wyznaczenia wypłat nie muszą być ani indeksowane, ani waloryzowane, jednakże wówczas trzeba sformułować układ równań dla wyznaczenia tych rat.

5. Składki ubezpieczeniowe

Załóżmy, że wpłaty W_m, $m = 1,\ldots,N$ są obliczone. Należy wyznaczyć składki S_n, $n = 0,1,\ldots,N-1$. Ogólnie, N składek można wyznaczyć z układu N równań (w tym z probabilistycznej zasady równoważności kapitałów). W niniejszym artykule przyjmiemy, że składki mogą być rosnące lub malejące według ciągów arytmetycznego (waloryzacja) lub geometrycznego (indeksacja).

Dla składek indeksowanych otrzymamy:

$$S_n = S_0 \left(1 + j^S\right)^n \tag{9}$$

$$n = 1,\ldots,N-1,$$

gdzie j^S – stopa indeksacji składek.

W przypadku składek waloryzowanych otrzymamy:

$$S_n = S_0 + n \cdot \Delta S \qquad n = 1,\dots, N-1, \tag{10}$$

gdzie ΔS – kwota waloryzacji składek.

Bilans składek i wypłat wynika z probabilistycznej zasady równoważności kapitałów w postaci:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{P_n \cdot S_n}{D_{0,n}} = (1+\varepsilon) \sum_{n=1}^{N} \frac{Q_n \cdot W_n}{D_{0,n}}, \tag{11}$$

przy czym prawdopodobieństwa wpłaty składek wyraża formuła:

$$P_n = P_{n-1} \cdot p[1/(n-1)], \tag{12}$$

a prawdopodobieństwa wypłat – formuła:

$$Q_n = P_{n-1} \cdot \{1 - p[1/(n-1)]\}, \tag{13}$$

gdzie:

- $p(1/n)$ – dane prawdopodobieństwo przeżycia 1 roku w wieku n-lat;
- ε – marża procentowa ubezpieczyciela.

Podstawiając składki indeksowane (9) do probabilistycznej zasady równoważności kapitałów (11), dla składek indeksowanych otrzymamy formułę

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon) \sum\limits_{m=1}^{N} \frac{Q_m \cdot W_m}{D_{0,m}}}{\sum\limits_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{D_{0,m}} \left(1 + j^S\right)^m} \left(1 + j^S\right)^n \tag{14}$$

$$n = 0,\dots, N-1.$$

Uwzględniając wypłaty dla indeksowanych rat (7) w (14), dla składek otrzymamy indeksowanych formułę:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon) \sum\limits_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{D_{0,m}} \left\{ \sum\limits_{k=m}^{N} \frac{F \cdot A_{0,N}}{D_{m,k} \sum\limits_{l=1}^{N} \left(1 + j^R\right)^{l-1} \cdot A_{l,N}} \left(1 + j^R\right)^{k-1} \right\}}{\sum\limits_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{D_{0,m}} \left(1 + j^S\right)^m} \left(1 + j^S\right)^n \tag{15}$$

$$n = 0,\dots, N-1.$$

Uwzględniając stan rynku finansowego w czynnikach akumulacji oraz dyskontowania, otrzymamy ostateczne formuły składek dla oprocentowania:

– prostego:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l} \left\{ \sum_{k=m}^{N} \frac{F \cdot \left(1+\sum_{l=1}^{N} r_l\right)}{\left(1+\sum_{l=m+1}^{k} s_l\right) \sum_{l=1}^{N} \left(1+j^R\right)^{-1} \cdot \left(1+\sum_{j=l+1}^{N} r_j\right)} \left(1+j^R\right)^{k-1} \right\}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m \left(1+j^S\right)^m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l}} \left(1+i^S\right)^n \tag{16}$$

