ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2012
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 61 Nr kol. 1873

Jan KAŁUSKI
Politechnika Śląska
Wydział organizacji i Zarządzania
Instytut Ekonomii i Informatyki

LOGIKA PODEJMOWANIA DECYZJI (PODEJMOWANIE DECYZJI W ASPEKTACH LOGIKI KLASYCZNEJ I LOGIKI KWANTOWEJ)

Streszczenie. W artykule obszernie omówiono stosowanie logiki kwantowej do podejmowania decyzji na tle logiki klasycznej w szerokim zakresie teoretycznym i praktycznym. Wychodząc od samych początków teorii kwantowej, a więc od eksperymentu myślowego EPR, prac Heisenberga, Bohra, Borna, Schroedingera, von Neumanna, Paullego i innych znakomitych teoretyków fizyki kwantowej lat 20. i 30. ubiegłego stulecia, aż do słynnego twierdzenia J. Bella (1964) i jego nierówności, a kończąc na eksperymentach A. Aspecta i A. Zeillingera, pokazano skomplikowaną drogę rozwoju logiki kwantowej w podejmowaniu decyzji w naukach kognitywnych, ekonomii i technice. Równolegle analizowano pojęcia logik klasycznej i kwantowej w aspekcie filozoficznym, począwszy od I. Kanta i jego logiki formalnej, poprzez logikę Łukasiewicza-Tarskiego, kosmologię Jacyny-Onyszkiewicza, aż po filozofię buddyzmu oraz różnych, współczesnych nurtów myślenia „kwantowego". W konkretnych sytuacjach do podejmowania decyzji służą modele na bazie kwantowej teorii informacji, kwantowego prawdopodobieństwa a przede wszystkim kwantowej teorii gier. Na przykładach szczegółowych obliczeń prawdopodobieństw kwantowych i budowy strategii kwantowych na użytek gier zobrazowano proces postępowania, który zasadniczo różni się od modelu klasycznego.

DECISION MAKING LOGIC (THE CLASSICAL AND QUANTUM DECISION MAKING LOGIC)

Summary. In the work some problems of quantum decision making with comparing to the classical logic are presented. Based to Bell's theorem (1964) and many works of famous physicians as Einstein, Bohr, Heisenberg, Born, Schroedinger, von Neumann and others which hold fast to the concept of new logic, the hard way of development of quantum logic in decision making is discussed. Simultaneously in the paper the I. Kant's formal logic, Łukasiewicz-Tarski's truth theory and logic across the Jacyna-Onyszkiewicz's cosmological theory and Buddism's philosophy are presented. To decision making in the concrete situations some models of quantum information theory, quantum probability and first of all quantum game are used. On the number of examples according to detailed computing of the quantum probability and construction of the quantum strategies in the games, the methods of calculating are showed. In all mentioned discussion shows that these methods are different from classical methods.

1. Wstęp

Procesy myślowe leżą u podstaw podejmowania decyzji. Korzystając z dostępnej informacji o badanym (obserwowanym) procesie (zjawisku, zdarzeniu), kierując się logicznymi wywodami, formułujemy takie czy inne sądy, które w efekcie stają się decyzjami. Jakkolwiek szeroki i pełny by nie był tok myślowy o badanym zjawisku, nie uwzględnia on, rzecz jasna, wszystkich możliwych jego elementów ze względu na naturalną ograniczoność postrzegania „rzeczywistego świata". Stosowane dziś różne techniki pomiarowe oraz zaawansowane modelowanie i symulacja w sposób zasadniczy rozszerzają nasze pole percepcji otaczającego mikro- i makroświata. Jednocześnie jednak komplikuje to nasze logiczne rozumowanie wskutek coraz większej posiadanej informacji. To zaś w coraz większym stopniu wpływa na trafność lub nietrafność podejmowanych przez nas decyzji. Dotyczy to oczywiście wszelkich aspektów rozumnego, zorganizowanego życia, w którym człowiek lub grupa społeczna bierze bezpośredni udział.

Ogromna liczba danych, dostępna w epoce informatyzacji, doprowadziła do rozwoju nowych metod przetwarzania informacji. W tej sytuacji liniowe modele predykcji okazały się mało przydatne dla złożonych nieliniowych systemów. Stąd wytworzyły się nowe metody podejmowania decyzji, zgodne z logiką kwantową [1, 70, 71]. Kwantowe poznawanie rzeczywistości zasadza się na zdolności łączenia się z informacją w tak zwanym polu kwantowym [2, 3, 4]. Zdolność ta łączy ludzi z ich wewnętrznym systemem sterowania na podstawie intuicji. M. Maynard i S. Mehrtens dowodzą, że procesy intuicyjnego podejmowania decyzji wkrótce zastąpią logikę liniową [5]. Natomiast I. Parikh sugeruje, że coraz bardziej zwiększająca się ilość informacji doprowadzi do rosnącej zależności od intuicji [...]. E. Langer pracuje nad rozwojem teorii świadomego podejmowania decyzji. Według niej informacja potrzebna do rozwiązania nawet najprostszego problemu jest nieskończona. Stąd, jak pisze, „[...] bycie świadomym bardziej niż gromadzenie informacji daje możliwości zapanowania nad rosnącą ilością informacji [...]". E. Langer twierdzi dalej, że być pewnym to wcale nie najlepszy sposób w podejmowaniu decyzji, bo gdy ludzie są zbyt pewni, przestają być uważni. Zbytnia pewność jakby zagłusza myślenie, niepewność zaś utrzymuje ludzi w stanie ciągłego pobudzenia. Jest to korzystne dla podejmowania decyzji w zarządzaniu organizacją [6].

W niniejszym artykule nie będziemy jednak zajmować się wyróżnionymi organizacjami. Z tymi zagadnieniami można się zapoznać w coraz liczniejszych pracach, dotyczących tzw. organizacji kwantowych [5, 6, 7, 8]. My zaś dalej rozwiniemy problem podejmowania decyzji w aspekcie już dziś ugruntowanych logik: klasycznej i kwantowej, dwóch najważniejszych logik myślenia, które ze swojej natury są różne, jednak nie tak dalece, jakby to się mogło wydawać (nie są one przeciwstawne, one się raczej uzupełniają). Równoległe istnienie tych logik od pewnego czasu (początek lat 20. XX wieku) coraz bardziej wpływa na procesy podejmowania decyzji.

Klasyczna logika myślenia pochodzi ze szkoły platońskiej. Jej twórcą był Arystoteles. Logika ta zakłada, że wszystkiego o świecie można się dowiedzieć, sprowadzając istotę zagadnienia (istotę rozważań) do tego, czy jest ono prawdziwe czy fałszywe. Nie zawsze daje się to prosto zrobić. Jednak dzieląc zagadnienie na prostsze elementy, można w końcu orzec o jego prawdziwości lub nie, oczywiście w sensie posiadanej lub wyindukowanej wiedzy. Najprościej jest to zrobić, formułując istotę zagadnienia w postaci pewnej sentencji (zdania, wypowiedzi). Więcej na temat logiki klasycznej można znaleźć u St. Kiczuka [9]. Wspomnijmy tylko, że logikę klasyczną nazywa się jeszcze logiką dwuwartościową. Logika ta daje się łatwo formalizować przy zastosowaniu teorii mnogości i algebry Boola, która sama jest elementem tej teorii.

Celem artykułu jest analiza porównawcza modeli podejmowania decyzji z wykorzystaniem logik klasycznej i kwantowej w szerokich aspektach: teoretycznym i praktycznym. W artykule uwzględniono liczne fakty historyczne, filozoficzne czy wręcz ezoteryczne, dotyczące postrzegania i w konsekwencji przeniesienia (adaptacji) fizyki i mechaniki kwantowej, właściwej dla mikroświata (poziomu subatomowego), do otaczającego nas makroświata.

2. Logika kwantowa – geneza i właściwości

W celu głębszej analizy zarysowanego problemu logik klasycznej i kwantowej podejmowania decyzji przypomnijmy kilka faktów historycznych, które doprowadziły do zmiany logiki myślenia.

Otóż we wczesnych latach 20. ubiegłego stulecia grupa znakomitych fizyków, próbując zrozumieć paradoksalne odstępstwa od fizyki klasycznej, newtonowsko-kartezjańskiej, przy opisie zjawisk ze świata mikrokosmosu, a więc zjawisk zachodzących na poziomie atomowym (m.in. Planck, Einstein, Bohr, Born, a także Heisenberg, Schroedinger, de Broglie, Dirac i inni), wdała się w dysputy naukowe na temat rzeczywistych praw fizycznych, rządzących na tym poziomie. Szczególnie ostry naukowy spór toczył się między A. Einsteinem, twórcą m.in. ogólnej i szczególnej teorii względności, a N. Bohrem, twórcą skwantowanego orbitalnego modelu atomu. Każdy z nich forsował swój pogląd na naturę praw fizycznych zjawisk subatomowych.

Na ten temat napisano tak dużo poważnych opracowań naukowych i naukowo-popularnych, że nie sposób ich tu wszystkich wymienić i omówić. Zresztą nie jest to celem tego artykułu. Najważniejsze z tych publikacji można znaleźć w [10, 11, 12, 13]. Skonkludujmy tylko, że bliżej prawdy był N. Bohr, który odstępstwa od fizyki klasycznej tłumaczył pewną szczególną właściwością istniejącą na poziomie atomowym (kwantowym) [14]. Właściwość ta dotyczyła przede wszystkim probabilistycznego charakteru występujących na tym poziomie zjawisk. Oponując przeciw objaśnieniom N. Bohra, A. Einstein nie potrafił niczym uzasadnić swego słynnego powiedzenia, że Pan Bóg nie gra w kości, zaprzeczając jakiemukolwiek indeterminizmowi na poziomie atomowym. Udowadniał, że ten indeterminizm (losowość) tam bierze się tam tylko z naszej niewiedzy o ukrytych, jeszcze niezbadanych prawach fizyki klasycznej dla zakresu atomowego.

Do koncepcji nowej teorii fizycznej dla wyjaśnienia procesów zachodzących na poziomie atomowym, zwanej fizyką kwantową, w znacznej mierze przyczyniły się prace P. Diraca i J. von Neumanna. W tej teorii przede wszystkim prace von Neumanna zwracają uwagę na to, że nasze procesy myślowe nakładają iluzoryczne ograniczenia na rzeczywisty świat, który nas otacza [1, 15]. Można by tu tę myśl sparafrazować stwierdzeniem, że *myśląc, podświadomie ograniczamy zakres poznawania świata* (podkreślenie i parafraza autora artykułu).

