ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2013
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 64 Nr kol. 1894

Dorota GAWROŃSKA
Politechnika Śląska
Wydział Organizacji i Zarządzania
Instytut Ekonomii i Informatyki

MODEL ROZMYTY WYBORU SAMOCHODU W NAJWYŻSZYM STOPNIU SPEŁNIAJĄCEGO PREFERENCJE KLIENTA

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę wyboru samochodu, spośród rozpatrywanych różnych modeli, który w największym stopniu spełnia oczekiwania klienta. Na podstawie wybranych parametrów utworzona zostaje struktura hierarchiczna parametrów, na podstawie której klient uzyskuje informację, który model spośród rozważanych najlepiej spełnia jego oczekiwania. Do określenia ocen modeli oraz wag parametrów posłużono się liczbami rozmytymi, na podstawie których wraz z hierarchią parametrów utworzono model rozmyty wyboru samochodu.

SELECTION MODEL CAR WASHED THE FULLEST EXTENT MEETING CUSTOMER PREFERENCES.

Summary. This paper presents a method for choosing a car, out of consideration of different models that best meets the customer's expectations. On the basis of selected parameters hierarchical structure is established parameters based on which the client is informed of which model best meets the consideration requirements. Assessments to determine the parameters of models and weights were used fuzzy numbers based on the hierarchy of parameters with a model of fuzzy choice car.

1. Wprowadzenie

Wybór samochodów różnych klas, wersji silnikowych i różnych pod względem wyposażenia jest bardzo trudny. Współcześnie kupujący samochody mają do wyboru bardzo szeroką ofertę. Wybór uzależniony jest od indywidualnych preferencji użytkownika. Jednym z czynników decydujących o wyborze samochodu są finanse. Innymi czynnikami są zużycie paliwa czy dostępności części zamiennych; coraz większe znaczenie ma również

wyposażenie: opcja klimatyzacji, poduszek powietrznych, ABS. Istotnym czynnikiem przy wyborze powinna być także awaryjność auta: awaryjność instalacji elektrycznej, układu wydechowego oraz tylnego i przedniego zawieszenia, odporność nadwozia na korozję, sprawność układu kierowniczego oraz hamulców, itd. Na podstawie tych czynników można określić koszty ewentualnych napraw oraz koszty eksploatacji samochodu (koszty przeglądów, części zamiennych czy ubezpieczenia).

W czasopismach pojawiają się porównania poszczególnych samochodów, ale wyniki nie są jednoznaczne oraz oceny końcowe są ocenami, które nie mogą uwzględnić oczekiwania każdego potencjalnego użytkownika danego modelu samochodu. Każdy klient przywiązuje też różną wagę do jego parametrów: komfort jazdy, zużycie paliwa, cena, wyposażenie itd.

W niniejszym artykule przedstawiono metodę wyboru samochodu, najbardziej spełniającego oczekiwania potencjalnego użytkownika. Ze względu na różne preferencje potencjalnych użytkowników oraz możliwości porównania ze sobą ocen względem różnych parametrów, przy wyborze samochodu najbardziej spełniającego oczekiwania, posłużono się logiką rozmytą (*FL* – ang. *fuzzy logic*)[1].

2. Teoria zbiorów rozmytych

Zbiory rozmyte oraz ich własności są szeroko opisywane w literaturze przedmiotu. Z uwagi na zakres tematyczny prezentowanego artykułu ograniczono się jedynie do wprowadzenia podstawowych pojęć, istotnych z punktu widzenia uzasadnienia podjętych prób zastosowania logiki rozmytej jako metody wspomagającej wybór samochodu najbardziej spełniającego oczekiwania klienta. Zastosowano liczby rozmyte, jako reprezentację niepewnych wartości. Reprezentacja ta ma tę zaletę, że pozwala określić nie tylko w pełni możliwe wartości i wartości całkiem niemożliwe, ale także wartości możliwe w różnych stopniach”[2]. D. Dubois i H. Prade zaproponowali pewną trójparametryczną reprezentację liczb rozmytych *LR*[3]. Reprezentacja *LR* jest charakteryzowana przez trzy parametry m, α, β, co zapisuje się jako $A = (m, \alpha, \beta)$.

Parametr *m* jest liczbą rzeczywistą zwaną wartością średnią $\mu_A(m)=1$), a α, β są odpowiednio „rozrzutem” lewostronnym i prawostronny (*left and right spreads*), a *L* i *R* to funkcje odniesienia (*reference function, shape function*). Funkcja przynależności liczby typu *LR* określona jest następująco:

[1] Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
[2] Łachwa A.: Rozmyty świat zbiorów, liczb relacji, faktów, reguł i decyzji. AOW Exit, Warszawa 2001.
[3] Dubois D., Prade H.: Fuzzy set and systems – theory and applications. Academic press, New York 1980.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right) & dla \quad x < m \\ 1 \quad dla \quad x = m \\ R\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right) & dla \quad x > m \end{cases} . \tag{1}$$

Funkcje *L* oraz *R* mogą przyjmować różną postać[4], ze względu jednak na fakt określania ocen w formie przedziałów wyrażających niepewność (*[m-α,m]* oraz *[m,m+ β]*), w niniejszej pracy przyjmuje się następującą ich postać:

$$L(x) = R(x) = \begin{cases} 0 \quad dla \quad x < m - \alpha \\ 1 - |x|^p \quad dla \quad m - \alpha \le x \le m + \beta \quad p > 0. \\ 0 \quad dla \quad x > m + \beta \end{cases} \tag{2}$$

Parametr *p* określa sposób zmiany wartości liczby w przedziałach (*[m-α,m]* oraz *[m,m+β]*): dla liniowej zmiany parametr *p=1*, dla nieliniowej zmiany *p≠1*. Parametr *p* dobiera się na podstawie informacji o charakterze zmian wartości we wspomnianych przedziałach. Przy założeniu liniowości zmian otrzymujemy trójkątną postać funkcji przynależności. Taką też postać przyjmujemy w niniejszym artykule.

