

Antoni LIGEZA

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Nowym Sączu, Instytut Techniczny

PARAMETRIZACJA GEOMETRII GRANIC I RZEŻBY TERENU DZIAŁKI EWIDENCYJNEJ W SYSTEMACH GIS

Streszczenie. Trudne, a w praktyce niemożliwe, jest skierowanie zapytań do systemów informacji o terenie, które potrafią zwrócić działki ewidencyjne o określonej w zapytaniu geometrii granic lub rzeźbie terenu. W niniejszym artykule wprowadzono parametryzację geometrii granic oraz rzeźby terenu działki ewidencyjnej, dostarczając w systemach GIS, opartych na modelu relacyjno-objektowym, cech niezbędnych do analizy przestrzennej z wykorzystaniem podstawowych konstrukcji języka SQL.

Słowa kluczowe: parametryzacja geometrii granic, kataster, ocena kształtu, parametryzacja rzeźby terenu, aproksymacja działki prostokątem

CADASTRAL PARCELS BOUNDARY AND TOPOGRAPHY PARAMETRIZATION IN GIS SYSTEMS

Summary. It's difficult or impossible in practice to send query to Land Information Systems, which are able to return cadastral parcels with required geometry or terrain topography. In this study the parametrical description of geometry and terrain topography of cadastral parcels was introduced. It makes it possible to perform spatial analyses in GIS systems using only basic subset of the SQL language.

Keywords: geometry parameterization, cadastral parcel, analysis shape, topography terrain, inscribed rectangle

1. Wprowadzenie

Powszechnie używanym systemem GIS jest System Informacji o Terenie (SIT), przechowujący informacje dotyczące praw własności do obszarów gruntu (działek ewidencyjnych) oraz ich lokalizacji geoprzestrzennej. Od realizacji informatycznej tego systemu zależy powodzenie wielu procesów obejmujących swym zakresem obszar całego kraju.

Obecnie trudne jest skierowanie zapytań do systemów SIT, które potrafią zwrócić działki o określonej w zapytaniu geometrii granic lub rzeźbie terenu. Przykładowo, na terenie kraju duży developer poszukuje działek, które umożliwią realizację obiektów budownictwa wielorodzinnego. Działki powinny mieć minimalne wymiary $40 \times 90 \text{m}^2$, o orientacji dłuższego boku w kierunku południowym, ze względu na zapewnienie odpowiedniej ilości światła słonecznego, oraz położone na płaskim terenie (łatwość realizacji inwestycji). Ze względu na wysoki koszt ziemi na lokalnych rynkach, powierzchnia obszaru nie może być większa niż 20% minimalnego wymiaru działki.

Obecnie zapytania tej postaci prowadzone są w sposób półautomatyczny (pomimo dostępności geometrii wyrażonej obiektowo w bazie danych, jednak w nieprzydatnej postaci):

- a) po zadaniu wstępnych kryteriów selekcyjnych działki (przez podanie zewnętrznej granicy obszaru poszukiwań oraz dopuszczalnych pól powierzchni działek w postaci przedziału), wyświetlany jest zbiór działek, z którego
- b) w sposób wizualny, z dostępnym narzędziem do pomiaru geometrycznych cech oraz podkładzie mapy warstwicznej terenu, operator selekcyjnie obszarów terenu spełniające wszystkie kryteria (musi zmierzyć proporcje długości boków, orientację oraz ocenić rzeźbę terenu obszaru).

Żmudne poszukiwania mogą zakończyć się niepowodzeniem (pokazuje to słabość dostępnych parametrów), i sformułowanie nowych kryteriów wyjściowych (etap a)) rozpoczyna na nowo czasochłonny etap b).

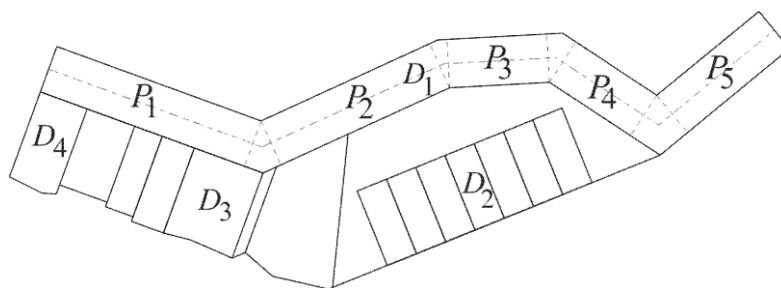
Główną barierą automatycznej realizacji przedstawionego procesu są problemy z wyrażeniem geometrii i topografii terenu działek w sposób umożliwiający jej analizę bez potrzeby końcowej oceny zwróconych obiektów przez użytkownika systemu.

Okazuje się jednak, że problem ten można rozwiązać. Potraktowanie działki ewidencyjnej jako uogólnionego wieloboku, z dopuszczeniem wszystkich abstrakcyjnych wariantów geometrycznych, jakie może on przyjąć, jest niewłaściwe. Działka ewidencyjna, jako obszar gruntu, żeby mogła pełnić swoją funkcję, musi posiadać określone cechy, które są jej nadawane podczas jej tworzenia. Łatwa identyfikacja i kontrola przebiegu granic oraz możliwość skutecznego wykorzystania stanowią główne wyznaczniki selekcji elementów zbioru kształtów wydzielanych działek (obszarów). Kształty regularne, o nieskomplikowanym przebiegu granic, są atrakcyjniejsze niż te, które swoimi nierównościami mogą być powodem ciągłych sporów granicznych czy też pociągać za sobą kłopoty we właściwym zagospodarowaniu działki. Dlatego przy rozstrzygnięciu wszelkich sporów czy też przy wydzieleniu nowych działek, dąży się do ustalenia prostoliniowego przebiegu granic. Wobec tego, wrażeniowe odzwierciedlenie właściwości geometrii działki można opisać reakcją ludzką na figury symetryczne, regularne, które wyodrębniają się łatwiej jako przedmioty od figur niesymetrycznych i nieregularnych. Z wyjątkiem obszarów leżących w sąsiedztwie wydzielanej fizycznie stre-

fy – to jest obiektów naturalnych (np. cieki wodne, urwiste zbocza) oraz obszarów obecnie niezagospodarowanych lub pełniących funkcje specjalne (przeważnie mienie komunalne, takie jak: tereny pod drogi, kolej, szkoły, obiekty wojskowe) – optymalnym i eksploatawanym kształtem wydzielanych obszarów jest kształt statystycznie podobny do prostokąta.

Statystyczne podobieństwo oznacza, że obiekty fizyczne mają pewne odchylenia od oryginału (na przykład bok ma lekkie odstępstwo od linii prostej albo kąt pomiędzy bokami w punktach węzłowych nie jest dokładnie prosty), jednakże przy pomniejszaniu wzoru, tracąc szczegóły, dostrzega się detale prostokąta.

Działki, których geometria ma charakter wyraźnie liniowy, o wyodrębnionej osi głównej, z której w dwu przeciwnych kierunkach prostopadłych do osi wyznaczone zostają w jednakowej odległości granice, mogą zostać zastąpione uogólnionymi prostokątami (tj. układem n prostokątów P_i (rys. 1), jako dobrego przybliżenia oryginalnego obiektu).