D. Finkelstein również zajmujący się tymi problemami, twierdził, że doświadczenie jako poznanie prawdziwe (mythos) wskazuje, że logos, tzn. stworzone symbole, znaki, język pisany oraz myślenie naśladują nasze doświadczenia, opierając się przy tym na zasadach logiki klasycznej, co w znaczny sposób zawęża i fałszuje rzeczywistość. Zarazem logika kwantowa dopuszcza wszelkie możliwości i opiera się nie na tym, jak myślimy o rzeczach, ale na tym, jak je postrzegamy [12]. Stąd, jak w związku z tym zauważa G. Zukav, to raczej umysł jest zdolny do kształtowania rzeczywistości, a nie na odwrót [16]. W tym ujęciu filozofia rozumowania fizyki staje się bardzo podobna do filozofii buddyzmu. Filozofia buddyzmu jest dziś uważana za filozofię duchowego oświecenia.

Aby bardziej przybliżyć logikę kwantową, nie sposób jest nie wspomnieć w tym miejscu o słynnym twierdzeniu J. Bella (1964), które mówi, że teoria zmiennych ukrytych, zgodna z teorią względności Einsteina, nie potrafi wyjaśnić wszystkich zjawisk fizyki kwantowej. Udowodnił on, że wszystkie tzw. teorie o lokalności zjawisk muszą spełniać jego nierówność

(nierówność J. Bella). Wykazał, że mechanika kwantowa tej nierówności nie spełnia. Wynika to z faktu, że stan splątany dwóch kwantów nie da się sprowadzić do opisu stanów poszczególnych kwantów. Nierówność Bella posłużyła do sformułowania tezy przedstawionego wyżej twierdzenia. Wiadomo dziś, że twierdzenie Bella przekłada się bezpośrednio na pewne problemy związane z bezpieczeństwem szyfrowania danych. Polski fizyk Artur Ekert pokazuje istnienie takiego związku [17]. W swojej konkluzji twierdzenie Bella oznacza, że na poziomie subatomowym różne części składowe wszechświata łączy bezpośredni i natychmiastowy związek niezależny od czasu i przestrzeni [18, 19, 20, 21].

Twierdzenie Bella było jakby odpowiedzią na słynny eksperyment myślowy Einsteina, Podolsky'ego i Rosena[1] (EPR) [22, 23]. W dużym uproszczeniu eksperyment EPR dotyczył dwóch kwantów, których całkowity spin wynosił zero. Oddziaływanie na jeden kwant (zmiana jego spinu) doprowadzała do natychmiastowej zmiany wartości spinu drugiego kwantu na przeciwny, chociaż oba kwanty w tym czasie oddalały się od siebie – każdy z szybkością światła. Stąd wniosek, że informacja, która została przekazana drugiemu kwantowi, a została, gdyż ten drugi kwant natychmiast zmienił wartość swojego spinu, musiała być przekazana z szybkością co najmniej dwukrotnie większą niż szybkość światła lub w jakiś inny, niewytłumaczalny sposób. Z powyższego widać, że klasyczne logiczne rozumowanie jest nieadekwatne do opisu, a tym bardziej do wyjaśnienia eksperymentu EPR.

Te i inne fakty doprowadziły do powstania mechaniki kwantowej i w naturalny sposób do logiki kwantowej. Od tej pory można już było mówić o kwantowej teorii informacji i podejmowaniu decyzji na bazie logiki kwantowej.

A więc równolegle do nowych odkryć w dziedzinie fizyki w latach 20. i 30. ubiegłego stulecia rozprzestrzenił się pogląd, że w klasycznej logice, w jej klasycznym rachunku zdań, występują schematy wnioskowań, które nie są całkowicie poprawne. Wykorzystując różne dostępne w tej logice strategie, m.in. strategię zwężania [24], nie otrzymuje się wszystkich twierdzeń logiki zdań. Prowadziło to do tworzenia tzw. logik dewiacyjnych. Jedną z nich była logika wielowartościowa Łukasiewicza i Tarskiego [25, 68]. Za jedną z takich logik była również uważana logika kwantowa, w swojej istocie logika trójwartościowa. Ze względu na zastosowania w teorii kwantowej, uzasadnienie stosowania trójwartościowej logiki (a nie klasycznej dwuwartościowej) najdobitniej wynikało ze sformułowanej przez W. Heinsenberga w 1927 r. tzw. zasady nieznaczności, z której wyraźnie wynikał trzeci stan cząstki elementarnej. Oprócz stanów istnienia i nieistnienia w wielu badaniach fizycznych był zauważony trzeci stan, pośredni między dwoma istniejącymi. Cząsteczka bowiem może być w pewnym obszarze przestrzeni lub może jej tam nie być, lub położenie jej jest nieokreślone [26].

[1] W 1951 roku Bohm zaproponował swoją wersję EPR. Stąd EPR-Bohm – stosowany dziś skrót tego eksperymentu.

Wracając do eksperymentu EPR (EPR-Bohm) oraz do twierdzenia i nierówności Bella, przy podejmowaniu decyzji w sytuacjach rzeczywistych z wykorzystaniem klasycznej logiki myślenia należałoby zwrócić szczególną uwagę na zasadę nieoznaczoności Heisenberga. Z zasady tej bowiem wynikają pewne wskazówki dotyczące umysłu człowieka, który (umysł) wywiera jakiś natychmiastowy, jakby mistyczny, wpływ na postrzeganą rzeczywistość. Wiąże to nierozerwalnie obserwatora z wynikiem pomiaru. J. Wheeler zauważa w związku z tym, że „Może wszechświat jakimś dziwnym sposobem *został powołany do istnienia dzięki uczestniczeniu w nim uczestników*" [16] – a więc akt uczestnictwa ma tu zasadnicze znaczenie.

W związku z twierdzeniem Bella H. Stapp skomentował nową, powstałą w fizyce sytuację słowami, że zaistniałe problemy, w związku z eksperymentem EPR, przenoszą dylematy mechaniki kwantowej do świata zjawisk makroskopowych, a więc do naszego realnego, otaczającego nas świata. [27]. Wynika stąd, że nasze tradycyjne logiczne myślenie nie potrafi oddać całej rzeczywistości i że zgodnie z mechaniką kwantową świat nie jest obiektem zbudowanym z samodzielnie istniejących, niepoddających się analizie jednostek, lecz jest siecią relacji zachodzących między elementami, których sens wynika wyłącznie z ich związku z całością.

Według Immanuela Kanta (1724 – 1804), znakomitego filozofa niemieckiego epoki Oświecenia, stół znajdujący się w sąsiednim pokoju nie istnieje dla nas, gdyż my go nie widzimy będąc w pokoju obok (brak pomiaru) [28]. Filozofia krytyczna Kanta znalazła swój dalszy ciąg w interpretacji kopenhaskiej, związanej z nazwiskiem Nielsa Bohra i Wernera Heisenberga. Do 1950 r. była ona wykładnią w rozumieniu fizyki kwantowej. Interpretacja ta kładła nacisk na zasadę przyczynowości lokalnej kosztem negowania obiektywnego istnienia mikroświata. Rzeczywistość według tej zasady nie istnieje, dopóki jej nie zaobserwujemy (zmierzymy).

Kant oczywiście nic nie wiedział o teorii kwantowej. Stworzył on jednak podstawy nowego systemu poznania, zgodnego z jego logiką formalną. Godziła ona racjonalizm i empiryzm. Z jego filozofii wynika, że nie rzeczy kształtują myśli, lecz odwrotnie, rzeczy są kształtowane w zależności od myśli.

W tym miejscu nie sposób nie cofnąć się w odległe czasy starożytności – 2 500 lat temu – i nie wspomnieć o podobnej filozofii, związanej z buddyzmem. Buddyzm opisuje świat jako współzależną sieć wzajemnych, nieprzerwalnie zmieniających się relacji między wszystkimi elementami i istotami [29].

Podsumujmy obecnie to, co naszym zdaniem wynika z przeanalizowanego materiału licznych publikacji na temat logik klasycznej i kwantowej w ogóle, a w szczególności na temat wyjaśniania logiki podejmowania decyzji. Otóż można chyba pokusić się o stwierdzenie, że światopogląd klasyczny, oparty na logice Arystotelesa i z tego wynikającej mechanistycznej newtonowsko-kartezjańskiej koncepcji realnego świata, prowadzi do obiektów fizycznych, które mają określone właściwości niezależnie od tego, czy są obserwowane czy też nie. Ten fakt postuluje tzw. realizm naszego świata. Również z tej koncepcji wynika, że odległe obiekty są od siebie niezależne. Z kolei ten fakt postuluje tzw. lokalność zjawisk w naszym świecie.

Ostatecznym potwierdzeniem teorii kwantowej i jej logiki w okresie od wczesnych lat 20. zeszłego stulecia aż do pierwszej dekady naszego wieku były eksperymenty prof. Antona Zeilingera z Uniwersytetu Wiedeńskiego. Przeprowadził on wraz ze swoim zespołem (w którym byli również Polacy) bardzo precyzyjny eksperyment, w którym kolejny raz potwierdzono przewidywania kwantowe [30]. W związku z tym uczeni wysuwają tezę, że teoria kwantów jest teorią ogólniejszą od teorii fizyki klasycznej. Jednocześnie teoria kwantów nie pozwala na ścisłe prognozowanie zachowania się cząstek elementarnych, ale umożliwia dokładne obliczenie prawdopodobieństwa na określone zachowanie się ich w momencie pomiaru. Zgodnie z teorią kwantów bowiem, w momencie pomiaru następuje nagłe i bezprzyczynowe przejście od tego, co jest możliwe, do tego, co jest rzeczywiste. To znaczy z superpozycji możliwości zostaje wybrana i zrealizowana jedna. Prowadzi to do tzw. determinizmu probabilistycznego, obowiązującego w mikroświecie [31]. Z zasady nieoznaczoności Heisenberga wynika natomiast, że w teorii kwantów żadna wielkość fizyczna, poza prawdopodobieństwem, nie ma ściśle określonej wartości.

Nie od rzeczy w tym miejscu należałoby wspomnieć, że model rzeczywistości, podobny do modelu kwantowego, został zaproponowany już w 1710 r. przez filozofa irlandzkiego George'a Berkeleya (1685 – 1753). Dziś jest on znany jako wizja rzeczywistości (ontologia) Berkeleya. O tej ontologii wiele interesujących informacji można znaleźć w [2].

3. Elementy kwantowej teorii prawdopodobieństwa

Na początku artykułu wspomnieliśmy, że aby mówić o podejmowaniu decyzji, musi być zagwarantowany wybór przynajmniej jednej z dwóch możliwości. Matematycznie zbiory możliwości, które mamy do dyspozycji, mają strukturę zupełnej przestrzeni wektorowej nad algebrą liczb zespolonych lub przestrzeni Hilberta [32]. Jeżeli proces podejmowania decyzji odnosi się do wyboru określonej wielkości fizycznej, wyrażonej w postaci konkretnej liczby rzeczywistej, to okazuje się, że proces podejmowania decyzji jest tożsamy z zasadami teorii kwantowej. Tak zwana ortodoksyjna teoria pomiarów kwantowych J. von Neumanna (1932) zakłada, że redukcja możliwości (wybór) następuje z powodu zmiany wiedzy świadomego obserwatora, a więc wskutek decyzji kogoś stojącego wyżej (stąd termin ortodoksyjna).