Operacje na liczbach rozmytych typu *LR* będą określane jako operacje na tych trzech parametrach. Poniżej przedstawione zostały wzory niezbędne do wykonania podstawowych obliczeń na liczbach rozmytych typu LR. Część podanych niżej wzorów będzie ścisła („=”), a część przybliżona(„≅”)[5].

3. Przedstawienie hierarchicznej struktury kryteriów i podkryteriów

Przystępując do oceny danego samochodu wyodrębniamy kryteria, które decydują o jego wyborze. Następnie każde z tych kryteriów poddajemy dalszej analizie aż do otrzymania kryteriów niepodzielnych – dających się wyrazić bezpośrednio w ilościowy sposób (punktacja). Z kolei przy dokonywaniu oceny wychodzimy od najbardziej elementarnych (szczegółowych) kryteriów i syntetyzujemy (agregujemy) z nich kryteria wyższego poziomu, aż do otrzymania kryterium globalnego. Schemat struktury kryteriów przedstawiony jest na rys. 1.

[4] Rutkowski L.: Metody i techniki sztucznej inteligencji. PWN, Warszawa 2009.
[5] Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte. Exit, Warszawa 1999.

Na kryterium globalne (poziom 0) składają się grupy parametrów (kryteria Poziomu 1): nadwozie i wnętrze, komfort jazdy, napęd, układ jezdny, koszty/eksploatacja. Kryteria Poziomu 2 to parametry wchodzące w skład grup parametrów:

a) Grupa nadwozie i wnętrze: przestrzeń z przodu, przestrzeń z tyłu, widoczność/przejrzystość, łatwość obsługi, pojemność bagażnika, funkcjonalność, ładowność, wyposażenie bezpieczne bierne, jakość wykończenia.
b) Grupa komfort jazdy: fotele przednie, fotele tylnie, ergonomia, poziom hałasu, wentylacja wnętrza, resorowanie bez obciążenia, resorowanie z obciążeniem
c) Grupa napęd: przyspieszenie, prędkość maksymalna, kultura pracy silnika, skrzynia biegów, zużycie paliwa, zasięg.
d) Grupa układ jezdny: prowadzenie w slalomie, prowadzenie w zakrętach, jazda po prostej, hamowanie (zimne), hamowanie (rozgrzane), przeniesienie napędu, średnica zawracania.
e) Grupa koszty/eksploatacja: cena, wyposażenie, przeglądy, gwarancja.

W przedstawianym algorytmie zakłada się, że klient dokonuje wyboru optymalnego samochodu (spełniającego najlepiej oczekiwania) ze skończonego zbioru S rozważanych samochodów:

$$S = \{S_1, S_2, ..., S_i, ..., S_N\}, \qquad i = 1, ..., N, \tag{3}$$

na podstawie zbioru kryteriów K_k, K_{kj}, gdzie k - określa numer kryterium *Poziomu 1* (k = 1,..., L), j - numer kryterium *Poziomu 2* (j = 1, ..., M_{kj}).

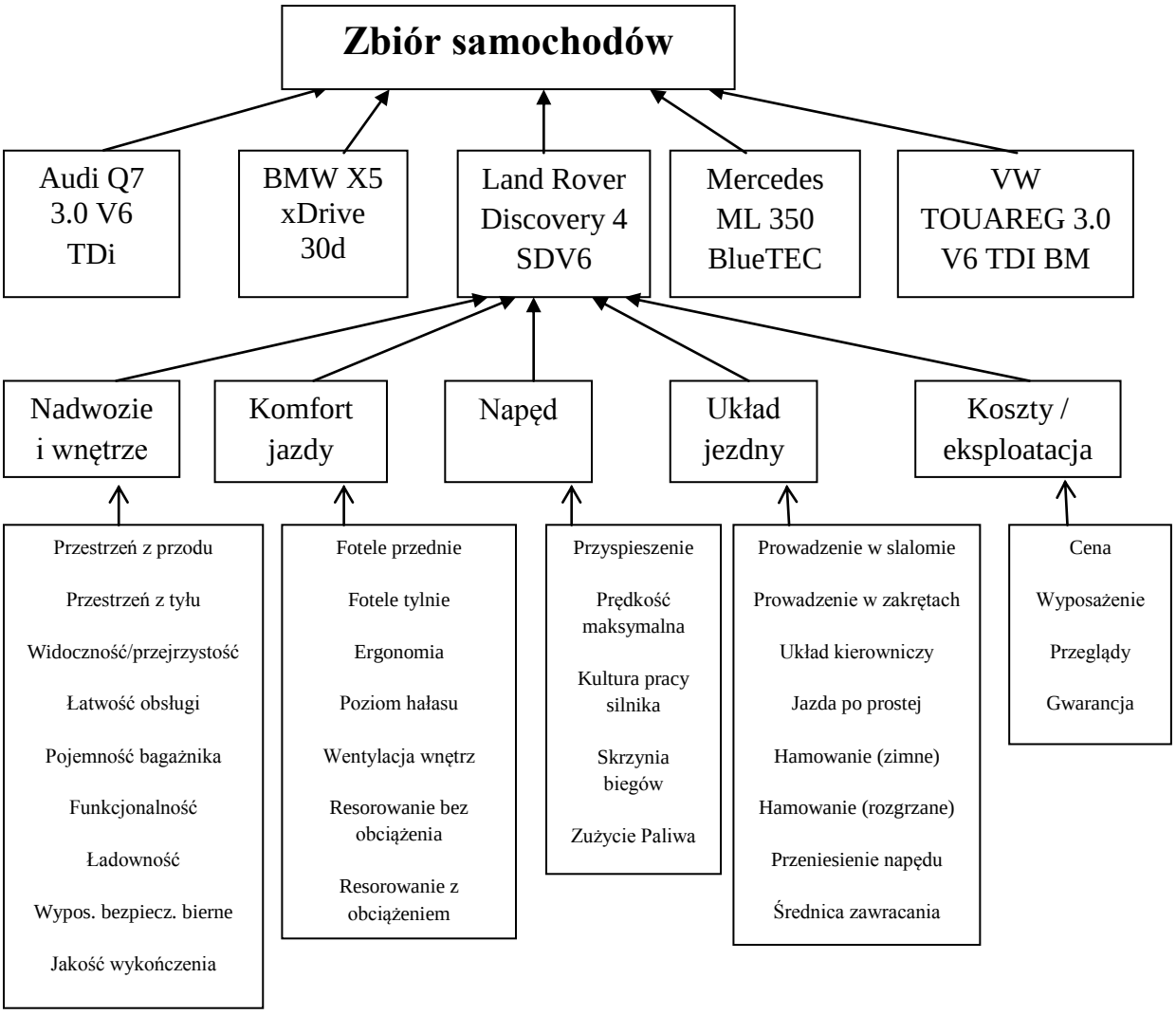
Na podstawie określonych ważności parametrów i ich grup oraz ocen samochodów względem kryterium Poziomu 1 i Poziomu 2, dokonuje się określenia ocen łącznych samochodów. Następnie kierując się maksymalizacją ocen poszukujemy największej wartości. Maksymalna wartość oceny, odpowiadająca danemu samochodowi wskazuje na to auto, które w największym stopniu spełnia nasze oczekiwania.