$$n = 0, \ldots, N-1$$

– składanego:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{\prod_{l=1}^{m}(1+s_l)} \left\{ \sum_{k=m}^{N} \frac{F \cdot \prod_{l=1}^{N}(1+r_l)}{\prod_{l=m+1}^{k}(1+s_l) \sum_{l=1}^{N} \left(1+j^R\right)^{-1} \cdot \prod_{j=l+1}^{N}(1+r_j)} \left(1+j^R\right)^{k-1} \right\}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m \left(1+j^S\right)^m}{\prod_{l=1}^{m}(1+s_l)}} \left(1+i^S\right)^n \tag{17}$$

$$n = 0, \ldots, N-1.$$

Podstawiając formułę (10) waloryzowanych składek do (14), dla składek waloryzowanych otrzymamy ogólną formułę:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{D_{0,m}} W_m - \Delta S \sum_{m=0}^{N-1} \frac{m \cdot P_m}{D_{0,m}}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{D_{0,m}}} + n \cdot \Delta S \tag{18}$$

$$n = 0, \ldots, N-1.$$

Uwzględniając formułę wypłat (8) dla waloryzowanych rat w (18), dla składek waloryzowanych otrzymamy:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{D_{0,m}} \left\{ \sum_{k=m}^{N} \frac{F \cdot A_{0,N} - \Delta R \sum_{l=1}^{N} (l-1) A_{l,N}}{\sum_{l=1}^{N} A_{l,N}} - (k-1)\Delta R \right\} \frac{1}{D_{m,n}}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{D_{0,m}}} + \\ - \frac{\Delta S \sum_{m=0}^{N-1} \frac{m \cdot P_m}{D_{0,m}}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{D_{0,m}}} + n \cdot \Delta S. \tag{19}$$

Uwzględniając stan rynku finansowego w czynnikach akumulacji oraz dyskontowania, otrzymamy ostateczne formuły składek waloryzowanych dla oprocentowań:

– prostego:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N} \frac{Q_m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l} \left\{ \sum_{k=m}^{N} \frac{F\left(1+\sum_{l=1}^{N} r_l\right) - \Delta R \sum_{l=1}^{N} (l-1)\left(1+\sum_{j=l+1}^{N} r_j\right)}{\sum_{l=1}^{N}\left(1+\sum_{j=l+1}^{N} r_j\right)} - (k-1)\Delta R \right\} \frac{1}{1+\sum_{l=m+1}^{n} s_l}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l}} + \\ - \frac{\Delta S \sum_{m=0}^{N-1} \frac{m \cdot P_m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l}}{\sum_{m=0}^{N-1} \frac{P_m}{1+\sum_{l=1}^{m} s_l}} + n \cdot \Delta S \tag{20}$$

$n = 0, \ldots, N-1,$

– składanego:

$$S_n = \frac{(1+\varepsilon)\sum_{m=1}^{N}\frac{Q_m}{\prod_{l=1}^{m}(1+s_l)}\left\{\sum_{k=m}^{N}\frac{F\prod_{l=1}^{N}(1+r_l)-\Delta R\sum_{l=1}^{N}(l-1)\prod_{j=l+1}^{N}(1+r_j)}{\sum_{l=1}^{N}\prod_{j=l+1}^{N}(1+r_j)}-(k-1)\Delta R\right\}\frac{1}{\prod_{l=m+1}^{n}(1+s_l)}}{\sum_{m=0}^{N-1}\frac{P_m}{\prod_{l=1}^{m}(1+r_l)}}+$$

$$-\frac{\Delta S\cdot\sum_{m=0}^{N-1}\frac{m\cdot P_m}{\prod_{l=1}^{m}(1+s_l)}}{\sum_{m=0}^{N-1}\frac{P_m}{\prod_{l=1}^{m}(1+s_l)}}+n\cdot\Delta S \tag{21}$$

$$n=0,\ldots,N-1.$$

Z formuł (16) i (17) dla indeksacji oraz z formuł (20) i (21) dla waloryzacji wynika, że składki ubezpieczeniowe są obarczone ryzykiem stóp procentowych oraz ryzykiem prawdopodobieństw zdarzeń ubezpieczeniowych.