Dziś nieco kłóci się to z przyjętymi już, potwierdzonymi licznymi doświadczalnymi faktami. Na podstawie tych faktów niektórzy są przekonani, że nieobserwowana cząstka elementarna nie istnieje obiektywnie, czasoprzestrzeń zaś jest rzeczywistością wtórną w stosunku do przestrzeni Hilberta – zbioru możliwości. Inni natomiast (konstruktywiści), na przykład uczony z francuskiej szkoły matematycznej o pseudonimie Nicolais Bourbaki, uważają, że wszelkie obiekty i idee matematyczne, w tym przestrzeń Hilberta, są tylko i wyłącznie wytworem ludzkiego umysłu. Kto wie, czy w świetle faktów teorii kwantów i jedni, i drudzy nie myślą o tym samym, mówiąc natomiast niejednoznacznie (sic!). Bo na przykład matematycy platoniści wierzą w obiektywne istnienie przestrzeni Hilberta.

Wydaje się, że wspomniana już ontologia Berkeleya wyjaśnia fakt, że nie tylko sam pomiar kwantowy zmienia zbiór możliwości (stanów), ale zachodzi coś bardziej subtelnego, mianowicie, że tworzy możliwości wykonania pomiaru przez zaobserwowanie odpowiednich zmian na poziomie makroskopowym. Fakt ten, dziś zupełnie oczywisty, pochodzi jednak z tak dawna i jakby łączy w jedno światy mikro- i makrokosmosu. Dziś podstawowa zasada kosmologii kwantowej to założenie o możliwości stosowania teorii kwantów do opisu całego wszechświata [2].

W związku z tym dalej w artykule będziemy przybliżali kwantową logikę podejmowania decyzji na podstawie konkretnych modeli kwantowej teorii przetwarzania informacji, kwantowej teorii gier oraz kwantowej teorii podejmowania decyzji. W tym aspekcie pojęcie prawdopodobieństwa jest kluczowe dla zrozumienia praw logiki kantowej.

W związku z tym wróćmy znowu do zasady nieoznaczoności Heisenberga, z której wynika m.in. to, że żadne wysiłki zmierzające do jednoznacznego ustalenia tego, gdzie cząstka w danej chwili jest i dokąd się udaje, nie mogą nigdy być skuteczne. Z tego wynika, że droga cząsteczki jest nierozpoznawalna, a wszystkie drogi (trajektorie jej ruchu) są możliwe, każda z pewnym określonym prawdopodobieństwem. Stąd na poziomie subatomowym świat trwałych obiektów materialnych przeistacza się w skomplikowany wzór „fal prawdopodobieństwa”[2]. Cząstki subatomowe bowiem nie mają sensu jako oddzielne, trwałe byty. Można je rozumieć wyłącznie jako współzależności między planem doświadczenia a późniejszym pomiarem, „fale prawdopodobieństwa” natomiast niekoniecznie oznaczają prawdopodobieństwo zjawisk, ale raczej prawdopodobieństwa ich wzajemnych związków [33, 34, 35].

Roger Penrose, próbując nadać fizyczny sens kwantowemu prawdopodobieństwu, odróżniał obiektywność od mierzalności [36]. Erwin Schroedinger wynalazł funkcję falową, której kwadrat wartości bezwzględnej podaje prawdopodobieństwo pobytu cząstki elementarnej, co stanowi dziś podstawę teorii prawdopodobieństwa kwantowego [37, 13, 38].

[2] Równania fizyki kwantowej wyznaczają fale prawdopodobieństwa, podobnie jak równanie Maxwella – pole elektromagnetyczne.

O tym i o innych modelach podejmowania decyzji będziemy mówili dalej dla podkreślenia roli prawdopodobieństwa w aspekcie logiki kwantowej. Oczywiście w tym względzie należałoby odpowiedzieć na pytanie: jaka jest różnica między stosowaniem teorii kwantów do podejmowania decyzji w szeroko pojętych naukach społecznych i technicznych a stosowaniem jej do mechaniki kwantowej w fizyce? Częściową odpowiedź można podać od razu, biorąc pod uwagę liczne fakty zastosowań w przeszłości ścisłych modeli fizyki klasycznej do interpretacji zjawisk z zakresu ekonomii (ekonofizyki), filozofii, zarządzania oraz w naukach technicznych i innych (zob. np. [39]). Zastosowania zaś kwantowej teorii decyzji w wymienionych dziedzinach na razie są jednostkowe i ciągle są ujawniane. Dlatego wciąż warto o tym pisać i mówić, gdyż niewątpliwie podejmowanie decyzji w przyszłości będzie zasadniczo inne i oparte na logice kwantowej. Doprowadzi to do efektywnych organizacji kwantowych, gdzie rozwiązywane będą problemy kompleksowo, a nie jednostkowo, jak to się czyni w dzisiejszej praktyce decyzyjnej. Do lamusa zapewne odejdą metody reengineeringu, statystycznej kontroli jakości, a także funkcje planowania, kontroli, monitoringu i inne, związane z dzisiejszym paradygmatem zarządzania. Przytaczając tu jeszcze raz prace E. Langer, zgodnie z logiką kwantową ma to wszystko zastąpić intuicja!

Tak więc rozróżnienie między kwantową teorią decyzji, stosowaną już dziś w naukach społecznych (kognitywnych), a tym, że teoria stosowana w fizyce i chemii polega na następującym: mechanika kwantowa dotyczy stosowania teorii kwantowej do zjawisk fizycznych fotonów, elektronów, atomów itp. sił działających na cząstki lub parametry filtrowania cząstek, takich jak na przykład spin korelacji. To wszystko ma zastosowanie do podejmowania decyzji kwantowych. Kwantowa teoria decyzji stosuje zaś narzędzia fizyki kwantowej do psychologii, zjawisk ekonomicznych, takich jak: wybór, decyzja, wybór strategii. W związku z zasadą nieoznaczoności Heisenberga można wymienić kilka dobrze znanych faktów, potwierdzających tę zasadę. Położenie i pęd cząsteczki lub kierunek spinu elektronu, lub kąta polaryzacji fotonu nie mogą być jednocześnie określone. Podobnego typu niezgodności (nieoznaczoności) są już dziś często zauważalne w naukach ekonomicznych. Na przykład nie można jednoznacznie określić ceny produktu i jej pochodnej.

Z powyższego można wywnioskować, że stosowanie mechaniki kwantowej do opisu zachowania nie wymaga założenia, że mamy do czynienia ze zjawiskiem fizyki kwantowej. Dziś więc ostrożnie przyjmuje się, że kwantowa teoria decyzji może być stosowana do rozwiązywania problemów w makroświecie. Jest też dziś oczywiste, że obliczanie prawdopodobieństw kwantowych może odbywać się na klasycznych komputerach, chociaż problemy generowane z obserwacji mogą stanowić znaczny problem interpretacyjny o istocie prawdopodobieństwa [40, 41]. Potwierdzeniem możliwości stosowania mechaniki kwantowej jest fakt, że mechanika ta może być zapisana w postaci klasycznej teorii za pomocą interpretacji Bohma [23].

Zauważmy jeszcze, że bayesowskie modele podejmowania decyzji tworzą dokładnie ten sam problem. Mózg bowiem dokonuje obliczeń na zasadzie modeli probabilistyki kwantowej, chociaż na zewnątrz jest to zgodne z procedurą przyczynowo-skutkową Bayesa. Odpowiedź na pytanie: „dlaczego tak się dzieje?" polega chyba na tym, że większość wydarzeń w naszym świecie nie ma widocznych korelacji osobistych lub społecznych. Poza tym mózg musi sobie radzić z problemami niepełnych pomiarów. Podejście kwantowe, jak się wydaje, daje najbardziej spójne zrozumienie tego problemu. Z teorii pomiarów na przykład wynika (jako jeden z postulatów tej teorii), że tylko w wyjątkowych przypadkach można przewidzieć wynik pojedynczego pomiaru, podczas gdy wartość średnia z wielu pomiarów jest dość łatwa do przewidzenia.

Dalej w artykule w sposób zwięzły pokażemy i przeanalizujemy niektóre modele kwantowej teorii gier, kwantowego prawdopodobieństwa oraz szczególne właściwości logiki podejmowania decyzji w aspekcie logiki kwantowej.

W wielu pracach kwantowy dynamiczny model podejmowania decyzji porównuje się z dobrze znanym klasycznym modelem Markowa [41, 42]. Oba modele formułowane są jako procesy podejmowania decyzji w obecności błądzenia przypadkowego. Zasady probabilistyczne dla obu modeli są natomiast różne. Kwantowa dynamika opisuje ewolucję błądzenia przez wielkości kompleksowe amplitud prawdopodobieństwa w czasie, podczas gdy markowski model jest opisywany przez rzeczywiste wartości prawdopodobieństwa w czasie. Dynamika kwantowa generuje efekt nakładania się (interferencji), który nie występuje w modelu Markowa. Efekt ten wydarza się wtedy, gdy łączne prawdopodobieństw dwóch możliwych trajektorii błądzenia jest mniejsze niż prawdopodobieństwo każdej ścieżki z osobna.

Kwantowa teoria przetwarzania informacji z kolei stanowi zasadniczo inne podejście do logiki rozumowania, wnioskowania probabilistycznego i systemów dynamicznych. Na przykład logika kwantowa nie ma zastosowania do aksjomatu podziału wartości logicznej. Mechanika kwantowa nie jest posłuszna aksjomatowi addytywności Kołmogorowa. Rozumowanie kwantowe nie przestrzega zasady monotoniczności rozumowania klasycznego [33]. W klasycznej teorii pomiarów, jak wiadomo, pomiar nie zmienia (nie wpływa na) właściwości systemu, natomiast w kwantowej teorii pomiaru pomiar aktywnie zmienia ten system. I w końcu z wielu prac wynika, że klasyczna teoria prawdopodobieństwa jest szczególnym przypadkiem prawdopodobieństwa kwantowego. W ten sposób logika klasyczna jest tylko przybliżeniem logiki kwantowej [43, 44, 45].