4. Modelowanie ocen samochodów oraz ważności kryteriów za pomocą zmiennych rozmytych o przyjętej funkcji przynależności

Dążąc do określenia wyboru optymalnego (najbardziej spełniającego oczekiwania) samochodu zastosowano liczby rozmyte, w celu umożliwienia porównania wartości uzyskanych punktów z różnych grup parametrów przez normowanie ocen, oraz uwzględnienia nadania różnych wag (poziomów oczekiwań) parametrom oraz ich grupom. Punkty oraz wagi nadane parametrom i ich grupom określone zostaną w postaci liczb rozmytych. W niniejszym artykule jako reprezentację liczb rozmytych przyjmuje się liczbę

typu *LR*, która upraszcza znacznie wykonywanie operacji na liczbach (operacje na liczbach rozmytych typu *LR* to operacje na trzech wcześniej opisanych parametrach).

Ważność grup parametrów (kryteriów poziomu 1), określona przez klienta, dana jest w postaci liczby rozmytej typu *LR*: V_k (*k*-kryterium poziomu 1), określonej charakterystyczną trójką $(m_{V_k}, \alpha_{V_k}, \beta_{V_k})$, gdzie $\alpha_{V_k}, \beta_{V_k} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez klienta, określający niepewność, co do precyzji tego określenia), m_{V_k} to ustalona wartość – najbardziej oczekiwana przez klienta bądź średnia, liczona zgodnie ze wzorem (4)), zaś *L* i *R* to ustalone funkcje bazowe (5). Klient dokonując oceny ważności wskaźników traktuje te wartości jako „około v_k^{mod}", przy czym swoją niepewność, co do precyzyjnego określenia wyraża w postaci przedziału $[v_k^{\min}, v_k^{\max}]$.



Rys. 1. Wielokryterialna struktura decyzyjna z uwzględnieniem *N* samochodów
Fig. 1. Multi-criteria decision-making structure including the *N* cars
Źródło: Opracowanie własne.

$$v_k^{\text{mod}} = \frac{v_k^{\min} + v_k^{\max}}{2} \tag{4}$$

$$L(v_k) = R(v_k) = \begin{cases} 0 & dla \quad v_k < m_{V_k} - \alpha_{V_k} \\ 1 - |v_k| & dla \quad m_{V_j} + \beta_{V_k} \geq v_k \geq m_{V_k} - \alpha_{V_k}, \\ 0 & dla \quad v_k > m_{V_k} + \beta_{V_k} \end{cases} \tag{5}$$

Funkcja przynależności ważności kryterium $\mu_{V_k}(v_k)$ określona jest następująco:

$$\mu_{V_k}(v_k) == \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{V_k} - v_k}{\alpha_{V_k}}\right) & dla \quad m_{V_k} > v_k \\ 1 & dla \quad m_{V_k} = v_k \\ R\left(\dfrac{v_k - m_{V_k}}{\beta_{V_k}}\right) & dla \quad m_{V_k} < v_k \end{cases} \tag{6}$$

Ocena ważności grupy parametrów (kryterium poziom 1) traktowana jest jako subiektywny stopień spełnienia pewnego stanu idealnego w świetle ocen ważności kryteriów. W tym celu należy dokonać normowania współrzędnych charakterystycznych funkcji przynależności według wzoru:

$$\hat{\alpha}_{V_k} = \frac{\alpha_{V_k}}{\max v_k^{\max}} \tag{7}$$

$$\hat{m}_{V_k} = \frac{m_{V_{kj}}}{\max v_k^{\max}} \tag{8}$$

$$\hat{\beta}_{V_k} = \frac{\beta_{V_k}}{\max v_k^{\max}}, \tag{9}$$

gdzie $\max v_k^{\max}$ to największa wartość ważności kryterium poziomu 1 spośród wartości określonych przez klienta. Po dokonaniu normowania, zmienne $\hat{\alpha}_{V_k}$, $\hat{m}_{V_k}$, $\hat{\beta}_{V_k}$ stają się nowymi zmiennymi $m_{V_k}, \alpha_{V_k}, \beta_{V_k}$.