6. Metoda analizy ryzyka finansowego składek

Ryzyko finansowe składek ubezpieczenia kredytu konsumpcyjnego jest definiowane jako szerokość przedziału, w którym mieszczą się wartości składek S_n $n=0,1,\ldots,N-1$. Im szerszy jest ten przedział, tym ryzyko finansowe składek jest większe. Ryzyko to może być wyrażone w kwocie (jako różnica ponad wartość średnią składki) lub w procentach (jako stosunek odchyłki do wartości średniej składki). Ryzyko jest zależne od:

- stóp procentowych r_n czynników akumulacji (ustalanych przez kredytodawcę),
- stóp dyskontowych s_n czynników dyskontowania (ustalanych przez ubezpieczyciela),
- warunkowych prawdopodobieństw $p(1/n)$ ustalanych przez ubezpieczyciela.

Dla przedstawionych czynników ryzyka przyjmuje się, że są określone ich skrajne wartości na ustalonym poziomie ufności (np. 95%).

Metoda analizy ryzyka składek polega na wybraniu pewnego skrajnego wariantu czynników ryzyka i wyznaczeniu składek według formuł wyprowadzonych w niniejszym artykule. W formułach tych występują parametry rat (waloryzacji lub indeksacji) oraz składek (waloryzacji lub indeksacji). Zagadnienie to zostanie przedstawione szczegółowo dalej.

W metodzie skrajnych wartości ryzyka obliczenia są prowadzone według planu eksperymentów. W planie tym przyjmuje się zmienne ryzyka:

- Δr – stóp procentowych czynników akumulacji,
- Δs – stóp dyskontowych dla czynników dyskontowania,
- Δp – prawdopodobieństw warunkowych.

Zakładamy liniowe formuły prognozy czynników ryzyka:

$$r_n = r_0 + n \cdot \Delta r \qquad n = 1, \ldots, N, \tag{22}$$

$$s_n = s_0 + n \cdot \Delta s \qquad n = 1, \ldots, N, \tag{23}$$

$$p(1/n) = p(1/0) - n \cdot \Delta p \qquad n = 1, \ldots, N -, \tag{24}$$

W metodzie skrajnych wartości czynników ryzyka przyjmujemy, że można oszacować:

$$\Delta r_{min} \qquad \Delta r_{max}$$
$$\Delta s_{min} \qquad \Delta s_{max}$$
$$\Delta p_{min} \qquad \Delta p_{max}$$

Dla wartości tych przyjmuje się następujący plan eksperymentów obliczeniowych.

Nr eksperymentu	Δr	Δs	Δp
1	Δr_{min}	Δs_{min}	Δp_{min}
2	Δr_{min}	Δs_{min}	Δp_{max}
3	Δr_{min}	Δs_{max}	Δp_{min}
4	Δr_{min}	Δs_{max}	Δp_{max}
5	Δr_{max}	Δs_{min}	Δp_{min}
6	Δr_{max}	Δs_{min}	Δp_{max}
7	Δr_{max}	Δs_{max}	Δp_{min}
8	Δr_{max}	Δs_{max}	Δp_{max}

Obliczenia składek są prowadzone dla wyszczególnionych wariantów planu. Najpierw wyznaczane są stopy procentowe, stopy dyskontowe oraz prawdopodobieństwa warunkowe według formuł: (22), (23) i (24). Następnie ustala się kwoty waloryzacji lub indeksacji rat i składek. Wartości te są podstawiane do wyprowadzonych formuł dla składek ubezpieczenia kredytu konsumpcyjnego.

Uzyskane w wyniku obliczeń składki dla każdego eksperymentu tworzą ciąg wartości. Przedstawiając wszystkie ciągi na jednym wykresie otrzymujemy przedziały ryzyka składek S_n $n=0,1,\ldots,N-1$.

Wykresy przedziałów ryzyka składek zależą od przyjętych waloryzacji lub indeksacji rat i składek. Waloryzacja oraz indeksacja są parametrami kompensacji ryzyka składek. Z tego względu należy pokazać na wykresach przedziałów ryzyka składek wpływ parametrów kompensacji ryzyka.