Rys. 1. Kształty działek statystycznie podobne do prostokąta i jego uogólnienia

Fig. 1. The shapes of cadastral parcels statistically similar to the rectangle and its generalizations

Parametryzacja kształtu działki powinna bazować na statystycznym podobieństwie do prostokąta, ponieważ pozwala jakościowo sklasyfikować przydatność działki do rodzaju inwestycji, jaka jest możliwa do zrealizowania na wydzielonym obszarze o zdeterminowanej geometrii, wynikającej z granic działek.

2. Definicja działki ewidencyjnej

Działkę ewidencyjną D formalnie można przedstawić jako wielobok prosty W_z , z którego mogą zostać usunięte komplanarne wieloboki W_1, \dots, W_n , gdzie n oznacza liczbę wieloboków (dziur, wysp) w wieloboku W_z . Przecięcia wieloboków W_i , dla $i = 1 \dots n$, parami tworzą obszary puste (są rozłączne) oraz każdy wielobok W_i zawiera się w całości w wieloboku W_z . Ponadto nie może zachodzić równość $W_i = W_z$. Zatem formalnie działkę ewidencyjną można przedstawić w postaci zależności:

$$D = W_z \setminus \left(\bigcup_{i=1}^n W_i \right) \quad (1)$$

Pole powierzchni wieloboków tworzących granicę działki będzie oznaczane przez $|W_i|$ i wyznaczane z zależności:

$$|W_i| = \frac{1}{2}(x_n(y_1 - y_{n-1}) + x_1(y_2 - y_n) + \sum_{i=1}^{n-2} x_{i+1}(y_{i+2} - y_i)) \quad (2)$$

dla n punktów o współrzędnych (x_i, y_i) , na których rozpięty jest wielobok o orientacji przeciwniej do ruchu wskazówek zegara (wartość pola będzie dodatnia).

3. Parametryzacja geometrii granic działki ewidencyjnej

3.1. Inwariantne parametry kształtu

W obecnych systemach EGB, jedynymi dostępnymi parametrami, którymi próbuje się opisać geometrię działek, są: pole powierzchni działki – $|D|$ oraz jej obwód – $\text{obw}(D)$. Na podstawie tych parametrów można skonstruować szybko wyznaczalny, bezwymiarowy wyróżnik:

$$K_0 = \frac{\text{obw}^2(D)}{|D|}. \quad (3)$$

Wartość minimalną wyrażenie (3) przyjmuje dla koła, jako obszaru, który przy ustalonym obwodzie wydziela teren o największej powierzchni. Wartości wyróżnika otrzymywane dla rzeczywistych obiektów mogą być porównywane z wartością $K_0 = 4n \tan \frac{\pi}{n}$, jaką przyjmują n -wieloboki foremne.

Badanie kształtu działki na podstawie wyróżnika K_0 dla prostokąta, jako najlepiej opisującego rzeczywistą granicę działki z wszystkich parametryzowanych kształtów, najlepiej dokonać przez wyrażenie K_0 w funkcji ilorazu długości boków prostokąta. Jeżeli przez k_0 oznaczy się stosunek krótszego do dłuższego boku prostokąta, to wartość wyróżnika wyznacza formuła:

$$K_0 = \frac{4(k_0+1)^2}{k_0} \text{ dla } k_0 \in (0, 1]. \quad (4)$$

Wyodrębnianie obszarów, które muszą spełniać oprócz dogodności kształtu również określone wielkości gabarytowe, umożliwiające lokalizację obiektów zgodnie z przeznaczeniem zapisanym w miejscowym planie, wymaga nadania bezwymiarowym kształtom cech mierzalnych. Wyrażenie:

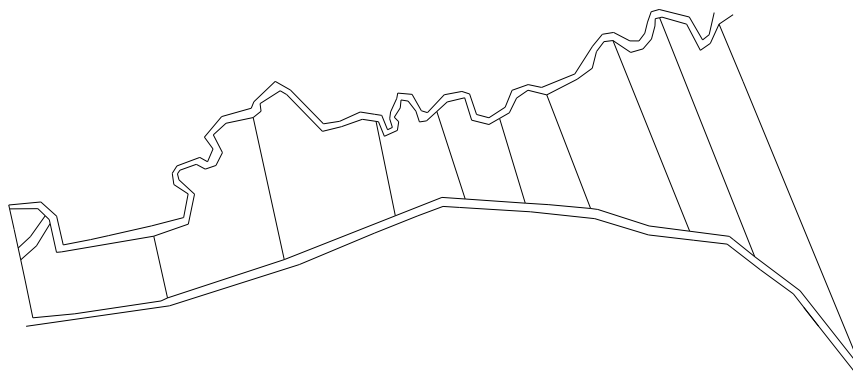
$$k_0 = \frac{K_0 - 8 - \sqrt{(8 - K_0)^2 - 64}}{8} \text{ dla } K_0 \in [16, \infty) \quad (5)$$

pozwoли zdeterminować określone cechy działki. Przykładowo, aby wydzielić działki o krótszym boku niemniejszym od 14 m, wystarczy sprawdzić, czy spełniają warunek $\frac{14^2}{k_0} > |D|$.

Posłużenie się do parametryzacji kształtów jedynie szybko wyznaczalnym współczynnikiem (3) może okazać się niewystarczające, gdy z różnych powodów niemożliwe było wy-

dzielenie działek o optymalnym kształcie lub gdy przebieg granicy dla działki o kształcie zbliżonym do prostokątnego charakteryzuje się dużą złożonością szczegółów.

Dla działek przedstawionych na rys. 2, konieczne staje się użycie bardziej złożonych obliczeniowo współczynników do uchwycenia ich nieregularności geometrycznej.



Rys. 2. Przykłady działek o geometrii nieopisywanej przez K_0
 Fig. 2. Examples of the cadastral parcels of geometry is not described by K_0

Przy związaniu początku układu odniesienia ze środkiem masy¹ w punkcie S każdej analizowanej działki, wyznaczanym z zależności:

$$x_s = \frac{\iint_D x \, dx dy}{|D|}, \quad y_s = \frac{\iint_D y \, dx dy}{|D|} \quad (6)$$

i na podstawie zestandaryzowanych momentów bezwładności:

$$m_{xx} = \frac{1}{|D|^2} \iint_D (x - x_s)^2 \, dx dy, \quad (7a)$$

$$m_{yy} = \frac{1}{|D|^2} \iint_D (y - y_s)^2 \, dx dy, \quad (7b)$$

$$m_{xy} = \frac{1}{|D|^2} \iint_D (x - x_s)(y - y_s) \, dx dy, \quad (7c)$$

$$m_{zz} = m_{xx} + m_{yy}, \quad (7d)$$

można określić niezmienniki momentowe drugiego rzędu:

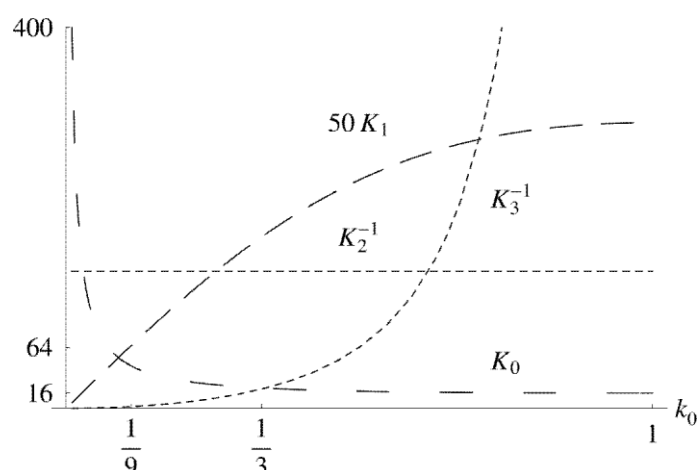
$$K_1 = (m_{xx} + m_{yy})^{-1}, \quad (8a)$$

$$K_2 = m_{xx} m_{yy} - m_{xy}^2, \quad (8b)$$

$$K_3 = 4m_{xy}^2 + (m_{yy} - m_{xx})^2. \quad (8c)$$

Graficzny obraz wyróżników $K_{i=0...3}$ dla optymalnego kształtu działki przedstawia rys. 3. Wyróżnik K_1 dla wielokątów foremnych przyjmuje wartości z przedziału $[5,19, 2\pi]$. Dla kwadratu przyjmuje on wartość równą 6, wykorzystaną we wzorach (10a, 10b).