Zakłada się, że ważności kryteriów są określone na przedziale [0,1] co związane jest z warunkiem, że suma wag kryteriów wyrażona przez klienta musi wynosić 1. Ponieważ mamy do czynienia z liczbami rozmytymi, przed sprawdzeniem wspomnianego warunku należy dokonać defuzyfikacji liczby rozmytej V_k. Spośród wielu metod najbardziej wiarygodną (w tym zagadnieniu) jest metoda środka ciężkości, przypisująca funkcji przynależności liczbę rzeczywistą, określającą współrzędną środka ciężkości pola pod wykresem funkcji. Stosując metodę środka ciężkości obliczamy środek ciężkości dla każdej liczby V_k (wartość rzeczywistą $V(k)$ ważności *k*-tego kryterium)[6]:

[6] Kacprzyk J.: Wieloetapowe sterowanie rozmyte. WNT, Warszawa 2001.

$$V(k)=\frac{\int_0^1 v_k\cdot\mu_{V_k}(v_k)\cdot dv_k}{\int_0^1 \mu_{V_k}(v_k)\cdot dv_k}, \tag{10}$$

a następnie sprawdzamy warunek

$$\sum_{k=1}^{L} V\ (k)=1. \tag{11}$$

Ważność kryteriów poziomu 2 - parametrów z poszczególnych grup parametrów (określana przez klienta) dana jest w postaci liczby rozmytej typu *LR*: V_{kj} (*k*-kryterium poziomu 1, *j*-kryterium poziomu 2), określonej charakterystyczną trójką $(m_{V_{kj}},\alpha_{V_{kj}},\beta_{V_{kj}})$, gdzie $\alpha_{V_{kj}},\beta_{V_{kj}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez klienta, określający niepewność co do precyzji tego określenia), $m_{V_{kj}}$ to ustalona wartość – najbardziej oczekiwana przez klienta bądź średnia liczona zgodnie ze wzorem (12), zaś *L* i *R* to ustalone funkcje bazowe (13). Klient dokonując oceny ważności wskaźników traktuje ją jako „około v_{kj}^{mod}", przy czym swoją niepewność, co do precyzyjnego określenia wyraża w postaci przedziału $[v_{kj}^{\min}, v_{kj}^{\max}]$.

$$v_{kj}^{\text{mod}}=\frac{v_{kj}^{\min}+v_{kj}^{\max}}{2} \tag{12}$$

$$L(v_{kj})=R(v_{kj})=\begin{cases}0 & dla \quad v_{kj}<m_{V_{kj}}-\alpha_{V_{kj}}\\ 1-|v_{kj}| & dla \quad m_{V_{kj}}+\beta_{V_{kj}}\ge v_{kj}\ge m_{V_{kj}}-\alpha_{V_{kj}},\\ 0 & dla \quad v_{kj}>m_{V_{kj}}+\beta_{V_{kj}}\end{cases} \tag{13}$$

Funkcja przynależności ważności kryterium $\mu_{V_{kj}}(v_{kj})$ określona jest następująco:

$$\mu_{V_{kj}}(v_{kj})==\begin{cases}L\left(\dfrac{m_{V_{kj}}-v_{kj}}{\alpha_{V_{kj}}}\right) & dla \quad m_{V_{kj}}>v_{kj}\\ 1 & dla \quad m_{V_{kj}}=v_{kj}\\ R\left(\dfrac{v_{kj}-m_{V_{kj}}}{\beta_{V_{kj}}}\right) & dla \quad m_{V_{kj}}<v_{kj}\end{cases} \tag{14}$$

Ocena ważności kryterium traktowana jest jako subiektywny stopień spełnienia pewnego stanu idealnego w świetle ocen ważności kryteriów. W tym celu należy dokonać normowania współrzędnych charakterystycznych funkcji przynależności według wzoru:

$$\hat{\alpha}_{V_{kj}} = \frac{\alpha_{V_{kj}}}{\max v_{kj}^{\max}} \tag{15}$$

$$\hat{m}_{V_{kj}} = \frac{m_{V_{kj}}}{\max \; v_{kj}^{\max}} \tag{16}$$

$$\hat{\beta}_{V_{kj}} = \frac{\beta_{V_{kj}}}{\max \; v_{kj}^{\max}}, \tag{17}$$

gdzie $\max v_{kj}^{\max}$ to największa wartość ważności kryterium spośród wartości określonych przez klienta. Po dokonaniu normowania, zmienne $\hat{\alpha}_{V_{kj}}$, $\hat{m}_{V_{kj}}$, $\hat{\beta}_{V_{kj}}$ stają się nowymi zmiennymi $m_{V_{kj}}, \alpha_{V_{kj}}, \beta_{V_{kj}}$.

Podobnie jak w przypadku kryteriów Poziomu 1, ważności kryteriów są określone na przedziale [0,1] i suma wag kryteriów wyrażona przez klienta musi wynosić 1. W tym celu dokonujemy defuzyfikacji (również metodą środka ciężkości) liczby rozmytej V_{kj} i otrzymujemy wartość rzeczywistą $V_j(k)$ ważności *j*-tego kryterium będącego podkryterium nadrzędnego kryterium *k*)[7]:

$$V_j(k) = \frac{\int_0^1 v_{kj} \cdot \mu_{V_{kj}}(v_{kj}) \cdot dv_{kj}}{\int_0^1 \mu_{V_{kj}}(v_{kj}) \cdot dv_{kj}}, \tag{18}$$

a następnie sprawdzamy warunek

$$\sum_{j=1}^{M_{kj}} V_j(k) = 1. \tag{19}$$

Oceny samochodów są w różny sposób opisywane, w zależności od poziomu kryteriów. I tak dla *Poziomu 2* oceny samochodów opisane są liczbą rozmytą typu LR O_{ikj}, określoną charakterystyczną trójką $(m_{O_{ikj}}, \alpha_{O_{ikj}}, \beta_{O_{ikj}})$, gdzie $\alpha_{O_{ikj}}, \beta_{O_{ikj}} > 0$ to ustalone rozrzuty lewo- i prawostronne (przedział określony przez klienta, wyrażający niepewność co do precyzji tego określenia, $m_{O_{ikj}}$ to ustalona wartość – najbardziej oczekiwana bądź średnia, liczona zgodnie ze wzorem (20), zaś L i R to ustalone funkcje bazowe, opisane wzorem (21). Klient oceny o_{ikj} traktuje ją jako „około o_{ikj}^{mod}", przy czym swoją niepewność co do precyzyjnego określenia wyraża w postaci wielkości [$o_{ikj}^{\min}$, $o_{ikj}^{\max}$].