Dla zaakcentowania różnic w obliczaniu prawdopodobieństw kwantowych[3] pokażemy tylko istotne fakty tej teorii. Otóż probabilistyczna teoria kwantowa przenosi wyniki z przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω do przestrzeni H – Hilberta, tzn. do zespolonej

[3] O klasycznych tu nie będziemy mówili. Przyjmujemy, że są one znane czytelnikowi.

przestrzeni wektorowej. Zdarzenia kwantowe definiowane są geometrycznie jako podzbiory (podprzestrzenie) w przestrzeni H. Podobnie do klasycznej teorii prawdopodobieństwa nowe zdarzenia są formowane jako L_x, L_y i L_z[4], a operator negacji $L_{\bar{x}}$ oznacza maksymalną przestrzeń, która jest ortogonalna do L_x. Dla $L_x \wedge L_y$ będziemy mówili, że zachodzi nakładanie się dwóch podprzestrzeni, $L_x \vee L_y$ zaś oznacza długość złożoną z L_x i L_y.

Logika kwantowa przestrzega wszystkie prawa Boola z wyjątkiem prawa rozdzielności sumy względem iloczynu:

$$L_x \wedge (L_y \vee L_z) \neq (L_x \wedge L_y) \vee (L_x \wedge L_z). \tag{1}$$

Kwantowa probabilistyka postuluje istnienie jednostkowego (co do długości) wektora stanu. Stosując notację Diraca, można napisać, że $|z\rangle \in H$, gdzie $|z\rangle$ oznacza wektor kolumnowy, a $\langle z|$ – wektor wierszowy. Wektor stanu może reprezentować indywidualnie rozpoznawalny stan podczas podejmowania decyzji. Kwantowe prawdopodobieństwo jest obliczane przez projekcję wektora $|z\rangle$ na podprzestrzeń reprezentującą zdarzenie. Dla L_x mamy operator prawdopodobieństwa P_x, który projektuje $|z\rangle$ na L_x. Stąd prawdopodobieństwo zdarzenia L_x jest równe kwadratowi długości tej projekcji:

$$P(L_x) = \left| P_x |Z\rangle \right|^2. \tag{2}$$

Jeżeli $|x\rangle$, $\ldots|x\rangle$ jest bazowym wektorem dla zdarzenia korespondującego z podprzestrzenią L_x, wówczas produkt wewnętrzny $\langle x_i | x_j \rangle \geq 0$, a $Px_i = |x_i\rangle\langle x_j|$.

Stąd:

$$P_x = P_{x_1} \vee \ldots \vee P_{x_n} = P_{x_1} + \ldots + P_{x_n} = |x_i\rangle\langle x_i| + \ldots + |x_n\rangle\langle x_i| \tag{3}$$

oraz:

$$P(L_x) = |P_x|z\rangle|^2 = |(|x_1\rangle\langle x_1| + \ldots + |x_n\rangle\langle x_n|)|z\rangle|^2 = ||x_1\rangle\langle x_1|z\rangle + \ldots + |x_n\rangle\langle x_n|z\rangle|^2 = |\langle x_1|z\rangle|^2 + \ldots + |\langle x_n|z\rangle|^2. \tag{4}$$

Ostateczna równość wynika z właściwości ortogonalności.

Więcej informacji dotyczących prawdopodobieństwa kwantowego i jego notacji można znaleźć w [32]. Zauważmy jeszcze tylko, że produkt wewnętrzny jest liczbą zespoloną, tzn. dla $x \in X$ i $y \in Y$ wektorów w przestrzeni Hilberta:

$$\langle X | Y \rangle = (\alpha + i\beta) = \rho \cdot e^{i\varphi} = \rho[\cos\varphi + i \sin\varphi],$$

gdzie: $i = \sqrt{1}$, $\rho^2 = |\langle X|Y\rangle|^2 = \langle X|Y\rangle\langle X|Y\rangle = (\alpha - i\beta)\cdot(\alpha + i\beta) = \alpha^2 + \beta^2$, $\varphi \tan^{-1}(\alpha / \beta)$.

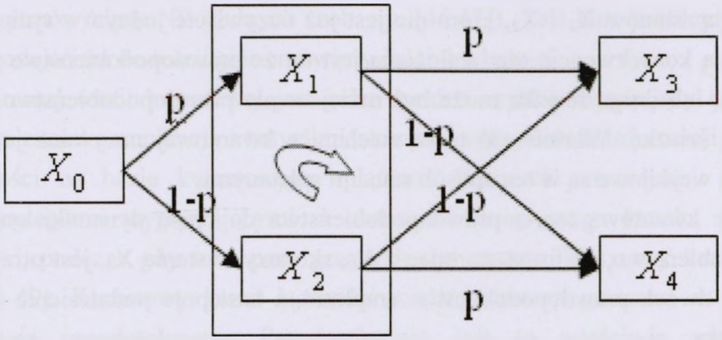
[4] W odróżnieniu od zdarzeń x, y, z w przestrzeni Ω.

4. Interferencja i korelacje kwantowe

W poprzednich rozdziałach dość obszernie omówiliśmy zasady rozumowania kwantowego. Wychodząc z wielu faktów odróżniających dynamikę kwantową od dynamiki klasycznej, można powiedzieć, że kwantowa logika podejmowania decyzji polega na uwzględnieniu zasady nieoznaczoności Heisenberga, łamaniu nierówności Bella dla cząstek splątanych oraz unikaniu zdroworozsądkowego, klasycznego logicznego rozumowania. Przeniesienie teorii kwantów w obszar naszego makroświata wymaga przestrzegania tych zasad, chociaż nie zawsze jest to możliwe. Gdybyśmy jednak zadali pytanie, która z zasad teorii kwantów jest najbardziej charakterystyczna dla zobrazowania logiki kwantowej w naszym świecie (makro), to na takie pytanie nietrudno jest odpowiedzieć, jeżeli sobie uzmysłowimy, że logika klasyczna – dwuwartościowa – jest szczególnym przypadkiem logiki kwantowej – trójwartościowej. Stąd, jeżeli w naszym makroświecie do opisu dynamiki systemu wyróżniamy co najmniej dwa, określone, komplementarne stany (i to wystarczy do sprecyzowania w konsekwencji właściwości tego systemu), to w celu przeniesienia logiki teorii kwantów do makroświata należy zbudować trzeci stan, który jest splątaniem (interferencją) obydwu poprzednich stanów. Nie jest to oczywiście proste. W tym artykule przytoczyliśmy już wcześniej wiele analiz i uwag na ten temat. I tak w naukach kognitywnych już się to robi z powodzeniem od wielu lat, niejednokrotnie z zaskakującymi rezultatami [7]. W ekonomii również mamy już kilka dobrych zastosowań teorii kwantów. W technice, gdzie wydawałoby się powinno szybciej następować adaptowanie się do wymogów tej teorii, znalezienie tzw. stanów splatanych jest dość trudne w systemie o ściśle sprecyzowanych elementach składowych i ich funkcjach.

Do zobrazowania różnic w analizie probabilistycznej systemu kwantowego, wychodząc z praw logiki klasycznej i logiki kwantowej, a także uwzględniając korelacje kwantowe, przedstawimy bardzo prosty, a zarazem podstawowy, układ dynamiczny, którego początki sięgają czasów eksperymentu EPR. Wariant kwantowego układu dynamicznego, który będzie tu omawiany, pochodzi z pracy [42]. Pokazano go na rys. 1.

Ze źródła światła, oznaczonego na rys. 1 jako stan X_0, pojedynczy, spolaryzowany foton może osiągnąć dwa różne kanały wirujące w stosunku do źródła światła. W efekcie foton może przejść przez kanał X_1 lub X_2, a następnie trafić do detektora zorientowanego w kierunku przeciwnym w stosunku do źródła światła, gdzie foton może być wykryty (stan X_4 lub stan X_3).



Rys. 1. Możliwe ścieżki poruszania się fotonu w systemie dynamicznym
Fig. 1. The possibilities peths of photon for a dynamic system

Obserwując z zewnątrz dany układ, widać, przez który kanał przeszedł foton. Niech prawdopodobieństwo przejścia fotonu przez pierwszy kanał – X_1 – wynosi p, natomiast przez X_2 – $1-p$. Tak się dzieje wskutek obrotowego ruchu obydwu kanałów. Jednak nigdy nie zaobserwujemy przejścia fotonu jednocześnie przez dwa kanały. Jeżeli zaobserwowano, że foton przeszedł przez pierwszy kanał, to prawdopodobieństwo ewentualnego osiągnięcia przez niego detektora wynosi $1-p$. Jeżeli zaobserwowano, że foton przeszedł przez drugi kanał, to prawdopodobieństwo ewentualnego osiągnięcia detektora wynosi p. Załóżmy, że przez pomiar potrafimy ustalić, przez który kanał foton przeszedł. Wówczas, stosując klasyczną teorię prawdopodobieństwa, otrzymujemy:

$$P(X_1/X_0) = p,\ P(X_4/X_1) = (1-p),\ P(X_2/X_0) = 1-p \text{ oraz } P(X_4/X_2) = p. \quad (5)$$

Prawdopodobieństwo osiągnięcia detektora przez foton każdą z dwóch ścieżek wynosi:

$$P(X_0 \to X_1 \to X_4 \cup X_0 \to X_2 \to X_4) = P(X_0 \to X_1 \to X_4) +$$
$$P(X_0 \to X_2 \to X_4) = P(X_4/X_1) \cdot P(X_1/X_0) +$$
$$P(X_4/X_2) \cdot P(X_2/X_0) = 2p(1-p),$$

co oczywiście musi przewyższać: $P(X_0 \to X_1 \to X_4) = P(X_4/X_1) \cdot P(X_1/X_0) = p(1-p)$.

A więc zgodnie z klasyczną teorią prawdopodobieństwo łączne dwóch wyróżnionych zdarzeń wyłączających się jest sumą prawdopodobieństw tych zdarzeń. Jednak w tym przypadku nigdy nie zaobserwujemy osiągnięcia przez fotony jakiegokolwiek detektora.

Obecnie przejdźmy do rozpatrzenia dynamiki tego systemu, wykorzystując zasady mechaniki kwantowej. Zgodnie z tymi zasadami usuwamy założenie o przejściu fotonu tylko przez jeden kanał. To znaczy dopuszczamy, że foton może jednocześnie przejść przez obydwa kanały, gdyż przy poprzednim założeniu nie potrafiliśmy stwierdzić, przez który kanał przejdzie foton. Jeżeli więc nie potrafimy zaobserwować zdarzenia polegającego na tym, że foton przeszedł przez pierwszy lub drugi kanał, wtedy wejście systemu jest superpozycją stanów X_1 i X_2, która nie jest już oczywiście jednym z tych dwóch stanów. Zadziwiającą konsekwencją tego założenia jest to, że prawdopodobieństwo przejścia od X_0 do X_4 jedną lub drugą ścieżką może być mniejsze niż prawdopodobieństwo przejścia przez pojedynczą ścieżkę. Właściwość ta w mechanice kwantowej nazywana jest interferencją, a dwa stany wejściowe są w ten sposób stanami splątanymi.