¹ Jednorodny rozkład masy. Masa całej działki równa jest jedności.



Rys. 3. Zależność wyróżników $K_{i=0..3}$ od ilorazu długości boków prostokąta k_0
 Fig. 3. Dependence of distinguishing $K_{i=0..3}$ of the quotient of the length of the sides of the rectangle k_0

Wektor cech $\mathbf{K} = (K_0, K_1, K_2, K_3)$, wraz z inwariantnymi momentami trzeciego rzędu, może efektywnie charakteryzować geometrię działek, gdy znane są ich wzorce. Nieskończona liczba wzorców w klasie działek wymaga specjalnego podejścia, które umożliwiłoby wykorzystanie przedstawionych niezmienników.

3.2. Obszar odniesienia

Rozwiązaniem problemu wzorcowania może być wprowadzenie wzorca odniesienia, którym dla każdej działki niezależnie będzie prostokąt o określonych cechach geoprzetrzennych. W stosunku do tak przyjętego wzorca, użytkownik będzie mógł ocenić, jak kształt rozpatrywanej działki różni się od optymalnego.

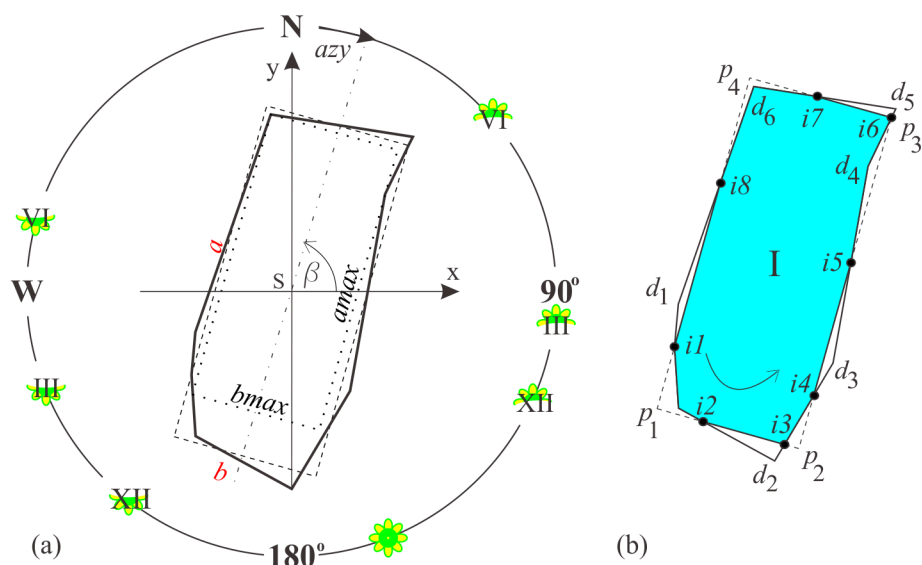
Przedstawione zostaną dwa warianty aproksymacji prostokątem działki ewidencyjnej:

- wykorzystujący geometrię i orientację jej inercyjnego wzorca,
- na podstawie geometrii i lokalizacji maksymalnego prostokąta wpisanego w jej granicach.

Inercyjny wzorzec. Dla każdej działki można wyznaczyć jej inercyjną aproksymację w postaci prostokąta (rys. 4a) o takim samym polu powierzchni i momencie bezwładności m_{zz} , zaczepionym w środku masy i zorientowanym tak, aby zmaksymalizować pole części wspólnej:

$$|I| = |D \cap P| = \max, \quad (9)$$

dla dwóch koplanarnych obszarów: działki (D) i jej aproksymacji prostokątem (P).



Rys. 4. Aproxymacja działki prostokątem: a) orientacja działki na tle ruchu dziennego słońca w określonych miesiącach; linią przerywaną narysowano inercyjny wzorzec odniesienia (P), a linią kropkowaną $P_{||max}$, b) algorytmiczne wyznaczenia części wspólnej obszaru działki i jej inercyjnego wzorca

Fig. 4. Approximation of rectangle a cadastral parcel: a) the orientation of a cadastral parcel in the background of the daily movement of the sun in certain months; the inertial model (P) has been drawn dashed lines, and the $P_{||max}$ with dotted lines, b) algorithmic determination of join a cadastral parcel and its inertial model

Parametry opisujące P wyznaczają zależności:

$$k_1 = \begin{cases} \frac{6 - \sqrt{36 - K_1^2}}{K_1} & \text{dla } K_1 \leq 6, \\ 1 & \text{dla } 6 \leq K_1 \leq 2\pi, \end{cases} \quad (10a)$$

$$a = \sqrt{\frac{|D|}{k_1}}, \quad b = k_1 a. \quad (10b)$$

Współrzędne kolejnych punktów wierzchołkowych p_i , tworzących wzór odniesienia dla rzeczywistych kształtów, wyznacza formuła:

$$\begin{bmatrix} -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ \frac{a}{2} & \frac{b}{2} \\ \frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ -\frac{a}{2} & \frac{b}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s & 0 \\ 0 & y_s \end{bmatrix}. \quad (10c)$$

Wyznaczenie optymalnego kąta obrotu β jest zadaniem bardziej złożonym. Wartość kąta obrotu dla obszarów, w których możliwe jest jednoznaczne ustalenie osi głównych działki², można inicjować z wyrażenia:

² Względem osi głównych momenty bezwładności działki przyjmują wartości minimalną i maksymalną. Dla figur posiadających wiele takich osi (np. wszystkie wielokąty foremne) pojawia się kłopot w jednoznacznym określeniu osi właściwej dla warunku (9).

$$\beta_0 = \begin{cases} \beta' & \text{gdy } m_{xy} > 0, \\ -\beta' & \text{gdy } m_{xy} \leq 0, \end{cases} \quad (10d)$$

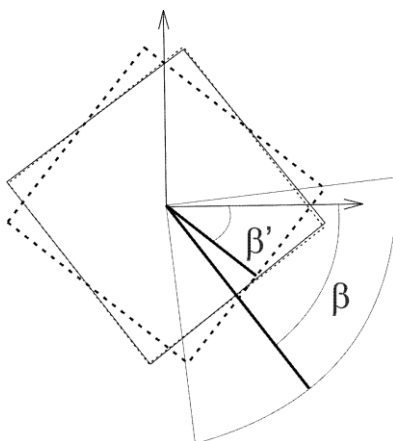
gdzie $\beta' = \frac{1}{2} \arccos \frac{m_{yy} - m_{xx}}{\sqrt{K_3}}$. Dla kąta β wyznaczonego z (10d) spełniony jest warunek:

$$\|D \setminus P\| - \|P \setminus D\| = \min, \quad (11)$$

który może zastąpić warunek (9) przy analizie obszarów o geometrii odbiegającej od prostokąta.