Ogólnie, raty oraz składki mogą być waloryzowane lub indeksowane. W związku z tym w systemie obliczeniowym należy uwzględnić następujący plan eksperymentów dla rat i składek.

Nr eksperymentu	raty	składki
1	indeksowane	indeksowane
2	indeksowane	waloryzowane
3	waloryzowane	indeksowane
4	waloryzowane	waloryzowane

Ponadto, dla sprawdzenia, czy wpływ parametru na ryzyko składki jest liniowy lub nieliniowy, przyjmuje się 3 poziomy wartości waloryzacji oraz indeksacji:

Poziom 1: $(\Delta R_{max}; j^{R}_{max})$ $(\Delta S_{max}; j^{S}_{max})$

Poziom 1: $(\Delta R=0; j^{R}=0)$ $(\Delta S=0; j^{S}=0)$

Poziom 3: $(\Delta R_{min}; j^{R}_{min})$ $(\Delta S_{min}; j^{S}_{min})$

Dla każdego z eksperymentów (waloryzacji lub indeksacji) należy przeprowadzić obliczenia dla 3 poziomów wartości każdego parametru. Zatem obliczenia przedziałów ryzyka składek należy przeprowadzić 9 razy dla każdego wariantu z planu parametrów.

Wynika z tego, że graficzny obraz analizy ryzyka składek obejmuje 9 wykresów przedziałów ryzyka składek dla każdego wariantu waloryzowanych lub indeksowanych rat i składek.

7. Uwagi końcowe

W artykule przedstawiono analizę ryzyka finansowego składek ubezpieczenia kredytu konsumpcyjnego. Ryzyko to zdefiniowano jako kwoty różnicy pomiędzy składkami maksymalną oraz średnią lub jako stosunek tej odchyłki do wartości średniej składki. Do analizy wykorzystano metodę skrajnych wartości czynników ryzyka. Ponadto, wprowadzono parametry kompensacji ryzyka w postaci waloryzacji lub indeksacji rat kredytu oraz składek ubezpieczeniowych.

W przypadku rat realnych w odpowiednich formułach należy uwzględnić stopy inflacji i_n, $n=1,...,N$. Zatem, raty indeksowane można wyznaczyć z formuły:

$$R_n = \frac{F \cdot A_{0,N}}{\prod_{m=1}^{n}(1+i_m) \cdot \sum_{m=1}^{N}\left(1+j^R\right)^{m-1} \cdot A_{m,N}} \left(1+j^R\right)^{n-1} \tag{25}$$

$$n = 1, \ldots, N.$$

W przypadku waloryzacji raty można wyznaczyć z formuły:

$$R_n = \frac{F \cdot A_{0,N} - \Delta R \sum_{m=1}^{N}(m-1)A_{m,N}}{\prod_{m=1}^{n}(1+i_m) \cdot \sum_{m=1}^{N} A_{m,N}} + (n-1)\Delta R \tag{26}$$

$$n = 1, \ldots, N.$$

Ponieważ raty R_n są realne, więc wypłaty W_n również są realne.

Przyjmując w zasadzie równoważności kapitałów (11), że składki S_n są realne, ich wartości nominalne Z_n , $n=1,\ldots,N-1$, które należy wpłacać, obliczymy z formuły:

$$Z_n = S_n \cdot \prod_{m=1}^{n}(1+i_m). \tag{27}$$

W artykule wyprowadzono formuły dla składek ubezpieczeniowych na podstawie zasady równoważności kapitałów. Ponadto, przedstawiono plany eksperymentów obliczeniowych dla czynników ryzyka oraz parametrów kompensacji ryzyka składek.

Analiza składek ubezpieczenia kredytów konsumpcyjnych wymaga wielokrotnych obliczeń składek (dla różnych danych) oraz opracowania graficznej interpretacji wyników. Analogiczne podejście może być wykorzystane do analizy składek ubezpieczenia kredytów spłacanych w ratach kapitałowych i odsetkowych.