Stosując kwantową teorię prawdopodobieństwa do opisu dynamiki systemu z rys. 1, prawdopodobieństwo, że foton startując z X_0, skończy w stanie X_4, jest otrzymywane przez sumowanie dwóch prawdopodobieństw amplitud, a następnie podniesienie do kwadratu tej wielkości, tzn.:

$$\left|\langle X_4|X_1\rangle\langle X_1|X_0\rangle + \langle X_4|X_2\rangle\langle X_2|X_0\rangle\right|^2, \tag{6}$$

co oczywiście jest różne od wyniku klasycznej teorii prawdopodobieństwa. Wyznaczając wartość prawdopodobieństwa we wzorze (6), otrzymujemy:

$$\left|\langle X_4|X_1\rangle\langle X_1|X_0\rangle + \langle X_4|X_2\rangle\langle X_2|X_0\rangle\right|^2 = \left|\langle X_4|X_1\rangle\langle X_1|X_0\rangle\right|^2 + \left|\langle X_4|X_2\rangle\langle X_2|X_0\rangle\right|^2 +$$
$$+ 2\left|\langle X_4|X_1\rangle\langle X_1|X_0\rangle\right| \cdot \left|\langle X_4|X_2\rangle\langle X_2|X_0\rangle\right| \cdot \cos(\omega),$$

gdzie ω jest kątem między pierwszą a drugą składową we wzorze (9 ?).

Trzeci człon wzoru nazywany jest członem interferencji i może być dodatni lub ujemny w zależności od kąta ω. W szczególnym przypadku, gdy $\omega = 180^\circ$, $\cos(180^\circ) = -1$, otrzymamy zerowe prawdopodobieństwo.

Zauważmy na koniec, że efekt interferencji zdarza się wówczas, gdy nie możemy zaobserwować drogi, po której poruszają się fotony.

5. Elementy kwantowej teorii gier

Omówiliśmy pewne aspekty podejmowania decyzji na bazie logik klasycznej i kwantowej. Porównaliśmy obie logiki, uwypuklając różnice i podobieństwa. Nie pretendujemy, rzecz jasna, do pełnego omówienia wszystkich problemów z tym związanych ze względu na małą objętość artykułu, a przede wszystkim w związku z wciąż pojawiającymi się nowymi faktami na granicy przejścia ze świata kwantowego do otaczającego nas makroświata. Poza tym wciąż nie potrafimy odejść od zdroworozsądkowego myślenia na rzecz intuicji, która bardziej pasuje do logiki kwantowej. Niemniej jednak artykuł byłoby w szczególny sposób niepełny, gdybyśmy pominęli metody sztucznej inteligencji, a w tym metodę teorii gier w podejmowaniu decyzji. Klasyczna teoria gier, pochodząca od O. Morgensterna i J. von Neumanna, jest już dziś szeroko znana nie tylko specjalistom matematykom i ekonomistom, ale również praktykom wykorzystującym metody sztucznej inteligencji do budowy złożonych algorytmów klasy NP-trudnych (zob. np. [46,47]). Te i inne problemy związane z kwantowym podejściem do teorii gier omówimy dalej dokładniej.

We współczesnej teorii kwantowej jest jeden bardzo szybko rozwijający się kierunek badań, związany z telekomunikacją i natychmiastowym przesyłaniem informacji kwantowej kanałem łączności na bazie kwantowego splątania. Kierunek ten zajmuje się grami, a dokładniej strategiami wygrywającymi w obecności kwantowego kanału, np. między dwoma graczami, podczas gdy inna para graczy łączy zwykły, klasyczny kanał przesyłu informacji [48, 49]. Kwantowy kanał łączności między dwoma graczami w pracy [50] autorzy nazywają pseudotelepatią. Pseudotelepatia jest to właściwie zdumiewające zastosowanie kwantowo-informacyjnych technologii w telekomunikacji. Dzięki zjawisku splątania dwoje lub więcej kwantowych graczy może wykonywać określone zadania w ogóle bez konieczności łączności, co nie jest możliwe dla klasycznych graczy. Jest to objaśnienie niemal ezoteryczne. Kwantowa mechanika daje narzędzia do ilościowego opisu tej pseudotelepatii. Należy tu zwrócić uwagę na pracę Kochena S. i Speckera E., którą uważa się za jedną z podstawowych prac w logice kwantowej [51]. Autorzy chcieli za pomocą zmiennych ukrytych sprowadzić logikę kwantową do logiki Boola – co oczywiście im się nie udało – przy okazji budując na dowód tego znakomity kontrprzykład – graf ze 117 węzłami.

Jeżeli chodzi o gry kwantowe, to najważniejszym celem analizy pseudotelepatycznych gier jest ich ekstremalne zastosowanie do zgłębienia nielokalnego charakteru otaczającego nas świata i telepatii. W ten sposób można powiedzieć, że logika kwantowa jest ściśle związana z telepatycznymi grami kwantowej teorii.

Obecnie rozpatrzymy najprostszą, 2-osobową grę z dwiema czystymi strategiami graczy A i B, polegającą na podrzucaniu monety symetrycznej. Mayer D. jako wstęp do sformułowania kwantowych strategii rozpatruje właśnie taką grę „penny flip". Jeden gracz A wybiera np. stan „Orzeł", B zaś, nie wiedząc o wyborze A, może wybrać „Reszkę" lub stan, który wybrał gracz A. Dalej A, nie znając wyboru B, postępuje tak samo [48]. W końcu B ma drugi ruch w wyborze strony monety. Moneta jest teraz sprawdzana i B wygrywa, jeżeli jest „Orzeł".

Klasyczna moneta w sposób oczywisty daje więc obu graczom równe prawdopodobieństwo sukcesu, mimo że używali oni wiedzy psychologicznie skończonej i ta wiedza jest poza analizą standardowej (klasycznej) teorii gier.

W celu kwantyzacji opisanej gry wymienimy monetę na dwa stany kwantowe w taki sposób, jak jedna druga część spinu. Teraz gracz B może zrobić kwantowy ruch, podczas gdy gracz A jest ograniczony tylko do klasycznego ruchu. W takim przypadku gracz B może mieć jakąś dodatkową korzyść w tak zwiększonej jego przestrzeni strategicznej (oprócz klasycznych dwóch możliwości doszła jeszcze kwantowa). Niech teraz $|0\rangle$ reprezentuje stan „Orła" oraz $|1\rangle$ – stan „Reszki". Gracz A inicjuję grę w stanie $|0\rangle$. Gracz B zaś może postąpić w taki sposób, że zastosuje po raz pierwszy operator Hadamarda w postaci:

$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

wkładając system do równania superpozycji dwóch stanów: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Obecnie gracz A może już zostawić „monetę" samą lub wymienić stany $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Jeżeli jednak założymy, że jest to zrobione nie z powodu, że system jest niekoherentny (niespójny) dla każdej niezmienionej akcji, to wówczas gracz B może to wykorzystywać. W swoim drugim ruchu gracz ten ponownie zastosuje operator Hadamarda, w wyniku czego otrzyma stan $|0\rangle$ i wygra grę. Gracz B wykorzystał bowiem superpozycję stanów i zwiększył zakres swego postępowania, co pozwoliło mu uczynić strategię gracza A nieistotną, a siebie na pewno wygrywającym. Opisane ulepszenia kwantowe często wykorzystują stany splątane, co dla gracza B zaowocowało wzrostem jego możliwości decyzyjnych.

Charakteryzując powyższą grę, można powiedzieć, że gracz ma wybór spośród dwóch akcji, które mogą być zakodowane przez pojedynczy bit. W celu przejścia do realiów kwantowych zamieńmy wyraz bit przez kwantum bit lub kubit, który może być superpozycją liniową dwóch stanów. Bazowe stany $|0\rangle$ i $|1\rangle$ korespondują z klasycznymi akcjami graczy, a kubity graczy są wstępnie preparowane w pewien stan, który zostanie opisany później. Zakładamy, iż gracze mają zbiór instrumentów, którymi mogą manipulować kubitami bez utraty koherentności stanów kwantowych. To znaczy, że czysta strategia kwantowa jest akcją pojedynczego operatora na kubitach graczy. Jednakowe operacje na parze kubitów mogą być wyprowadzone na zewnątrz przed ruchami graczy na przykład w celu splątania kubitów lub rozplątania ich dla wyboru odpowiedniej bazy do pomiaru. Ostatecznie pomiar w obliczeniowej bazie $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ jest wykonany na wynikowym stanie, a wypłaty są określone zgodnie z macierzą wypłat. Znając finalny (końcowy) stan przed pomiarem, obliczana jest wartość oczekiwana wypłat. Możemy rozszerzyć listę możliwych akcji kwantowych, dodając dowolną, fizycznie realizowaną akcję na kubitach graczy, które są dozwolone przez mechanikę kwantową. Pewne akcje, które były rozpatrywane, zwierają projekcję pomiaru i splątania na podporządkowane bity lub kubity.

Kwantowa gra w podanej wyżej formie w prosty sposób jest realizowana w postaci algorytmu kwantowego. Do realizacji algorytmów kwantowych niezbędna jest niewielka liczba logicznych kwantowych operatorów (bramek): jednokubitowe – NOT (logiczne NIE), operator Hadamarda (przekształcenie kubita w nielokalny stan superpozycji), dwukubitowe –

CNOT (tzw. kontrolowane NIE) oraz SWAP (wymiana stanów) i to wszystko! Za ich pomocą można realizować dowolne algorytmy nie tylko klasyczne, ale i kwantowe, które realizują logikę kwantową.

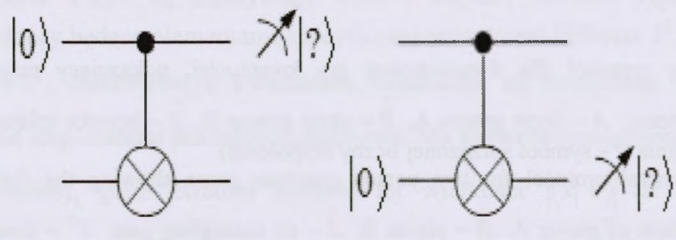
Według K. Miakisz, E.W. Piotrowskiego i S. Sładkowskiego [52] klasyczne gry nie mogą być kwantyzowane w jakiś jeden sposób, gdyż w szerokim spektrum kwantowych modeli są one tylko jedną z form. Autorzy proponują dwuetapowe postępowanie w kwantyzacji klasycznych gier symulacyjnych. W pierwszym etapie, zwanym etapem prekwantyzacji, przeprowadza się operację zamiany klasycznych strategii graczy na przeciwne kubity (zwykle stany $|0\rangle$ i $|1\rangle$). To już pozwala na kwantową koherencję strategii. Drugi etap jest etapem właściwej kwantyzacji i polega na redukcji liczby kubitów oraz arbitralnie dopuszcza jednostkową transformację w taki sposób, że główne właściwości klasycznej gry są zachowane. Na tym etapie podrzędne kubity mogą być wprowadzone tak, że możliwe jest wykorzystanie kwantowego splątania[5].