Dla kształtów symetrycznych lub wrażliwych, dla których niewielkie zmiany rozmieszczenia mas powodują gwałtowne zmiany kąta obrotu (rys. 5), użytkową wartość kąta β najszybciej uzyskuje się, iterując wyrażenie $|I(\beta_i)|$ aż do spełnienia warunku (9) dla kątów

$\beta_i - \beta' \leq \left| \frac{\pi}{4} \right|$, algorytmem binarnego przeszukiwania (wystarczy dokładność wyznaczenia kąta na poziomie $\frac{\pi}{180}$).



Rys. 5. Iteracyjne wyznaczenie orientacji prostokąta P dla rzeczywistego kształtu zbliżonego do kwadratu (wymiary P : 19,63×19,03 m). Wartość inicjująca β' różni się od właściwej β o kąt 14°

Fig. 5. Iterative determination of the rectangle orientations P for the real shape, close to the square (size P : 19.63×19.03 m). The difference between the initial value β' and the right value β is 14°

Dla celów orientacji terenowej korzystniej orientację działki związać z powszechnie używanym i dobrze rozpoznawanym z geografii pojęciem azymutu ($azymut = 90 - \beta$). Azymut będzie przyjmował wartości z przedziału $(0, 180)$, z dokładnością do 1° miary stopniowej.

Ustalenie stopnia podobieństwa kształtu działki do jej optymalnego wzorca. Możliwości wykorzystania modelu działki w postaci prostokąta P , bez posiadania parametru oceny

jego dopasowania do rzeczywistego kształtu, byłaby dla wielu działek nieprawidłowa. Stopień podobieństwa (sp) kształtu działki do wzorca można przedstawić w łatwo interpretowalnej postaci:

$$sp = \frac{|I|}{|D|}, \quad (12)$$

który przyjmuje wartość 1 dla pełnego dopasowania wzorca do działki D , a wartość bliską 0 przy braku dopasowania.

W celu określenia, dla jakich wartości sp parametry prostokąta P właściwie modelują geometrię działki, przeprowadzono testy na danych z aktualnego systemu ewidencji gruntów [3]. Jednostkę ewidencyjną gruntów charakteryzują następujące wielkości:

- pole powierzchni jednostki ewidencyjnej: 5767 ha,
- liczba działek: 24422,
- średnie pole powierzchni działki: 0,23 ha,
- odchylenie standardowe pola powierzchni działki: 1,09 ha.

Świadczą one o dużym zróżnicowaniu geometrii tworzących ją działek, czyniąc materiał reprezentatywny dla jednostek tworzących całą populację jednostek ewidencyjnych w kraju (zarówno o charakterze miejskim, jak i wiejskim).

Tabela 1

| Dystrybuanta empiryczna współczynnika sp | | |
|--|----------------|--------------|
| sp : od 0.00 do | Liczba działek | Dystrybuanta |
| 0,05 | 203 | 0,0083 |
| 0,17 | 311 | 0,0127 |
| 0,40 | 564 | 0,0231 |
| 0,49 | 656 | 0,0269 |
| 0,59 | 1181 | 0,0484 |
| 0,69 | 1742 | 0,0713 |
| 0,79 | 1830 | 0,0749 |
| 0,89 | 3640 | 0,1490 |
| 0,90 | 9581 | 0,3923 |
| 0,93 | 12806 | 0,5244 |
| 0,94 | 13934 | 0,5706 |
| 0,95 | 15168 | 0,6211 |
| 0,96 | 16631 | 0,6810 |
| 0,97 | 18378 | 0,7525 |
| 0,98 | 20541 | 0,8411 |
| 0,99 | 23214 | 0,9505 |
| 1,00 | 24422 | 1,0000 |

Wartości empirycznej dystrybuanty współczynnika sp z tabeli 1, odniesione do kształtu działek, pozwalają przyjąć adekwatność parametrów prostokąta dla sp większych od 0,79, a więc dla ponad 90% działek. Działki niepodlegające modelowaniu prostokątem w większości stanowią obszary specjalnego przeznaczenia, które w ewidencji gruntów są łatwe do automatycznej identyfikacji (treny pod drogi, leśne i cieków wodnych). Po ich usunięciu ze zbioru pozostaje około 1% działek, których geometria może właścicielowi przysporzyć pro-

blemów we właściwym zagospodarowaniu. Powyższą informację zespół planowania zagospodarowania terenu może wykorzystać do poprawy struktury nieprawidłowo wydzielonych fragmentów terenów.

Przy realizacji zapytań do systemu, dla działek o geometrii różniącej się od wzorca (na podstawie sp), konieczny jest nadzór użytkownika przy określeniu przydatności działki do realizacji określonej inwestycji.

Algorytm wyznaczenia powierzchni obszaru I . Wyznaczenie obszaru I (rys. 4b) można zrealizować na podstawie podanych algorytmów [4, 6]. Poniżej przedstawiono wyznaczenie pola powierzchni części wspólnej na podstawie odpowiednio dostosowanego algorytmu Weilera-Athertona.

1. Na wejściu są dwie listy punktów reprezentujących prostokąt $\{P\} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ i działkę D (złożoną z wieloboków W_z oraz W_1, \dots, W_n), o orientacji przeciwnej do ruchów wskazówek zegara, czyli przechodząc punkty listy, obchodzi się wielobok po jego brzegu, mając po lewej jego stronie obszar wieloboku. Punkty wieloboków, które należą do granicy I , mają ustawiony atrybut inI .
2. Algorytm znajdowania pola powierzchni części wspólnej (od punktu 3.) wykonywany jest niezależnie dla wszystkich par wieloboków tworzących działkę i prostokąta: (W_z, P) , (W_1, P) , \dots , (W_n, P) . W każdej przetwarzanej parze punkty z wieloboku działki tworzą listę punktów $\{d_1, \dots, d_r\}$, gdzie r oznacza liczbę punktów w jednym z przetwarzanych wieloboków tworzących działkę. Poszukiwane pole powierzchni wyznacza zależność:

$$|I| = |D \cap W_z| - \sum_1^n |D \cap W_i|. \quad (13)$$

3. Znajdujemy wszystkie punkty przecięcia in krawędzi P z krawędziami W . Każde znalezione przecięcie zostaje wprowadzone na listę wieloboku z działki i prostokąta. Zgodnie z oznaczeniami z rys. 4b, po tym kroku lista prostokąta będzie miała postać $\{P\} = \{p_1, i_2, i_3, p_2, i_4, i_5, p_3, i_7, p_4, i_8, i_1\}$. Podczas realizacja tego etapu dokonuje się przypisania wartości atrybutów inI , jeżeli dany punkt leży po lewej stronie pasa płaszczyzny wyciętego przez proste prostopadłe, wyznaczane na każdym boku wieloboku wycinającego, wyprowadzonych z końców boków. Etykiety wszystkich punktów z ustawioną wartością inI umieszczono na obszarze I .
4. Mając dwie listy punktów, przechodzone cyklicznie $\{DI\}, \{PI\}$, uzupełnione punktami z kroku 3^o, tworzy się listę punktów tworzących obszar $\{I\}$. Można rozpocząć od pierwszego punktu na liście $\{PI\}$. Musi on mieć ustawiony atrybut inI albo być punktem przecięcia i_r , żeby mógł być dodany do listy $\{I\}$. Brak jakiegokolwiek punktu spełniającego kryteria pokazuje, że obszary są rozłączne (w rozpatrywanym układzie działka-prostokąt). Znaleziony punkt na liście $\{PI\}$ dodawany jest do listy $\{I\}$ i sprawdzany jest następny punkt na liście. Jeżeli jest punktem przecięcia, następuje przeniesienie na drugą listę, odnalezienie punktu przecięcia, jego dodanie i dodawanie punktu z wieloboku