$$o_{ikj}^{\text{mod}} = \frac{o_{ikj}^{\min} + o_{ikj}^{\max}}{2}, \tag{20}$$

[7] Ibidem.

$$L(o_{ikj}) = R(o_{ikj}) = \begin{cases} 0 & dla \quad o_{ikj} < m_{ijkr} - \alpha_{O_{ikj}} \\ 1 - \left| o_{ikj} \right| & dla \quad m_{O_{ikj}} + \beta_{O_{ikj}} \geq o_{ikj} \geq m_{O_{ikj}} - \alpha_{O_{ikj}} \\ 0 & dla \quad o_{ikj} > m_{O_{ikj}} + \beta_{O_{ikj}} \end{cases}, \tag{21}$$

Ponieważ wartości ocen samochodów o_{ikj} traktowane są jako stopień spełnienia przez *i*-ty samochód pewnego stanu idealnego w świetle danego kryterium, należy dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1]:

$$o_{ikj} \in [0,1], \tag{22}$$

$$\hat{\alpha}_{O_{ikj}} = \frac{\alpha_{O_{ikj}}}{\max\ (o_{ikj}^{\max})}, \tag{23}$$

$$\hat{m}_{O_{ikj}} = \frac{m_{O_{ikj}}}{\max\ (o_{ikj}^{\max})}, \tag{24}$$

$$\hat{\beta}_{O_{ikj}} = \frac{\beta_{O_{ikj}}}{\max\ (o_{ikj}^{\max})}, \tag{25}$$

gdzie $\max(o_{ikj}^{\max})$ to największa wartość spośród prawych granic punktacji samochodów w ramach danego kryterium. Po dokonaniu normowania zmienne $\hat{\alpha}_{O_{ikj}}$, $\hat{m}_{O_{ikj}}$ i $\hat{\beta}_{O_{ikj}}$ są nowymi, obowiązującymi zmiennymi $m_{O_{ikj}}, \alpha_{O_{ikj}}, \beta_{O_{ikj}}$. Funkcja przynależności oceny samochodu *i* względem kryterium K_{kj} przedstawia się następująco:

$$\mu_{O_{ikj}}(o_{ijkr}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{O_{ikj}} - o_{ikj}}{\alpha_{O_{ikj}}} \right) & dla \quad o_{ikj} < m_{O_{ikj}} \\ 1 \quad dla \quad o_{ikj} = m_{O_{ikj}} \\ R\left(\dfrac{o_{ikj} - m_{O_{ikj}}}{\beta_{O_{ikjr}}} \right) \ dla \quad o_{ikj} > m_{O_{ikj}} \end{cases}. \tag{26}$$

Mając określone zmienne, opisujące wagi poszczególnych kryteriów oraz oceny samochodów Poziomu 2 względem tych kryteriów, należy określić ważone oceny poszczególnych samochodów w ramach określonych kryteriów Poziomu 1. Oceny te określone są następująco:

$$O_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^{M_{kj}} V_{kj} \cdot O_{ikj}}{\sum_{r=1}^{L_{kR}} V_{kj}}. \tag{27}$$

Ponieważ wartości ocen samochodów o_{ik} traktowane są jako stopień spełnienia przez *i*-ty samochód pewnego stanu idealnego w świetle danego kryterium, należy dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1].

$$o_{ik} \in [0,1], \tag{28}$$

$$\hat{\alpha}_{O_{ik}} = \frac{\alpha_{O_{ik}}}{\max(o_{ik}^{\max})}, \tag{29}$$

$$\hat{m}_{O_{ik}} = \frac{m_{O_{ik}}}{\max(o_{ik}^{\max})}, \tag{30}$$

$$\hat{\beta}_{O_{ik}} = \frac{\beta_{O_{ik}}}{\max(o_{ik}^{\max})}, \tag{31}$$

gdzie $\max(o_{ik}^{\max})$ to największa wartość spośród sumy $(m_{O_{ik}} + \beta_{O_{ik}})$ ocen przedsięwzięć w ramach danego kryterium. Po dokonaniu normowania zmienne $\hat{\alpha}_{O_{ik}}$, $\hat{m}_{O_{ik}}$ i $\hat{\beta}_{O_{ik}}$ są nowymi, obowiązującymi zmiennymi $m_{O_{ik}}, \alpha_{O_{ik}}, \beta_{O_{ik}}$.

Funkcja przynależności oceny samochodu *i* względem kryterium K_k opisana jest następująco:

$$\mu_{O_{ik}}(o_{ik}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{O_{ik}} - o_{ik}}{\alpha_{O_{ik}}}\right) & dla \quad o_{ik} < m_{O_{ik}} \\ 1 \quad dla \quad o_{ik} = m_{O_{ik}} \\ R\left(\dfrac{o_{ik} - m_{O_{ik}}}{\beta_{O_{ik}}}\right) & dla \quad o_{ik} > m_{O_{ik}} \end{cases}. \tag{32}$$

Natomiast funkcje L i R przedstawia formuła:

$$L(o_{ik}) = R(o_{ik}) = \begin{cases} 0 & dla \quad o_{ik} < m_{O_{ik}} - \alpha_{O_{ik}} \\ 1 - |o_{ik}| & dla \quad m_{O_{ik}} + \beta_{O_{ik}} \geq o_{ik} \geq m_{O_{ik}} - \alpha_{O_{ik}} \\ 0 & dla \quad o_{ik} > m_{O_{ik}} + \beta_{O_{ik}} \end{cases} \tag{33}$$

Na podstawie ocen samochodów z Poziomu 1 można określić ostateczne oceny samochodów względem kryterium globalnego.