Dla przykładu połączenie dwóch strategii kwantowych określa się za pomocą wcześniej wspomnianych algorytmów kwantowych – bramek CNOT. Wspomniane połączenie strategii można zapisać w jawnej formie w sposób:

$$CNOT := |0\rangle\langle 0| \otimes |+|1\rangle\langle 1| \otimes NOT \tag{8}$$

na bazie stanów $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ z macierzą $\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \in SU(2)$.

Na rys. 2 pokazano omówiony alians jako średnią ze zdeterminowanych strategii. Symbolem „$\nearrow$" oznaczono kubity pomiarów.

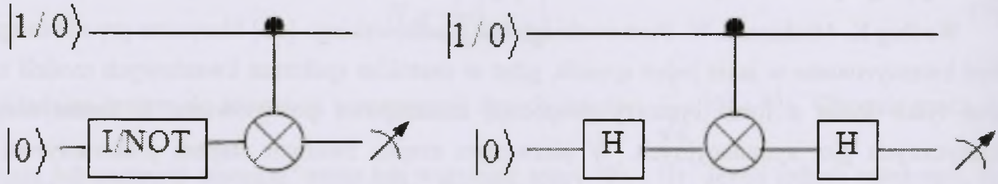


Rys. 2. Połączenie strategii jako ich średnia
Fig. 2. The alliance as a mean of strategies

Lewy diagram na rys. 2 dotyczy pomiaru obserwatora χ', prawy zaś – χ. Zauważmy w tym miejscu, że każdy pomiar mógłby zniwelować możliwość splątania strategii. Dlatego też splątane strategie kwantowe mogą istnieć tylko wtedy, gdy gracze zignorują szczegóły ich

[5] Zobacz wyżej opisany sposób kwantyzacji gry w podrzucanie monetą dla graczy A i B.

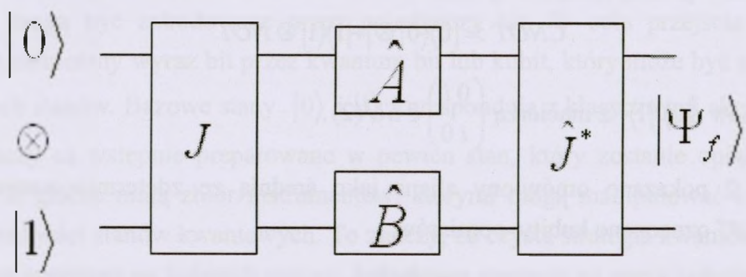
klasycznych strategii. Problem ten szczególnie uwidacznia się w grze Paradoks Newcomba. Na rys. 3 pokazano kwantyzację tej gry.



Rys. 3. Rozwiązanie paradoksu Newcomba
Fig. 3. Solution to the Newcomb's paradox

Kwantowe czujniki w tym przypadku neutralizują pomiar. W procesie kwantyzacji bramka I/NOT jest zamieniana na parę bramek Hadamarda. Szczegóły tego postępowania można znaleźć również w pracy [52].

Wróćmy do dwuosobowej gry graczy A i B z dwiema czystymi strategiami dla każdego. Eisert i inni w swojej pracy [53] zrealizowali splątanie między strategiami graczy w postaci protokołu pokazanego na rys. 4.



Rys. 4. Ogólny protokół dla dwuosobowej gry kwantowej, pokazujący przepływ informacji. Objaśnienia: $\hat{A}$ – akcje gracza A, $\hat{B}$ – akcje gracza B, $\hat{J}$ – bramka splątania, $\hat{J}^*$ – bramka rozplątania (*– symbol sprzężonej liczby zespolonej)

Fig. 4. A general protocol for two person quantum game showing the flow of information $\hat{A}$ –actions of player A, $\hat{B}$ – player B, $\hat{J}$ – on entangling gate, $\hat{J}^*$ – disentangling (*– the symbol of complex number)

W tej grze stan końcowy może być otrzymany z formuły:

$$|\Psi_f\rangle = \hat{J}^*\left(\hat{A} \otimes \hat{B}\right)\hat{J}\,|\Psi_i\rangle \,, \tag{9}$$

gdzie: $|\Psi_i\rangle = |00\rangle$ – reprezentuje początkowy stan kubitów, a $|\Psi_f\rangle$ – stan końcowy. W grze kwantowej ważne są jedynie wartości oczekiwane wypłat graczy. Dla A i B otrzymujemy:

$$\langle WYPLATA \rangle = W_{00}\left|\langle \Psi_f | 00 \rangle\right|^2 + W_{01}\left|\langle \Psi_f | 01 \rangle\right|^2 + W_{10}\left|\langle \Psi_f | 10 \rangle\right|^2 + W_{11}\left|\langle \Psi_f | 11 \rangle\right|^2, \tag{10}$$

gdzie W_{ij} jest wypłatą w grze dla A(B), $ij \in \{0,1\}$[6].

Przy zastosowaniu klasycznych strategii gra kwantowa oczywiście nie będzie niczym nowym w stosunku do zwykłej klasycznej gry. Jednak wykorzystując strategie splątane, tworzymy tym samym okazję do interakcji ich ruchów w niespotykany dotychczas sposób. Maksymalnie splątany operator $\hat{J}$ dla gry 2 x 2 może być zapiany w następujący sposób:

$$\hat{J} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\hat{I}^{\otimes 2} + \sigma_x^{\otimes 2}\right| \tag{11}$$

lub w formie ekwiwalentnej:

$$\hat{J} = \exp\left(i\frac{\gamma}{2}\sigma_x^{\otimes 2} \right) \tag{12}$$

z maksymalnym splątaniem dla $\gamma = \pi/2$. $(\gamma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right])$.

Operator identyfikacyjny $\hat{I}$ koresponduje ze stanem zachowującym wybór początkowy:

$$\hat{F} \equiv i\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{13}$$

odpowiednio do bitu przerzutu (monety).

W pracy Piotrowskiego i Sładkowskiego [32] strategie $|\Psi\rangle_k$ graczy, zwane też stanami czystymi graczy, są elementami k-tej przestrzeni Hilberta $\mathcal{H}_k$. Według notacji Diraca wektory przestrzeni Hilberta $\Psi \in \mathcal{H}$ są zapisywane wraz z częścią nawiasu symbolu iloczynu skalarnego, a wektory będące elementami specyficznej przestrzeni Hilberta L^2, jako tworzące funkcje $\Psi : R \to C$, całkowalne z kwadratem, oznaczone są symbolami $\langle x|\Psi\rangle$ (zamiast $\Psi(x)$) i nazywane amplitudami prawdopodobieństwa. Ma to swoje uzasadnienie w postulacie mechaniki kwantowej, gdyż kwadrat modułu tej wielkości $\left|\langle x|\Psi\rangle\right|^2 dx$ jest gęstością prawdopodobieństwa pomiaru wartości x zmiennej losowej X. Funkcje $\langle x|\Psi\rangle$ nie są funkcjami liniowymi (na co wskazywałby iloczyn skalarny). Różne, wzajemnie ortogonalne stany czyste gracza $\forall_{m \neq n} \langle \Psi_m | \Psi_n \rangle = 0$ nazywamy strategiami mieszanymi (bądź stanami mieszanymi). Dzięki iloczynowi skalarnemu potrafimy dowolny stan $|\Psi\rangle$ rzutować na

[6] W stosunku do oryginału [53] zmieniono oznaczenie wypłat z P na W.

jednowymiarową przestrzeń rozpiętą przez inny stan $|\Psi\rangle$, którą to operację $\chi_{|\varphi\rangle}$ w przypadku wybrania unormowanego wektora $|\varphi\rangle$ (spełniającego warunek $\langle\Psi|\varphi\rangle = 1$) możemy zapisać: $\chi_{|\varphi\rangle}|\Psi\rangle := \langle\varphi|\Psi\rangle|\varphi\rangle$.

Każdy stan mieszany $\mathcal{M}$ to wypukła kombinacja stanów czystych $\mathcal{M} = \sum_k w_k \lambda|\varphi k\rangle$. W języku przestrzeni Hilberta obiekt czysty jest przyrządem pomiarowym, obiektem makroskopowym, aparatem, urządzeniem itp. Obiekt klasyczny to taki, który może znajdować się tylko w jednym z wektorowych stanów $\{|\Psi_n\rangle\}$, ortogonalnych względem siebie. A więc obiekty klasyczne na skutek złożonej budowy czy oddziaływania z otoczeniem mogą być znajdowane (mierzone) jedynie w tych stanach. Stany czyste są wolne od niepewności charakterystycznej dla rachunku prawdopodobieństwa. Wszelkie wyniki pomiarów poznajemy tylko dzięki zmianom stanów jakichś obiektów klasycznych.

Więcej na temat kwantyzacji gier oraz znajdowania ich rozwiązań nieklasycznych można znaleźć m.in. w pracach E.W. Piotrowskiego i J. Sładkowskiego [54, 55, 56], K. Miakisz, E.W. Piotrowskiego i J. Sładkowskiego [52], a także w pracach A.P. Flitneya i D. Abbotta [57]. O strategicznych grach kwantowych obszernie pisze w swojej pracy Shengyu Zhang [58]. Analizę gier kwantowych bez stosowania zapisu mechaniki kwantowej można znaleźć w pracach Azhera Igbala i in. [59, 60], a także w pracy M.R. Parrondo i in. [61]. Na koniec należy wspomnieć o pracach Kosik J. i in. [62], P. Gawron, J. Miszczak [63] oraz J. i D. Abbotta [64], gdzie autorzy zawarli wprowadzenie do kwantowych obliczeń inżynierskich, przydatnych również w kwantowej teorii gier.

6. Splątane stany kwantowe

Jak już wcześniej zauważyliśmy, splątane stany kwantowe są podstawą mechaniki kwantowej. Stosowanie stanów kwantowych i, szerzej, mechaniki kwantowej w kwantowej kryptografii (zob. np. [65]), kwantowej teorii informacji i kwantowej teorii gier daje solidne podstawy logice kwantowej i kwantowej teorii podejmowania decyzji.