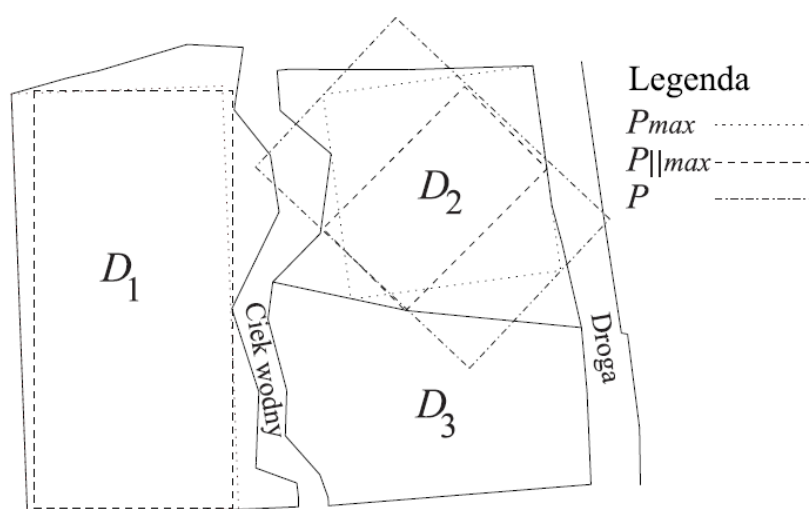
działki z atrybutami inI , aż do napotkania punktu przecięcia, który powoduje powrót na listę $\{PI\}$. Przechodzenie i przenoszenie z listy na listę kończy się po napotkaniu punktu, który jest pierwszym na liście $\{I\}$.

3.3. Prostokąt wpisany w działkę

Przedstawiony w p. 3.2 model działki może dla niektórych zastosowań być niewystarczający, szczególnie wtedy, gdy chce się uzyskać odpowiedź na pytanie „jaki maksymalny obiekt można umieścić na działce?”, a wartość parametru sp jest niska. Udzielenia odpowiedzi na to pytanie można dokonać na podstawie prostokąta o maksymalnym polu powierzchni, który całkowicie zawiera się w obszarze działki.

$P_{||\max}$ o bokach równoległych do P . Jednym z poszukiwanych prostokątów (P_{\max}) może być prostokąt, którego boki są równoległe lub prostopadłe do boków prostokąta P , wyznaczonego w p. 3.2 (rys. 4). W literaturze z geometrii obliczeniowej można znaleźć wiele algorytmów (np. [1] znajduje $P_{||\max}$ w czasie $O(n \log n)$, a dla działek z wyspami w czasie $O(n \log^2 n)$), które rozwiązują ten problem dla boków prostokąta równoległego do osi x lub y . Znając kąt β , wystarczy w równaniu (10c) listę współrzędnych działki wstawić w miejsce listy współrzędnych prostokąta i pomnożyć przez odwrotność macierzy obrotu. Uzyskane w ten sposób współrzędne wieloboku D dają możliwość bezpośredniego zastosowania algorytmu z [1] do wyznaczenia boków $a_{||\max}$, $b_{||\max}$ prostokąta $P_{||\max}$.

P_{\max} o dowolnej orientacji boków. Model działki w postaci $P_{||\max}$ dla działek przyległych do terenów szczególnego przeznaczenia i niekorzystnej bezwładnościowo geometrii jest nieodpowiedni. Na rys. 6 można najlepiej to zauważyć dla działki D_2 , której $P_{||\max}$ nie niesie oczekiwanej informacji w stosunku do tej, jaką zwrócił maksymalny prostokąt (P_{\max}), jaki można było umieścić w jej granicach. Można również zauważyć, że długość dłuższego boku jest prostopadła, a nie równoległa, jak można byłoby się spodziewać, do boku a prostokąta P . Dla działki D_1 , w praktyce, różnice w wymiarach uzyskanych prostokątów maksymalnych są nieistotne.



Rys. 6. Modele działki ewidencyjnej w postaci maksymalnego prostokąta wpisanego w jej granice (P_{max}) oraz maksymalnego o bokach równoległych ($P_{||max}$) do inercjalnej aproksymacji (P)
 Fig. 6. Models of cadastral parcel in the form of the largest inscribed rectangle into its borders (P_{max}), and the largest ($P_{||max}$), which has sides parallel to the sides of rectangle (P) with its inertial parameters equal to the inertial parameters of a cadastral parcel

Przedstawione przykłady dwóch działek, zwracające diametralnie różne wyniki, mogą prowadzić do wniosku wyboru P_{max} w stosunku do $P_{||max}$, pomimo że liczba działek podobnych do D_2 nie przekracza 1% w badanej jednostce reprezentatywnej.

Algorytm wyznaczenia P_{max} można zrealizować, wykorzystując pomysł przedstawiony w [2] (który przedstawia wpisanie P_{max} w wielokąt wypukły) do znalezienia P_{max} wpisanego w działkę, która jest wielokątem prostym z wyspami lub bez nich.

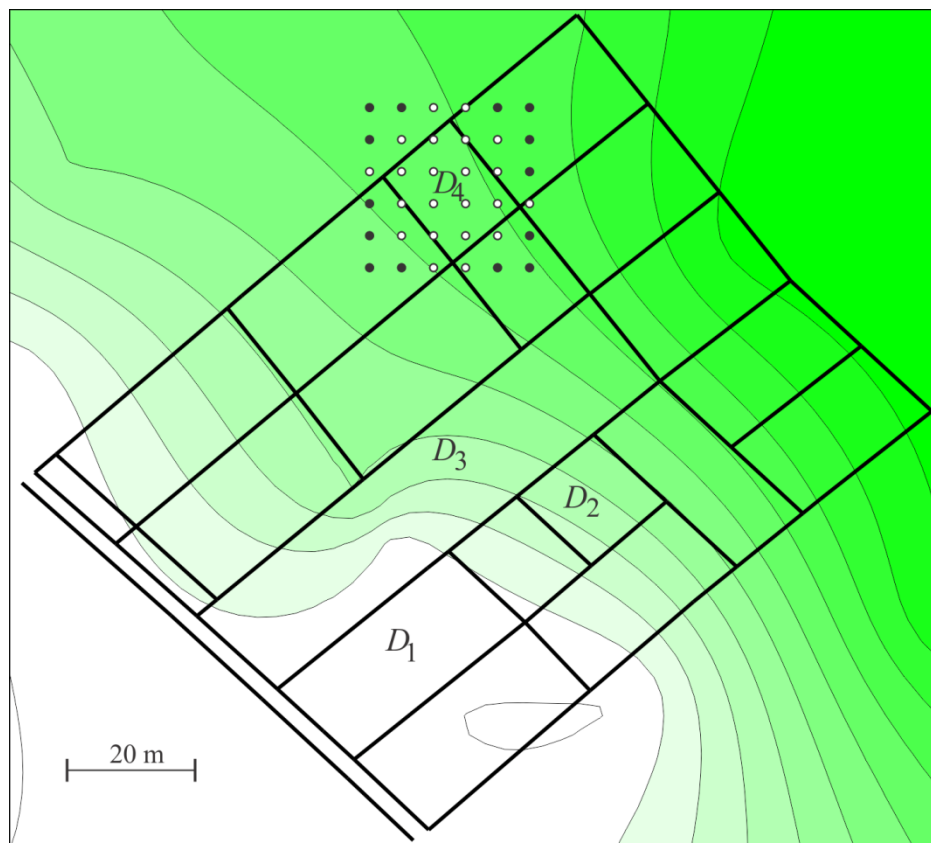
Znalezienie orientacji maksymalnego prostokąta wpisanego w działkę nie jest jednoznaczne, ponieważ może pojawić się wewnątrz działki kilka P_{max} , różnie zorientowanych w jego obszarze. W takich sytuacjach należy przyjąć kąt orientacji β .