Analiza ryzyka składek ubezpieczeniowych wymaga opracowania nowych form wizualizacji rezultatów. Ogólnie, składki są zależne od wielu parametrów:

$$S_n = f(\delta p, \delta r, \delta s).$$

Powstaje zatem problem graficznego przedstawienia funkcji 3 zmiennych w przestrzeni trójwymiarowej.

Ponadto, analiza ryzyka finansowego ma wykazać możliwość kompensacji przez indeksację rat (j^R) i składek (j^S) lub waloryzację rat (ΔR) i składek (ΔS). Klasycznym rozwiązaniem tego problemu jest przedstawienie przekrojów, czyli wykresów z dwoma parametrami przy ustalonych wartościach pozostałych parametrów. Odmiennym podejściem jest przedstawienie ryzyka w postaci koloru lub wielkości kuli (zamiast punktu). Problematyka ta stanowi przedmiot zainteresowania inżynierów grafiki komputerowej.

BIBLIOGRAFIA

1. Bańczyk D.: Komputerowe systemy kredytów walutowych. Wydawnictwo PK J. Skalmierski, Gliwice 2004, s. 189.
2. Bańczyk D.: Information Systems of Foreign Currency Credits. Network Integrators Associates, Parkland, Florida, USA 2007, p. 144.
3. Bańczyk D., Marecka E.: Komputerowy system kredytów walutowych (monografia w języku ukraińskim). Instytut Infrastruktury Informatycznej, Narodowa Akademia Nauk Ukrainy, Lwów 2008, s. 142.
4. Bijak W., Podgórska M., Utkin J.: Matematyka finansowa. Wydawnictwo Bizant, Warszawa 1994.
5. Jajuga K., Jajuga T.: Inwestycje; Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1999.
6. Marecka E.: Modele dyskretnych procesów finansowych oparte na zasadzie równoważności kapitałów. Instytut Infrastruktury Informacyjnej, Narodowa Akademia Nauk Ukrainy, Lwów 2005.
7. Marecka E.: Mathematical Models and Algorithms of the Information Analytical System Supporting Decision Making In Discrete Financial Processes. Network Integrators Associates, Parkland, Florida, USA 2006, p. 428.
8. Marecka E.: Computer System for analysis of insurance processes. Information Technologies and Systems, Vol. 12, No. 2, 2009, pp. 5-56.
9. Marecka E., Marecki F.: Modele i algorytmy analizy ryzyka finansowego ubezpieczeń życiowych. WSB, Dąbrowa Górnicza 2010.
10. Marecki F.: Podstawy finansów dla informatyków. Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania, Bielsko-Biała 1998.
11. Marecki F., Potoczny P.: Komputerowa analiza opcji. Wydawnictwo Pracowni Komputerowej J. Skalmierski, Gliwice 2001.
12. Marecki F., Grabara J.K., Nowak J.S. (red.): Systemy informatyczne – bankowość i finanse. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2004.
13. Marecki F., Grabara J.K. (red.): Informatyka w bankowości i finansach. Polskie Towarzystwo Informatyczne, Katowice 2005.
14. Skałba M.: Ubezpieczenia na życie. WNT, Warszawa 1999.
15. Weron A., Weron R.: Inżynieria finansowa – wycena instrumentów pochodnych: symulacje komputerowe, statystyka rynku. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.

Recenzent: Dr hab. inż. Jan Kałuski, prof. nzw. w Politechnice Śląskiej

Abstract

The article presents the problem of consumer credit insurance, repaid by so-called total installments. Based on the principle of capital equivalence was set installments equity – valued or indexed. In edition were determined : the amount of credit outstanding in each term and insurance contributions. Insurance contributions are subject to interest rate risk and the probability of insurance events, witch are prospective.

The article also presents a plan of experiments for determining computing ranges of insurance contributions – for valued and indexed loan installments. Financial risk insurance contributions are pre-defined by the size of this range. Valorizations and indexation parameters are factors that offset the financial risk insurance contributions.

In general, the financial risk of insurance contributions also depends on inflation and exchange rates of contributions or payments. The analysis of the financial risk of insurance payments can be done similarly as contributions.