$$O_i = \frac{\sum_{k=1}^{L} V_k \cdot O_{ik}}{\sum_{k=1}^{L} V_k}. \tag{34}$$

Ponieważ wartości ocen przedsięwzięć o_i traktowane są jako stopień spełnienia przez *i*-ty samochód pewnego stanu idealnego w świetle danego kryterium, należy dokonać normowania wartości tych ocen. Wartość tej oceny powinna zatem mieścić się w przedziale [0,1].

$$o_i \in [0,1], \tag{35}$$

$$\hat{\alpha}_{O_i} = \frac{\alpha_{O_i}}{\max\ (o_i^{\max})}, \tag{36}$$

$$\hat{m}_{O_i} = \frac{m_{O_i}}{\max\ (o_i^{\max})}, \tag{37}$$

$$\hat{\beta}_{O_i} = \frac{\beta_{O_i}}{\max\ (o_i^{\max})}, \tag{38}$$

gdzie $\max(o_i^{\max})$ to największa wartość spośród sumy $(m_{O_i} + \beta_{O_i})$ ocen przedsięwzięć w ramach kryterium globalnego. Po dokonaniu normowania zmienne $\hat{\alpha}_{O_i}$, $\hat{m}_{O_i}$ i $\hat{\beta}_{O_i}$ są nowymi, obowiązującymi zmiennymi $m_{O_i}, \alpha_{O_i}, \beta_{O_i}$. Funkcja przynależności oceny samochodu *i* względem kryterium K_k opisana jest następująco:

$$\mu_{O_i}(o_{ij}) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_{O_i} - o_i}{\alpha_{O_i}}\right) & dla \quad o_i < m_{O_i} \\ 1 \quad dla \quad o_i = m_{O_i} \\ R\left(\dfrac{o_i - m_{O_i}}{\beta_{O_i}}\right) \ dla \quad o_i > m_{O_i} \end{cases} . \tag{39}$$

Natomiast funkcje L i R przedstawia formuła:

$$L(o_i) = R(o_i) = \begin{cases} 0 \quad dla \quad o_i < m_{o_i} - \alpha_{O_i} \\ 1 - |o_i| \quad dla \quad m_{O_i} + \beta_{O_i} \geq o_i \geq m_{O_i} - \alpha_{O_i} \\ 0 \quad dla \quad o_i > m_{O_i} + \beta_{O_i} \end{cases} \tag{40}$$

Takie postępowanie każdemu samochodowi ze zbioru *S* przyporządkowuje ocenę rozmytą względem kryterium globalnego K_0. Każdemu samochodowi ze zbioru *S* zostaje przyporządkowana ocena rozmyta. W dalszej kolejności należy poszukiwać maksymalnej wartości oceny rozpatrywanych przedsięwzięć.

W przypadku bazowania na rozmytych, łącznych ocenach samochodów, należy dokonać ich defuzyfikacji (wyostrzeniu). Proponowaną metodą jest metoda środka ciężkości, przypisująca funkcji przynależności liczbę rzeczywistą, określającą współrzędną środka ciężkości pola pod wykresem tej funkcji:

$$O(i) = \frac{\int_0^1 o_i \cdot \mu_{O_i}(o_i) \cdot do_i}{\int_0^1 \mu_{O_i}(o_i) \cdot do_i}. \tag{41}$$

Przy stosowaniu liczb rozmytych można posłużyć się wzorem na określenie środka ciężkości:

$$x_{sc} = \frac{3 \cdot m - \alpha + \beta}{3}. \tag{42}$$

Mając określone rzeczywiste oceny $O(i)$ poszczególnych samochodów należy dokonać wyboru optymalnego samochodu spośród rozpatrywanych. W tym celu spośród ocen wszystkich samochodów $O(i)$ trzeba znaleźć największą wartość oceny.

$$O(i) \rightarrow MAX \tag{43}$$

Przykład

W artykule dokonano porównania największych reprezentantów samochodów sportowo-użytkowych SUV (ang. Sport Utility Vehicle): Audi Q7 3.0 V6 TDi , BMW X5 xDrive 30d, Land Rover Discovery 4 SDV6, Mercedes ML 350 BlueTEC, VW TOUAREG 3.0 V6 TDI BM. Dane do analizy zaczerpnięto z czasopisma motoryzacyjnego „Auto Moto - Magazyn Zmotoryzowanych", który w 2012 r. został uznany za najlepszy polski miesięcznik motoryzacyjny. Miesięcznik „Auto-Moto" dokonał analizy parametrów charakteryzujących dane modele. Na podstawie porównania tych parametrów względem poszczególnych aut określono liczbę punktów, przyznanych w ramach pięciu grup parametrów: nadwozie i wnętrze, komfort jazdy, napęd, układ jezdny, koszty/eksploatacja. Dodatkowo, określono maksymalną liczbę punktów, jaką modele mogły uzyskać w ramach danego parametru. Poniżej w tabelach przedstawiono wyniki.

Tabela 1

Punktacja w grupie *nadwozie i wnętrze*

Parametry	Audi	BMW	Land Rover	Mercedes	VW	Maksymalna liczba punktów
Przestrzeń z przodu	9	9	9	10	9	10
Przestrzeń z tyłu	9	9	9	9	9	10
Widoczność/przejrzystość	6	5	5	5	5	7
Łatwość obsługi	9	9	9	9	9	10
Pojemność bagażnika	8	7	6	7	6	10
Funkcjonalność	6	5	6	4	5	10
Ładowność	7	7	7	7	7	8
Wypos. bezpiecz. bierne	11	14	10	14	14	15
Jakość wykończenia	18	18	17	18	18	20

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 2

Punktacja w grupie *komfort jazdy*

Parametry	Audi	BMW	Land Rover	Mercedes	VW	Maksymalna liczba punktów
Fotele przednie	12	13	12	12	12	15
Fotele tylnie	8	8	7	8	8	10
Ergonomia	12	12	12	13	12	15
Poziom hałasu	10	9	10	11	10	15
Wentylacja wnętrza	4	4	4	4	4	5
Resorowanie bez. obciąż.	14	14	14	14	15	20
Resorowanie z obciąż.	14	14	14	14	14	20