4. Parametry modelu rzeźby terenu działki ewidencyjnej

Dla większości terenów Polski, której obszar można uznać za nizinny, do wyrażenia przydatności wykorzystania działki wystarczy dotychczas przedstawiony model parametryczny. Bazuje on na kształcie uzyskanym z rzutu jej fizycznych granic terenowych na powierzchnię elipsoidy odniesienia, odwzorowanych do postaci użytkowej na płaszczyznę odniesienia, stanowiącej obraz poziomego terenu w sensie tylko geometrycznym (nieekwipotencjalnym).

Na terenach o urozmaiconej rzeźbie terenu (np. tereny południowej Polski) działki o geometrii zgodnej ze wzorcem mogą okazać się całkowicie nieprzydatne do określonego typu inwestycji, ze względu na niekorzystną rzeźbę terenu. Przykładowo działka D_2 z rys. 7,

pomimo posiadania pożądanego kształtu, nie nadaje się do zagospodarowania, gdyż położona jest na zboczu o dużym nachyleniu (powyżej 45%), lub działka D_1 , leżąca na ternie płaskim, ale sąsiadująca z działkami o rzeźbie terenu uniemożliwiającej jakiekolwiek wykorzystanie, poza rekreacyjnym.



Rys. 7. Mapa warstwiczna terenu (cięcie warstwiczne co 20 metrów) z warstwą działek ewidencyjnych. Na obszarze działki D_4 naniesiono siatkę kwadratów NMT, nadając białe wypełnienie punktom wykorzystanym do wyznaczenia PBZ

Fig. 7. Terrain contour map (the interval between contour levels is 20 meters), with the cadastral parcel map level. There is a square grid DTM on the cadastral parcel D_4 . The grid points with white fulfillment are used to determine PBZ

Na rys. 7 przedstawiono trzy typy rzeźby terenu działki, jakie mogą się pojawić w rzeczywistości:

- działka D_1 o terenie płaskim i poziomym,
- działka D_2 o terenie płaskim i jednostajnym nachyleniu terenu,
- działka D_3 o zmiennym ukształtowaniu terenu (wzniesienia i zagłębienia nieregularnie rozmieszczone).

Zgodnie z powyższą klasyfikacją można dokonać parametryzacji dowolnego terenu działki. Powierzchnią modelową będzie płaszczyzna przedstawiająca teren płaski, jako najdogodniejszy w zastosowaniach inwestycyjnych. Płaszczyzna ta musi spełniać warunek, aby objętości mas ziemnych, znajdujących się nad nią, równoważyły objętości wolnej przestrzeni – niecek terenowych, które należałoby wypełnić masami ziemnymi do uzyskania poziomu

płaszczyzny. Do tego warunku należy dodać wymóg dotyczący minimalizacji robót ziemnych. Uzyskana w ten sposób płaszczyzna określana jest jako płaszczyzna bilansująca masy ziemne (PBZ).

Do wyznaczenia PBZ niezbędny jest numeryczny model powierzchni terenu (NMT). Dostępność NMT dla całego obszaru Polski jest możliwa dzięki opracowaniom fotogrametrycznym (z takiego opracowania korzysta m.in. Google Earth). Zakłada się dostępność NMT w formie siatki kwadratów o wymiarach boków 5×5 metrów (odpowiedni dla terenu urozmaiconego, rzadsze siatki muszą zostać do tego wymiaru zagęszczone). Dla każdej działki wyznacza się zbiór punktów siatki, które znajdują się wewnątrz działki (optymalną metodę selekcji punktów można znaleźć w [5]). Dodanie punktu znajdującego się wewnątrz działki pociąga za sobą dodanie wszystkich jego sąsiadów (nawet tych spoza obszaru). Punkty siatki NMT, wraz z wyróżnieniem punktów (białe wypełnienie), na podstawie których będzie wyznaczona PBZ dla działki D_4 , pokazano na rys. 7. Jeżeli żaden punkt siatki nie znajduje się w D , wówczas dodawane są 4 punkty kwadratu siatki, w którym się ona całkowicie zawiera.

W przypadku gdy siatka punktów jest zbyt rzadka, należy utworzyć zagęszczoną siatkę, aby miała ustalony wymiar 5×5 . Wysokości punktów zagęszczenia można wyznaczyć z powszechnie stosowanego w Anglii wzoru:

$$z = z_A \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{a}\right) + z_B \frac{x}{a} \left(1 - \frac{y}{a}\right) + z_C \frac{xy}{a^2} + z_D \left(1 - \frac{x}{a}\right) \frac{y}{a}, \quad (14)$$

w którym a stanowi długość boku siatki (5 m), natomiast z_0 wysokości terenowe naroży siatki jego wierzchołków.

Dysponując tak przygotowanym zbiorem punktów (x_i, y_i, z_i) , można zapisać równanie poszukiwanej płaszczyzny:

$$z = e_x x + e_y y + z_0, \quad (15)$$

stanowiącej podstawę do aproksymacji powierzchni terenu wg rozpatrywanych warunków. Dla każdego punktu o znanych współrzędnych można zapisać równanie aproksymacyjne:

$$z_i = e_x x_i + e_y y_i + z_0 + v_i, \quad (16)$$

gdzie v_i – poprawka aproksymacyjna, która określa głębokość wykopu lub wysokość nasypu. Równanie to musi spełniać warunki $\sum v_i = 0$ oraz $\sum v_i^2 = \min$. Poszukiwany wektor, wyznaczony metodą najmniejszych kwadratów (MNK), ma postać:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ z_0 \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{z}, \quad (17)$$

przy czym wiersze macierzy \mathbf{A} dla każdego punktu terenowego mają postać $[x_i, y_i, 1]$.

Dzięki wyznaczonej PBZ można wyznaczyć jej modelowe nachylenie terenu do płaszczyzny poziomej z zależności:

$$\frac{z_0}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}. \quad (18)$$

Aproksymacja nachylenia terenu (18), pomnożona przez 100%, określa procentowe nachylenie oznaczające np. dla wartości 100% na dystansie 1 metra wzrost wysokości terenu o 1 metr. Można na podstawie tego parametru dokonać klasyfikacji terenu, np. teren płaski dla nachylenia od 0% do 2%, dochodząc przez kategorie pośrednie do terenu trudnego do zagospodarowania dla nachylenia większego niż 30%.