Na zakończenie niniejszego artykułu, na podstawie pracy [66] I.W. Bargatina, B.A. Grishanina i W.N. Zadkova, bliżej zajmiemy się stanami splątanymi i teorią z tym związaną. Będziemy rozpatrywali stany splątane jako szczególnego rodzaju nielokalny zasób kwantowy. W tym względzie otwarte pozostają kwestie, jak ten zasób przechowywać i jak go wytwarzać. Nie będziemy tu szczegółowo zajmowali się źródłami stanów splątanych, powstałych np. w wyniku procesów kaskadowych rozpadów atomowych. Zauważmy tylko, że kwantowe fluktuacje są przyczyną rozpadu wysokoczęstotliwościowego fotonu na parę splątanych fotonów. Obecnie dążenia fizyków idą w kierunku determinizmu w uzyskaniu stanów splątanych w dowolnym, z góry żądanym momencie. Jest to potrzebne między innymi do budowy komputerów kwantowych. Należy stwierdzić, że termin splątanie odnosi się do skorelowania systemów fizycznych i jest specyficzną formą korelacji o właściwościach różniących się od klasycznej korelacji. Przykładem może tu być system dwóch cząsteczek o spinie jedna druga w stanie z całkowitym spinem wynoszącym zero (tzn. stan singletonu). Taki stan singletonu nazywa się jeszcze stanem-EPR, a system spinów jedna druga w stanie zerowego pełnego spinu – parą-EPR, a odpowiadające korelacje – korelacjami-EPR.

Stan-EPR zadawany jest wzorem:

$$|\Psi_{EFR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - \langle\downarrow|_1 \otimes |\uparrow\rangle_2\right), \tag{14}$$

gdzie:

$|\uparrow\rangle_i, |\downarrow\rangle_i$, $i = 1,2$ są funkcjami falowymi i-tego spinu, zorientowane w „górę" i w „dół",

$\otimes$ - operacja prostego (tensorowego) mnożenia [54].

Spiny różnych cząstek w stanie-EPR są antyskorelowane (skorelowane w przeciwne strony). Przy opisie korelacji-EPR prawami mechaniki kwantowej, operatorowy obraz wielkości fizycznych, wprowadza niekomutatywne zmienne fizyczne oraz daje odpowiedni wzór dla wartości średnich.

$$\left\langle \hat{A} \right\rangle_{\Psi} = \left\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \right\rangle, \tag{15}$$

gdzie: $\hat{A}$ – operator interesującej nas zmiennej,

Ψ – funkcja falowa rozpatrywanego systemu, która zgodnie z zasadą superpozycji generuje specyficzną własność – koherencji, tzn. możliwość interferencji stanów kwantowych.

Jeżeli chodzi o niekomutatywność, to doprowadza ona do tego, że jeżeli w danym stanie kwantowym pewne zmienne fizyczne są dokładnie określone, to inne są obarczone fluktuacjami w związku z wewnętrzną nieokreślonością stanów kwantowych.

Antykorelację spinów oddzielnych cząstek w stanie (17) wyznacza się z warunku:

$$\left\langle \hat{\sigma}_1^{(z)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(z)} \right\rangle =_{\Psi_{EPR}} = \left\langle \Psi_{EPR} \left(\hat{\sigma}_1^{(z)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(z)} \right| \Psi_{EPR} \right\rangle = -1, \tag{16}$$

gdzie $\overset{(z)}{\sigma_i}$, $i = 1,2$ ... – operatory (macierze) Paullego. Są to proporcjonalne operatory rzutowania i-tego spinu na wybraną oś kwantową. To samo można napisać dla innych osi rzutowania:

$$\left\langle \hat{\sigma}_1^{(x)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(x)} \right\rangle_{|\Psi\rangle} = \left\langle \hat{\sigma}_1^{(y)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(y)} \right\rangle_{|\Psi\rangle} = -1 . \tag{17}$$

Zauważmy jeszcze, że z właściwości EPR-stanu wynika, że dla systemu dwóch spinów jedna druga istnieje tylko jeden kwantowy stan z zerowym całkowitym spinem.

Klasyczna macierz gęstości zmiennych losowych (statystyczny operator), które przyjmują dwie wartości: „góra" i „dół" z jednakowym prawdopodobieństwem ma następującą postać:

$$\hat{P}_{kl.} = \frac{1}{2}\left(|\uparrow\downarrow\rangle_1 \otimes \langle\uparrow\downarrow|_2 + |\downarrow\uparrow\rangle_1 \otimes \langle\downarrow\uparrow|_2 \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \tag{18}$$

Macierz (18) jest zapisana na bazie wektora $\{|\uparrow\uparrow>, |\uparrow\downarrow>, |\downarrow\uparrow>, |\downarrow\downarrow>\}$.

Dla stanu czystego otrzymamy:

$$\hat{\rho}_{EPR} = |\Psi_{EPR}\rangle\langle\Psi_{EPR}| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \tag{19}$$

W macierzy (18) z powodu braku elementu – jedna druga nie ma efektu obrotowo-inwariantnego i nie ma antykorelacji rzutów spinu na kierunki x i y, gdyż $\hat{\sigma}_1^{(x)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(x)}$ (również dla y).

W ten sposób „kwantowość" korelacji w stanie EPR przejawia się przez niediagonalne elementy macierzy (22), które czynią dany stan KOHERENTNYM. Koherencja odpowiada za zjawisko interferencji kwantowej.

Kwantowa koherentna superpozycja (17) nie ma analogii w fizyce klasycznej.

Zauważmy, że dla systemu Q = A + B ... czyste stany splątane są wtedy, gdy funkcje falowe nie spełniają równości:

$$\Psi_Q \neq \Psi_A \otimes \Psi_B \otimes ... \tag{20}$$

Stopień splątania dwuskładowych czystych stanów ilościowo da się zapisać w następujący sposób:

$$\mathcal{E}(|\Psi\rangle) = S\left(\hat{\rho}_A\right) = S(Tr_B|\Psi\rangle\langle\Psi|), \quad (21)$$

gdzie:

entropia kwantowa $= S(\hat{\rho}) = T_r\,\hat{\rho}\log\hat{\rho}$ dla splątanych stanów i cząstkowych macierzy gęstości,

Tr_i – operacja wzięcia cząstkowego śladu wg stopni swobody i-tego spinu.

Zauważmy, że entropia czystego stanu składowej systemu kwantowego wynosi zero:

$$S(|\Psi\rangle\langle\varphi|) = 0,$$

co oznacza, że fluktuacje są wzajemnie powiązane.

Dla przypadku podwójnego logarytmu w anglojęzycznej literaturze istnieje termin e-bit (*entanglement bit*).

Obecnie zatrzymajmy się krótko na tzw. wieloskładowych stanach splątanych. Przeprowadzone liczne badania do dziś wskazują na niejednoznaczność takich stanów. Bardziej znany dziś – większy od dwóch składowych – system trójskładowy pochodzi od Grünbergera, Horna i Zeilingera (GHZ) [67]:

$$|\Psi_{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle). \quad (22)$$

Dla więcej niż 3 składowych równanie falowe będzie wyglądało w następujący sposób:

$$|\Psi_{cat}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\underbrace{000...0}_{N}\right\rangle + \left|\underbrace{111...1}_{N}\right\rangle\right) \quad (23)$$

cat. – dla większej liczby niż 3 składowe zamiast EPR- lub GHZ-stanów mamy stan „kota Schroedingera" (Schroedinger-cat states) [68]. W tym przypadku ma się na uwadze, że stany $|000...0\rangle$ i $|111...1\rangle$ dla dużego N-składowych cząstek opisują stan obiektów makroskopowych.

Nie jest możliwe przekształcenie na przykład GHZ-tripletu w trzy EPR-stany, gdyż nie ma tzw. LQCC (*local quantum [operations] and classical communication*) [69]. W wyniku stosowania LQCC-operacji, miara splątania zadanego stanu w średniem może tylko się zmniejszać, tzn. SPLĄTANIA NIE MOŻNA TWORZYĆ WYŁĄCZNIE ZA POMOCĄ ŚRODKÓW LOKALNYCH, CO OKREŚLA SENS STANÓW SPLĄTANYCH JAKO NIELOKALNEGO ZASOBU KWANTOWEGO. Można jednak te stany „rozrzedzać" lub „zagęszczać".

Aby oddzielić klasyczne korelacje od kwantowych, wprowadza się separowalne (tzn. klasycznie skorelowane) stany kwantowe:

$$\hat{\rho}_{sep} = \sum_i \hat{\rho}_A^{(i)} \otimes \hat{\rho}_B^{(i)} \otimes \ldots, \tag{24}$$

gdzie $\hat{\rho}_s^{(i)}$ – pewne macierze gęstości składowych rozpatrywanego kwantowego systemu (i=1, ... N; S = A, B, ...). Stany, które nie mogą być przedstawione w postaci (24), nazywamy nieseparowanymi lub mieszanymi stanami splątanymi.

7. Zakończenie

Celem artykułu było przeanalizowanie stosowania logiki kwantowej do podejmowania decyzji na tle logiki klasycznej w szerokich zakresach teoretycznym i praktycznym. Wychodząc od samych początków teorii kwantowej, a więc od eksperymentu myślowego EPR, prac Heisenberga, Bohra, Borna, Schroedingera, von Neumanna, Paulliego i innych znakomitych teoretyków fizyki kwantowej lat 20. i 30. ubiegłego stulecia, aż do słynnego twierdzenia J. Bella (1964) i jego nierówności, a kończąc na eksperymentach A. Aspecta i A. Zeillingera, pokazano skomplikowaną drogę rozwoju logiki kwantowej w podejmowaniu decyzji w naukach kognitywnych, ekonomii i technice. Równolegle analizowano pojęcia logik klasycznej i kwantowej w aspekcie filozoficznym, począwszy od I. Kanta i jego logiki formalnej, poprzez logikę Łukasiewicza-Tarskiego, kosmologii Jacyny-Onyszkiewicza, aż po filozofię buddyzmu oraz różnych, współczesnych nurtów myślenia „kwantowego". W konkretnych sytuacjach do podejmowania decyzji służą modele na bazie kwantowej teorii informacji, kwantowego prawdopodobieństwa, a przede wszystkim kwantowej teorii gier. Na przykładach szczegółowych obliczeń prawdopodobieństw kwantowych i budowy strategii kwantowych na użytek gier zobrazowano proces postępowania, który zasadniczo różni się od modelu klasycznego.

Podsumowując, można powiedzieć, że podejmowanie decyzji na podstawie logiki kwantowej jest dziś dostrzegalną i ważną alternatywą w budowie modeli w organizacjach kwantowych, ekonomii i naukach kognitywnych. Liczba publikacji z tego zakresu lawinowo rośnie i stanowi ważką przesłankę nowego światopoglądu i sposobu myślenia, mającego dużo wspólnego z intuicją i filozofią wschodu.