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 3

Punktacja w grupie *układ jezdny*

Parametry	Audi	BMW	Land Rover	Mercedes	VW	Maksymalna liczba punktów
Prowadzenie w slalomie	4	6	2	5	6	10
Prowadzenie w zakrętach	20	21	16	21	20	30
Układ kierowniczy	9	9	8	9	8	10
Jazda po prostej	5	5	4	5	5	5
Hamowanie (zimne)	12	12	10	14	13	15
Hamowanie (rozgrzane)	14	14	11	15	14	15
Przeniesienie napędu	9	9	9	9	9	10
Średnica zawracania	1	1	1	1	1	5

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 4

Punktacja w grupie *napęd*

Parametry	Audi	BMW	Land Rover	Mercedes	VW	Maksymalna liczba punktów
Przyspieszenie	14	15	13	15	15	20
Prędkość maksymalna	5	5	3	5	5	10
Kultura pracy silnika	12	12	12	12	12	15
Skrzynia biegów	9	10	10	9	9	10
Zużycie paliwa	12	14	12	13	14	20
Zasięg	5	5	4	4	4	5

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 5

Punktacja w grupie *koszty/eksploatacja*

Parametry	Audi	BMW	Land Rover	Mercedes	VW	Maksymalna liczba punktów
Cena	4	4	4	4	5	60
Wyposażenie	10	11	7	13	13	30
Przeglądy	3	3	3	3	3	5
Gwarancja	3	3	3	3	3	5

Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie punktacji określono liczby rozmyte dla ocen poszczególnych aut.

Tabela 6

Oceny rozmyte względem grupy *nadwozie i wnętrze*

Auto	Audi			BMW			Land Rover			Mercedes			VW		
Parametr	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	α	β
Przestrzeń z przodu	9	0	0	9	0	0	9	0	0	10	0	0	9	0	0
Przestrzeń z tyłu	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0
Widoczność/ przejrzystość	6	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0
Łatwość obsługi	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0
Pojemność bagażnika	8	0	0	7	0	0	6	0	0	7	0	0	6	0	0
Funkcjoalność	6	0	0	5	0	0	6	0	0	4	0	0	5	0	0
Ładowność	7	0	0	7	0	0	7	0	0	7	0	0	7	0	0
Wypos. bezpiecz. bierne	11	0	0	14	0	0	10	0	0	14	0	0	14	0	0
Jakość wykończenia	18	0	0	18	0	0	17	0	0	18	0	0	18	0	0

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 7

Oceny rozmyte względem grupy *koszty i eksploatacja*

Auto	Audi			BMW			Land Rover			Mercedes			VW		
Parametr	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	*α*	β
Cena	4	0	0	4	0	0	4	0	0	4	0	0	5	0	0
Wyposażenie	10	0	0	11	0	0	7	0	0	13	0	0	13	0	0
Przeglądy	3	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0
Gwarancja	3	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	0

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 8

Oceny rozmyte względem grupy *komfort jazdy*

Auto	Parametr	Fotele przednie	Fotele tylnie	Ergonomia	Poziom hałasu	Wentylacja wnętrza	Resor.bez. obciąż.	Resor.z obciąż.
Audi	m	12	8	12	10	4	14	14
	α	0	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0	0
BMW	m	13	8	12	9	4	14	14
	α	0	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0	0
Land Rover	m	12	7	12	10	4	14	14
	α	0	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0	0
Mercedes	m	12	8	13	11	4	14	14
	α	0	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0	0
VW	m	12	8	12	10	4	15	14
	α	0	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0	0

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 9

Oceny rozmyte względem grupy *napęd*

Auto	Parametr	Przyspieszenie	Prędkość maksymalna	Kultura pracy silnika	Skrzynia biegów	Zużycie paliwa	Zasięg
Audi	m	14	5	12	9	12	5
	α	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0
BMW	m	15	5	12	10	14	5
	α	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0
Land Rover	m	13	3	12	10	12	4
	α	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0
Mercedes	m	15	5	12	9	13	4
	α	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0
VW	m	15	5	12	9	14	4
	α	0	0	0	0	0	0
	β	0	0	0	0	0	0

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 10

Oceny rozmyte względem grupy *układ jezdny*

Auto	Audi			BMW			Land Rover			Mercedes			VW		
Parametr	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	α	β	m	α	β
Prow. w slalomie	4	0	0	6	0	0	2	0	0	5	0	0	6	0	0
Prow. w zakrętach	20	0	0	21	0	0	16	0	0	21	0	0	20	0	0
Ukł. kier.	9	0	0	9	0	0	8	0	0	9	0	0	8	0	0
Jazda po prostej	5	0	0	5	0	0	4	0	0	5	0	0	5	0	0
Hamowanie (zimne)	12	0	0	12	0	0	10	0	0	14	0	0	13	0	0
Hamowanie (rozgrzane)	14	0	0	14	0	0	11	0	0	15	0	0	14	0	0
Przeniesienie napędu	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0	9	0	0
Średnica zawracania	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0

Źródło: Opracowanie własne.

Wagom parametrów przyporządkowano przykładowe oceny ważności.