W wielu sytuacjach, dla terenów o znacznym nachyleniu, może zachodzić potrzeba określenia kierunku nachylenia terenu względem kierunku północ. Informacja ta jest m.in. wykorzystywana do selekcji działek na terenach górskich, przy poszukiwaniu terenów pod budynki mieszkalne, które muszą mieć zapewniony dostęp do określonej ilości światła słonecznego. Azymut kierunku nachylenia terenu (KNT) wyznacza zależność wyrażona w stopniach:

$$\begin{cases} 90^{\circ} - \varphi & \text{dla } e_y \geq 0 \wedge \varphi \leq 90^{\circ}, \\ 90^{\circ} + \varphi & \text{dla } e_y < 0, \\ 450^{\circ} - \varphi & \text{dla } e_y \geq 0 \wedge \varphi > 90^{\circ}, \end{cases} \quad (19)$$

gdzie $\varphi = \arccos \frac{e_x}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}$.

Ostatnim parametrem opisującym rzeźbę terenu działki będzie czynnik określający ilość pracy, jaką należy wykonać, aby uzyskać PBZ. Dzięki niemu uniknie się sytuacji selekcji terenów, których nachylenie PBZ wynosi zero, a forma ich ukształtowania (wzniesień i korelujących niecek) sprawia, że teren jest trudny do zagospodarowania.

Przyjmując jako niezmienną siatkę kwadratów NMT o wymiarach 5×5, można wyznaczyć współczynnik określający stopień prac bilansujących z zależności:

$$\sqrt{\frac{\sum v_i}{4n}}, \quad (20)$$

przy czym n oznacza liczbę punktów siatki NMT, wyselekcjonowaną do wyznaczenia PBZ. Uzyskany wynik mówi, jakiej wysokości nasypy ziemi należy przemieścić, aby zniwelować teren do uzyskania PBZ. Na przykład wartość 1, dla działki o powierzchni 600 m², oznacza, że na całym obszarze należy przemieścić ok. 600 m³ ziemi.

5. Atrybuty opisujące geometrię granic i rzeźbę terenu działki

Wprowadzone wcześniej parametry mogą stanowić pola tabeli opisującej działkę ewidencyjną:

```
CREATE TABLE dzialka_ewidencyjna (
  dzialka_ewidencyjna_id    INTEGER, /*identyfikator działki*/
  pole_powierzchni         COMPUTED BY (prostokat_a*prostokat_b),
  centroid_b               NUMERIC(9,6), /*szerokość geograficzna*/
  centroid_l               NUMERIC(9,6), /*długość geograficzna*/
  centroid_h               SMALLINT, /*średnia wysokość terenu*/
  stopien_podobienstwa    NUMERIC(4,3),
```

```

prostokat_a          NUMERIC(10,2),
prostokat_b          NUMERIC(10,2),
protokat_azymut     NUMERIC(4,1),
prostokat_max_a     NUMERIC(10,2),
prostokat_max_b     NUMERIC(10,2),
protokat_max_azymut NUMERIC(4,1),
teren_nachylenie    NUMERIC(4,1),
teren_kierunek_nachylenia NUMERIC(4,1),
teren_metry_niwelacji NUMERIC(9,1)
);

```

przy czym nazwy poszczególnych pól (kolumn) oznaczają: `pole_powierzchni` – pole powierzchni działki ($|D|$); `prostokat_a` – dłuższy bok prostokąta (a), `prostokat_b` – drugi bok (b), `protokat_azymut` – orientacja azymutalna ($azymut$) oraz `stopien_podobieństwa` – stopień podobieństwa (sp) dla inercyjnego prostokąta działki P ; `prostokat_max_a` – dłuższy bok (a_{max}), `prostokat_max_b` – drugi bok (b_{max}) oraz `protokat_max_azymut` – azymut dłuższego boku dla maksymalnego prostokąta P_{max} o dowolnej orientacji boków; `teren_nachylenie` – nachylenie terenu działki, wyznaczone z zależności (18), `teren_kierunek_nachylenia` – kierunek nachylenia (spadku) terenu z zależności (19) oraz `teren_metry_niwelacji` – stopień prac bilansujących roboty ziemne, wyznaczany ze wzoru (20).

Kolumny tabeli, mające w prefiksie nazwy słowo `centroid`, dotyczą punktu leżącego wewnątrz działki, wyznaczonego z zależności (6), a w przypadku gdy punkt ten leży poza obszarem działki, jest on zlokalizowany na jednej z linii przechodzących przez środek ciężkości i równoległych do osi układu współrzędnych. Granice działki wycinają odcinek, którego środek staje się centroidem działki, pozwalającym wyszukiwać działki przez wskazanie obszaru dotyczącego działek (prostokątnego lub dowolnego wieloboku). Często tworzy się listę lokalizacyjną, dając możliwość wyboru województwa, gminy lub miasta. Lista ta odwzorowywana jest na punkt centroidalny.

W tabeli włączono większość parametrów, pomimo że w niektórych systemach GIS-owych mogą nigdy nie zostać wykorzystane. Na podstawie zamieszczonych w p. 5.1 przykładów można sformułować listę zapytań, jakie będą kierowane do systemu. Na jej podstawie można ze zbioru atrybutów usunąć te, które nie znalazły się w żadnym zapytaniu.

5.1. Wyszukiwanie działek

Poniżej zamieszczono przykładowe kwerendy do systemu, które pokazują, w jaki sposób użyć wprowadzonych parametrów.

- *Kupujący szuka działkę pod budynek mieszkalny:* Pokaż działki spełniające warunki: powierzchnia działki od 6 – 10 arów z możliwością umieszczenia obiektu o wymiarach 20×20 m, dłuższy bok działki zwrócony w stronę południową, teren działki płaski.


```
SELECT * FROM dzialka_ewidencyjna d WHERE  
d.pole_powierzchni BETWEEN 600 AND 1000 AND  
prostokat_max_a>=20 AND prostokat_max_b>=20 AND  
(protokat_max_azymut >165 OR protokat_max_azymut < 15) AND  
d.teren_nachylenie <=2 AND d.teren_metry_niwelacji<0.5
```

- *Planista wyszukuje tereny trudne do zagospodarowania.* Pokaż działki z terenu całego miasta, których teren ma nachylenie większe niż 30% i jest nachylony w kierunku północnym (działki zacienione):

```
SELECT * FROM dzialka_ewidencyjna d WHERE  
d.teren_nachylenie>30 AND  
(d.teren_kierunek_nachylenia<15 OR d.teren_kierunek_nachylenia>345)
```

- *Rolnik planuje kupno działki pod uprawę rzepaku.* Rolnik zawęził obszar z odpowiednią klasą gleb, teraz wyszukuje odpowiedni kształt działki. Pokaż działki korzystne do wykorzystania rolnego, tj. długość działki większa niż 100 m, a szerokość większa niż 10 m. Pole ma posiadać orientację dłuższego boku w kierunku SE:

```
SELECT * FROM dzialka_ewidencyjna d WHERE  
d.stopien_podobienstwa>0.6 AND  
d.prostokat_a>100 AND d.prostokat_b>10 AND  
d.protokat_max_azymut BETWEEN 120 AND 150
```

- *Urząd podatkowy:* W Miejscowym Planie Zagospodarowania Terenu ustalono restrykcyjne kryteria dotyczące realizacji inwestycji budowlanych na działkach znajdujących się w określonym obszarze (wybór przez wskazanie obszaru ograniczającego centroidy). Minimalna szerokość działki ma być nie mniejsza niż 15 m, aby możliwa była realizacja inwestycji budowlanej. Działki niespełniające tego wymogu i niemające możliwości scaleńia z działkami sąsiednimi powinny zostać w modelach katastralnych traktowane jak działki rolnicze, pomimo że zgodnie z Planem są przeznaczone pod budownictwo jednorodzinne. Przykład podano bez oczywistego rozwiązania, w celu pokazania, jak różne problemy można rozwiązać za pomocą wprowadzonej parametryzacji geometrii działek ewidencyjnych.