Bibliografia

1. Birkhoff G., Neumann J.: Logic of Quantum Mechanics. Annals of Mathematics. 37, 823 1936.
2. Jacyna-Onyszkiewicz Z.: Geneza zasad kosmologii kwantowej. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1999.
3. Jacyna-Onyszkiewicz Z.: Metakosmologia, http://www.staff.amu.edu.pl
4. Jacyna-Onyszkiewicz Z.: Problem istnienia – immaterialna interpretacja teorii kwantów. Fundamentalne problemy i osiągnięcia fizyki współczesnej. Poznań 1991.
5. Maynard H., Mehrtens S.: The fourth wale. Business in the 21st century. Berrett–Kochler, San Francisco 1993, p. 44.
6. McCarthy K.: Uncertainty is a blessing, not a bane. APA Monitor, September 28, p. 28.
7. Parikh J.: Intuition: The new frontier of management. Blackwell Business, Oxford 1994, p. 16.
8. Shelton S.D., McKenna M., Darling J.R. Quantum Organizations: Creating Networks of Passions and Purpose. Mazur A., Jaksa M. (tłum.): Organizacje kwantowe: Budowanie sieci opartych na pasji i celach, http://www.neurolingwistyka.com/nlp/ hipnoza/.../organizacje-kwantowe/
9. Kiczuk S.: Zagadnienie obowiązywalności klasycznego rachunku zdań. RF 36, z. 1, 1988.
10. Pabian T.: W jaki sposób istnieją rzeczy? www.copernicuscentr.edu/pl
11. Wilczek F., Derine B.: W poszukiwaniu harmonii. Pruszyński i S-ka, Warszawa 2007.
12. McEvoy P.: Niels Bohr: Reflections on Subject and Object. MicroAnalytix, 2001.
13. Born W.M., Einstein A.: (ed.): The Born-Einstein Letters. Maimilian, London 1977.
14. Pais A.: Czas Nielsa Bohra. W fizyce, filozofii i polityce. Prószyński i S-ka, Warszawa 2007.
15. Von Neumann J.: Mathematical foundations of quantum mechanics. NJ Princeton University Press, Princeton 1955.
16. Zukav G.: The dancing wu li masters. An overview of the new physics. Bantam Books, New York 1979. (Zukav G.: Tańczący mistrzowie Wu li. Hornowski T. (tłum.), Dom Wydawniczy Rebis, Poznań 1995).
17. Ekert A.: Quantum cryptography based on Bell's theorem. Physical ReviewLetters 67, 1991.
18. Bell J.S.: Physics. Long Island City, N.Y. 1, 195, 1964.
19. Bell J.S.: On the Einstein – Podolsky – Rosen paradox. Physics 1, 15-200, 1965.
20. Bell J.S. Rev. Mod Phisics 38, 1966.
21. Bell J.S.: Speak able and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, UK 1987.

22. Einstein A., Podolsky P., Rosen N.: Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete. Physical Review 47, 1935.
23. Bőhm D.: Ukryty porządek. Wyd. „Pusty Obłok", Warszawa 1988.
24. Kiczuk S.: Przedmiot logiki formalnej oraz jej stosowalność. Lb. 2007.
25. Malinowski G.: Logiki wielowartościowe. WN PWN, Warszawa 2006.
26. Heisenberg W.: Uber den auschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. Zeitschrift fur Physik, 1927.
27. Stapp H.: Attention, intention and will in quantum physics. Journal of Consciousness Studies, 6 (8/9).
28. Ajdukiewicz K.: Zagadnienia i kierunki filozofii - teoria poznania i metafizyka. Warszawa 1983.
29. Kalamus M.: Tybet. Legenda i rzeczywistość. Wyda. „Bezdroża", Kraków 2008.
30. Groblacher S., Paterek T., Kaltenbaek R., Brukner C., Zukowski M., Aspelmeyer M., Zeillinger A.: An Experimental Test of Non-Local Realism. In Nature 449, 2007, Sep 13.
31. Lorenz E.: Deterministic Nonperiod Flow. Journal of the Atmospheric Sciences, 1963.
32. Piotrowski E.W., Sładkowski J.: Ryzyko w kwantowych grach rynkowych, RePec:sla:eakjkl:1178L, 2001.
33. Trueblood J.S., Busemeyer J.R.: Quantum Information Processing Theory, Mypage.iu.edu/~jbusemay/quantum/Quantum_Information.pdf
34. Lederman L., Teresi D.: Boska cząsteczka. Prószyński i S-ka, Warszawa 2002.
35. Young H.D., Freedman R.A., University Physics with Physics. NY, 2004.
36. Penrose R.: Cienie umysłu. Zysk i S-ka, Poznań 2001.
37. Edited by Wheeler J., Żurek W.H. (eds.): Quantum Theory and Measurement. Contains reprint of other landmark papers, including translation of Erwin Schroedinger – Princeton University Press, 1983.
38. Schroedinger E.: Naturwissenschaften, 23, 823, 844, 1935.
39. Kałuski J.: O modelach deterministycznych i probabilistycznych. ZN Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 116, Gliwice 1995, s. 105-116.
40. Kałuski J.: Współczesne problemy aksjomatycznego uzasadnienia podstawowych pojęć teorii prawdopodobieństwa. ZN Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z.73, Gliwice 1984, s. 33-38.
41. Busemeyer J.R., Wang Z., Lambert-Mogilansky A.: Empirical comparisons of Markov and quantum models of decision making. Journal of Mathematical Psychology, 53.
42. Busemeyer J.R., Wang Z., Townsend J. T.: Quantum dynamics of human decision making. Journal of Mathematical Psychology, 50, 2006.
43. Hughes R.I.G.: The structure and interpretation of quantum mechanics. Harvard University Press, 1989.

44. Gutoski G., Watrans J.: Toward a general theory of quantum games. In Proceedings of the 39-th ACM Symposium on Theory of Computing, 2007, pp. 565-574.
45. Peres A.: Quantum Theory: Concepts and Methods. Kluwer Academic Publishers, 1995.
46. Kałuski J.: Game-Theoretical Model of the Assembly Line Balancing Problem. International Journal of Mathematics, Game Theory and Algebra. Nova Science Publishers, Inc., 1998.
47. Kałuski J.: A multi-stage programming method for solving n-person games with coalitions. SILS-MARIA Workshop on Dynamic Games and Applications. The ISDGI Proceedings, 1997.
48. Meyer D.: Quantum strategies. Phys. Rev. Lett. 82, 1052 (1999), http://arxiv.org/abs/quant_ph/9804010.
49. Eisert J., Wilkens M., Lewentstein M.: Quantum Games and Quantum Strategies, Phys. Rev. Lett. 83, 3077, 1999, http://arxiv.org/abs/quant_ph/9806088.
50. Bassard G., Broadbent A., Tapp A.: Quantum Pseudo-Telepathy, arXiv:quant_ph/0407229, 22. Nov. 2004, http://ru.arxiv.org/abs/quant_ph/0407221.
51. Kochen S., Specker E.P.: The problem of hidden variables in quantum and mechanics. 17: 1967, p. 59-87.
52. Miakisz K., Piotrowski E.W., Sładkowski J.: Quantization of Games: Towards Quantum. ArtificialIntelligence, arXiv: quant_ph/0412212v1, 30 Dec. 2004.
53. Eisert J., Wilkens M.: Quantum Games. J. Mod. Opt. 47, 2000, 2543-255.
54. Piotrowski E.W., Sładkowski J.: Quantum like Approach to Financial Risk: Quantum Antropic Principle, Acta Phys. Pol. B32, 2001, p. 3873-3879.
55. Piotrowski E.W., Sładkowski J.: Quantum Market Games. Physica A 312, 2002.
56. Piotrowski E.W., Sładkowski J.: An invitation to quantum game theory. arXiv: quant_ph/0211191v1, 28 Nov. 2002.
57. Flitney A.P., Abbott D.: An introduction to quantum game theory. Fluctuation and Noise Letters. World Scientific Publishing Company, Vol. 2, No. 4, 2002, p. 175-187.
58. Zhang S.: Quantum Strategic Game Theory. The 14th International Workshop on Quantum Information Processing (QIP), 2011.
59. Igbal A., Abbot D.: Quantum Matching Pennies Game. Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 71, No. 1, January 2009.
60. Igbal A., Cheon T., Abbott D.: Probabilistic analysis of three-players symmetric quantum games played using the ERP-Böhm setting. Physics letter A, 372, 2008, p. 6564-6577.
61. Parrondo J.M.R., Harmer G.P., Abbott D.: New Paradoxical Games Based on Brownian Ratchets. PhysicalReviewLetters, Vol. 85, No. 24, pp. 5226-5229.
62. Kosik J., Miszczak J.A., Buzek V.: Quantum Parrondo's game with random strategies. Journal of Modern Optics, Vol. 54, No. 13-15. Sep. 2007.

63. Gawron P., Miszczak J.: Quantum Implementation of Parrondo Paradox. Journal Flictuation and Noise Letters, Vol. 5, No. 4, 2005.
64. Ng J., Abbott D.: Introduction to solid-state quantum computation for engineers. Microelectronics Journal, 33, 2002, pp.171-177.
65. Shor P.W.: Algorithms for quantum computation discrete logarithms and factoring, in Proceedings of the 35th Symposium on Foundations of Computer Science. Santa Fe, S. Goldwasser (ed.) IEEE Computer Society Press. Los Aldmitos.
66. Bargatin V., Grishanin B.A., Zadkov V.N.: Entangled states of atomic systems. M. V. Lomonosov Moscow State University Department of Physics and International Laser Center, Russian Federation, 2001.
67. Greenberger D.M., Horne M., Zeillinger A.: In Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universum. Kluwer Academic, Publishing, Dordrecht 1989.
68. Schroedinger E.: An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules; The Phisical Review, 28, 1926.
69. Linden N., Popescu S., Schumacher B., Westmoreland M.: Reversibility of localtransformations of multiparticle entanglement, arXiv:quant-ph/9912039v1.
70. Garola C., Sozzo S.: Recovering Quantum Logic within an Extendede Classical Framework, arXiv:1102.4529v1 [quantum-ph], 22 Feb 2011.
71. Dalla Chiara M.L., Giuntini R.: Quantum Logics, arXiv:quant-ph/0101028v2, Jan 2001.

Abstract

In the work some problems of decision making logic are presented. On the basis of classical and quantum logic different aspects of decision making are showed. The work consists of 7 parts. The first part a genesis of classical and quantum logic as well as literature is presented. The aim of the work has been formulated by comparing analyses of the classical and quantum logic in the models of decision making in theoretical and practical aspects. Many historical, philosophical and just esoterical facts into consideration was taken.

In the second part the genesis and properties of the quantum logic are presented. Based to Bell's theorem and many works of famous physicians as Einstein, Bohr, Heisenberg, Born, Schroedinger, J. von Neumann and others, which hold fast to the concept quantum logic in decision making is discussed. In the same way the I.Kant's formal logic and Łukasiewicz-Tarski's truth theory are presented.

In the third part some elements of the quantum probability theory in comparison with the Kolmogorov probability theory is discussed. An example calculating of the quantum probability and classical (Kolmogorov) probability is done.

In the fifth part the quantum game theory with the many examples is discussed. Many kinds of game are presented in the aspects of transformation the classical sets of game to quantum sets.

In the sixth part the quantum entangled states of atomic systems is discussed. In the last part a reassume concerning of the all problems covered in work is done.