Tabela 11

Oceny ważności parametrów

Grupy parametrów	Kryteria	Ważność kryteriów		
		m	α	β
Grupa: nadwozie i wnętrze	Przestrzeń z przodu	0,2	0,1	0,1
	Przestrzeń z tyłu	0,03	0,01	0,01

cd. tabeli 11

	Widoczność / przejrzystość	0,3	0,15	0,15
	Łatwość obsługi	0,08	0,01	0,01
	Pojemność bagażnika	0,05	0,01	0,01
	Funkcjonalność	0,1	0,05	0,05
	Ładowność	0,05	0,01	0,01
	Wypos. bezpiecz. bierne	0,07	0,02	0,02
	Jakość wykończenia	0,12	0,03	0,03
Grupa *komfort jazdy*	Fotele przednie	0,25	0,05	0,05
	Fotele tylnie	0,15	0,04	0,04
	Ergonomia	0,2	0,1	0,1
	Poziom hałasu	0,1	0,05	0,05
	Wentylacja wnętrza	0,15	0,05	0,05
	Resorowanie bez. obciąż.	0,1	0,04	0,04
	Resorowanie z obciąż.	0,05	0,01	0,01
Grupa *napęd*	Przyspieszenie	0,25	0,1	0,1
	Prędkość maksymalna	0,2	0,1	0,1
	Kultura pracy silnika	0,25	0,15	0,15
	Skrzynia biegów	0,15	0,1	0,1
	Zużycie paliwa	0,1	0,05	0,05
	Zasięg	0,05	0,01	0,01
Grupa *układ jezdny*	Prowadzenie w slalomie	0,1	0,02	0,02
	Prowadzenie w zakrętach	0,1	0,02	0,02
	Układ kierowniczy	0,15	0,1	0,1
	Jazda po prostej	0,2	0,1	0,1
	Hamowanie (zimne)	0,1	0,05	0,05
	Hamowanie (rozgrzane)	0,1	0,05	0,05
	Przeniesienie napędu	0,2	0,1	0,1
	Średnica zawracania	0,05	0,01	0,01
Grupa *koszty/eksploatacja*	Cena	0,4	0,15	0,15
	Wyposażenie	0,3	0,1	0,1
	Przeglądy	0,2	0,1	0,1
	Gwarancja	0,1	0,05	0,05

Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie ocen rozmytych aut względem poszczególnych parametrów, z uwzględnieniem wag parametrów oszacowano oceny względem grup parametrów.

Tabela 12

Oceny aut względem grup parametrów

Kryterium	Parametr zmiennej rozmytej	Nadwozie i wnętrze	Komfort jazdy	Napęd	Układ jezdny	Koszty / eksploatacja
Audi Q7 3.0 V6 Tdi	m	0,83	2,00	0,76	0,70	0,39
	α	0,38	0,69	0,47	0,42	0,24
	β	0,72	1,37	1,28	0,94	0,60
BMW X5 xDrive 30d	m	0,81	2,00	0,80	0,73	0,40
	α	0,37	0,68	0,50	0,43	0,25
	β	0,70	1,37	1,35	0,98	0,61

cd. tabeli 12

Land Rover Discovery 4 SDV6	m	0,77	1,98	0,69	0,58	0,36
	α	0,36	0,68	0,44	0,35	0,23
	β	0,67	1,35	1,19	0,79	0,56
Mercedes ML 350 BlueTEC	m	0,81	2,03	0,73	0,74	0,42
	α	0,37	0,70	0,46	0,44	0,26
	β	0,70	1,39	1,26	1,00	0,63
VW TOUAREG 3.0 V6 TDI BM	m	0,80	2,01	0,74	0,72	0,42
	α	0,37	0,69	0,47	0,43	0,26
	β	0,69	1,38	1,27	0,97	0,64

Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie ocen samochodów względem grup parametrów określono oceny ostateczne. Wartość rzeczywistą uzyskano stosując metodę środka ciężkości.

Tabela 19

Oceny rozmyte i rzeczywiste poszczególnych przedsięwzięć

Samochód	Parametr zmiennej rozmytej	Wartość parametru	Wartość rzeczywista oceny samochodu	Miejsce w rankingu
Audi Q7 3.0 V6 Tdi	m	0,44		**4**
	α	0,81	0,91	
	β	2,22		
BMW X5 xDrive 30d	m	0,45		**2**
	α	0,37	1,02	
	β	2,10		
Land Rover Discovery 4 SDV6	m	0,41		**3**
	α	0,34	1,01	
	β	2,16		
Mercedes ML 350 BlueTEC	m	0,45		**1**
	α	0,37	1,06	
	β	2,22		
VW TOUAREG 3.0 V6 TDI BM	m	0,44		**5**
	α	0,37	0,87	
	β	1,66		

Źródło: Opracowanie własne

Na podstawie uzyskanych wyników można wyciągnąć wniosek, że samochodem który najbardziej spełnia oczekiwania klienta jest Mercedes ML 350 BlueTEC, gdyż uzyskał on maksymalną ocenę kryterium globalnego.

5. Podsumowanie

Potencjalny klient przy zakupie samochodu kieruje się własnymi preferencjami. Oczekiwania potencjalnych klientów mogą różnić się zarówno pod względem parametrów charakteryzujących samochód, jak i indywidualnego podejścia do stopnia spełnienia, czyli wagi tych parametrów. Dla potencjalnego klienta sondaże mogą nie być wystarczająco satysfakcjonujące, gdyż nie są w stanie uwzględnić preferencji każdego z nich. W tym celu w niniejszym artykule zaproponowano możliwość uwzględnienia preferencji klienta, z możliwością określenia wag poszczególnych parametrów, charakteryzujących dany model samochodu. Na podstawie tego rozwiązania uzyskujemy odpowiedź, który z rozważanych modeli samochodu najlepiej spełnia nasze oczekiwania.

Bibliografia

1. Kacprzyk J.: Wieloetapowe sterowanie rozmyte. WNT, Warszawa 2001.
2. Łachwa A.: Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji. AOW Exit, Warszawa 2001.
3. Chojcan J.: Zbiory rozmyte i ich zastosowanie. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.
4. Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte. AOW Exit, Warszawa 1999.
5. Kacprzyk j.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
6. Driankow D., Hellendoorn H., Reinfrank M.: Wprowadzenie do sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1996.

Abstract

This article presents a method for choosing the best car on the basis of selected car models and parameters, which were evaluated on the basis of cars. Each client has individual preferences in terms of car performance, hence included in the article, the client can specify the weight of the individual parameters, reflecting the preferences of the customer.