6. Podsumowanie

W pracy przedstawiono metody parametryzacji geometrii granicy działki ewidencyjnej, wychodząc od próby zastosowania niezmienników momentowych, wykorzystywanych powszechnie do klasyfikacji kształtów w aplikacjach typu OCR. Próba ta nie przyniosła spodziewanych efektów i problem rozwiązano przez wprowadzenia wzorca odniesienia w postaci prostokąta o parametrach inercjalnych równych parametrom inercjalnym działki ewidencyjnej. Orientacja przestrzenna wzorca odniesienia maksymalizuje część wspólną pola po-

wierzchni jego i działki ewidencyjnej. Takie zorientowanie przestrzenne umożliwia określenie zgodności kształtu działki z przyjętym wzorcem.

Przedstawiono również możliwości wykorzystania charakterystyki prostokąta o maksymalnym polu powierzchni, wpisanego w granice działki o dowolnej orientacji boków lub zgodnej z orientacją wzorca odniesienia. Z takiego modelu mogą korzystać podmioty, które chcą zrealizować inwestycje wymagające bezwzględnego zachowania określonych wymiarów, umożliwiających umieszczenie obiektów o zadanych wymiarach.

Do parametryzacji rzeźby terenu działki ewidencyjnej wykorzystano wzorec odniesienia w postaci płaszczyzny o dowolnym nachyleniu, która bilansuje roboty ziemne niezbędne do uzyskania terenu o płaskiej powierzchni.

Uzyskane wyniki pokazują, że geometrię granic i rzeźbę terenu działki można skutecznie wyrazić za pomocą skalarnych atrybutów. Pozwalają one w obecnych systemach bazodanowych kierować zapytania geoprzestrzenne z wykorzystaniem podstawowych konstrukcji języka SQL. Możliwości takich nie ma wprowadzony do wspomaganie podobnego typu zadań geometryczny model obiektowy OpenGIS, z dostępnymi konstrukcjami językowymi, ponieważ nie uwzględnia on specyficznych właściwości modelowanych rzeczywistych obiektów.

Wykorzystanie wprowadzonych atrybutów jest możliwe w każdym systemie GIS, który korzysta z warstwy informacji o terenie. Pierwsze wdrożenia będzie można spotkać w systemach pośrednictwa w obrocie nieruchomościami (również państwowymi, np. przez Agencję Nieruchomości Rolnych). Ułatwią one potencjalnym nabywcom (deweloperom, inwestorom) wyszukiwanie działek wg złożonych kryteriów. Na podstawie danych zarejestrowanych przez giełdy nieruchomości, rzeczoznawcy mogą wyszukiwać ceny sprzedanych tam działek o zbliżonych cechach geometrycznych i na tej podstawie dokonywać właściwej wyceny. Możliwe stanie się w końcu przeprowadzenie powszechnej taksacji nieruchomości gruntowych [3], która spowoduje, że samorządowe jednostki podatkowe będą ustalały wymiar podatku na podstawie adekwatnych parametrów działek, rezygnując z nieodpowiedniego wiązania wartości nieruchomości tylko z jej powierzchnią. Parametryzacja dostarczy również planistom zagospodarowania przestrzennego terenu narzędzia do selekcji terenów, których rozdrobnienie uniemożliwia prawidłowe zagospodarowanie.

Cennym narzędziem do analizy przestrzennej, wzbogacającym model parametryczny, byłoby posiadanie w systemie bazodanowym modelu topologicznego warstwy działek ewidencyjnych. Umożliwiłoby to selekcyjonowanie działek o określonych cechach geometrycznych w powiązaniu z cechami działek sąsiadujących.

BIBLIOGRAFIA

1. Boland R., Urrutia J.: Finding the Largest Axis-Aligned Rectangle in a Polygon in $O(n \log n)$ time. In Proc. 13th Canad. Conf. Comput. Geom., Canada 2001.
2. Knauer C., Schlipf L., Schmidt M., Tiwary R.: Largest Inscribed Rectangles in Convex Polygons. EuroCG, Dortmund 2010.
3. Ligeża A.: Modelowanie wartości rynkowej nieruchomości gruntowych jako element systemu informacji o terenie. Rozprawa doktorska, AGH, Kraków 2004.
4. Mount D.: Geometric Intersection. Handbook of Discrete and Computational Geometry, Boca Raton 1997.
5. Preparata F.: Geometria obliczeniowa. Helion, Gliwice 2005.
6. Suri S.: Polygon Intersection. Handbook of Discrete and Computational Geometry, Boca Raton 1997.

Recenzent: Dr inż. Piotr Bajerski

Wpłynęło do redakcji 16 stycznia 2011 r.

Abstract

The paper presents methods of cadastral boundary geometry parameterization, starting from the moment invariants commonly used to classify shapes in OCR application types. Problems with interpreting the results of the classification has been solved by the introduction of a standard rectangle with its inertial parameters equal to the inertial parameters of a cadastral parcel and the orientation allowing to determine compliance with the adopted shape model.

For the usability sake, the possibility of using the characteristic of a maximum surface area rectangular sheet inscribed within the boundaries of a parcel with any sides orientation or the orientation of the sides in accordance with the characteristic direction was also presented.

A model of the plane of any inclination, balancing earthwork necessary to obtain the land on a flat surface was used for the parameterization of a cadastral parcel terrain.

The results show that the boundary geometry and the lie of a parcel can be efficiently expressed using scalar attributes, without the need for visual analysis of geometrical features. They allow to formulate spatial queries using only basic subset of the SQL language, without

having to use object-oriented extensions, introduced for the analysis of GIS data, and so that is devoid of methods to extract the desired characteristics of the parcels.

It is possible to use the introduced attributes in any GIS system which utilizes layers of land information system. The first implementation will be found in systems of real estate agents (also state such as the Agricultural Property Agency). They will make it easier for potential buyers (developers, investors) to search parcels by complex criteria. Based on the data recorded by the stock market real estate appraisers it would be possible to search sales prices for parcels with similar spatial characteristics and obtain their valuation. A common taxation of property will eventually become possible, which will make it possible for local government unit tax to determine the tax assessment based on relevant parcels parameters. Such a parameterization will provide land use planners with tools for selecting the parcels which prevent the fragmentation of land use.

A valuable tool for spatial analyses should include topological model of parcels layer. This would make it possible to select parcels with specific spatial properties and to define certain characteristics in relation to the neighboring parcels.

Adres

Antoni LIGEZA: Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Nowym Sączu,
Instytut Techniczny, ul. S. Staszica 1, 33-300 Nowy Sącz aligeza@pwsz-ns.edu.pl.